Politechnika Wrocławska

Wydział Informatyki i Zarządzania
Kierunek studiów: Informatyka
Specjalność: Inteligentne Systemy Informatyczne

Praca dyplomowa - magisterska

Algorytmy ewolucyjne z uwzględnieniem płci w rozwiązywaniu wybranych problemów

Filip Malczak

słowa kluczowe:
algorytmy ewolucyjne
płeć
operator selekcji

krótkie streszczenie:
Bardzo krótkie streszczenie w którym powinno się znaleźć omówienie tematu pracy i poruszanych terminów. Tekst ten nie może być zbyt długi.

Promotor:	.....	.....	.....
	imię i nazwisko	*ocena*	*podpis*

Wrocław 2015

Niniejszy dokument został złożony w systemie LaTeX.

Spis treści

Streszczenie

Abstrakt

Abstract

Abstrakt

Rozdział 1

Wprowadzenie

Optymalizacja to zadanie wyboru najlepszego elementu z danego zbioru (nazywanego przestrzenią rozwiązań), gdzie przez najlepszy rozumiemy taki, dla którego tzw. funkcja oceny, czy też kryterium przyjmuje najwyższą (w zadaniu maksymalizacji) lub najniższą (w zadaniu minimalizacji) wartość. Z takim problemem spotykamy się wszędzie tam, gdzie chcemy zwiększyć lub zmniejszyć jakieś wskaźniki,np. zminimalizować koszta produkcji lub transportu, albo zmaksymalizować zyski ze sprzedaży lub jakość klasyfikacji.

Jeżeli funkcję oceny można zapisać w postaci analitycznej (np. w formie układu równań różniczkowych) to zazwyczaj możemy ją optymalizować metodami numerycznymi, analitycznymi lub algebraicznymi. Istnieją sytuacje, w których nie możemy skorzystać z żadnej z tych metod. Powody tego mogą być różne, m.in. możemy nie znać postaci funkcji (bo np. reprezentuje ona obserwacje jakiegoś procesu lub zjawiska), funkcja zapisana analitycznie może nie spełniać pewnych kryteriów (np. nie być różniczkowalna), lub obliczenia mogą zajmować zbyt wiele czasu (np. pełne przeszukiwanie przestrzeni rozwiązań będącej iloczynem kartezjańskim dużej liczby długich wektorów). Sytuacje takie często charakteryzują się tym, że *de facto* nie jest nam potrzebne globalne optimum (tzn najlepsze rozwiązanie ze wszystkich możliwych), a wystarczy rozwiązanie jak najlepsze (tzn. optimum lokalne, lub punkt o wartości kryterium zbliżonej do wartości kryterium optimum globalnego).

Do takich zastosowań przeznaczone są metody nazywane heurystykami. Heurystyką nazywamy skończony ciąg kroków, który może (ale nie musi) prowadzić do odnalezienia właściwego rozwiązania (czyli, w przypadku optymalizacji - znalezienia optimum).

1.1. Algorytmy ewolucyjne

Ewolucja to proces zachodzący w naturze odpowiedzialny za dopasowywanie się osobników danego gatunku do środowiska w jakim żyją. Podstawą tego procesu jest przetrwanie lepiej przystosowanych osobników, dziedziczenie i mutacja.

Przetrwanie lepiej przystosowanych osobników to zasada zgodnie z którą osobniki lepiej dopasowane do środowiska mają większą szansę na przeżycie, a co za tym idzie, na

wydanie potomstwa. Oznacza to, że rodzice większości osobników z kolejnego pokolenia będą radzić sobie w tym środowisku lepiej niż pozostałe osobniki z ich pokolenia.

Dziedziczenie to zjawisko przekazywania cech rodziców dzieciom. Odbywa się ono podczas rozmnażania, a więc zachodzi między dwojgiem rodziców, a potomstwem. Kod genetyczny potomstwa tworzony jest przez losowe łączenie odpowiednich części kodu genetycznego rodziców, przez co kolejne pokolenie dzieli ich cechy. W ten sposób losowe osobniki przejmą od rodziców te cechy, które pozwalały im się dopasować do środowiska i w niektórych przypadkach pozwoli im to na jeszcze lepsze dopasowanie się do otoczenia. Część osobników przejmie jednak nie tylko cechy poprawiające ich szansę przetrwania, ale również cechy negatywne, co przełoży się na ich gorsze dopasowanie.

Mutacja to zjawisko zachodzenia losowych zmian w kodzie genetycznym osobnika, przez które ma on szansę zyskać nowe cechy, które w niektórych przypadkach doprowadzą do lepszego dopasowania. Osobniki z przypadkowymi zmianami, które poprawiają ich dopasowanie mają większe szanse na przeżycie i wydanie potomstwa, *ergo* przypadkowe pozytywne zmiany powinny zostać rozpropagowane wśród osobników przyszłych pokoleń.

Algorytmy ewolucyjne to rodzina heurystyk naśladujących proces ewolucji w celu optymalizacji [2]. Pojedynczy punkt w przestrzeni rozwiązań jest w nich nazywany osobnikiem. Osobniki możemy między sobą porównywać pod względem wartości optymalizowanej funkcji dla nich, a relacja mniejszości (dla problemów minimalizacji) lub większości (dla problemów maksymalizacji) reprezentuje relację bycia lepiej przystosowanym do środowiska. Ponadto, na osobnikach określone są operatory mutacji i krzyżowania, które mają na celu kolejno symulację losowych zmian w osobniku i tworzenie nowych osobników na podstawie starych. Heurystyka polega na wielokrotnym przetworzeniu populacji (czyli zbioru osobników) poprzez zastosowanie każdego z operatorów z pewnym prawdopodobieństwem. W każdym kroku (nazywanym w nomeklaturze algorytmów ewolucyjnych pokoleniem) do dotychczasowej populacji dołączane są wyniki działania tych operatorów (czyli zbiory osobników zmutowanych i potomstwa), a następnie wybierana jest nowa populacja, używana w kolejnym kroku. Aby odwzorować zasadę przetrwania najlepiej dopasowanych osobników do kolejnej populacji wybierane są z wyższym prawdopodobieństwem osobniki lepiej przystosowane.

W naturze rozmnażanie się osobników wielu gatunków jest ściśle związane ze zjawiskiej podziału gatunku na płcie. Bardziej szczegółowy opis tego zjawiska znajduje się w rozdziale 4. Dotychczasowe rozwiązania rzadko (patrz: rozdział 3) uwzględniały ten aspekt procesu ewolucji. Powodem tego jest raczej uproszczenie działania samej heurystyki niż lepsza jakość wyników uzyskiwanych z pominięciem tego aspektu ([3], [5]).

1.2. Cele pracy

Cele tej pracy zostały opisane w tabeli 1.1.

Tabela 1.1. Cele pracy opisanej w tym dokumencie

Nr.	Cel	Opis
1	Formalizacja ogólnego schematu algorytmu ewolucyjnego korzystającego ze zjawiska płci	Schemat algorytmu ewolucyjnego jest w pewnym stopniu dowolny, a stosunkowo mała ilość publikacji w temacie używa różnych formalizmów (patrz: rozdział 3). Powoduje to brak jednej standardowej implementacji, a co za tym idzie utrudnia porównywanie rozwiązań między sobą. Spełnienie tego celu powinno doprowadzić do określenia konkretnego schematu, który pozwoli zaimplementować wybrane istniejące rozwiązania oraz zaproponowane rozwiązanie autorskie.
2	Realizacja i implementacja w zaproponowanym schemacie wybranych rozwiązań literaturowych	Spełnienie tego celu powinno doprowadzić do zdefiniowania wybranych rozwiązań literaturowych w schemacie określonym w celu nr. 1 i implementacji frameworku badawczego opartego o ten schemat, wraz z implementacją tych rozwiązań.
3	Propozycja, realizacja i implementacja nowego rozwiązania w proponowanym schemacie	Jest to główny cel niniejszej pracy, którego efektem powinno być stworzenie nowego podejścia do zagadnienia płci, zbadanie go i porównanie z rozwiązaniami literaturowymi. Realizacja i implementacja powinna się odbyć we frameworku badawczym stworzonym przy celu 2.
4	Zbadanie działania różnych rozwiązań dla wybranych problemów	Podczas realizacji tego celu powinny zostać zebrane wybrane miary jakości działania algorytmu ewolucyjnego dla każdego z podejść, tak aby możliwe było miarodajne porównanie ich ze sobą.

Rozdział 2

Algorytmy ewolucyjne

Algorytmy ewolucyjne to rodzina heurystyk populacyjnych, tzn. heurystyk które operują i zwracają zbiór rozwiązań zamiast pojedynczego wyniku. Podstawowe pojęcia w tej dziedzinie to osobnik, populacja, ocena (nazywana też funkcją oceny, kryterium lub funkcją dopasowania), operator krzyżowania, operator mutacji, operator selekcji i warunek stopu (nazywany też warunkiem zakończenia lub przerwania). Poniższe rozdziały opisują szczegółowe znaczenie wymienionych pojęć, sposób zastosowania heurystyki do rozwiązania problemu oraz sposoby oceny działania heurystyki.

2.1. Działanie

Wymienione wyżej pojęcia określają elementy heurystyki które musimy zdefiniować aby ją zastosować w celu rozwiązania problemu. Każde z tych pojęć niesie ze sobą nie tylko znaczenie i zastosowanie wzorowane na przyrodzie, ale również ograniczenia nałożone na realizację danego elementu, również wynikające z natury.

W tabeli 2.1 zostały pokazane konwencje dotyczące znaczenia czcionek używane w tej pracy.

2.1.1. Pojęcie operatora

W dalszych rozdziałach będziemy używać pojęcia „**operator**", które jest zbliżone do pojęcia funkcji. Różnica między tymi dwoma terminami jest taka, że funkcja musi zawsze zwrócić tą samą wartość dla tego samego argumentu, podczas gdy takie ograniczenie nie musi być spełnione dla operatora. Innymi słowy pojęcie operatora pokrywa

Tabela 2.1. Konwencje dotyczące czcionek

`operator`, `n`	operatory i parametry heurystyki
T, p	zbiory i parametry pomocnicze
$\mathcal{S}$	zbiory używane w definicjach
$\mathbf{R}$	relacje
$\mathbb{N}$	zbiory liczbowe

się z pojęciem funkcji z imperatywnych języków programowania, ale nie pokrywa się z funkcją w rozumieniu matematycznym.

Operator możemy też rozumieć jako zmienną losową opisaną rozkładem parametryzowanym argumentami operatora.

Warto pamiętać, że każda funkcja (w rozumieniu matematycznym) jest operatorem.

Do operatorów możemy stosować niektóre pojęcia używane w stosunku do funkcji. Przez *dziedzinę* operatora rozumiemy przestrzeń dozwolonych argumentów operatora, a przez *przeciwdziedzinę* - zbiór wartości które może zwrócić. Aby uzyskać *wynik* operatora (czyli wartość przez niego zwracaną) *stosujemy* ten operator na *argumentach*.

Dodatkowo, operator możemy *sparametryzować* aby uzyskać inny operator. Przez *parametry* rozumiemy argumenty które w ramach danego ciągu obliczeń są stałe. Przykładowo, operator sąsiedztwa o określonym rozmiarze d dla punktu *(x, y)*:

$$sasiedztwo((x,y),d) \in [x-d, x+d] \times [y-d, y+d]$$

możemy sparametryzować rozmiarem sąsiedztwa, aby uzyskać operator sąsiedztwa o konkretnym rozmiarze:

$$sasiedztwo_5(P) = sasiedztwo(P,5)$$

De facto każdy operator opisywany w tej pracy może być parametryzowany. W kolejnych rozdziałach przyjęto konwencję według której definiując nowy operator zapisywana jest jego minimalna dziedzina, co nie oznacza, że podczas realizacji nie może on być parametryzowany. Analogicznie stwierdzenie, że operator powinien przyjmować daną liczbę argumentów nie oznacza, że nie może on przyjmować ich więcej. Innymi słowy sygnatura postaci:

$$operator : D \rightarrow C$$

gdzie D oznacza dziedzinę, a C przeciwdziedzinę, jest równoważna z:

$$operator : D \times P \rightarrow C$$

gdzie P oznacza przestrzeń parametrów, zależnych od realizacji operatora.

2.1.2. Osobnik, populacja i ocena

Podstawowym pojęciem używanym w opisywanej heurystyce jest **osobnik**. Jest to abstrakcja pojedynczego rozwiązania, nawiązująca do pojedynczego żywego stworzenia charakteryzującego się pewnymi cechami które wpływają na prawdopodobieństwo jego przeżycia i wydania potomstwa. Pojęciem symulującym wpływ cech na prawdopodobieństwo przeżycia jest **funkcja oceny**. Dodatkowo wprowadzamy pojęcie **populacji**, czyli zbioru osobników istniejących w danym momencie w procesie ewolucji.

Realizacją osobnika w heurystyce jest reprezentacja rozwiązania problemu, a realizacją populacji - zbiór rozwiązań, czyli podzbiór przestrzeni rozwiązań.

Ważniejszym pojęciem jest funkcja oceny. Wbrew nazwie nie musi być to funkcja w rozumieniu matematycznym, a operator (patrz: rozdział 2.1.1) [1]. Jego dziedziną powinna być przestrzeń możliwych osobników, a przeciwdziedziną dowolny zbiór na którym możemy określić relację porządku. Relacja ta odpowiada relacji bycia lepiej przystosowanym do środowiska w rzeczywistym procesie ewolucji.

Standardową realizacją osobnika jest wektor binarny, który sprawdza się w wielu zastosowaniach i jest prosty w realizacji programowej lub sprzętowej. Algorytmy ewolucyjne korzytające z takiej reprezentacji nazywane są algorytmami genetycznymi. Reprezentacja jest jednak uzależniona od rozwiązywanego problemu. Często wykorzystuje się bardziej skomplikowane przedstawienia rozwiązania, jak wektor wartości z pewnego zbioru (skończonego, lub nieskończonego, jak liczby), czy drzewo [1] (np. dla problemów aproksymacji funkcji [4]).

Istnieją implementacje i narzędzia do obliczeń ewolucyjnych które rozróżniają pojęcie genotypu osobnika (czyli wewnętrznej reprezentacji rozwiązania, na której stosujemy operatory genetyczne takie jak krzyżowanie i mutacja) i jego fenotypu (czyli reprezentacji zewnętrznej, na podstawie której oceniamy osobnika), jednak jest to jedynie abstrakcja umożliwiająca czytelniejsze zapisanie realizacji odpowiednich pojęć w języku programowania. Niniejsza praca nie wprowadza takiego rozróżnienia, ponieważ nie zmienia ono w żadnym stopniu jakości działania heurystyki i nie jest związane z tematem badań.

Sygnatura 1 Osobnik

$$osobnik \in \mathcal{S} \tag{2.1}$$

Zbiór $\mathcal{S}$ to przestrzeń rozwiązań.

Sygnatura 2 Funkcja oceny

$$\texttt{funkcjaOceny} : \mathcal{S} \to \mathcal{E} \tag{2.2}$$

$$\exists \mathbf{R}_{\prec} \subset \mathcal{E} \times \mathcal{E} \tag{2.3}$$

$$\mathbf{R}_{\lhd} \leftarrow \{(x, y) : (\texttt{funkcjaOceny}(x), \texttt{funkcjaOceny}(y)) \in \mathbf{R}_{\prec}\} \tag{2.4}$$

Zbiór $\mathcal{E}$ to zbiór możliwych ocen osobnika, a $\mathbf{R}_{\prec}$ to relacja porządku na nim określona. Ponadto określamy relację lepszego dopasowania $\mathbf{R}_{\lhd}$, porządkującą przestrzeń osobników według porządku określonego na ich ocenach.

2.1.3. Operatory genetyczne

Dwa podstawowe operatory używane w algorytmach ewolucyjnych to **operator mutacji** i **operator krzyżowania**. Są one stosowane na osobnikach z populacji w

1. Stochastyczną funkcję oceny możemy zastosować na przykład w sytuacji, w której za pomocą algorytmu ewolucyjnego szukamy konfiguracji innej heurystyki. Osobnikiem w takiej sytuacji może być zestaw parametrów konfigurowanej heurystyki, a oceną - średnia jakość działania dla kilku uruchomień.

danym pokoleniu w celu przeszukania lokalnej przestrzeni rozwiązań. W zależności od implementacji, kolejność stosowania operatorów jest różna, a wyniki ich zastosowania są dołączane do całej populacji w danym pokoleniu, lub składają się na nową populację, używaną w kolejnym pokoleniu. W niniejszej pracy stosowane będzie podejście zgodnie z którym osobniki są dołączane do obecnej populacji, która pod koniec obecnego pokolenia jest zmniejszana za pomocą operatora selekcji (opisanego w rozdziale 2.1.4).

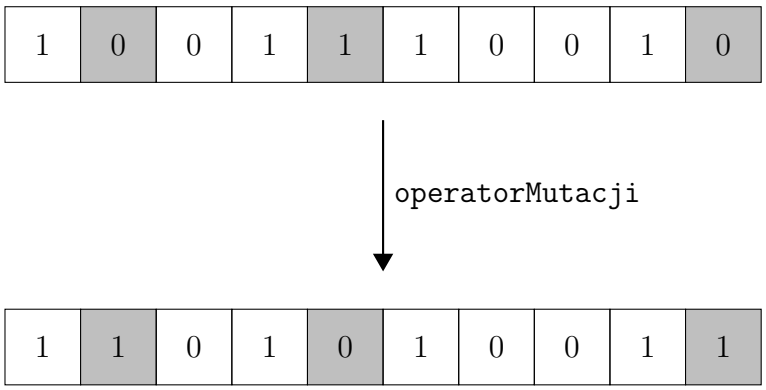
Operator mutacji

Operator mutacji odpowiada za symulowanie losowych zmian zachodzących w kodzie genetycznym. Jego zadaniem jest sterowanie eksploracją przestrzeni rozwiązań.

Dziedziną tego operatora jest przestrzeń rozwiązań, a przeciwdziedziną - $k$krotny iloczyn kartezjański przestrzeni rozwiązań. Oznacza to, że jednokrotne zastosowanie operatora mutacji daje w wyniku k osobników powstałych przez modyfikację osobnika pierwotnego. Każdy ze zwróconych osobników powinien być nieznacznie różny od argumentu operatora.

Jedną z popularnych realizacji tego operatora dla osobnika reprezentowanego jako wektor bitów jest negacja losowych wartości, w wyniku czego otrzymujemy osobniki różniące się od argumentu operatora tylko kilkoma elementami. Na rysunku 2.1 zobrazowano działanie takiego podejścia. Wektor $(1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0)$ to argument operatora. Kolorem zaznaczono losowe pozycje w wektorze, które zostaną zanegowane, w wyniku czego powstanie wektor wyjściowy $(1, \mathbf{1}, 0, 1, \mathbf{0}, 1, 0, 0, 1, \mathbf{1})$.

Rys. 2.1. Działanie przykładowej realizacji operatora mutacji



Z operatorem mutacji ściśle związany jest jeden z parametrów algorytmu ewolucyjnego - prawdopodobieństwo mutacji. Jest to wartość określająca prawdopodobieństwo zastosowania operatora mutacji do osobnika w danym pokoleniu. Jeśli wartość ta jest równa 0, to operator mutacji nie jest w ogóle używany, a jeśli jest równa 1, to operator zostanie zastosowany do każdego osobnika.

Sygnatura 3 Operator mutacji

$$\texttt{operatorMutacji} : \mathcal{S} \rightarrow \mathcal{S}^k \tag{2.5}$$

$$\texttt{prawdopodobienstwoMutacji} \in [0, 1] \tag{2.6}$$

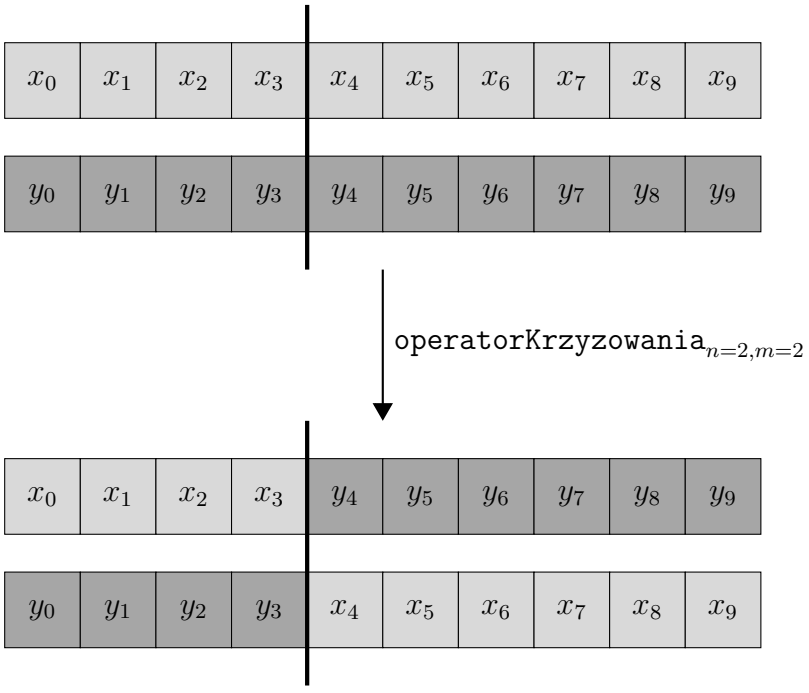
Operator krzyżowania

Operator krzyżowania symuluje proces krzyżowania się osobników w naturze. Jego zadaniem jest sterowanie eksploatacją przestrzeni rozwiązań.

Dziedziną tego operatora jest $n$krotny iloczyn kartezjański przestrzeni rozwiązań, a przeciwdziedziną - $m$krotny iloczyn tej przestrzeni. Oznacza to, że operator ten przyjmuje n osobników (nazywanych *rodzicami*) jako argument, a zwraca m osobników (nazywanych *potomstwem*). Zazwyczaj przyjmuje się $n = 2$ i $m \in \{1, 2\}$. Zwracane osobniki powinny być podobne (w takim sensie, że mają podobną reprezentację) do osobników wejściowych (argumentów operatora).

Jedną z popularnych realizacji dla osobnika reprezentowanego jako wektor dla $n = 2$ jest wybranie losowej pozycji w wektorze (tzw. punktu przecięcia) i zwrócenie 2 osobników powstałych przez zamianę podwektorów od wylosowanej pozycji wzwyż. Na rysunku 2.2 zobrazowano działanie takiego podejścia. Wektory $(x_0, \ldots, x_9)$ i $(y_0, \ldots, y_9)$ to wektory wejściowe. Grubą linią zaznaczono wylosowany punkt przecięcia, wyznaczający podwektory które zostają zamienione. Wynikiem zastosowania operatora są wektory $(x_0, \ldots, x_3, y_4, \ldots y_9)$ i $(y_0, \ldots, y_3, x_4, \ldots x_9)$.

Rys. 2.2. Działanie przykładowej realizacji operatora krzyżowania



Z operatorem krzyżowania ściśle związany jest jeden z parametrów algorytmu ewolucyjnego - prawdopodobieństwo krzyżowania. Jest to wartość określająca prawdopodobieństwo zastosowania operatora krzyżowania do osobnika w danym pokoleniu. Jeśli wartość ta jest równa 0, to operator krzyżowania nie jest w ogóle używany, a jeśli jest równa 1, to operator zostanie zastosowany do każdego osobnika.

Sygnatura 4 Operator krzyżowania

$$\texttt{operatorKrzyzowania} : \mathcal{S}^n \rightarrow \mathcal{S}^m \tag{2.7}$$

$$\texttt{prawdopodobienstwoKrzyzowania} \in [0, 1] \tag{2.8}$$

n to liczba rodziców, a m to liczba potomków.

2.1.4. Operator selekcji

Zadaniem **operatora selekcji** jest symulacja zjawiska przeżycia silniejszych (czyli lepiej dopasowanych) osobników. Jest on stosowany pod koniec każdego pokolenia w celu usunięcia z niej osobników gorzej dopasowanych, poprzez wykorzystanie populacji wyjściowej jako używanej w kolejnym pokoleniu. Zmniejsza on różnorodność genetyczną w obrębie populacji, co w ogólności jest negatywnym efektem, ponieważ zahamowywuje proces eksplorację przestrzeni rozwiązań. Operator mutacji powinien eksplorować ją na tyle efektywnie, żeby operator selekcji odrzucał mało obiecujące kierunki eksploracji zamiast całkiem zatrzymywać jej proces.

Dziedziną tego operatora jest $p$krotny iloczyn kartezjański przestrzeni rozwiązań, co oznacza, że przyjmuje on populację p osobników. Wartość p to ilość osobników w populacji pod koniec danej generacji, więc można ją przybliżać za pomocą równać z linii 2.11-2.13 sygnatury 5, ponieważ w populacji znajdą się osobniki z populacji początkowej tego pokolenia oraz wyniki operatorów mutacji i krzyżowania.

Przeciwdziedziną operatora selekcji jest `rozmiarPopulacji`krotny iloczyn kartezjański przestrzeni rozwiązań, co oznacza, że wynikiem działania operatora powinien być zbiór `rozmiarPopulacji` osobników. Wartość `rozmiarPopulacji` to parametr całej heurystyki, określająca jak liczna powinna być populacja na początku każdego pokolenia. Im większą wartość przyjmuje ten parametr, tym lepsze przeszukiwanie przestrzeni rozwiązań, ale też tym dłużej trwa sama heurystyka (ponieważ trzeba ewaluować więcej osobników i do większej liczby z nich zastosować operatory genetyczne).

Dodatkowo na operator nakłada się wymóg opisany w liniach 2.14-2.17 sygnatury 5. Mówią one o tym, że prawdopodobieństwo tego, że osobnik z populacji wejściowej znajdzie się w populacji wyjściowej powinno być tym większe im lepiej dopasowany jest osobnik. Ma to symulować zasadę przetrwania osobników najlepiej przystosowanych do środowiska.

Najprostsza realizacja takiego operatora polega na posortowaniu populacji pod kątem wartości funkcji oceny (w kolejności rosnącej dla zadania minimalizacji lub malejącej dla zadania maksymalizacji) i zwrócenia pierwszych (czyli najlepszych) `rozmiarPopulacji` osobników. Takie podejście jest czasami nazywane operatorem elitystycznym lub elitarnym. Mimo tego, że wydaje się ono intuicyjne, to praktyka pokazuje, że nie daje ono tak dobrych wyników jak realizacje które nie zawsze zwracają populację zawierającą najlepszego osobnika. Operator elitarny ma tendencję do szybkiego doprowadzania do stagnacji, ponieważ nie pozwala nowym osobnikom (wynikom mutacji lub krzyżowania) na przeżycie, co skutkuje zahamowaniem eksploracji przestrzeni rozwiązań.

Sygnatura 5 Operator selekcji

$$\texttt{operatorSelekcji} : \mathcal{S}^p \rightarrow \mathcal{S}^{\texttt{rozmiarPopulacji}} \tag{2.9}$$
$$\texttt{rozmiarPopulacji} \in \mathbb{N}_+ \tag{2.10}$$
$$p \approx (1 + \texttt{prawdopodobienstwoMutacji} \times k \tag{2.11}$$
$$+ \texttt{prawdopodobienstwoKrzyzowania} \times m) \tag{2.12}$$
$$\times \texttt{rozmiarPopulacji} \tag{2.13}$$
$$T \leftarrow \{t_0, t_1, \ldots t_{\texttt{rozmiarPopulacji}-1}\} \tag{2.14}$$
$$s \in \texttt{operatorSelekcji}(T) \Leftrightarrow \exists_{t \in T} t \equiv s \tag{2.15}$$
$$P(i) \leftarrow P(t_i \in \texttt{operatorSelekcji}(T)) \tag{2.16}$$
$$P(i) < P(j) \Leftrightarrow (t_i, t_j) \in \mathbf{R}_{\lhd} \tag{2.17}$$

2.1.5. Warunek stopu

Warunek stopu, nazywany też warunkiem zatrzymania lub przerwania to pojęcie określające warunek zakończenia heurystyki. Jest to odpowiedź na pytanie „kiedy należy przestać przetwarzanie kolejnych pokoleń?". Często stosuje się takie kryteria jak przekroczenie jakiejś arbitralnej liczby pokoleń, lub zaobserwowanie tzw. stagnacji. Zjawisko takie polega na znacznym zmniejszeniu różnorodności ocen w populacji, co oznacza, że znaleźliśmy optimum lokalne. Jeśli wariancja ocen przez kilka pokoleń się nie zmienia (lub zmienia, ale nie znacząco), to można uznać, że operatory genetyczne nie pozwolą na wyjście z tego optimum i przerwać działanie heurystyki. Warunek zatrzymania możemy traktować jako dodatkowy operator, jednak trudno jest określić jego jednoznaczną sygnaturę, ze względu na dowolność realizacji. W sygnaturze 6 przedstawiono ogólny zapis operatora (z dowolną dziedziną, linia 2.18) i sygnaturę jego przykładowej realizacji (opartej o stałą liczbę pokoleń, linia 2.19).

Sygnatura 6 Warunek zatrzymania i jego przykładowa realizacja

$$\texttt{warunekStopu} : \ldots \rightarrow \{0, 1\} \tag{2.18}$$

$$\texttt{warunekStopu} : \mathbb{N} \rightarrow \{0, 1\} \tag{2.19}$$
$$\texttt{warunekStopu}(g) = 1 \Leftrightarrow g \leqslant \overline{g} \tag{2.20}$$

Zwrócenie wartości 1 oznacza, że należy zakończyć działanie heurystyki, a 0 - sytuację odwrotną.
Wartość g oznacza numer obecnego pokolenia (zaczynając od 1), a $\overline{g}$ - maksymalną dopuszczalną liczbę pokoleń w ramach jednego przebiegu algorytmu ewolucyjnego.

2.1.6. Schemat algorytmu

Na rysunku 2.3 zobrazowane zostały różne elementy schematów blokowych używane w tej pract, opisane w tabeli 2.2. Ponadto, w algorytmach używany jest operator

$random(X)$ opisany sygnaturą 7, zwracający losowy element zbioru X (z rozkładem równomiernym).

Sygnatura 7 Operator $random(S)$

$$random : A^n \rightarrow A \tag{2.21}$$
$$n \in \mathbb{N}_+ \tag{2.22}$$
$$X \leftarrow \{x_0, x_1, \ldots x_{n-1}\} \tag{2.23}$$
$$\forall_{x_i, x_j \in X} P(random(X) = x_i) = P(random(X) = x_j) \tag{2.24}$$

A to dowolny zbiór, a n jego rozmiar.

Rys. 2.3. Elementy schematów blokowych używane w tej pracy

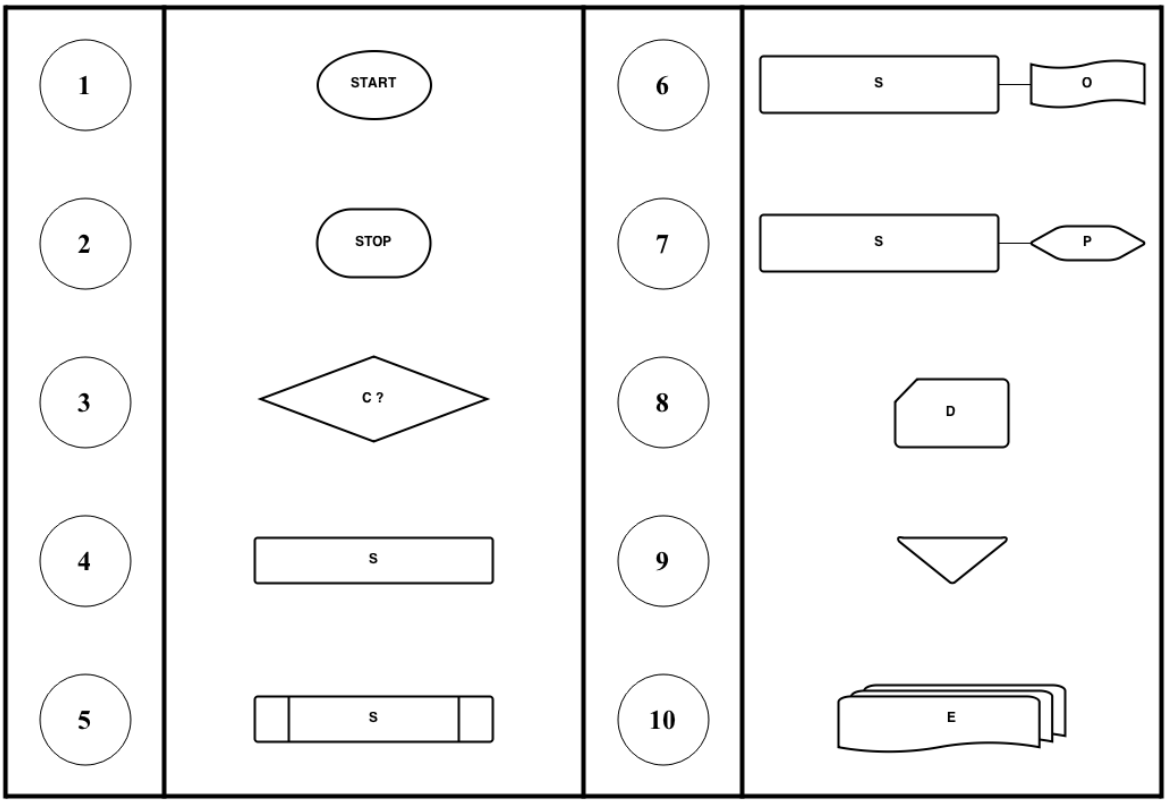
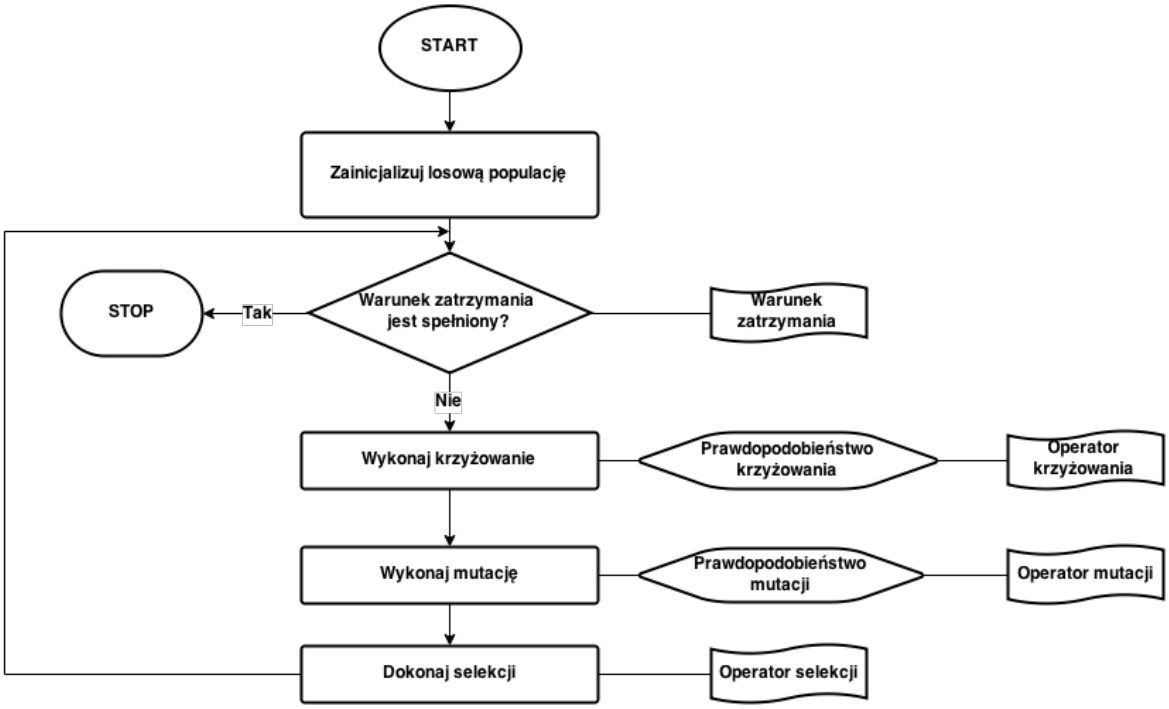


Tabela 2.2. Opis konwencji dotyczących elementów schematów blokowych

①	Symbol rozpoczęcia heurystyki.
②	Symbol rozpoczęcia heurystyki.
③	Symbol oznaczający ewaluację warunku C i kontynuację procesu zgodnie z jego wynikiem.
④	Symbol oznaczający wykonanie kroku opisanego przez S.
⑤	Symbol tożsamy z symbolem ④ , jednak stosowany w opisie proponowanego podejścia dla zaznaczenia różnic ze standardowym schematem (używane w rozdziale 4).
⑥	Taka kombinacja symboli oznacza, że podczas wykonywania kroku S używany jest operator O.
⑦	Taka kombinacja symboli oznacza, że podczas wykonywania kroku S używany jest parametr P.
⑧	Symbol oznaczający, że dany schemat wyjaśnia szczegółowe działanie kroku D.
⑨	Symbol oznaczający rozpoczęcie lub zakończenie szczegółowo opisywanego kroku.
⑩	Symbol oznaczający wykonanie kolejnego symbolu dla każdego z elementów opisanych przez E.

Rys. 2.4. Ogólny schemat działania algorytmów ewolucyjnych



Na rysunku 2.4 zobrazowany został ogólny schemat działania algorytmów ewolucyjnych.

Cały proces rozpoczyna się od inicjalizacji populacji przy pomocy losowych osobników. Następnie, póki warunek zatrzymania nie jest spełniony, powtarzane jest kilka kroków wykonywanych w ramach jednego pokolenia. Są to kolejno: krzyżowanie, mutacja i selekcja naturalna.

Algorytm 2.1 opisuje szczegóły kroku "Wykonaj krzyżowanie". Krok ten rozpoczyna się od inicjalizacji zmiennej *noweOsobniki* na pusty zbiór (w linii 2.), który w linii 10. zostanie dołączony do ogólnej populacji. Dla każdego osobnika w populacji (linia 3) sprawdzane jest, czy należy wykonać krzyżowanie z jego udziałem (linia 4). Jeżeli tak, to losowo dobierany jest jego partner (linia 5), a następnie na tak określonej parze osobników stosowany jest operator krzyżowania, którego wynik jest dołączany do zbioru *noweOsobniki*. Schemat ten przewiduje, że operator krzyżowania przyjmuje 2 osobniki jako argument (tzn. $n = 2$, patrz: rozdział 2.1.3), przez co wartość, z którą porównujemy losowo wybraną liczbę z przedziału $[0, 1]$ to $\texttt{prawdopodobienstwoKrzyzowania}/2$. W ogólności, dla dowolnego n wartość ta wynosi $\texttt{prawdopodobienstwoKrzyzowania}/n$, a zamiast jednego partnera należy wybrać ich $n - 1$.

Algorytm 2.2 opisuje szczegóły kroku "Wykonaj mutację". Krok rozpoczyna się od inicjalizacji zmiennej *noweOsobniki* na pusty zbiór (w linii 2.), który w linii 9. zostanie dołączony do ogólnej populacji. Dla każdego osobnika w populacji (linia 3) sprawdzane jest, czy należy wykonać na nim mutację (linia 4), a jeśli tak, to stosowany jest do niego operator mutacji, którego wynik zostaje dołączony do zbioru *noweOsobniki* (linie 5 i 6).

Algorytm 2.3 opisuje szczegóły kroku "Dokonaj selekcji naturalnej", który *de facto* sprowadza się do zastąpienia dotychczasowej populacji wynikiem zastosowania opera-

tora selekcji na niej (linia 1).

Algorytm 2.1 Szczegółowy schemat działania kroku "Wykonaj krzyżowanie"

Potrzebne zmienne, parametry i operatory:
populacja ▷ Obecna populacja, tj. zbiór osobników
`prawdopodobienstwoKrzyzowania` ▷ Prawd. krzyżowania
`operatorKrzyzowania` ▷ Operator krzyżowania

1: **procedure** CROSSINGOVER
2: **var** $noweOsobniki \leftarrow \emptyset$
3: **for all** $osobnik \in populacja$ **do**
4: **if** $random([0,1]) \leqslant \texttt{prawdopodobienstwoKrzyzowania}/2$ **then**
5: **var** $partner \leftarrow random(populacja \setminus \{osobnik\})$
6: **var** $potomek \leftarrow \texttt{operatorKrzyzowania}(osobnik, partner)$
7: $noweOsobniki \leftarrow noweOsobniki \cup \{potomek\}$
8: **end if**
9: **end for**
10: $populacja \leftarrow populacja \cup noweOsobniki$
11: **end procedure**

Algorytm 2.2 Szczegółowy schemat działania kroku "Wykonaj mutację"

Potrzebne zmienne, parametry i operatory:
populacja ▷ Obecna populacja, tj. zbiór osobników
`prawdopodobienstwoMutacji` ▷ Prawd. mutacji
`operatorMutacji` ▷ Operator mutacji

1: **procedure** MUTATION
2: **var** $noweOsobniki \leftarrow \emptyset$
3: **for all** $osobnik \in populacja$ **do**
4: **if** $random([0,1]) \leqslant \texttt{prawdopodobienstwoMutacji}$ **then**
5: **var** $mutant \leftarrow \texttt{operatorMutacji}(osobnik)$
6: $noweOsobniki \leftarrow noweOsobniki \cup \{mutant\}$
7: **end if**
8: **end for**
9: $populacja \leftarrow populacja \cup noweOsobniki$
10: **end procedure**

Tak zdefiniowany proces służy do efektywnego przeszukiwania przestrzeni rozwiązań, tymczasem zadanie optymalizacji ma na celu znalezienie jednego, jak najlepszego rozwiązania. Oznacza to, że jedno z rozwiązań, które zostanie zbadane w trakcie działania heurystyki musi być zapamiętane i zwrócone jako wynik. Naiwnym podejściem jest analiza populacji po ostatnim pokoleniu i zwrócenie najlepszego z osobników. Jako że operator selekcji nie gwarantuje tego, że w zbiorze wynikowym znajdzie się najlepszy osobnik ze zbioru wejściowego, to istnieje szansa, że najlepsze rozwiązanie z ostatniej populacji nie jest najlepszym rozwiązaniem znalezionym w trakcie działania heurystyki. Zamiast tego podczas działania heurystyki zapamiętujemy globalnie najlepsze rozwiązanie na jakie trafiliśmy i właśnie je traktujemy jako rozwiązanie problemu optymalizacji. Zazwyczaj realizuje się to w ten sposób, że definiuje się zmienną przechowującą

Algorytm 2.3 Szczegółowy schemat działania kroku "Dokonaj selekcji naturalnej"

Potrzebne zmienne, parametry i operatory:
populacja ▷ Obecna populacja, tj. zbiór osobników
`rozmiarPopulacji` ▷ Rozmiar populacji
`operatorSelekcji` ▷ Operator selekcji

1: **procedure** NATURALSELECTION
2: $populacja \leftarrow \texttt{operatorSelekcji}_{\texttt{rozmiarPopulacji}}(populacja)$
3: **end procedure**

globalne optimum, która początkowa ma wartość pustą. Po zakończeniu pierwszego pokolenia, ale przed zastosowaniem operatora selekcji zapisuje się w niej najlepsze rozwiązanie w tym pokoleniu. W dalszych pokoleniach, również przed zastosowaniem operatora selekcji, porównuje się ocenę obecnego globalnego optimum i najlepszego osobnika z danego pokolenia (optimum lokalnego). Jeśli optimum lokalne jest lepsze niż globalne, to zastępuje je ono.

2.2. Analiza jakości działania

Algorytmy ewolucyjne to rodzina losowych, iteracyjnych heurystyk populacyjnych. Określenie „losowych" oznacza, że każde uruchomienie procesu optymalizacji może zwrócić inny wynik. Co za tym idzie, ocena działania heurystyki dla danego zestawu parametrów jest trudna i wymaga wielokrotnego zebrania wyników. W następnych rozdziałach opisane zostaną sposoby analizy jakości działania pojedynczego przebiegu heurystyki, jak i wielu przebiegów o tych samych parametrach.

2.2.1. Analiza jednego przebiegu heurystyki

Jak było wspomniane wyżej, algorytmy ewolucyjne to iteracyjne heurystyki populacyjne. Oznacza to, że w ramach jednego procesu optymalizacji wielokrotnie powtarzamy pewien krok (stąd określenie „iteracyjne") w którym badamy wiele rozwiązań (stąd określenie „populacyjne").

Aby ocenić pojedynczy przebieg, możemy analizować pewne statystyki oceny w skali populacji na przestrzeni wielu pokoleń.

Podstawowe statystyki używane w tym celu, to m.in.:
- najlepsza i najgorsza ocena osobnika z populacji,
- średnia i odchylenie standardowe (lub wariancja [2]) oceny osobników w populacji,
- mediana i kwantyle oceny osobników w populacji.

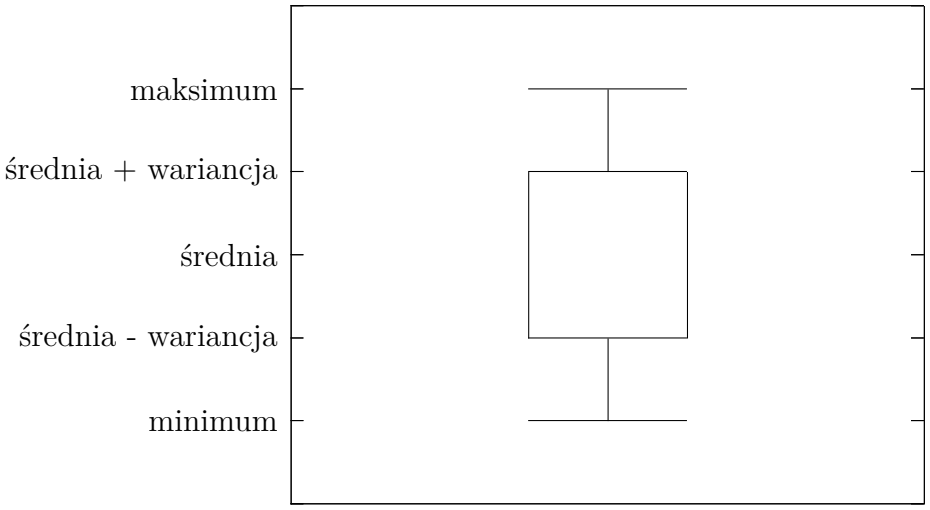
Wartości te można wygodnie zobrazować na wykresie pudełkowym, na osi odciętych umieszczając numery pokoleń, a na osi rzędnych - wartości odpowiednich statystyk. Takie zobrazowanie przebiegu heurystyki pozwala na wyciągnięcie wniosków i stosowne dopasowanie parametrów heurystyki (np. jeśli w problemie minimalizacji wszystkie wartości stopniowo maleją, to być może warto zwiększyć rozmiar populacji lub zmie-

2. Często wariancji używa się do automatyzacji oceny, ponieważ obliczenie jej nie wymaga czasochłonnego pierwiastkowania. Znając wariancję w dowolnym momencie możemy obliczyć odchylenie standardowe, np. w celu prezentacji oceny.

nić kryterium zatrzymania, aby cały proces trwał dłużej, ponieważ taka obserwacja wskazuje na efektywne działanie heurystyki).

W tej pracy do analizy wykorzystano tylko 4 z wyżej wymienionych statystyk: średnią, wariancję[3], minimum i maksimum. Są one w pełni wystarczające do analizy porównawczej między uruchomieniami. Na rysunku 2.5 przedstawiono konwencje dotyczące rysowania wykresów przyjęte w tym dokumencie.

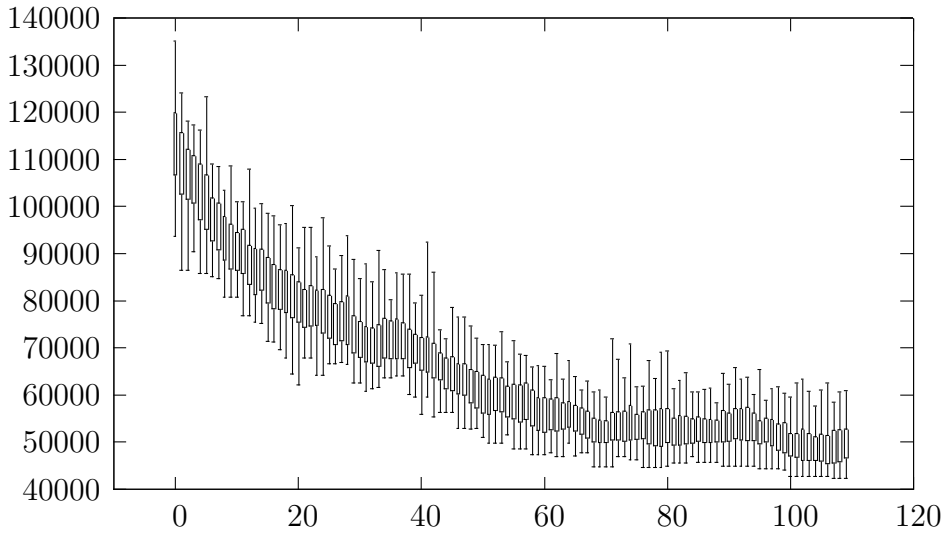
Rys. 2.5. Konwencje dotyczące rysowania wykresów



Na rysunku 2.6 przedstawiony jest przykładowy wykres statystyk populacji na przestrzeni wielu pokoleń. Wykresy takie, nazywane w skrócie *wykresami przebiegów*, będą wykorzystywane w tej pracy do analizy pojedynczych uruchomień heurystyki.

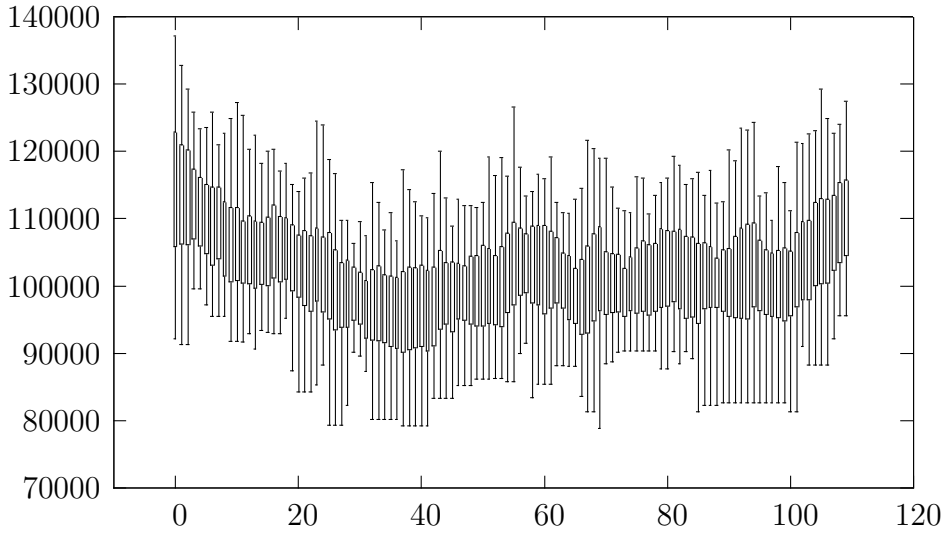
3. Zdecydowano się na wykorzystanie wariancji zamiast odchylenia standardowego ponieważ wartości odchylenia okazały się być zbyt małe, aby były dostrzegalne na wykresach.

Rys. 2.6. Przykładowy wykres przebiegu



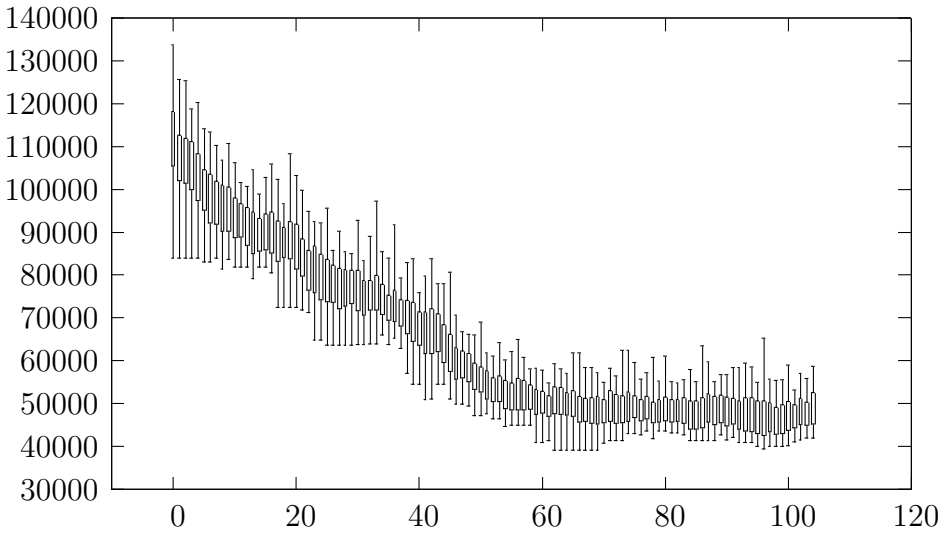
Na rysunku 2.7 przedstawiony jest wykres przebiegu na którym możemy zaobserwować sytuację opisaną na końcu rozdziału 2.1.6, tzn. taką, w której optimum globalne jest znalezione w innym pokoleniu niż ostatnie.

Rys. 2.7. Wykres przebiegu, w którym globalne optimum nie znajduje się w ostatniej populacji



Na rysunku 2.8 przedstawiono sytuację, w której obserwujemy tzw. stagnację (wspominaną już w rozdziale 2.1.5). Możemy zaobserwować, że od pewnego momentu (około sześćdziesiątej generacji) kolejne pokolenia nie przynoszą znaczącej zmiany wyniku, co mogłoby być powodem do przerwania działania heurystyki.

Rys. 2.8. Wykres przebiegu w którym obserwujemy stagnację



2.2.2. Analiza wielu przebiegów heurystyki

Jak zostało wspomniane na początku tego rozdziału, algorytmy ewolucyjne to heurystyki losowe, przez co za każdym uruchomieniem zwracają różne wartości. Aby ocenić wyniki procesu optymalizacji dla różnych zestawów parametrów należy kilkukrotnie powtórzyć proces i porównywać statystyki wyników. Jeśli jesteśmy w trakcie dostrajania heurystyki (czyli dobierania najlepszych parametrów), to taką statystyką może być najlepszy wynik z kilku powtórzeń, jednak jeśli chcemy przeprowadzić miarodajne badania, to najprostszym podejściem dającym wgląd w jakość działania jest obliczenie średniej i wariancji (lub odchylenia standardowego, patrz: przypis 2) wyników wielu przebiegów dla różnych konfiguracji i porównanie ich testem statystycznym, takim jak np. test t-studenta.

Rozdział 3

Przegląd literatury

Rozdział 4

Proponowane rozwiązania

Dotychczasowe implementacje algorytmów ewolucyjnych zazwyczaj (choć nie zawsze [3], [5]) pomijały ważny aspekt procesu ewolucji, który w przyrodzie okazuje się mieć duży wpływ na dopasowywanie się gatunków do środowiska - podział gatunku na płcie. W rzeczywistości większa część istniejących gatunków, zaczynając od dość prostych (jak owady, czy rośliny), a kończąc na złożonych (takich jak ssaki), do rozmnażania potrzebują dwóch rodziców różniących się konkretnym chromosomem. Różnica ta jest powodem istnienia całego zespołu cech, które pozwalają podzielić osobniki na żeńskie i męskie, a w ogólności na osobniki różnych płci. Mimo, że nie jest to spotykane w naturze, to w ramach eksperymentu myślowego można założyć dowolną liczbę płci, a nie tylko dwie.

4.1. Heurystyka DSEA

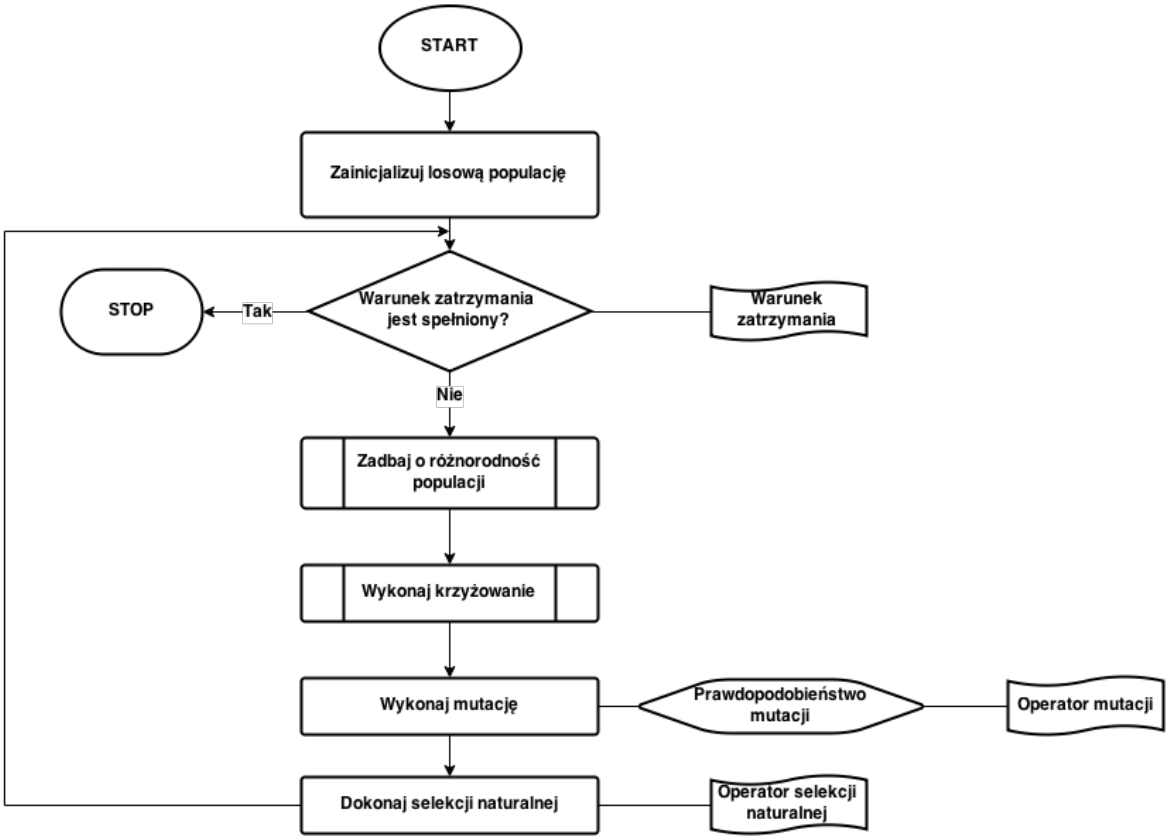
Jak zostało pokazane w rozdziale 3, istnieją rozwiązania które nie ignorują podziału populacji na płcie. Aby skutecznie je porównać i zaproponować nowe podejście, zdefiniowano schemat działania heurystki, opisany schematem blokowym znajdującym się na rysunku 4.1. Ujmuje on wyżej opisany aspekt biologii organizmów w ramach nowego operatora genetycznego. W dalszej części pracy tak zdefiniowaną heurystykę nazywać będziemy **algorytmem ewolucyjnym o podwójnej selekcji** (ang. *double selection evolutionary algorithm*) i odnosić się do niej przy pomocy skrótu **DSEA**, będącego akronimem nazwy angielskiej.

4.1.1. Działanie

Na rysunku 4.1 przedstawiono schemat działania heurystyki DSEA w postaci schematu blokowego[1].

1. Konwencje dotyczące elementów schematów przedstawionych w całości pracy zostały przedstawione na rysunku 2.3 w rozdziale 2.1.6.

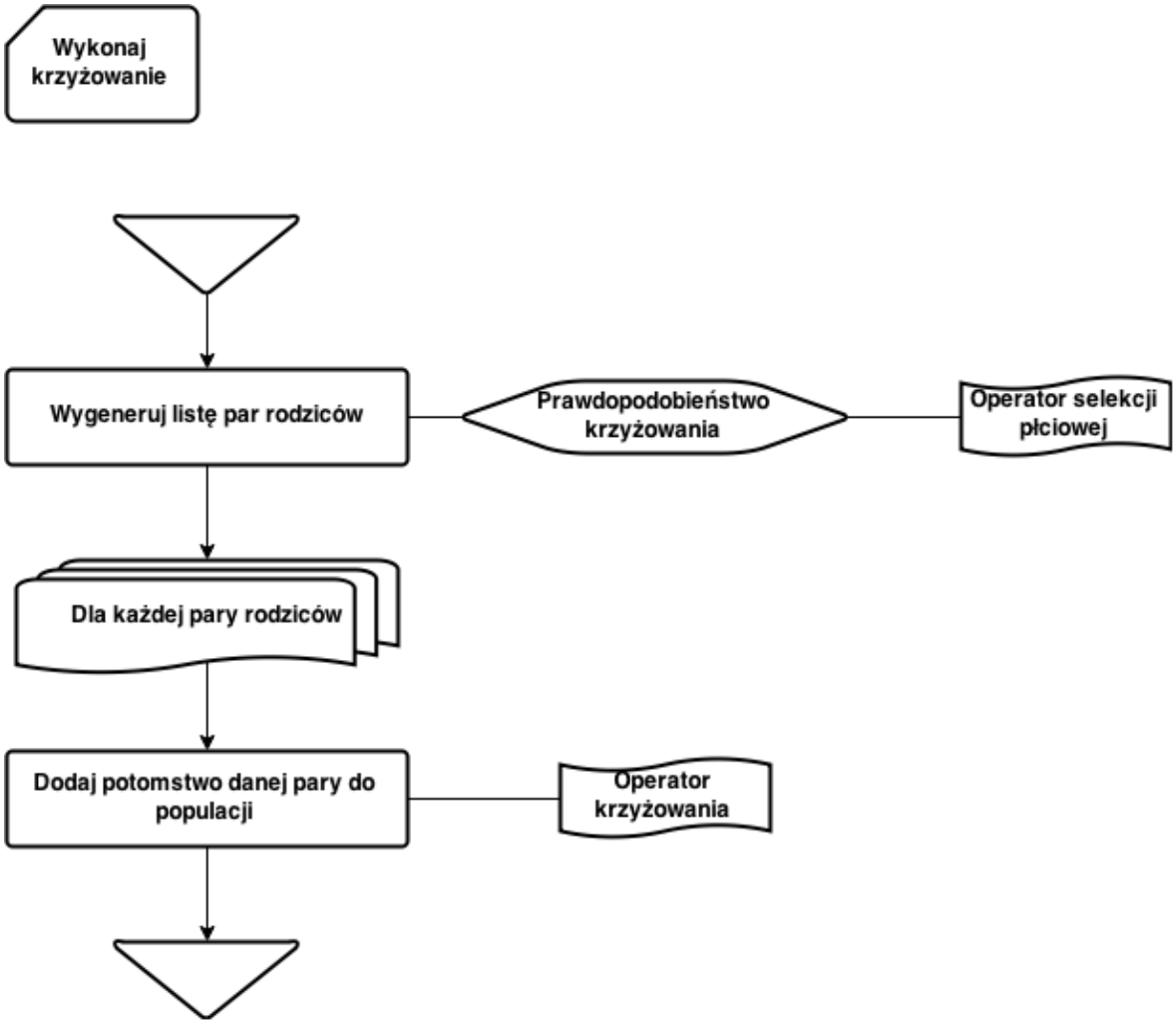
Rys. 4.1. Schemat działania heurystyki DSEA



W większej części diagram zgadza się z diagramem 2.4 przedstawionym w rozdziale 2.1.6. Istotne różnice między diagramami to zmiana działania kroku "Wykonaj krzyżowanie oraz dodanie nowego kroku Żadbaj o różnorodność populacjiżaraz przed nim. Zostały one zdefiniowane w rozdziałach kolejno 4.1.1 i i 4.3. Ponadto, zmieniła się nazwa operatora używanego w kroku "Dokonaj selekcji naturalnej", co zostanie opisane w rozdziale 4.1.2.

Krok „Wykonaj krzyżowanie”

Rys. 4.2. Szczegóły działania kroku „Wykonaj krzyżowanie”



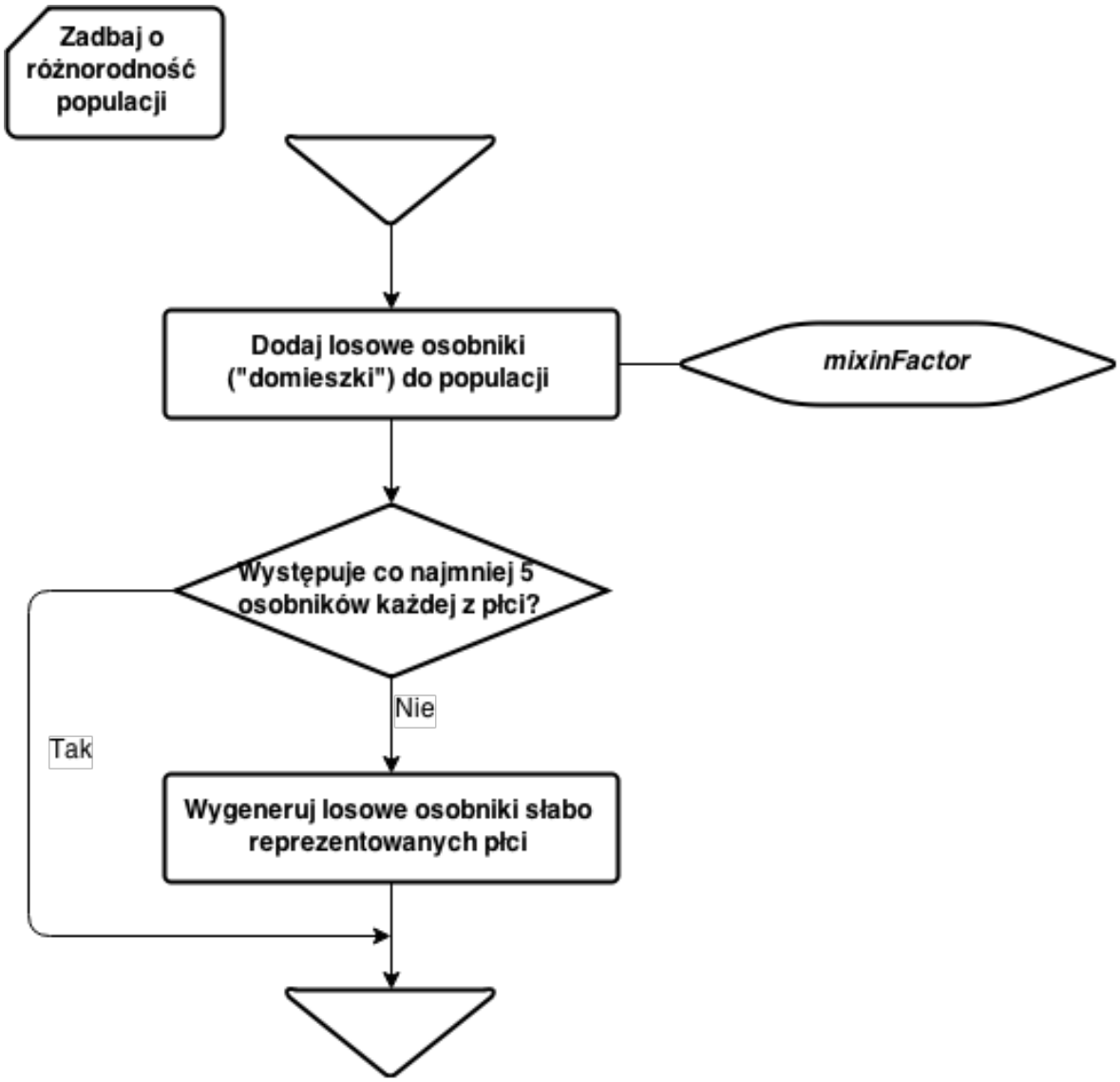
Na rysunku 4.2 znajduje się diagram przedstawiający krok ”Wykonaj krzyżowanie”jako sekwencję mniejszych kroków. Za pomocą operatora selekcji płciowej[2] generowana jest lista par rodziców. Następnie, dla każdej z nich wykonuje się krzyżowanie, traktując oba osobniki z pary jako argumenty operatora krzyżowania, a jego wynik dołączając do populacji. W przeciwieństwie do realizacji opisanej w rozdziale 2.1.6 przy pomocy algorytmu 2.1 wyniki operatora krzyżowania nie są dołączane do osobnego zbioru, a od razu do całości populacji. Jest tak, ponieważ zadanie wyboru rodziców jest oddelegowane do operatora, który zawsze zostanie użyty przed operatorem krzyżowania.

2. W rozdziale 4.1.3 opisane zostanie znaczenie i sygnatura tego operatora, wyjaśnione jest uproszczenie polegające na zwracaniu par rodziców oraz różnica w interpretacji parametru `prawdopodobienstwoKrzyzowania`.

Krok „Zadbaj o różnorodność populacji"

Wprowadzenie podziału populacji na płcie powinno skutkować odmiennym traktowaniem osobników w zależności od tej cechy. Co za tym idzie, obie podgrupy powinny różnić się tym bardziej, im więcej generacji zostało przeprowadzonych. Efekt taki ma zarówno wady, jak i zalety. Dzięki niemu potomstwo (czyli wynik operatora krzyżowania) w danej populacji powinno również zachować większą różnorodność. Negatywną stroną tego zjawiska jest fakt, że operator selekcji naturalnej, który nie powinien brać pod uwagę płci, może zaburzyć stosunek liczności osobników danych płci względem siebie. W skrajnych sytuacjach może dojść do tego, że w całej populacji zabraknie osobników którejś z płci, co uniemożliwi dalsze działanie heurystyki (ponieważ niemożliwe byłoby zastosowanie operatora krzyżowania). Ponadto, im dysproporcje między różnymi płciami będą większe, tym mniejsza będzie różnorodność całej populacji, co szybko prowadzi do stagnacji.

Rys. 4.3. Szczegóły działania kroku „Zadbaj o różnorodność populacji"



Na rysunku 4.3 przedstawiono krok mający ograniczyć negatywne efekty podziału na płcie, opisane wyżej.

opisać schemat, odwoływać się do poprzednich rozdziałów, nowe elementy opisane są w kolejnyc

4.1.2. Operator selekcji naturalnej

ta sama semantyka, ściślejsza nazwa, powtórzyć sygnature, opisać realizację opartą o op. wybor

Operator wyboru

Wyjaśnić sens, przedstawić sygnaturę, opisać przykładowe, powiedzieć, że ich realizacja jest w e

4.1.3. Operator selekcji płciowej

nowe toto, wyjaśnić po co, sygnatura

4.1.4. Realizacja wybranych rozwiązań literaturowych (?) w modelu DSEA

troche prozy

GGA

Działanie, realizacja genSel, tuning innych elementów, żeby pasowało

SexualGA

Działanie, realizacja genSel, tuning innych elementów, żeby pasowało

4.2. Proponowany operator selekcji płciowej

Motywacja, działanie

4.2.1. Realizacja

algorytm

Rozdział 5

Eksperymenty

5.1. Implementacja

5.1.1. Komponenty niezależne od problemu

5.1.2. TSP

działanie operatorów, etc

5.1.3. Knapsack

...

5.1.4. (?)

...

5.2. Procedury eksperymentów

eksploracja z nawrotami/czysty przegląd/inne procedury z etapu 2

5.3. Przeprowadzone eksperymenty

Wyjaśnić strukture

5.3.1. TSP

Initial

Konfiguracja zakresy parametrów, parametry początkowe, ilość nawrotów i powtórzeń

Przebieg Kolejno znajdowane konfiguracje

Wyniki 10 najlepszych max, 10 najlepszych avg, zestawić w tabelki, opisać 1 najlepszy pokazać i opisać przebieg

Tweak

...

Compare

...

SexualGA

... - co tu będzie?

GGA

... - jw?

5.3.2. Knapsack

...

5.3.3. (?)

...

Rozdział 6

Wnioski i spostrzeżenia

Rozdział 7

Dalsze drogi rozwoju

wywalić listy (?), poradzić sobie z podwójną bibliografią (patrz: spis treści)

Spis rysunków

Spis tablic

Spis sygnatur

Bibliografia

[1] Cramer N. L. A representation for the adaptive generation of simple sequential programs. In *Proceedings of the First International Conference on Genetic Algorithms*, pages 183–187, 1985.

[2] Davis L. et al. *Handbook of genetic algorithms*, volume 115. Van Nostrand Reinhold New York, 1991.

[3] Rejeb J., AbuElhaij M. New gender genetic algorithm for solving graph partitioning problems. In *Circuits and Systems, 2000. Proceedings of the 43rd IEEE Midwest Symposium on*, volume 1, pages 444–446 vol.1, 2000.

[4] Streeter M., Becker L. Automated discovery of numerical approximation formulae via genetic programming. *Genetic Programming and Evolvable Machines*, 4(3):255–286, 2003.

[5] Wagner S., Affenzeller M. SexualGA: Gender-specific selection for genetic algorithms. In *WMSCI 2005 - The 9th World Multi-Conference on Systemics, Cybernetics and Informatics, Proceedings*, volume 4, pages 76–81, Institute for Formal Models and Verification, Johannes Kepler University, 2005.