



Politechnika Wrocławska

Wydział Informatyki i Zarządzania

Kierunek studiów: Informatyka

Specjalność: Inteligentne Systemy Informatyczne

Praca dyplomowa - magisterska

ALGORYTMY EWOLUCYJNE Z UWZGLĘDNIENIEM
PŁCI W ROZWIĄZYWANIU WYBRANYCH
PROBLEMÓW

Filip Malczak

słowa kluczowe:
algorytmy ewolucyjne
płeć
operator selekcji

krótkie streszczenie:

Bardzo krótkie streszczenie w którym powinno się znaleźć omówienie tematu pracy i poruszanych terminów. Tekst ten nie może być zbyt długi.

Promotor:
	<i>imię i nazwisko</i>	<i>ocena</i>	<i>podpis</i>

Do celów archiwalnych pracę dyplomową zakwalifikowano do:*

a) kategorii A (akta wieczyste)

b) kategorii BE 50 (po 50 latach podlegające ekspertyzie)

*niepotrzebne skreślić

Spis treści

Wprowadzenie	3
Rozdział 1. Algorytmy ewolucyjne	5
1.1. Idea algorytmów ewolucyjnych	5
1.2. Formalny opis operatorów i parametrów	9
1.2.1. Przyjęte zasady oznaczania	9
1.2.2. Pojęcie operatora	10
1.2.3. Osobnik, populacja i ocena	12
1.2.4. Operator mutacji	13
1.2.5. Operator krzyżowania	14
1.2.6. Operator selekcji	14
1.2.7. Warunek stopu	16
1.3. Szczegóły działania algorytmu ewolucyjnego	16
1.4. Analiza jakości działania	18
1.4.1. Analiza jednego przebiegu heurystyki	18
1.4.2. Analiza wielu przebiegów heurystyki	21
1.5. Przegląd literatury	21
Rozdział 2. Proponowane rozwiązania - algorytm ewolucyjny DSEA (ang. <i>double selection evolutionary algorithm</i>)	23
2.1. Algorytm DSEA w szczegółach	24
2.1.1. Operator selekcji naturalnej	25
2.1.2. Operator selekcji płciowej	28
2.1.3. Różnice w działaniu kroków algorytmu DSEA względem klasycznych algorytmów ewolucyjnych	28
2.1.4. Realizacja wybranych operatorów selekcji płciowej	32
2.2. Proponowany operator selekcji płciowej	35
Rozdział 3. Przeprowadzone badania	39
3.1. Wybrane problemy testowe	39
3.2. Implementacja	40
3.3. Badania	41
3.3.1. Badania wrażliwości metaheurystyki na wartość parametrów	42
3.3.2. Badanie efektywności metaheurystyki w zależności od operatorów selekcji	44
Rozdział 4. Wnioski i spostrzeżenia	53
Rozdział 5. Dalsze drogi rozwoju	55

Bibliografia	57
Dodatek A.	59
A.1. Implementacja operatorów i problemów użytych w badaniach	59
A.1.1. Komponenty niezależne od problemu	59
A.1.2. Implementacja problemu komiwojażera	62
A.1.3. Implementacja problemu plecakowego	65
A.2. Procedura eksploracji	67
A.3. Przebieg procedury eksploracji	69
A.3.1. Problem komiwojażera	69
A.3.2. Problem plecakowy	72
A.4. Pełne wyniki badań	74
A.4.1. Oceny uruchomień	74
A.4.2. Średnia i odchylenie standardowe ocen	74

Abstrakt

Streszczenie

Abstrakt

Abstract

referencje oddzielnie -> razem (1) (2) -> (1, 2)

Wprowadzenie

Ewolucja to proces zachodzący w naturze odpowiedzialny za dopasowywanie się osobników danego gatunku do środowiska w jakim żyją. Podstawą tego procesu jest zasada przetrwania lepiej przystosowanych osobników oraz zjawiska dziedziczenia i mutacji.

Algorytmy ewolucyjne to rodzina heurystyk naśladujących proces ewolucji w celu optymalizacji [6]. Pojedynczy element przestrzeni rozwiązań jest w nich nazywany osobnikiem. Osobniki możemy między sobą porównywać pod względem wartości optymalizowanej funkcji dla nich, a relacja mniejszości (dla problemów minimalizacji) lub większości (dla problemów maksymalizacji) reprezentuje relację bycia lepiej przystosowanym do środowiska. Ponadto, na osobnikach określone są operatory mutacji i krzyżowania, które mają na celu symulację odpowiednich zjawisk występujących w przyrodzie. Heurystyka polega na wielokrotnym przetworzeniu populacji (czyli zbioru osobników) poprzez zastosowanie każdego z operatorów z pewnym prawdopodobieństwem. W każdym kroku (nazywanym w tym przypadku pokoleniem) do dotychczasowej populacji dołączane są wyniki działania tych operatorów, a następnie wybierana jest nowa populacja, używana w kolejnym kroku algorytmu ewolucyjnego. Aby odwzorować zasadę przetrwania najlepiej dopasowanych osobników, do kolejnej populacji wybierane są z wyższym prawdopodobieństwem osobniki lepiej przystosowane.

W naturze rozmnażanie się osobników wielu gatunków jest ściśle związane ze zjawiskiem podziału gatunku na płcie. W dostępnej literaturze dotyczącej tematu algorytmów ewolucyjnych rzadko można znaleźć prace, w których uwzględnia się ten aspekt procesu ewolucji. Powodem tego jest raczej chęć uproszczenia działania samej heurystyki niż lepsza jakość wyników uzyskiwanych z pominięciem tego aspektu ([10], [14]).

Celem niniejszej pracy jest opracowanie algorytmu ewolucyjnego uwzględniającego płć osobników i zbadanie jego skuteczności na wybranych problemach, oraz porównanie go z klasycznym algorytmem ewolucyjnym i wybranymi rozwiązaniami znanymi z literatury.

Ponadto autor opracował opis formalny algorytmu ewolucyjnego uwzględniającego płć. Na jego podstawie powstała biblioteka programistyczna, wykorzystana w celu porównania jakości optymalizacji wybranych metaheurystyk.

Rozdział 1

Algorytmy ewolucyjne

Ten rozdział poświęcony jest omówieniu algorytmów ewolucyjnych. W pierwszej jego części opisana jest ogólna idea tych heurystyk. Kolejna sekcja skupia się na formalnym opisie poszczególnych pojęć. Po niej znajduje się część, w której znajdziemy szczegóły idei opisanej na początku, zapisane z użyciem pojęć przedstawionych w sekcji drugiej. W następnym podrozdziale opisane zostały sposoby oceny i analizy działania algorytmów ewolucyjnych. Całość zamyka przegląd prac naukowych poświęconych zagadnieniu płci w dziedzinie algorytmów ewolucyjnych.

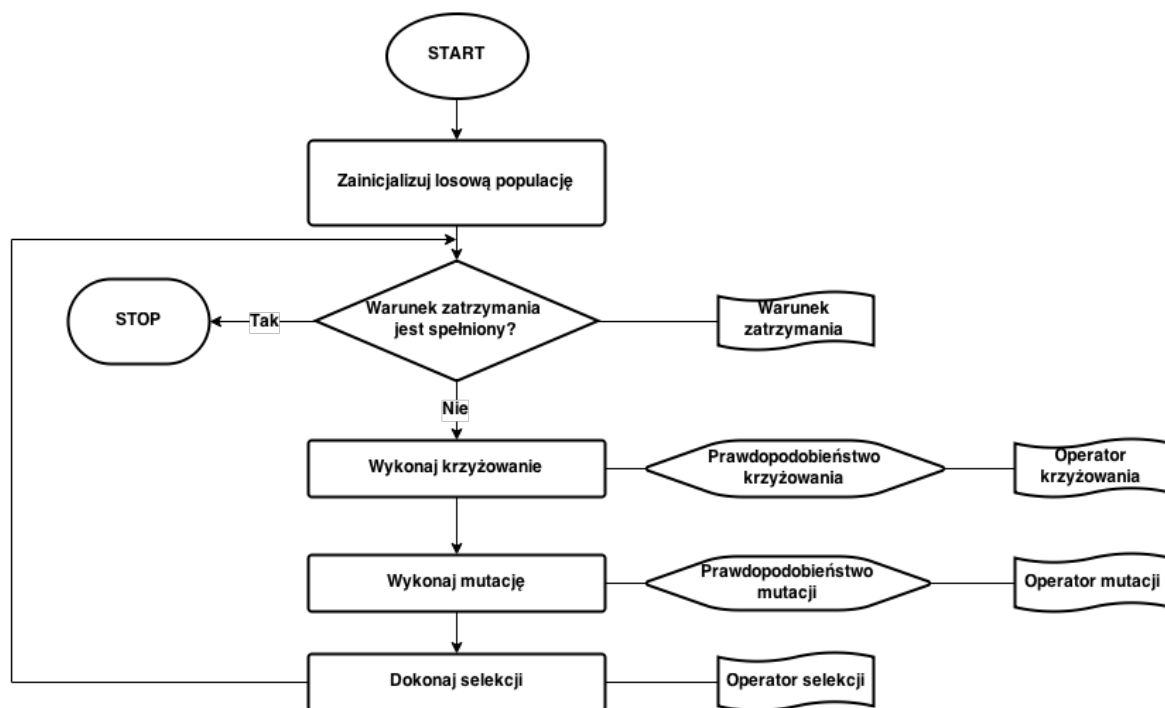
1.1. Idea algorytmów ewolucyjnych

Podstawowym pojęciem używanym w opisywanej heurystyce jest *osobnik*. Jest to abstrakcja pojedynczego rozwiązania, nawiązująca do pojedynczego żywego stworzenia charakteryzującego się pewnymi cechami, które wpływają na prawdopodobieństwo jego przeżycia i wydania potomstwa. Pojęciem symulującym wpływ cech na prawdopodobieństwo przeżycia jest *funkcja oceny*. Dodatkowo wprowadzamy pojęcie *populacji*, czyli zbioru osobników istniejących w danym momencie w procesie ewolucji.

Osobnik reprezentuje rozwiązanie problemu, a populacja - zbiór rozwiązań, czyli podzbiór przestrzeni rozwiązań. Populację możemy też rozumieć jako zbiór próbek z pewnej podprzestrzeni zbioru rozwiązań.

Upraszczając nieco, przez pojęcie funkcji oceny rozumiemy pewne przyporządkowanie (w idealnej sytuacji - funkcję, jednak nie zawsze jest to możliwe) każdemu osobnikowi, czyli rozwiązaniu problemu, jakiejś wartości, na której możemy określić porządek. Taka relacja porządku powinna określać czy dane rozwiązanie jest równie dobre lub lepsze niż inne, czy nie.

Osobnik najczęściej reprezentowany jest jako wektor binarny. Taka postać sprawdza się w wielu zastosowaniach i jest prosty w realizacji programowej lub sprzętowej. Algorytmy ewolucyjne korzystające z takiej reprezentacji nazywane są algorytmami genetycznymi. Reprezentacja jest jednak uzależniona od rozwiązywanego problemu. Często wykorzystuje się bardziej skomplikowane formy, jak na przykład krótka wartości z pewnego zbioru (skończonego, lub nieskończonego, jak liczby), czy drzewo [5]



Rys. 1.1. Ogólny schemat działania algorytmów ewolucyjnych. Oznaczenia wykorzystane do rysowania schematów blokowych zostały wyjaśnione w tabeli 1.2.

(np. dla problemów aproksymacji funkcji, przedstawionych jako zadanie minimalizacji błędu przybliżenia [12]).

Warto dodać, że istnieją implementacje i narzędzia do obliczeń ewolucyjnych które rozróżniają pojęcie genotypu osobnika (czyli wewnętrznej reprezentacji rozwiązania, na której stosujemy operatory genetyczne takie jak krzyżowanie i mutacja) i jego fenotypu (czyli reprezentacji zewnętrznej, na podstawie której oceniamy osobnika), jednak jest to jedynie abstrakcja umożliwiającą czytelniejsze zapisanie realizacji odpowiednich pojęć w języku programowania. Niniejsza praca nie wprowadza takiego rozróżnienia, ponieważ nie zmienia ono w żadnym stopniu jakości działania heurystyki i nie jest związane z tematem badań.

Na rysunku 1.1 zobrazowany został ogólny schemat działania algorytmów ewolucyjnych. Formalny opis używanych parametrów i operatorów znajduje się w kolejnej sekcji, wraz z definicją takich pojęć jak np. operator.

Współczesna nauka dalej nie jest w stanie dać nam odpowiedzi na pytanie „skąd wzięło się życie”, a co za tym idzie, nie jesteśmy w stanie zasymulować momentu rozpoczęcia ewolucji. Dlatego w heurystykach naśladujących ten proces działanie zaczyna się od wygenerowania losowej populacji. Symuluje to w uproszczony sposób analizę ewolucji od przypadkowego momentu w czasie istnienia gatunku.

Po utworzeniu zbioru początkowych osobników (czyli rozwiązań naszego problemu) rozpoczynamy proces przeszukiwania ich przestrzeni. Dzieje się to iteracyjnie, co znaczy, że pewien zestaw kroków jest wielokrotnie powtarzany. Jedno takie powtórzenie jest nazywane *generacją* lub *pokoleniem*, a składa się na nie kolejno krzyżowanie, mutacja i selekcja naturalna. Moment w którym należy przerwać proces optymalizacji jest określany przez kryterium zatrzymania. Trudno tu znaleźć analogię do natury. Kryte-

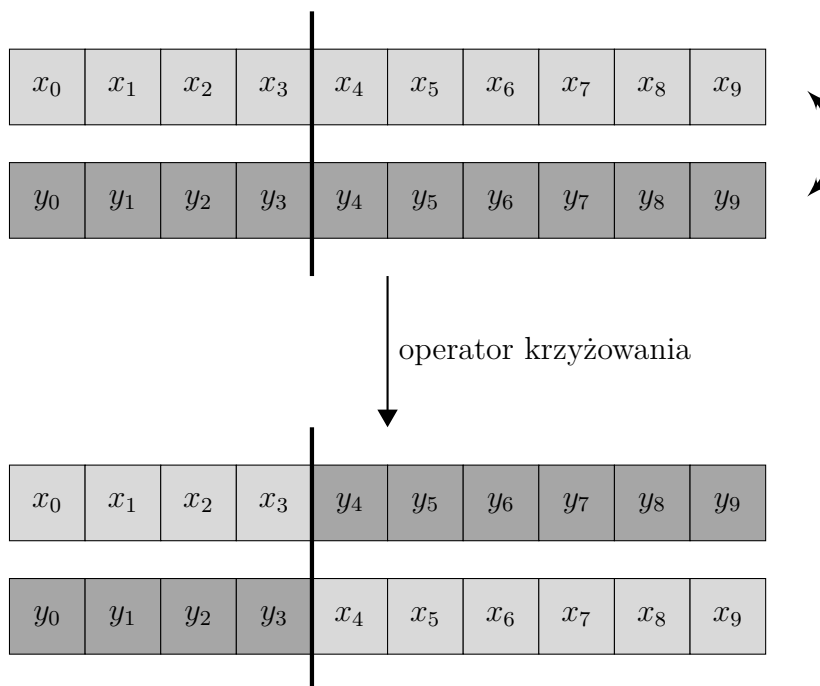
rium stopu zapewnia, że heurystyka nie będzie działać wiecznie, tylko w skończonym czasie zwróci interesujące nas wyniki.

Na pojedyncze pokolenie składają się 3 główne kroki: krzyżowanie, mutacja i selekcja. Mają one symulować odpowiednie zjawiska występujące w przyrodzie - kolejno dziedziczenie, mutację i przetrwanie lepiej dopasowanych osobników. Pierwsze dwa z nich kontrolują tempo przeszukiwania przestrzeni rozwiązań, a ostatnie steruje przeszukiwaniem tak, aby odnajdywać jak najlepsze rozwiązania.

Krzyżowanie odbywa się przy użyciu dedykowanego operatora, z częstością określoną odpowiednim prawdopodobieństwem. Polega ono na wybraniu losowych par osobników nazywanych rodzicami. Stosuje się na nich operator krzyżowania, którego wyniki są dołączane do populacji. Ma to symulować dziedziczenie cech rodziców przez ich potomków. W algorytmach ewolucyjnych zadaniem krzyżowania jest eksploatacja przestrzeni rozwiązań, poprzez zbadanie punktów, które znajdują się pomiędzy znanymi już rozwiązaniami. Dzięki temu zagęszcza się próbkowanie podprzestrzeni, co ma na celu znalezienie potencjalnych optimów, które mogły zostać przeoczone przez zbyt rzadkie próbkowanie.

Jedną z popularnych realizacji operatora krzyżowania dla osobnika reprezentowanego jako wektor jest wybranie losowego punktu przecięcia w wektorach opisujących rodziców i zwrócenie 2 osobników powstałych przez zamianę podwektorów od wylosowanej pozycji wzwyż. Na rysunku 1.2 zobrazowano działanie takiego podejścia. Wektory (x_0, \dots, x_9) i (y_0, \dots, y_9) to przykładowi rodzice. Grubą linią zaznaczono wylosowany punkt przecięcia, wyznaczający zamieniane części wektorów. Wektory $(x_0, \dots, x_3, y_4, \dots, y_9)$ i $(y_0, \dots, y_3, x_4, \dots, x_9)$ są wtedy traktowane jako potomstwo.

Rys. 1.2. Działanie przykładowej realizacji operatora krzyżowania

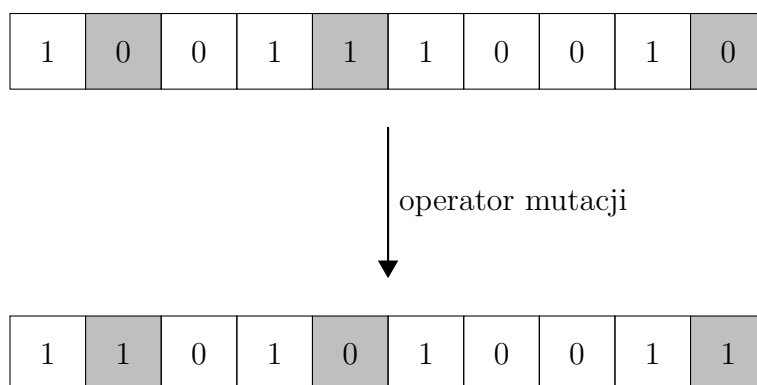


Innym operatorem jest mutacja, czyli wprowadzenie losowych zmian w losowo wybranych osobnikach. Operacja ta jest wykonywana z pewnym prawdopodobieństwem

określającym szansę osobnika na zmutowanie. Zmodyfikowane osobniki w zależności od implementacji są dołączane do populacji, albo zastępują niezmodyfikowane rozwiązania. W tej pracy wykorzystano pierwszą z tych opcji, aby nie doprowadzić do sytuacji, w której mutacja pogorszy znalezione wcześniej rozwiązanie. Zadaniem tego kroku jest eksploracja przestrzeni rozwiązań, czyli zbadanie rozwiązań spoza dotychczas spróbowanej podprzestrzeni. W ten sposób heurystyka przeszukuje nowe obszary.

Jedną z najczęstszych realizacji operatora mutacji dla osobnika reprezentowanego jako wektor bitów jest negacja losowych wartości, w wyniku czego otrzymujemy osobniki różniące się od argumentu operatora tylko kilkoma elementami. Na rysunku 1.3 zobrazowano działanie takiego podejścia. Wektor $(1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0)$ to argument operatora. Kolorem zaznaczono losowe pozycje w wektorze, które zostaną zanegowane, w wyniku czego powstanie wektor wyjściowy $(1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1)$.

Rys. 1.3. Działanie przykładowej realizacji operatora mutacji



Zmiany zachodzące w jednym osobniku nie powinny być zbyt drastyczne, ale też nie mogą być zbyt mało znaczące, ponieważ znacząco spowolniłoby to proces eksploracji. Gdyby operator mutacji pokazany na rysunku 1.3 operował na wektorach o długości rzędu kilku tysięcy, to zamiana pojedynczego bitu byłaby zbyt mało znacząca, ponieważ rozwiązania przed i po jego zastosowaniu praktycznie by się od siebie nie różniły. Jeśli jednak operator zmieniałby około połowy bitów, to nowe rozwiązanie byłoby zbyt dalekie od pierwotnego, przez co przeszukiwanie przestrzeni rozwiązań odbywałoby się kompletnie losowo.

W zależności od implementacji oba operatory opisane powyżej mogą być stosowane w różnej kolejności. Ponadto, od realizacji zależy to, czy mutacja jest stosowana jedynie na populacji z poprzedniego pokolenia, czy również na potomstwie. W tej pracy przyjmuje się, że krzyżowanie zostaje wykonane przed mutacją, a jego wyniki również mogą być przez nią modyfikowane. Dzięki temu próbkowanie przestrzeni rozwiązań jest gęstsze, niż gdybyśmy postępowali w inny sposób.

Zgodnie z prawami rządzącymi naturą, większe prawdopodobieństwo przeżycia powinny mieć jednostki lepiej dopasowane do swojego środowiska, co w heurystyce przekłada się na lepszą (mniejszą, lub większą, w zależności od rozwiązywanego zadania) funkcję oceny.

Najprostszy operatorem selekcji jest tzw. operator elitarny, którego działanie polega na zwróceniu określonej liczby bezwzględnie najlepszych osobników z dotychczasowej populacji. Mimo, że wydaje się to intuicyjne, to nie jest to rozwiązanie idealne.

Praktyka pokazuje, że rozwiązania gorsze często mają cechy, które w dalszych pokoleniach, po kolejnych modyfikacjach, dają rozwiązania lepsze od dotychczasowych. Jest to powodem istnienia takich realizacji jak np. selekcja turniejowa, czy ruletkowa.

Proces selekcji służy do efektywnego przeszukiwania przestrzeni rozwiązań. Zadanie optymalizacji ma na celu znalezienie jak najlepszego z nich. Oznacza to, że jedno z rozwiązań, które zostanie zbadane w trakcie działania heurystyki musi być zapamiętane i zwrócone jako wynik. Naiwnym podejściem jest analiza populacji po ostatnim pokoleniu i zwrócenie najlepszego z osobników. Jako, że operator selekcji nie gwarantuje tego, że w zbiorze wynikowym znajdzie się najlepszy osobnik ze zbioru wejściowego, to istnieje szansa, że najlepsze rozwiązanie z ostatniej populacji nie jest najlepszym rozwiązaniem znalezionym w trakcie działania heurystyki. Zamiast tego w trakcie symulacji zapamiętujemy globalnie najlepsze rozwiązanie, na jakie trafiliśmy i to rozwiązanie traktujemy jako rozwiązanie problemu optymalizacji. Zazwyczaj realizuje się to w ten sposób, że definiuje się zmienną przechowującą globalne optimum¹, która początkowo ma wartość pustą. Po zakończeniu pierwszego pokolenia, ale przed zastosowaniem operatora selekcji, zapisuje się w niej najlepsze rozwiązanie w tym pokoleniu. W tym samym momencie w dalszych pokoleniach porównuje się ocenę obecnego globalnego optimum i najlepszego osobnika z danego pokolenia (optimum lokalnego). Jeśli optimum globalne jest gorsze niż lokalne, to zostaje nim zastąpione.

1.2. Formalny opis operatorów i parametrów

Niniejszy podrozdział przedstawia formalny opis algorytmu ewolucyjnego. Z założenia ma on być na tyle ogólny, aby możliwe było jego użycie niezależnie od implementacji.

W pierwszej kolejności przedstawiony zostanie zbiór zasad oznaczania pojęć i diagramów używany w tej pracy.

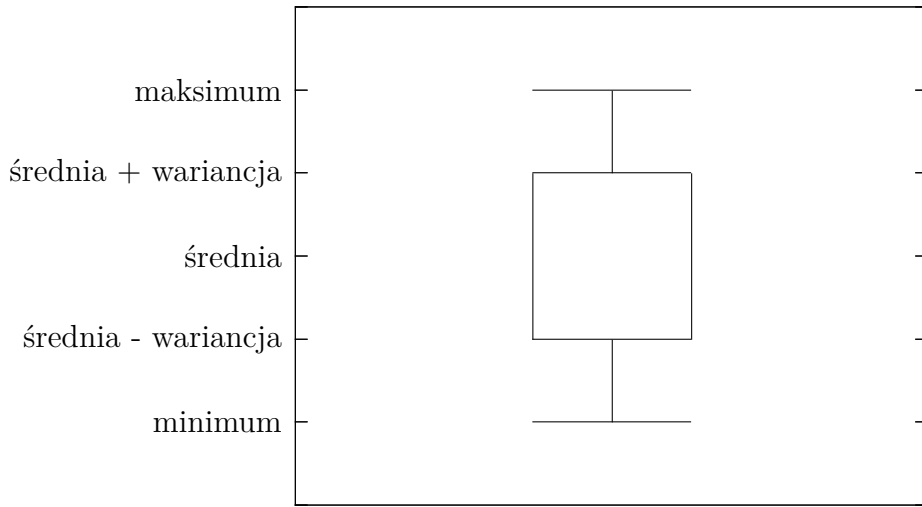
1.2.1. Przyjęte zasady oznaczania

W tabeli 1.1 zostały pokazane konwencje dotyczące znaczenia czcionek używane w tej pracy.

Tabela 1.1. Przyjęte zasady oznaczania czcionek. W lewej kolumnie znajduje się przykładowy tekst zapisany odpowiednią czcionką, której znaczenie jest opisane w prawej kolumnie.

operator, n	operatory i parametry heurystyki
k	parametry zależne od realizacji operatorów
<i>T, p</i>	zbiory i parametry pomocnicze
<i>S</i>	zbiory używane w definicjach
R	relacje
N	zbiory liczbowe

1. W tym kontekście optima globalne i lokalne oznaczają najlepsze dotychczas znalezione rozwiązanie i najlepsze rozwiązanie w danej populacji.



Rys. 1.4. Konwencje dotyczące rysowania wykresów

W tabeli 1.2 pokazane i opisane zostały różne elementy schematów blokowych, używane w tej pracy.

Przyjęty w pracy sposób rysowania wykresów pokazano na rysunku 1.4.

W celu formalnego opisu operatorów i funkcji wykorzystuje się pojęcie klasy zbiorów o konkretnym rozmiarze. W niniejszej pracy przyjęto, że zapis $A^{\{n\}}$ oznacza klasę zbiorów n -elementowych, w której każdy element należy do zbioru A . Zapis A^n , zgodnie ze standardową konwencją oznacza n -krotny iloczyn kartezjański zbioru A , czyli klasę wektorów o długości n , których składowe pochodzą ze zbioru A . Oznaczenia A^n i $A^{\{n\}}$ mają różne znaczenie.

$$A^{\{n\}} \equiv \{A' : A' \subset A, |A'| = n\} \quad (1.1)$$

$$A^{\{0\}} \equiv \emptyset \quad (1.2)$$

$$A^n \equiv \underbrace{A \times A \times \dots \times A}_n \quad (1.3)$$

$$A^0 \equiv \emptyset \quad (1.4)$$

$$A \times B \equiv \{(a, b) : a \in A, b \in B\} \quad (1.5)$$



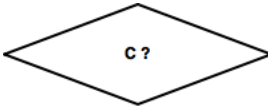
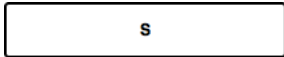
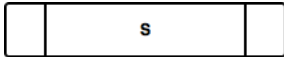





A i B to oznaczenia na dowolne przykładowe zbiory. A' to oznaczenie na podzbiór zbioru A . n to pewna liczba naturalna.

$A^{\{n\}}$ oznacza zbiór wszystkich podzbiorów A' zbioru A , których rozmiar wynosi n . A^n natomiast oznacza zbiór wszystkich krotek o długości n których wszystkie elementy pochodzą ze zbioru A .

1.2.2. Pojęcie operatora

W dalszych rozdziałach będziemy używać pojęcia „operator”, które jest zbliżone do pojęcia funkcji. Różnica między tymi dwoma terminami jest taka, że funkcja musi

Tabela 1.2. Opis konwencji dotyczących elementów schematów blokowych

	Symbol rozpoczęcia heurystyki.
	Symbol rozpoczęcia heurystyki.
	Symbol oznaczający ewaluację warunku C i kontynuację procesu zgodnie z jego wynikiem.
	Symbol oznaczający wykonanie kroku opisanego przez S.
	Symbol tożsamy z powyższym, jednak stosowany w opisie proponowanego podejścia dla zaznaczenia różnic ze standardowym schematem (używane w rozdziale 2).
	Kombinacja symboli oznaczająca, że podczas wykonywania kroku S używany jest operator O.
	Kombinacja symboli oznaczająca, że podczas wykonywania kroku S używany jest parametr P.
	Symbol oznaczający, że dany schemat wyjaśnia szczegółowe działanie kroku D.
	Symbol oznaczający rozpoczęcie lub zakończenie szczegółowo opisywanego kroku.
	Symbol oznaczający wykonanie kolejnego symbolu dla każdego z elementów opisanych przez E.

zawsze zwrócić tę samą wartość dla tego samego argumentu, podczas gdy takie ograniczenie nie musi być spełnione dla operatora. Innymi słowy pojęcie operatora pokrywa się z pojęciem funkcji z imperatywnych języków programowania, ale nie jest tożsame z funkcją w rozumieniu matematycznym.

Operator możemy też rozumieć jako zmienną losową opisaną rozkładem parametryzowanym jego argumentami.

Warto pamiętać, że każda funkcja (w rozumieniu matematycznym) jest operatorem.

Do operatorów możemy stosować niektóre pojęcia używane w stosunku do funkcji. Przez *dziedzinę* operatora rozumiemy przestrzeń dozwolonych argumentów operatora, a przez *przeciwdziedzinę* - zbiór wartości, które może zwrócić. *Wynik* operatora (czyli wartość przez niego zwracana), otrzymuje się przez jego *zastosowanie argumentach*.

Dodatkowo, operator możemy *sparametryzować*, aby uzyskać inny operator. Przez *parametry* rozumiemy argumenty, które w ramach danego ciągu obliczeń są stałe. Na potrzeby przykładu można zdefiniować pewien operator. Nie będzie on wykorzystywany w dalszej części pracy i służy jedynie do zobrazowania pewnego założenia. Może to być operator sąsiedztwa o określonym rozmiarze d dla punktu (x, y) , określony jako:

$$sasiedztwo((x, y), d) \in [x - d, x + d] \times [y - d, y + d]$$

Operator ten możemy sparametryzować rozmiarem sąsiedztwa, aby uzyskać operator sąsiedztwa o konkretnym rozmiarze, czyli:

$$sasiedztwo_5(P) = sasiedztwo(P, 5)$$

De facto każdy operator opisywany w tej pracy może być parametryzowany. W kolejnych rozdziałach przyjęto konwencję, według której definiując nowy operator zapisywana jest jego minimalna dziedzina. Nie oznacza, że podczas realizacji nie może on być parametryzowany. Analogicznie stwierdzenie, że operator powinien przyjmować daną liczbę argumentów nie oznacza, że nie może on przyjmować ich więcej. Innymi słowy definicja postaci:

$$operator : D \rightarrow C$$

gdzie D oznacza dziedzinę, a C przeciwdziedzinę, jest równoważna z:

$$operator : D \times P \rightarrow C$$

gdzie P oznacza przestrzeń parametrów, zależnych od realizacji operatora.

Ponadto, w algorytmach znajdujących się w tej pracy używany jest operator $random(X)$ opisany definicją 1. Zwraca on losowy element zbioru X (z rozkładem równomiernym).

1.2.3. Osobnik, populacja i ocena

Podstawowym pojęciem w dziedzinie algorytmów ewolucyjnych jest osobnik, czyli rozwiązanie. Definiujemy go jako element przestrzeni rozwiązań, którą również musimy określić. Na te pojęcia nie ma nałożonych żadnych ograniczeń.

Definicja 1 Operator $random(X)$

$$random : X^{\{n\}} \rightarrow X \quad (1.6)$$

$$X' \leftarrow \{x_0, x_1, \dots, x_{n-1}\} \quad (1.7)$$

$$\forall_{x_i, x_j \in X'} P(random(X') = x_i) = P(random(X') = x_j) \quad (1.8)$$

X to dowolny zbiór, a n jego rozmiar. Zbiór X' jest zbiorem pomocniczym, zawierającym dowolne elementy x_i . Za jego pomocą możemy zapisać z jakim rozkładem losowane są wyniki operatora. Funkcja $P()$ to funkcja prawdopodobieństwa.

Istotnym pojęciem w algorytmach ewolucyjnych jest funkcja oceny. Wbrew nazwie nie musi być to funkcja w rozumieniu matematycznym, a operator². Jego dziedziną powinna być przestrzeń możliwych osobników, a przeciwdziedziną dowolny zbiór, na którym możemy określić relację porządku. Relacja ta odpowiada relacji bycia lepiej przystosowanym do środowiska w rzeczywistym procesie ewolucji.

Definicja 2 Osobnik

$$osobnik \in \mathcal{S} \quad (1.9)$$

Zbiór \mathcal{S} to przestrzeń rozwiązań.

Definicja 3 Funkcja oceny

$$\text{funkcjaOceny} : \mathcal{S} \rightarrow \mathcal{E} \quad (1.10)$$

$$\exists \mathbf{R}_{\prec} \subset \mathcal{E} \times \mathcal{E} \quad (1.11)$$

$$\mathbf{R}_{\triangleleft} \leftarrow \{(x, y) : (\text{funkcjaOceny}(x), \text{funkcjaOceny}(y)) \in \mathbf{R}_{\prec}\} \quad (1.12)$$

Zbiór \mathcal{E} to zbiór możliwych ocen osobnika, a \mathbf{R}_{\prec} to relacja porządku na nim określona. Ponadto określamy relację lepszego dopasowania $\mathbf{R}_{\triangleleft}$, porządkującą przestrzeń osobników według porządku określonego na ich ocenach.

1.2.4. Operator mutacji

Operator mutacji przyjmuje i zwraca pojedynczego osobnika. Wynik działania operatora powinien być podobny, ale nie identyczny do argumentu. Ma to na celu symulację mutacji występującej w naturze.

Formalnie, dziedziną i przeciwdziedziną operatora mutacji jest przestrzeń rozwiązań.

2. Stochastyczną funkcję oceny możemy zastosować na przykład w sytuacji, w której za pomocą algorytmu ewolucyjnego szukamy konfiguracji innej heurystyki. Osobnikiem w takiej sytuacji może być zestaw parametrów konfigurowanej heurystyki, a oceną - średnia jakość działania dla kilku uruchomień.

Z operatorem mutacji ściśle związany jest jeden z parametrów algorytmu ewolucyjnego - prawdopodobieństwo mutacji. Jest to wartość określająca prawdopodobieństwo zastosowania operatora mutacji do osobnika w danym pokoleniu. Jeśli wartość ta jest równa 0, to operator mutacji nie jest w ogóle używany, a jeśli jest równa 1, to operator zostanie zastosowany do każdego osobnika.

Definicja 4 Operator mutacji

$$\text{opMutacji} : \mathcal{S} \rightarrow \mathcal{S} \quad (1.13)$$

$$\text{prawdMutacji} \in \langle 0, 1 \rangle \quad (1.14)$$

opMutacji to operator mutacji, a prawdMutacji to prawdopodobieństwo jego zastosowania.

1.2.5. Operator krzyżowania

Dziedziną tego operatora jest klasa \bar{c} -elementowych podzbiorów przestrzeni rozwiązań, a przeciwdziedziną - klasa \underline{c} -elementowych podzbiorów tej przestrzeni. Oznacza to, że operator ten przyjmuje \bar{c} osobników (nazywanych *rodzicami*) jako argument, a zwraca \underline{c} osobników (nazywanych *potomstwem*). Zazwyczaj przyjmuje się $\bar{c} = 2$ i $\underline{c} \in \{1, 2\}$. Zwracane osobniki powinny być podobne (w takim sensie, że mają podobną reprezentację) do osobników wejściowych (argumentów operatora).

Z operatorem krzyżowania ściśle związany jest jeden z parametrów algorytmu ewolucyjnego - prawdopodobieństwo krzyżowania. Jest to wartość określająca prawdopodobieństwo zastosowania operatora krzyżowania do osobnika w danym pokoleniu. Jeśli wartość ta jest równa 0, to operator krzyżowania nie jest w ogóle używany, a jeśli jest równa 1, to operator zostanie zastosowany do każdego osobnika.

Definicja 5 Operator krzyżowania

$$\text{opKrzyzowania} : \mathcal{S}^{\{\bar{c}\}} \rightarrow \mathcal{S}^{\{\underline{c}\}} \quad (1.15)$$

$$\text{prawdKrzyzowania} \in \langle 0, 1 \rangle \quad (1.16)$$

\bar{c} to liczba rodziców, a \underline{c} to liczba potomków.

1.2.6. Operator selekcji

Zadaniem operatora selekcji jest symulacja zjawiska przeżycia silniejszych (czyli lepiej dopasowanych) osobników. Jest on stosowany pod koniec każdego pokolenia w celu usunięcia z niej osobników gorzej dopasowanych, poprzez wykorzystanie populacji wyjściowej jako używanej w kolejnym pokoleniu. Zmniejsza on różnorodność genetyczną w obrębie populacji, co w ogólności jest negatywnym efektem, ponieważ zahamowuje eksplorację przestrzeni rozwiązań. Operator mutacji powinien eksplorować ją na tyle efektywnie, żeby operator selekcji odrzucał mało obiecujące kierunki eksploracji zamiast całkiem zatrzymywać jej proces.

Dziedziną tego operatora jest klasa p -elementowych podzbiorów przestrzeni rozwiązań, co oznacza, że przyjmuje on populację p osobników. Wartość p to liczba osobników w populacji pod koniec danej generacji, więc można ją przybliżać za pomocą równań 1.19-1.21 definicji 6, ponieważ w populacji znajdują się osobniki z populacji początkowej tego pokolenia oraz wyniki operatorów mutacji i krzyżowania.

Przeciwdziedziną operatora selekcji jest klasa podzbiorów zbioru wejściowego, o rozmiarze `rozmiarPopulacji`. Wartość `rozmiarPopulacji` to parametr całej heurystyki, określająca jak liczna powinna być populacja na początku każdego pokolenia. Im większa jest jego wartość, tym lepsze przeszukiwanie przestrzeni rozwiązań, ale też tym dłużej trwają obliczenia (ponieważ trzeba ewaluować więcej osobników i do większej liczby z nich zastosować operatory genetyczne).

Dodatkowo na operator nakłada się ograniczenie opisane wzorami 1.22-1.25 definicji 6. Mówią one o tym, że prawdopodobieństwo tego, że osobnik z populacji wejściowej znajdzie się w populacji wyjściowej powinno być tym większe im lepiej dopasowany jest osobnik. Ma to symulować zasadę przetrwania osobników najlepiej przystosowanych do środowiska.

Definicja 6 Operator selekcji

$$\text{opSelekcji} : \mathcal{S}^{\{p\}} \rightarrow \mathcal{S}^{\{\text{rozmiarPopulacji}\}} \quad (1.17)$$

$$\text{rozmiarPopulacji} \in \mathbb{N}_+ \quad (1.18)$$

$$p \approx (1 + \text{prawdMutacji} \quad (1.19)$$

$$+ \text{prawdKrzyzowania} \times \underline{c}) \quad (1.20)$$

$$\times \text{rozmiarPopulacji} \quad (1.21)$$

$$S' \leftarrow \{t_0, t_1, \dots, t_{\text{rozmiarPopulacji}-1}\} \quad (1.22)$$

$$\text{opSelekcji}(S') \subset S' \quad (1.23)$$

$$P(i) \leftarrow P(s_i \in \text{opSelekcji}(S')) \quad (1.24)$$

$$P(i) < P(j) \Leftrightarrow (s_i, s_j) \in \mathbf{R}_{\triangleleft} \quad (1.25)$$

`opSelekcji` to operator selekcji, a `rozmiarPopulacji` to rozmiar populacji na początku każdego pokolenia. Wejściem operatora jest populacja na końcu każdego pokolenia, a wyjściem - populacja używana w kolejnym pokoleniu.

p to przybliżenie rozmiaru zbioru wejściowego za pomocą prawdopodobieństw zastosowania operatorów oraz rozmiaru populacji.

S' to pomocniczy zbiór przedstawiający przykładową populację na końcu pokolenia, zawierający osobniki s_i .

$P()$ to funkcja prawdopodobieństwa. W szczególności $P(i)$ oznacza prawdopodobieństwo tego, że osobnik s_i znajdzie się w zbiorze będącym wynikiem zastosowania opisywanego operatora do populacji S' .

$\mathbf{R}_{\triangleleft}$ to relacja porządku określona na osobnikach na podstawie ich ocen. Zapis $(s_i, s_j) \in \mathbf{R}_{\triangleleft}$ oznacza, że osobnik s_i jest gorzej dopasowany niż s_j .

1.2.7. Warunek stopu

Warunek stopu, nazywany też warunkiem zatrzymania lub przerwania to pojęcie określające warunek zakończenia heurystyki. Jest to odpowiedź na pytanie „kiedy należy przestać przetwarzanie kolejnych pokoleń?”. Często stosuje się takie kryteria jak przekroczenie jakiejś arbitralnej liczby pokoleń lub zaobserwowanie tzw. stagnacji. Zjawisko takie polega na znacznym zmniejszeniu różnorodności ocen w populacji, co oznacza, że znaleźliśmy optimum lokalne. Jeśli wariancja ocen przez kilka pokoleń się nie zmienia (lub zmienia, ale nieznacznie), to można uznać, że operatory genetyczne nie pozwolą na wyjście z tego optimum i przerwać działanie algorytmu ewolucyjnego. Warunek zatrzymania możemy traktować jako dodatkowy operator, jednak trudno jest określić jego jednoznaczną definicję, ze względu na dowolność realizacji. W definicji 7 przedstawiono ogólny zapis operatora (z dowolną dziedziną, linia 1.26) i jego przykładowej realizacji (opartej o stałą liczbę pokoleń, linie 1.27-1.28).

Definicja 7 Warunek zatrzymania i jego przykładowa realizacja

$$\text{warunekStopu} : \dots \rightarrow \{0, 1\} \quad (1.26)$$

$$\text{warunekStopu} : \mathbb{N} \rightarrow \{0, 1\} \quad (1.27)$$

$$\text{warunekStopu}(g) = 1 \Leftrightarrow g \leq \bar{g} \quad (1.28)$$

Zwrócenie wartości 1 oznacza, że należy zakończyć działanie heurystyki, a 0 - sytuację odwrotną.

Wartość g oznacza numer obecnego pokolenia (zaczynając od 1), a \bar{g} - maksymalną dopuszczalną liczbę pokoleń w ramach jednego przebiegu algorytmu ewolucyjnego.

1.3. Szczegóły działania algorytmu ewolucyjnego

Ogólny schemat działania algorytmu ewolucyjnego został przedstawiony w sekcji 1.1. W następnych akapitach szczegółowo omówiony zostanie diagram tam zawarty.

Cały proces rozpoczyna się od inicjalizacji populacji za pomocą losowych osobników. Następnie, póki warunek zatrzymania nie jest spełniony, powtarzane są kroki wykonywane w ramach jednego pokolenia. Są to kolejno: krzyżowanie, mutacja i selekcja naturalna.

Algorytm 1.1 opisuje szczegóły kroku "Wykonaj krzyżowanie". Krok ten rozpoczyna się od inicjalizacji zmiennej *noweOsobniki* (w linii 1). Jej wartość to pusty zbiór \emptyset . Po wykonaniu większości kroków, w linii 9. wartość tej zmiennej jest dołączona do ogólnej populacji. Dla każdego osobnika w populacji (linia 2) sprawdzane jest, czy należy wykonać krzyżowanie z jego udziałem (linia 3). Jeżeli tak, to losowo dobierany jest jego partner (linia 4), a następnie na tak określonej parze osobników stosowany jest operator krzyżowania (linia 5), którego wynik jest dołączany do zbioru *noweOsobniki* (linia 6). Schemat ten przewiduje, że operator krzyżowania przyjmuje 2 osobniki jako argument (tzn. $\bar{c} = 2$, patrz: rozdział 1.2.5), przez co wartość, z którą porównujemy

Algorytm 1.1 Szczegółowy schemat działania kroku "Wykonaj krzyżowanie"

Dostępne zmienne:
populacja \triangleright Obecna populacja, tj. zbiór osobników

Parametry:
prawdKrzyzowania \triangleright Prawdopodobieństwo krzyżowania
opKrzyzowania \triangleright Operator krzyżowania

```

0: procedure WYKONAJKRZYZOWANIE
1:   var noweOsobniki  $\leftarrow \emptyset$ 
2:   for all osobnik  $\in$  populacja do
3:     if  $\text{random}([0, 1]) \leq \text{prawdKrzyzowania}/2$  then
4:       var partner  $\leftarrow \text{random}(\text{populacja} \setminus \{\text{osobnik}\})$ 
5:       var potomek  $\leftarrow \text{opKrzyzowania}(\{\text{osobnik}, \text{partner}\})$ 
6:       noweOsobniki  $\leftarrow \text{noweOsobniki} \cup \{\text{potomek}\}$ 
7:     end if
8:   end for
9:   populacja  $\leftarrow \text{populacja} \cup \text{noweOsobniki}$ 
10: end procedure

```

losowo wybraną liczbę z przedziału $\langle 0, 1 \rangle$ to $\text{prawdKrzyzowania}/2$. W ogólności, dla dowolnego \bar{c} wartość ta wynosi $\text{prawdKrzyzowania}/\bar{c}$, a zamiast jednego partnera należy wybrać ich $\bar{c} - 1$.

Nowe osobniki nie są dołączane od razu do populacji, tylko zbierane do zbioru *noweOsobniki*. Ma to na celu uniknięcie sytuacji, w których potomek wydany w danym pokoleniu zostałby w tym samym pokoleniu rodzicem.

Algorytm 1.2 Szczegółowy schemat działania kroku "Wykonaj mutację"

Dostępne zmienne:
populacja \triangleright Obecna populacja, tj. zbiór osobników

Parametry:
prawdMutacji \triangleright Prawdopodobieństwo mutacji
opMutacji \triangleright Operator mutacji

```

0: procedure WYKONAJMUTACJE
1:   var noweOsobniki  $\leftarrow \emptyset$ 
2:   for all osobnik  $\in$  populacja do
3:     if  $\text{random}([0, 1]) \leq \text{prawdMutacji}$  then
4:       var mutant  $\leftarrow \text{opMutacji}(\text{osobnik})$ 
5:       noweOsobniki  $\leftarrow \text{noweOsobniki} \cup \{\text{mutant}\}$ 
6:     end if
7:   end for
8:   populacja  $\leftarrow \text{populacja} \cup \text{noweOsobniki}$ 
9: end procedure

```

Algorytm 1.2 opisuje szczegóły kroku "Wykonaj mutację". Krok rozpoczyna się od inicjalizacji zmiennej *noweOsobniki* na pusty zbiór (linia 1), który (w linii 8) zostanie dołączony do ogólnej populacji. Dla każdego osobnika w populacji (linia 2) sprawdzane jest, czy należy wykonać na nim mutację (linia 3), a jeśli tak, to stosowany jest do niego

operator mutacji (linia 4), którego wynik zostaje dołączony do zbioru *noweOsobniki* (linia 5).

Algorytm 1.3 Szczegółowy schemat działania kroku "Dokonaj selekcji naturalnej"

Dostępne zmienne:

populacja ▷ Obecna populacja, tj. zbiór osobników

Parametry:

rozmiarPopulacji ▷ Rozmiar populacji

opSelekcji ▷ Operator selekcji

0: **procedure** DOKONAJSELEKCJINATURALNEJ

1: *populacja* ← *opSelekcji*_{*rozmiarPopulacji*}(*populacja*)

2: **end procedure**

Algorytm 1.3 opisuje szczegóły kroku "Dokonaj selekcji naturalnej", który sprowadza się do zastąpienia dotychczasowej populacji wynikiem zastosowania operatora selekcji na niej (linia 1).

1.4. Analiza jakości działania

Algorytmy ewolucyjne to rodzina losowych, iteracyjnych heurystyk populacyjnych. Określenie „losowych” oznacza, że każde uruchomienie procesu optymalizacji może zwrócić inny wynik. Co za tym idzie, ocena działania heurystyki dla danego zestawu parametrów jest trudna i wymaga wielokrotnego zebrania wyników. W kolejnej części opisane zostaną sposoby analizy jakości działania pojedynczego przebiegu heurystyki, jak i wielu przebiegów o tych samych parametrach.

1.4.1. Analiza jednego przebiegu heurystyki

Jak wspomniano, algorytmy ewolucyjne to iteracyjne heurystyki populacyjne. Oznacza to, że w ramach jednego procesu optymalizacji wielokrotnie powtarzamy pewien krok (stąd określenie „iteracyjne”), w którym badamy wiele rozwiązań (stąd określenie „populacyjne”).

Aby ocenić pojedynczy przebieg, możemy analizować pewne statystyki oceny w skali populacji na przestrzeni wielu pokoleń.

Podstawowe statystyki używane w tym celu, to m.in.:

- najlepsza i najgorsza ocena osobnika z populacji,
- średnia i odchylenie standardowe (lub wariancja ³) oceny osobników w populacji,
- mediana i kwantyle oceny osobników w populacji.

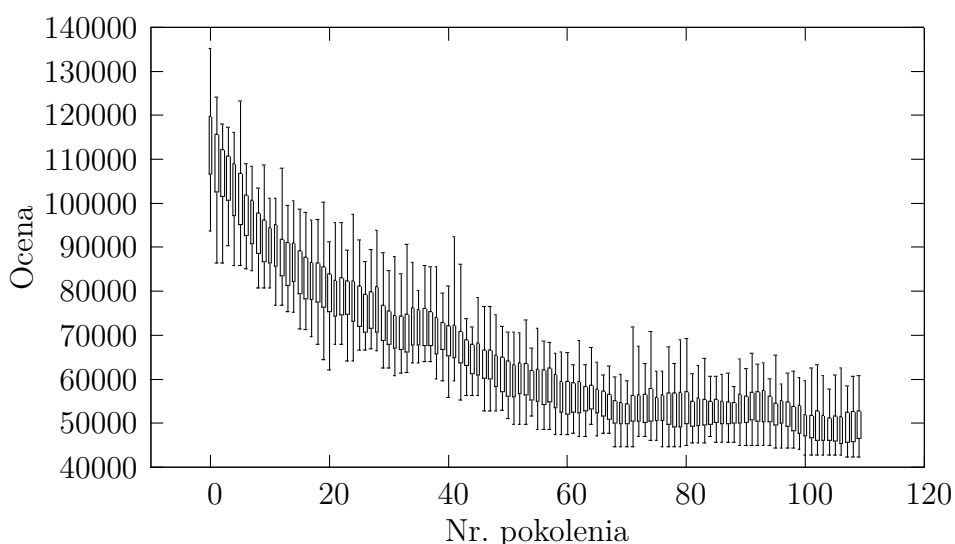
Wartości te można wygodnie zobrazować na wykresie pudełkowym, na osi odciętych umieszczając numery pokoleń, a na osi rzędnych - wartości odpowiednich statystyk. Takie zobrazowanie przebiegu heurystyki pozwala na wyciągnięcie wniosków i stosowne dopasowanie parametrów heurystyki (np. jeśli w problemie minimalizacji wszystkie

3. Często wariancji używa się do automatyzacji oceny, ponieważ obliczenie jej nie wymaga czasochłonnego pierwiastkowania. Znając wariancję w dowolnym momencie możemy obliczyć odchylenie standardowe, np. w celu prezentacji oceny.

wartości stopniowo maleją, to być może warto zwiększyć rozmiar populacji lub zmienić kryterium zatrzymania, aby cały proces trwał dłużej, ponieważ taka obserwacja wskazuje na efektywne działanie heurystyki).

W tej pracy do analizy wykorzystano tylko 4 z wyżej wymienionych statystyk: średnią, wariancję⁴, minimum i maksimum. Wydaje się, że są one wystarczające do analizy porównawczej między uruchomieniami.

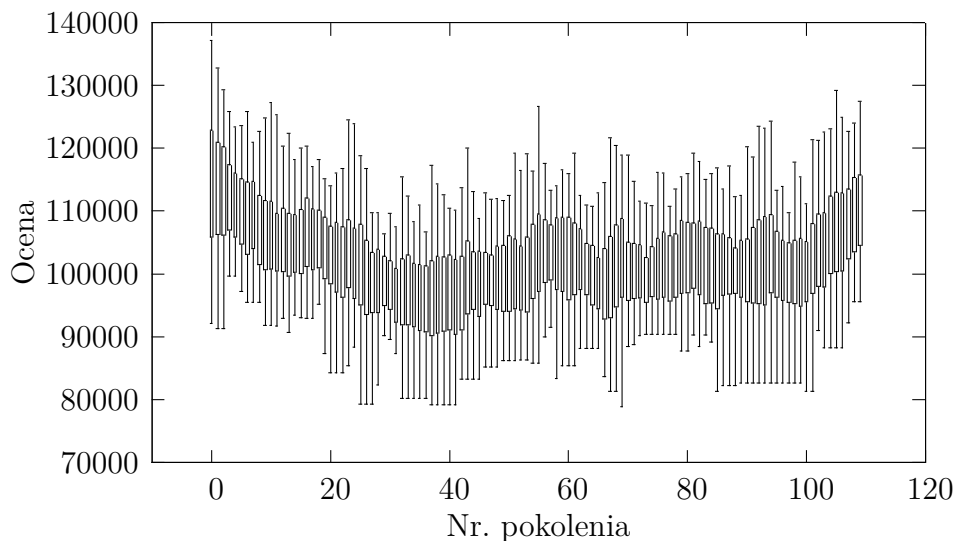
Rys. 1.5. Przykładowy *wykres przebiegu* pokazujący zależność między najlepszą, najgorszą i średnią oceną oraz jej wariancją od liczby pokoleń które minęły.



Na rysunku 1.5 przedstawiony jest przykładowy wykres statystyk populacji na przestrzeni wielu pokoleń. Wykresy takie, nazywane w skrócie *wykresami przebiegów*, będą wykorzystywane w tej pracy do analizy pojedynczych uruchomień heurystyki.

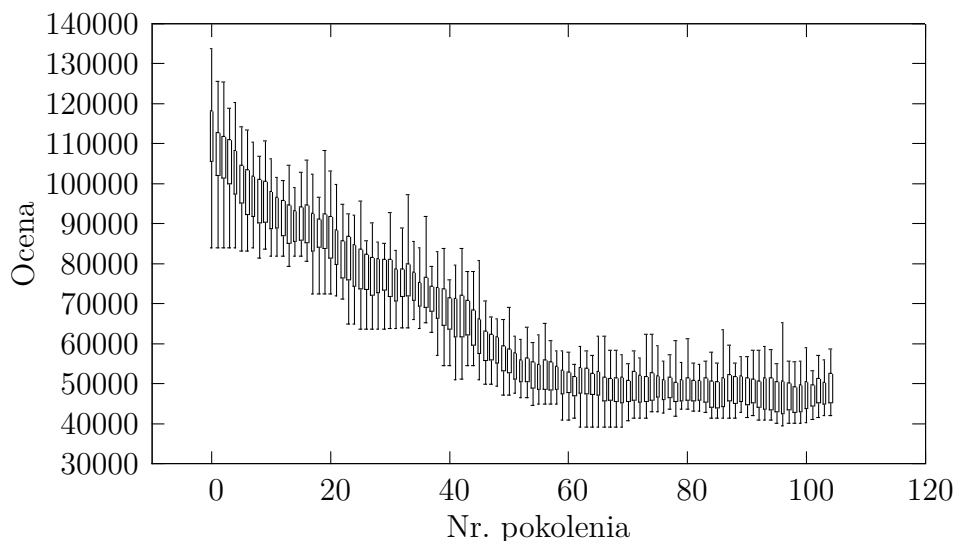
4. Zdecydowano się na wykorzystanie wariancji zamiast odchylenia standardowego ponieważ wartości odchylenia okazały się być zbyt małe, aby były dostrzegalne na wykresach.

Rys. 1.6. Wykres przebiegu, w którym globalne optimum nie znajduje się w ostatniej populacji



Na rysunku 1.6 przedstawiony jest wykres przebiegu na którym możemy zaobserwować sytuację opisaną na końcu rozdziału 1.1, tzn. taką, w której optimum globalne jest znalezione w innym pokoleniu niż ostatnie.

Rys. 1.7. Wykres przebiegu w którym obserwujemy stagnację



Na rysunku 1.7 przedstawiono sytuację, w której obserwujemy tzw. stagnację (wspominaną już w rozdziale 1.2.7). Możemy zaobserwować, że od pewnego momentu (około sześćdziesiątej generacji) kolejne pokolenia nie przynoszą znaczącej zmiany wyniku, co mogłoby być powodem do przerwania działania heurystyki.

1.4.2. Analiza wielu przebiegów heurystyki

Jak zostało wspomniane na początku tej sekcji, algorytmy ewolucyjne to heurystyki losowe, przez co za każdym uruchomieniem zwracają różne wartości. Aby ocenić wyniki procesu optymalizacji dla różnych zestawów parametrów należy kilkakrotnie powtórzyć proces i porównywać statystyki wyników. Jeśli jesteśmy w trakcie dostrajania heurystyki (czyli dobierania najlepszych parametrów), to taką statystyką może być najlepszy wynik z kilku powtórzeń, jednak jeśli chcemy przeprowadzić miarodajne badania, to najprostszym podejściem dającym wgląd w jakość działania jest obliczenie średniej i wariancji (lub odchylenia standardowego, patrz: przypis 3) wyników wielu przebiegów dla różnych konfiguracji i porównanie ich testem statystycznym, takim jak np. test t-studenta.

1.5. Przegląd literatury

Badania nad algorytmami ewolucyjnymi wykorzystującymi płęć trwają już od pewnego czasu. Niniejszy rozdział poświęcony jest na przegląd prac naukowych które mają temat podobny do badanego w tej pracy. Większość pozycji zajmuje się optymalizacją jednokryterialną wykorzystując dość podobne rozwiązania. Zostaną one opisane na początku tego rozdziału. Jedna z prac znacząco różni się od innych, ponieważ zamiast analizować jakieś miary skuteczności obliczeń ewolucyjnych, bada ona zachowanie podgrup sztucznie utworzonej populacji. Zostanie ona poruszona w dalszej kolejności. Ostatnie dwie opisane prace traktują o optymalizacji wielokryterialnej i stosują podobne podejście.

W pracy [10] przedstawiono heurystykę GGA. Została ona wykorzystana do rozwiązania problemu partycjonowania grafu. GGA czyli algorytm genetyczny oparty o płęć (*ang. gender-based genetic algorithm*) to algorytm genetyczny w którym każdy osobnik w populacji miał cechę określającą jego płęć. Była ona wykorzystywana jedynie podczas krzyżowania. Algorytm GGA losował każdego z rodziców z osobnego podzbioru populacji, zawierającego osobniki jednej płci.

Pozycja [14] opisuje kolejną heurystykę SexualGA. W tej pracy nie badano wyników heurystyki, a „ciśnienie selekcyjne” (*ang. selection pressure*). Termin ten oznacza pewną miarę prawdopodobieństwa tego, że pojedynczy osobnik zostanie rodzicem w danym pokoleniu. Sama heurystyka SexualGA nie wymagała użycia cechy osobnika mówiącej o jego płci. W zamian wykorzystywała operator selekcji do wyboru rodziców zamiast do selekcji naturalnej. Ponadto, każdy z rodziców był wybierany za pomocą innego operatora.

W pracy [3] wykorzystano zmodyfikowany algorytm ewolucyjny do dostrajania innych heurystyk. Przedstawiona tutaj heurystyka nazywała się tak samo jak opisana w pracy [10] - GGA, rozwijane i tłumaczone w ten sam sposób. Nadawała ona każdemu z osobników cechę płci. Podczas krzyżowania wybierani byli rodzice różniący się płcią. Jeden z nich był wybierany elitystycznie, a drugi losowo. Dodatkowo, zamiast selekcji naturalnej zasymulowano tutaj starzenie się osobników. Jednostki które były w populacji więcej niż określoną liczbę pokoleń były z niej odrzucane.

Praca [11] przedstawia badania nad nienazwanym rozwiązaniem w którym osobniki mają cechę płci. Rodzice jednej z tych płci są wybierani za pomocą operatora selekcji.

Drugie osobniki w każdej parze są wybierane tym samym operatorem, jednak ich ocena jest obliczana jako pewna funkcja oceny używanej przy płci pierwszej. Funkcja ta bierze pod uwagę wiek osobnika oraz pewną miarę tego jak dużą szansę drugi z rodziców ma na poprawienie jakości pierwszego rodzica poprzez krzyżowanie. Miało to symulować szereg czynników jakie biorą pod uwagę samce wybierając swoje partnerki. Podejście to zostało zbadane dla problemu komiwojażera oraz dwóch problemach przeznaczonych tylko do testów, opisanych funkcjami analitycznymi.

Pozycja [13] różni się znacząco od wyżej opisanych. Nie badano w niej efektywności w rozwiązywaniu problemu za pomocą heurystyki, a raczej ewolucję pewnego systemu w którym pewne grupy osobników ze sobą współżyją. Grupy te powstały przez podział populacji na 4 płcie: męską, żeńską, samo-zapładniającą (*ang. self-fertilizing*) oraz obojniacką (*ang. hermaphrodite*). Osobniki każdej z płci mogli dobierać się w pary jedynie z osobnikami wybranych płci. Osobniki trzeciej z płci mogły dobierać się w pary z każdym, łącznie z osobnikami swojej płci. Przedstawiciele pozostałych płci mogli wydawać potomstwo z osobnikiem dowolnej płci niż jego. Ponadto, wprowadzono mechanizm mający zapobiec sytuacjom w których któraś z płci jest źle reprezentowana. Losowe osobniki które przez pewną liczbę pokoleń nie wydawały potomstwa miały szansę z pewnym prawdopodobieństwem zmienić swoją płć.

Ponadto, znaleziono dwie prace: [8] oraz [2]. Obie opisywały bardzo podobne podejście do optymalizacji wielokryterialnej. Pierwsza z nich opisywała heurystykę MSGA (*ang. Multisexual Genetic Algorithm*, czyli wielopłciowy algorytm genetyczny). Przypisywała ona każdemu osobnikowi cechę płci. Możliwych wartości tej cechy było tyle ile kryteriów w rozwiązywanym problemie. Każda z nich miała do siebie przypisane jedną z wielu funkcji oceny. Osobniki z tą wartością płci były oceniane za pomocą tej wybranej funkcji. Poza tym, podobnie jak w GGA wymuszano różne płci rodziców, wybierając ich losowo. W pracy [8] zbadano działanie MSGA na dwóch testowych parach funkcji analitycznych.

Praca [2] opisuje bardzo podobne podejście, nie nadając mu nazwy. Jedyna różnica względem MSGA to zastosowanie atraktorów płciowych (*ang. sexual attractors*). Są to czynniki wpływające na prawdopodobieństwo dobrania się w parę z innym osobnikiem. W opisywanej pracy zasymulowano to poprzez wykorzystanie dodatkowej cechy atrakcyjności, która dla rozwiązań początkowych jest tożsama z rangą. Zbadano różne podejścia do dziedziczenia cechy, decydując się ostatecznie na obliczanie wypadkowej atrakcyjności rodziców. Taka heurystyka została zastosowana do planowania ścieżki dla rurociągu, oceniając rozwiązanie zarówno po jego długości jak i po szkodliwym wpływie na środowisko.

Rozdział 2

Proponowane rozwiązania - algorytm ewolucyjny DSEA (*ang. double selection evolutionary algorithm*)

Dotychczasowe implementacje algorytmów ewolucyjnych zazwyczaj (choć nie zawsze [10], [14]) pomijały ważny aspekt rzeczywistości, który w przyrodzie okazuje się mieć duży wpływ na dopasowywanie się gatunków do środowiska - podział gatunku na płcie. W naturze większa część istniejących gatunków, zaczynając od dość prostych jak owady, czy rośliny, a kończąc na złożonych takich jak ssaki, do rozmnażania potrzebują dwóch rodziców różniących się konkretnym chromosomem. Różnica ta jest powodem istnienia całego zespołu cech, które pozwalają podzielić osobniki na żeńskie i męskie, a w ogólności na osobniki różnych płci. Mimo, że nie jest to spotykane w naturze, to w ramach eksperymentu myślowego można założyć dowolną liczbę płci, a nie tylko dwie.

W tym rozdziale zostanie zaproponowana metaheurystyka DSEA, która uwzględnia aspekt płci jako integralną część swojego działania, a nie jak w istniejących rozwiązaniach jako modyfikację powszechnie używanej metody. Różni się ona od zwyczajnych algorytmów ewolucyjnych tym, że wyróżnia się w niej 2 osobne operatory selekcji naturalnej i płciowej. Pierwszy z nich to w uproszczeniu operator selekcji z klasycznych algorytmów ewolucyjnych. Drugi ma za zadanie symulowanie dobierania się osobników w pary. Taki podział może prowadzić do stanu w których dalsze działanie algorytmu jest niemożliwe lub nieefektywne. W metaheurystyce DSEA zaproponowano sposoby zapobiegania takim sytuacjom.

Przy opisywaniu pojęć i operatorów wprowadzanych w tym rozdziale, używana będzie funkcja *plec(osobnik)*, przypisująca osobnikowi jego płeć. Jedyne wymaganie nałożone na jej przeciwdziedzinę to to, żeby była skończonym, niepustym zbiorem. Oznacza to, że reprezentację rozwiązania musimy powiększyć o odpowiednią cechę, określającą wartość tej funkcji.

Definicja 8 Osobnik w metaheurystyce DSEA

$$osobnik \in \mathcal{S} \quad (2.1)$$

$$osobnik_{DSEA} = osobnik_{EA}|g \quad (2.2)$$

$$g \in \mathcal{G} \quad (2.3)$$

$$\mathcal{G} \neq \emptyset \quad (2.4)$$

$$|\mathcal{G}| < \infty \quad (2.5)$$

\mathcal{S} to przestrzeń rozwiązań, czyli zbiór wszystkich możliwych osobników *osobnik*. *osobnik_{DSEA}* oznacza reprezentację wykorzystywaną w metaheurystyce DSEA, a *osobnik_{EA}* - wykorzystywaną w klasycznych algorytmach ewolucyjnych. $g \in \mathcal{G}$ to cecha określająca płeć.

\mathcal{G} to zbiór możliwych płci.

W niniejszej pracy przyjęto istnienie co najwyżej 2 płci, ze zbiorem płci określonym jako $\mathcal{G} = \{\odot\}$ lub $\mathcal{G} = \{\wp, \sigma\}$. Symbol \odot to arbitralne oznaczenie na płeć w sytuacji, w której nie jest ona ważna do działania metaheurystyki.

Definicja 9 Funkcja *plec*(*osobnik*)

$$plec : \mathcal{S} \rightarrow \mathcal{G} \quad (2.6)$$

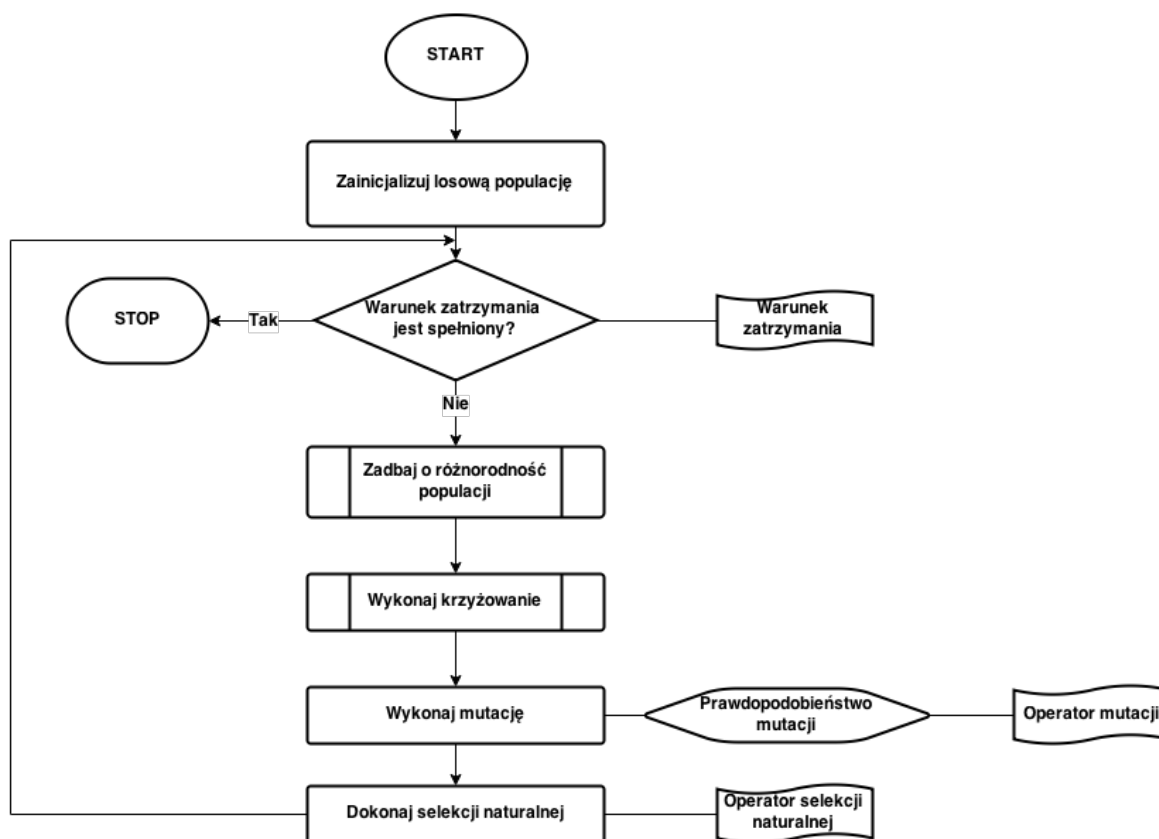
Funkcja *plec*(*osobnik*) przyporządkowuje swojemu argumentowi jego płeć ze zbioru \mathcal{G} .

2.1. Algorytm DSEA w szczegółach

Jak zostało pokazane w rozdziale 1.5, istnieją rozwiązania które nie ignorują podziału populacji na płcie. Aby skutecznie je porównać i zaproponować nowe podejście, zdefiniowano schemat działania metaheurystyki, opisany schematem blokowym znajdującym się na rysunku 2.1. Ujmuje on opisany aspekt płci organizmów w ramach nowego operatora selekcji. W dalszej części pracy tak zdefiniowaną metaheurystykę nazywać będziemy **algorytmem ewolucyjnym o podwójnej selekcji** (ang. *double selection evolutionary algorithm*) i odnosić się do niej za pomocą skrótu **DSEA**, będącego akronimem nazwy angielskiej.

Na rysunku 2.1 przedstawiono schemat działania metaheurystyki DSEA w postaci schematu blokowego.

Rys. 2.1. Schemat działania metaheurystyki DSEA



W większej części diagram zgadza się z diagramem 1.1 przedstawionym w podrozdziale 1.1. Istotne różnice między diagramami to zmiana działania kroku „Wykonaj krzyżowanie” oraz dodanie nowego kroku „Zadbaj o różnorodność populacji” zaraz przed nim.

Dodatkowo, DSEA wykorzystuje dwa operatory selekcji zamiast jednego - operator selekcji płciowej i naturalnej. Pierwszy z nich wraz z operatorem krzyżowania jest używany w kroku „Wykonaj krzyżowanie”, a drugi w kroku „Dokonaj selekcji naturalnej”. W następnych dwóch podrozdziałach zostaną one szczegółowo opisane. W kolejnym podrozdziale znajdują się opisy zmian działania odpowiednich kroków. Całość zamknięta jest opisem związku między DSEA, a innymi odmianami algorytmu ewolucyjnego.

2.1.1. Operator selekcji naturalnej

Algorytm DSEA, jak sugeruje nazwa w języku angielskim, korzysta z dwóch operatorów selekcji, które należy rozróżnić. Z tego powodu dotychczasowy operator selekcji zmienił nazwę na **operator selekcji naturalnej**. Zachowuje on to samo znaczenie i zastosowanie, jak zostało opisane w rozdziale 1.2.6.

Dodatkowo, wymaga się, aby prawdopodobieństwo znalezienia się osobnika w zbiorze zwracany przez ten operator było niezależne od płci osobnika. Zostało to zapisane za pomocą równania 2.16, korzystając z twierdzenia zgodnie z którym prawdopodobień-

stwo łączne dwóch zdarzeń jest równe iloczynowi ich prawdopodobieństw wtedy i tylko wtedy, gdy są to zdarzenia niezależne.

Definicja 10 Operator selekcji naturalnej

$$\text{opSelNat} : \mathcal{S}^{\{p\}} \rightarrow \mathcal{S}^{\{\text{rozmiarPopulacji}\}} \quad (2.7)$$

$$\text{rozmiarPopulacji} \in \mathbb{N}_+ \quad (2.8)$$

$$p \approx (1 + \text{prawdMutacji} \quad (2.9)$$

$$+ \text{prawdKrzyzowania} \times \underline{c}) \quad (2.10)$$

$$\times \text{rozmiarPopulacji} \quad (2.11)$$

$$S' \leftarrow \{s_1, \dots, s_p\} \quad (2.12)$$

$$\text{opSelNat}(S') \subset S' \quad (2.13)$$

$$P(i) \leftarrow P(s_i \in \text{opSelNat}(S')) \quad (2.14)$$

$$\forall_{i=1\dots p} P(i) < P(j) \Leftrightarrow (s_i, s_j) \in \mathbf{R}_{\triangleleft} \quad (2.15)$$

$$\forall_{i=1\dots p, g \in \mathcal{G}} P(s_i \in \text{opSelNat}(S') \wedge \text{plec}(t) = g) = P(i) \times P(\text{plec}(s_i) = g) \quad (2.16)$$

opSelNat to operator selekcji naturalnej. Jako wejście przyjmuje on populację na końcu każdego pokolenia, a zwraca populację używaną w kolejnym pokoleniu.

p to przybliżenie rozmiaru zbioru wejściowego za pomocą prawdopodobieństw zastosowania operatorów oraz rozmiaru populacji.

S' to pomocniczy zbiór przedstawiający przykładową populację na końcu pokolenia, zawierający osobniki s_i .

$P()$ to funkcja prawdopodobieństwa. W szczególności $P(i)$ oznacza prawdopodobieństwo tego, że osobnik s_i znajdzie się w zbiorze będącym wynikiem zastosowania opisywanego operatora do populacji S' .

$\mathbf{R}_{\triangleleft}$ to relacja porządku określona na osobnikach na podstawie ich ocen. Zapis $(s_i, s_j) \in \mathbf{R}_{\triangleleft}$ oznacza, że osobnik s_i jest gorzej dopasowany niż s_j .

Operator wyboru

Standardowo korzysta się z operatorów selekcji naturalnej, które odpowiednią liczbę razy powtarzają wybór pojedynczego osobnika (bez powtórzeń) z populacji wejściowej, zbierając w ten sposób populację wyjściową. O ile sam sposób wyboru różni się między realizacjami operatora, to kolejne osobniki dołączane do populacji wyjściowej są zazwyczaj wybierane za pomocą tej samej metody, która dalej będzie nazywana operatorem wyboru. Definicja 11 opisuje taki operator. Rzecz jasna istnieją realizacje, które korzystają z wielu operatorów wyboru, ale nie są one tematem tej pracy i nie będą w niej poruszane.

Intuicyjnie, operator selekcji to przekształcenie jednego zbioru w inny, którego elementy będą albo elementami zbioru wejściowego, albo jego podzbiórami. Pierwsza z tych możliwości opisuje operator selekcji naturalnej, przyjmujący populację z końca pokolenia, a zwracający populację z początku następnej generacji. Druga z nich mówi o operatorze selekcji płciowej, przyjmującym populację na początku pokolenia, a zwraca zbiór zestawów rodziców, wykorzystywany później w krzyżowaniu. Operator wyboru natomiast służy do wyboru pojedynczego elementu z tego zbioru.

Definicja 11 Operator wyboru

$$\text{opWyboru} : \mathcal{S}^{\{k\}} \rightarrow \mathcal{S} \quad (2.17)$$

$$S' \leftarrow \{s_1, \dots, s_k\} \quad (2.18)$$

$$s \in \text{opSelNat}(S') \Rightarrow \exists_{s_i \in S'} s_i = s \quad (2.19)$$

opWyboru to operator wyboru. Przyjmuje on k osobników, spośród których wybiera jednego.

S' to pomocniczy zbiór osobników s_i wykorzystywany w kolejnych równaniach.

Realizacje operatorów wyboru nazywane są zgodnie z nazwami operatorów selekcji które z nich korzystają. Przykładowo, turniejowy operator selekcji korzysta z turniejowego operatora wyboru. Operatory wykorzystane w tej pracy zostały opisane w dalszej części pracy przy okazji opisu implementacji wykorzystanej do badań.

Warto zauważyć, że wcześniej zdefiniowany operator $\text{random}(X)$ może być traktowany jako operator wyboru. Nie nadaje się on do zastosowań mających na celu poprawę wyników algorytmu, jednak zostanie on wykorzystany do opisu istniejących podejść w modelu DSEA.

Operator selekcji naturalnej wykorzystujący operator wyboru

Wydzielenie abstrakcji wyboru jednego rozwiązania pozwala na zapisanie uogólnionego schematu działania większości popularnie stosowanych operatorów selekcji. Jest on opisany w algorytmie 2.1.

Algorytm 2.1 Schemat działania operatora selekcji naturalnej korzystającego z operatora wyboru

Wejście:

populacja

▷ Populacja wyjściowa

Wyjście:

wynik

▷ Populacja wyjściowa

Parametry:

rozmiarPopulacji

▷ Rozmiar populacji

opWyboru

▷ Operator wyboru

0: **operator** $\text{opSelNat}(\text{populacja})$

1: **var** *wynik* $\leftarrow \emptyset$

2: **while** $|\text{wynik}| < \text{rozmiarPopulacji}$ **do**

3: *wynik* $\leftarrow \text{wynik} \cup \{\text{opWyboru}(\text{populacja} \setminus \text{wynik})\}$

4: **end while**

5: **return** *wynik*

6: **end operator**

Działanie takiego operatora zaczyna się od inicjalizacji zmiennej *wynik*, zwracanej jako efekt końcowy algorytmu (linia 5). Początkowa jej wartość to zbiór pusty (linia 1), jednak w kolejnym kroku rozpoczyna się pętla, powtarzana tak długo, aż zbiór ten będzie miał odpowiedni rozmiar (linia 2). W ciele tej pętli za pomocą operatora wyboru

opWyboru dokonuje się selekcji jednego nie wybranego jeszcze rozwiązania i dołącza się je do zbioru *wynik* (linia 3).

2.1.2. Operator selekcji płciowej

W przeciwieństwie do tego jak działają klasyczne algorytmy ewolucyjne, w przyrodzie fakt dobierania się osobników w pary w celu wydania potomstwa nie jest losowy. W zależności od gatunku i sytuacji środowiskowej przedstawiciele jednej lub obu płci muszą przekonać swoich przyszłych partnerów o tym, że mają cechy, które przekazane potomstwu dałyby mu większą szansę na przetrwanie. Sposoby na to są różne - samce różnych gatunków rywalizują o samice poprzez walkę, okrzyki i śpiew, taniec, itd. U innych gatunków to samice zabiegają o względy partnerów. Ponadto, różne gatunki stosują różne strategie wiązania się w pary. Niektóre z nich starają się krzyżować tak często jak to możliwe z możliwie dużą liczbą partnerów, co powoduje dużą liczbę potomstwa, z których „odsiewana” jest słabo przystosowana do środowiska większość. Inne wiążą się w pary na całe życie (jak np. niektóre gatunki ptaków), albo przynajmniej na jakiś czas, dłuższy niż jedno pokolenie.

Operator selekcji płciowej to nowy element wprowadzany metaheurystyki DSEA, który ma symulować te zjawiska i strategie. W ogólności osobniki lepiej dopasowane do środowiska powinny mieć większą szansę na zostanie rodzicami niż te dopasowane gorzej. Zastosowanie tego operatora do populacji z poprzedniego pokolenia powinno zwrócić zestaw par osobników-rodziców, z których każda para zostanie dalej przekazana do operatora krzyżowania.

W naturze, podobnie jak w podejściach porównywanych w tej pracy, rodziców jest dwoje. W sztucznym środowisku symulacyjnym liczba ta może być w gruncie rzeczy dowolna. Oznacza to, że wspomniane wyżej pary rodziców mogą być zbiorami o dowolnym rozmiarze.

Zmienia się znaczenie prawdopodobieństwa krzyżowania. Nazwa tego parametru zostaje bez zmian, aby nie komplikować nazewnictwa, jednak sama wartość nie przekłada się na matematyczne prawdopodobieństwo tego, że losowy osobnik zostanie rodzicem. Zamiast tego może być rozumiana jako stosunek liczby zdarzeń krzyżowania w każdym pokoleniu do rozmiaru populacji. Jest to ściśle związane z liczbą potomków tworzonych w jednej generacji, jednak przez to, że krzyżowanie może skutkować utworzeniem więcej niż jednego potomka, nie należy rozumieć tego parametru jako stosunku liczby krzyżówek do rozmiaru populacji.

2.1.3. Różnice w działaniu kroków algorytmu DSEA względem klasycznych algorytmów ewolucyjnych

Metaheurystyka DSEA różni się od innych nie tylko wykorzystywanymi przez nią operatorami. Niektóre kroki jej działania również są niestandardowe. Zostanie to opisane w kolejnych podrozdziałach.

Definicja 12 Operator selekcji płciowej

$$\text{opSelPłciowej} : \mathcal{S}^{\{\text{rozmiarPopulacji}\}} \rightarrow (\mathcal{S}^{\{\bar{c}\}})^{\{q\}} \quad (2.20)$$

$$q = \lceil \text{prawdKrzyzowania} \times \text{rozmiarPopulacji} \rceil \quad (2.21)$$

$$S' \leftarrow \{s_1, s_2, \dots, s_{\text{rozmiarPopulacji}}\} \quad (2.22)$$

$$\exists P \in \text{opSelekcji}(S') s \in P \Rightarrow s \in S' \quad (2.23)$$

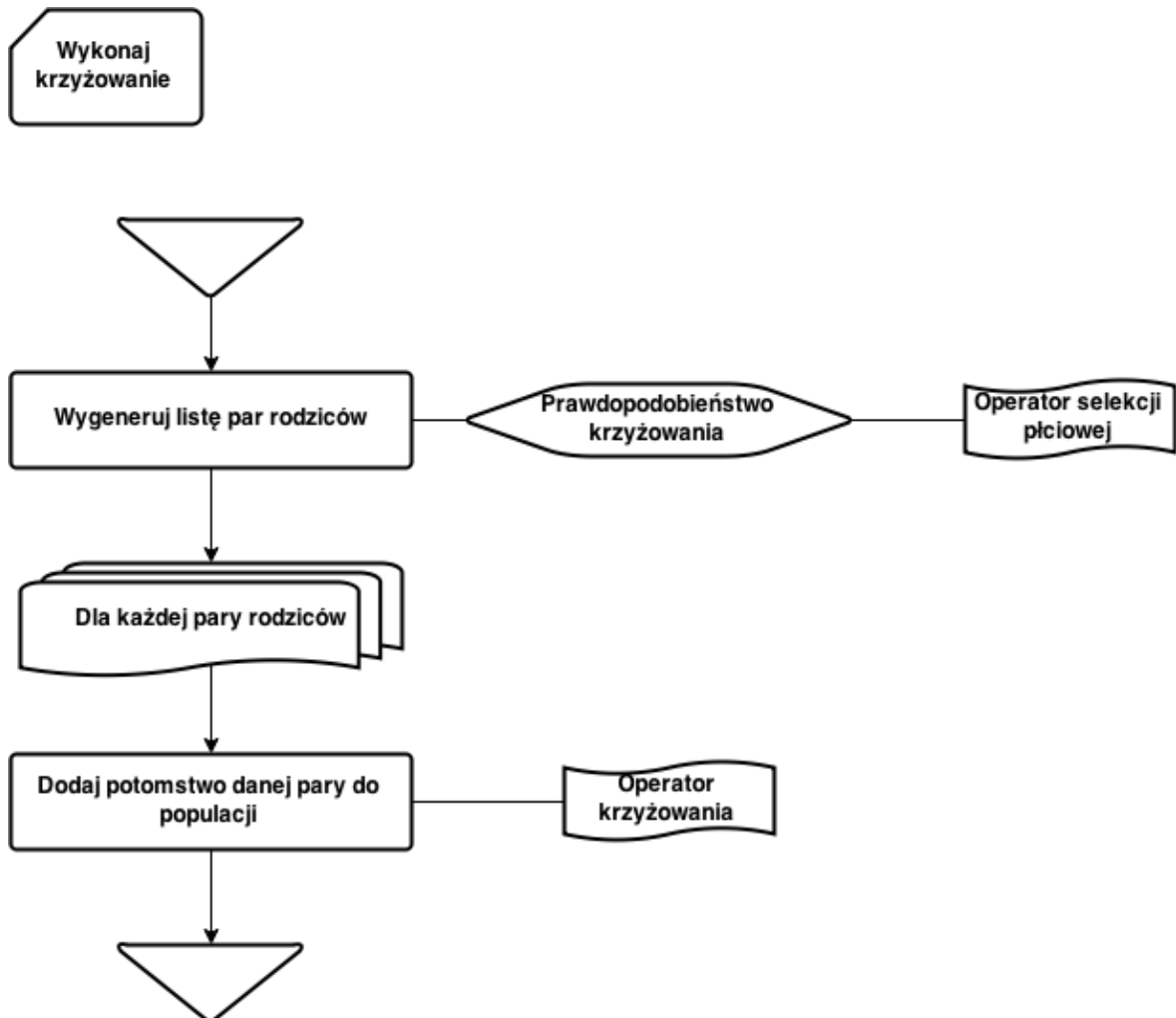
$$(2.24)$$

opSelPłciowej to operator selekcji płciowej. Zwraca on zbiór q zbiorów, z których każdy zawiera \bar{c} osobników.

\bar{c} to liczba osobników potrzebna do wykonania krzyżowania (patrz: definicja 5 w rozdziale 1.2.5).

S' to pomocniczy zbiór osobników s_i , a P to oznaczenie jednego ze zbiorów rodziców.

Krok „Wykonaj krzyżowanie”



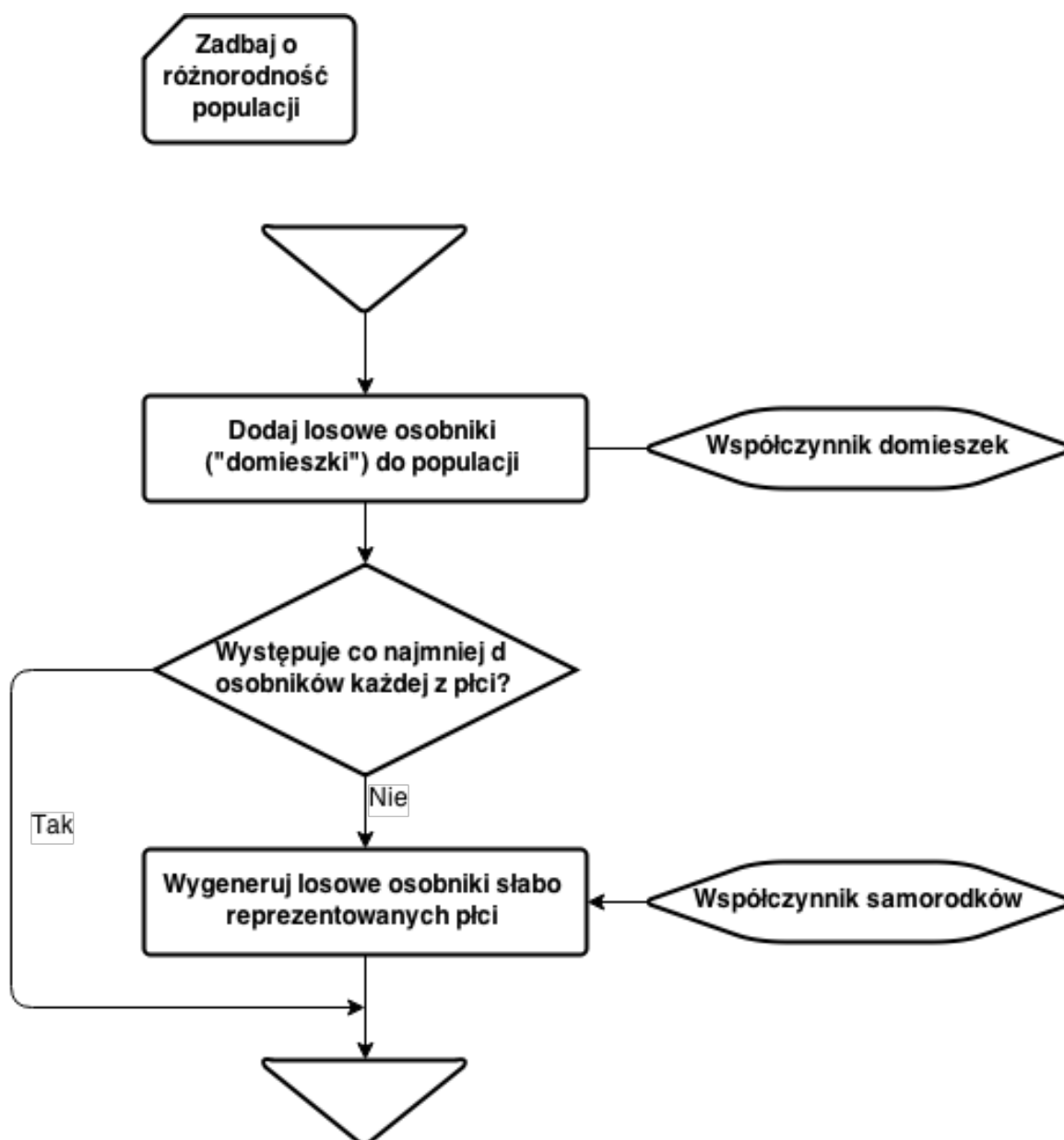
Rys. 2.2. Szczegóły działania kroku „Wykonaj krzyżowanie”

Na rysunku 2.2 znajduje się diagram przedstawiający krok „Wykonaj krzyżowanie” w postaci sekwencji kolejnych kroków. Za pomocą operatora selekcji płciowej¹ generowana jest lista par rodziców. Następnie, dla każdej z nich wykonuje się krzyżowanie, traktując oba osobniki z pary jako argumenty operatora krzyżowania, a jego wynik dołączając do populacji. W realizacji opisanej w podrozdziale 1.3 za pomocą algorytmu 1.1 wyniki operatora krzyżowania są dołączane najpierw do osobnego zbioru, a dopiero po wystarczającej liczbie powtórzeń operacji krzyżowania. Ma to zapobiegać sytuacjom, w których potomek wygenerowany w tym pokoleniu zostałby w tym samym pokoleniu rodzicem. W heurystyce potomstwo jest od razu dołączane do całości populacji. Dzieje się tak, ponieważ zadanie wyboru rodziców jest oddelegowane do operatora, który zawsze zostanie użyty przed operatorem krzyżowania.

Krok „Zadbaj o różnorodność populacji”

Wprowadzenie podziału populacji na płcie powinno skutkować odmiennym traktowaniem osobników w zależności od tej cechy. Negatywną stroną tego zjawiska jest fakt, że operator selekcji naturalnej, który nie powinien brać pod uwagę płci, może zaburzyć stosunek liczności osobników danej płci względem siebie. W skrajnych sytuacjach może dojść do tego, że w całej populacji zabraknie osobników którejs z płci, co uniemożliwi dalsze działanie metaheurystyki (ponieważ niemożliwe byłoby zastosowanie operatora krzyżowania). Ponadto, im dysproporcje między różnymi płciami będą większe, tym mniejsza będzie różnorodność całej populacji, co szybko prowadzi do stagnacji.

1. W jednym z następnych podrozdziałów opisane zostało znaczenie i definicja tego operatora, uproszczenie polegające na zwracaniu par rodziców oraz różnica w interpretacji parametru `prawdKrzyzowania`.



Rys. 2.3. Szczegóły działania kroku „Zadbaj o różnorodność populacji”

Na rysunku 2.3 przedstawiono krok mający ograniczyć negatywne efekty podziału na płcie, opisane wyżej.

W pierwszej jego części do populacji dodajemy tzw. „domieszki” (ang. *mixins*), czyli losowe osobniki (tworzone w ten sam sposób co populacja początkowa). Ma to na celu regularne uzupełnianie puli genów obecnych w populacji, na wypadek gdyby geny odpowiedzialne za pozytywną cechę zanikły z powodu losowości operatora selekcji naturalnej lub płciowej. Ilość domieszek jest kontrolowana przez współczynnik domieszek (*wspDomieszek*), będący stosunkiem pożądanej liczby nowych osobników do wartości *rozmiarPopulacji*.

Druga procedura w tym kroku ma zapobiec sytuacjom, w których któraś płć nie występuje w populacji, lub jest zbyt słabo reprezentowana. Jeśli liczność którejś z płci

w populacji spadnie poniżej arbitralnie dobranej liczby d , to do populacji dołączane jest $\lceil \text{wspSamorodków} \times \text{rozmiarPopulacji} \rceil$ (lub d , jeśli d jest większe) losowych osobników tej płci². W praktyce, w ramach tej pracy użyto arbitralnie dobranych wartości $d = 5$ i $\text{wspSamorodków} = 0.05$.

2.1.4. Realizacja wybranych operatorów selekcji płciowej

W rozdziale 1.5 przedstawiono kilka prac naukowych uwzględniających zjawisko płci w algorytmach ewolucyjnych. Spośród przedstawionych tam pozycji wybrano dwie, które prezentowały interesujące podejścia do zagadnienia: GGA [10], które opierało się na wymuszeniu różnych płci rodziców, wybierając ich losowo, SexualGA [14], w którym nie wprowadzano rozróżnienia osobników na płcie, ale każdego z rodziców wybierano w inny sposób, tj. za pomocą innego operatora wyboru.

Oba te podejścia można opisać za pomocą tego samego schematu, jednak odmiennie parametryzowanego dla każdej z tych metod. Jego działanie jest wyjaśnione w algorytmie 2.2.

Działanie operatora rozpoczyna się od deklaracji i inicjalizacji zmiennych pomocniczych. Zbiór *rodzice* początkowo jest pusty (linia 1). Dodatkowo, deklarujemy dwa zbiory przechowujące kandydatów na każdego z rodziców (linie 2-3). W zależności od parametru *plecMaZnaczenie* przechowują one albo całą populację (jeżeli zachodzi *plecMaZnaczenie* = \perp , czyli rodzice mogą być tej samej płci), albo odfiltrowane osobniki odpowiedniej płci (jeżeli *plecMaZnaczenie* = \top , czyli wymagane jest, aby rodzice byli różnych płci).

Następnie, póki nie zostanie wybrana odpowiednia liczba par rodziców (linia 4) powtarzany jest zestaw operacji określający kolejną z nich. Za pomocą operatora *opWyboru1* ze zbioru *kandydaci1* wybierany jest pierwszy rodzic (linia 5). Drugi z rodziców jest wybierany ze zbioru *kandydaci2* za pomocą operatora *opWyboru2* (linia 6), nie dopuszczając do sytuacji w której oboje rodziców byłoby tym samym osobnikiem (mogłoby się tak zdarzyć, jeżeli *plecMaZnaczenie* = \perp , więc oboje z nich byłoby wybieranych z całej populacji). Dwuelementowy zbiór tak wybranych rodziców jest dołączany do zbioru *rodzice*.

Kiedy określimy odpowiednio dużo par, zmienna *rodzice* jest zwracana jako wynik operatora (linia 9).

Tak określona realizacja spełnia założenie tej pracy, zgodnie z którym płci jest co najwyżej 2 ($|\mathcal{G}| \in \{1, 2\}$; jeżeli *plecMaZnaczenie* = \perp to liczność tego zbioru nie ma znaczenia, ponieważ funkcja *plec(s)* nie jest używana, jednak w przeciwnej sytuacji musi ona wynosić 2. Dodatkowo zakłada się liczbę rodziców wymaganą przez operator krzyżowania $\bar{c} = 2$. Algorytm można dość łatwo uogólnić do postaci, w której liczby te są większe, pamiętając, że jeżeli *plecMaZnaczenie* = \top , to rodzice muszą być różnych płci, więc rozmiar argumentu operatora krzyżowania musi być równy ich liczbie ($\bar{c} = |\mathcal{G}|$).

2. Alternatywnym rozwiązaniem mogłaby być zmiana płci losowych osobników pozostałych płci.

Algorytm 2.2 Schemat działania wybranych operatorów selekcji płciowej

Wejście:

populacja ▷ Populacja wejściowa, z początku aktualnego pokolenia

Wyjście:

rodzice ▷ Zbiór par rodziców

Parametry:

opWyboru1 ▷ Operator wyboru pierwszego z rodziców

opWyboru2 ▷ Operator wyboru drugiego z rodziców

plecMaZnaczenie ▷ Wartość logiczna określająca, czy rodzice muszą różnić się płcią

prawdKrzyzowania ▷ Prawdopodobieństwo krzyżowania

rozmiarPopulacji ▷ Ilość osobników na początku pokolenia

0: **operator** *opSelPlciowej*(*populacja*)

1: **var** *rodzice* $\leftarrow \emptyset$

2: **var** *kandydaci1* $\leftarrow \begin{cases} \{s : plec(s) = \text{♀}, s \in populacja\} & : plecMaZnaczenie = \top \\ populacja & : plecMaZnaczenie = \perp \end{cases}$

3: **var** *kandydaci2* $\leftarrow \begin{cases} \{s : plec(s) = \text{♂}, s \in populacja\} & : plecMaZnaczenie = \top \\ populacja & : plecMaZnaczenie = \perp \end{cases}$

4: **while** $|rodzice| < rozmiarPopulacji \times prawdKrzyzowania$ **do**

5: **var** *rodzic1* $\leftarrow opWyboru1(kandydaci1)$

6: **var** *rodzic2* $\leftarrow opWyboru2(kandydaci1 \setminus \{rodzic1\})$

7: *rodzice* $\leftarrow rodzice \cup \{\{rodzic1, rodzic2\}\}$

8: **end while**

9: **return** *rodzice*

10: **end operator**

Symbole \top i \perp oznaczają kolejno prawdę i fałsz.

Operator wyboru przyjmuje zbiór osobników, a zwraca jego element.

Metaheurystyka DSEA jest w pewien sposób ogólniejsza od zwykłych algorytmów ewolucyjnych. Jeżeli dobrze się odpowiednio operatory i parametry, to można za jej pomocą zasymulować istniejących rozwiązań. Następne 3 podrozdziały opisują sposoby parametryzacji DSEA potrzebne do odtworzenia innych metaheurystyk znanych z literatury.

Standardowe algorytmy ewolucyjne

Jeżeli:

- użyto operatora selekcji płciowej opisanego powyżej, sparametryzowanego za pomocą:
 - $\text{plecMaZnaczenie} = \perp$,
 - $\text{opWyboru1} = \text{random}$,
 - $\text{opWyboru2} = \text{random}$,
 - użyto wybranego operatora selekcji naturalnej ($\text{opSelNat} \neq \text{random}$),
 - zignorowano liczbę płci ($|\mathcal{G}| \in \mathbb{N}_+$), ponieważ $\text{plecMaZnaczenie} = \perp$,
- to DSEA sprowadza się do standardowego algorytmu ewolucyjnego, w którym na prawdopodobieństwo wydania potomstwa ma wpływ jedynie operator selekcji naturalnej.

GGA

GGA [10] to odmiana algorytmu genetycznego (co oznacza, że jej autorzy wykorzystywali reprezentację osobnika przez wektor bitów), w której wyróżnia się cechy osobnika określającej jego płeć i wymaga, aby rodzice różnili się nią. Każdy z rodziców jest wybierany losowo. Można to zrealizować spełniając następujące warunki:

- użyto operatora selekcji płciowej opisanego powyżej, sparametryzowanego za pomocą:
 - $\text{plecMaZnaczenie} = \top$,
 - $\text{opWyboru1} = \text{random}$,
 - $\text{opWyboru2} = \text{random}$,
- użyto wybranego operatora selekcji naturalnej ($\text{opSelNat} \neq \text{random}$),
- liczba płci jest większa niż 1 ($|\mathcal{G}| > 1$).

SexualGA

SexualGA [14] to inna odmiana na temat algorytmu genetycznego uwzględniającego płeć. Autorzy nie wyróżniali w niej cechy określającej płeć osobnika, proponując inne podejście do tego zjawiska. Przedstawione rozwiązanie wykorzystywało operator selekcji do wybrania rodziców, a nie osobników przechodzących do kolejnego pokolenia, a każdy z nich był wybierany za pomocą innego operatora wyboru³. Miało to symulować różne zachowania samców i samic związane z wyborem partnera.

Jeżeli poniższe warunki będą spełnione, to DSEA sprowadza się do SexualGA:

- użyto operatora selekcji płciowej opisanego powyżej, sparametryzowanego za pomocą:
 - $\text{plecMaZnaczenie} = \perp$,
 - $\text{opWyboru1} \neq \text{random} \vee \text{opWyboru2} \neq \text{random}$,
- użyto losowego operatora selekcji naturalnej ($\text{opSelNat} = \text{random}$),
- zignorowano liczbę płci ($|\mathcal{G}| \in \mathbb{N}_+$), ponieważ $\text{plecMaZnaczenie} = \perp$.

3. W oryginalnej pracy nie używano określenia „operator wyboru”, a „operator selekcji”.

Podany wyżej warunek, mówiący o tym, że co najmniej jeden operator wyboru musi być różny od losowego (*random*) wynika z tego, że gdyby oba operatory działały losowo, to metaheurystyka polegałaby na kompletnie przypadkowym przeszukiwaniu przestrzeni rozwiązań. Według autorów najlepsze wyniki osiągnęto używając operatora losowego w połączeniu z innym, różnym od niego, jednak sytuacja w której użyto tego samego operatora dla obu płci jest warta zbadania.

2.2. Proponowany operator selekcji płciowej

U wielu gatunków występujących w przyrodzie (np. u większości płetwonogich[7], w tym morsów i fok) występuje zjawisko formowania się haremów. Polega ono na tym, że tylko mała liczba osobników jednej z płci (zazwyczaj samców⁴) nazywanych dalej *osobnikami alfa*, przyczynia się do wydania na świat potomstwa. Oznacza to, że dostęp do grupy samic nazywanej *haremem* ma bardzo ograniczona grupa samców. Dzieje się tak, ponieważ osobniki alfa są w ogólności silniejsze od pozostałych i bronią dostępu do samic przed resztą samców. Zakaz ten nie zawsze jest przestrzegany. W momencie, w którym osobniki alfa są czymś zajęte, pewien odsetek samców ma szansę na rozmnożenie się. Osobniki którym się to uda nazywane są *osobnikami beta*.

Mimo, że takie zjawisko w dużym stopniu ogranicza różnorodność genetyczną, to w naturze wydaje się przynosić pozytywne rezultaty. Z tego powodu w niniejszej pracy zdecydowano się zbadać haremowe podejście do dobierania się w pary w celu rozmnażania. Zrealizowano to definiując operator selekcji płciowej, nazywany operatorem haremowym. Jest on opisany w algorytmie 2.3. Tak przedstawiona realizacja wymaga, aby w populacji występowały dokładnie 2 płcie ($|\mathcal{G}| = 2$).

Działanie takiego operatora zależy od pięciu parametrów, poza parametrami samej metaheurystyki. Są to trzy operatory wyboru: `opWyboruAlfa` służący do wyboru osobników alfa, `opWyboruBeta` używany do wyboru osobników beta oraz `opWyboruPartnerów` wykorzystywany do wyboru partnerów dla osobników alfa i beta. Ponadto, wykorzystywane są dwa parametry liczbowe: `liczbaAlfa` określający liczbę osobników alfa wybieranych w pojedynczym pokoleniu i `wspBeta`, czyli współczynnik określający stosunek liczby par rodziców z których jeden jest osobnikiem beta do liczby wszystkich par rodziców

Działanie operatora zaczyna się od inicjalizacji zmiennej *rodzice* na pusty zbiór (linia 1) oraz rozdzielenia populacji na zbiory *kandydaci1* i *kandydaci2*, zawierające osobniki różnych płci (linie 2 - 3). Następnie obliczane są wartości *liczbaZbiorowRodzicow*, czyli całkowita liczba par rodziców zwracanych przez operator (linia 4), *liczbaBeta*, czyli liczba osobników beta biorących udział w rozmnażaniu (linia 5), oraz *perAlfa*, czyli liczba par rodziców przypadających na jednego osobnika alfa (linia 7).

Kolejnym krokiem jest wygenerowanie par rodziców zawierających osobnika alfa. `liczbaAlfa` razy powtarzane jest (w pętli w linii 8) wybranie kolejnego takiego osobnika *alfa* (w linii 9) i usunięcie go ze zbioru kandydatów danej płci (w linii 10). Dzięki temu żaden osobnik alfa nie zostanie wybrany dwukrotnie, ani nie pokryje się z którymś z osobników beta. Dla danego osobnika alfa wybierany jest *perAlfa* (w pętli w linii 11)

4. Mimo, że nie zawsze osobniki alfa są płci męskiej, to przyjęte zostanie takie uproszczenie. Osobniki alfa i beta będą nazywane samcami, a ich partnerki - samicami.

Algorytm 2.3 Schemat działania operatora haremowego**Wejście:**

populacja ▷ Populacja wejściowa, z początku aktualnego pokolenia

Wyjście:

rodzice ▷ Zbiór par rodziców

Parametry:

liczbaAlfa ▷ Liczba osobników alfa

wspBeta ▷ Stosunek liczby par rodziców zawierających osobnika alfa do liczby wszystkich par

opWyboruAlfa ▷ Operator wyboru osobników alfa

opWyboruBeta ▷ Operator wyboru osobników beta

opWyboruPartnerow ▷ Operator wyboru partnerów przeciwnej płci

prawdKrzyzowania ▷ Prawdopodobieństwo krzyżowania

rozmiarPopulacji ▷ Liczba osobników na początku pokolenia

0: **operator** OPHAREMOWY(*populacja*)

1: **var** *rodzice* $\leftarrow \emptyset$

2: **var** *kandydaci1* $\leftarrow \{s : \text{plec}(s) = \sigma, s \in \text{populacja}\}$

3: **var** *kandydaci2* $\leftarrow \{s : \text{plec}(s) = \varphi, s \in \text{populacja}\}$

4: **var** *liczbaZbiorowRodzicow* $\leftarrow \lceil \text{prawdKrzyzowania} \times \text{rozmiarPopulacji} \rceil$

5: **var** *liczbaBeta* $\leftarrow \lceil \text{wspBeta} \times \text{liczbaZbiorowRodzicow} \rceil$

6: **var** *perAlfa* $\leftarrow \lceil (\text{liczbaZbiorowRodzicow} - \text{liczbaBeta}) / \text{liczbaAlfa} \rceil$

7: ▷ Liczba zbiorów rodziców w których znajdzie się dany osobnik alfa

8: **for** $i \leftarrow 1$ **to** *liczbaAlfa* **do**

9: **var** *alfa* $\leftarrow \text{opWyboruAlfa}(\text{kandydaci1})$

10: *kandydaci1* $\leftarrow \text{kandydaci1} \setminus \{\text{alfa}\}$

11: **for** $j \leftarrow 1$ **to** *perAlfa* **do**

12: **var** *partner* $\leftarrow \text{opWyboruPartnerow}(\text{kandydaci2})$

13: *zbioryRodzicow* $\leftarrow \text{zbioryRodzicow} \cup \{\{\text{alfa}, \text{partner}\}\}$

14: **end for**

15: **end for**

16: **for** $i \leftarrow 1$ **to** *liczbaBeta* **do**

17: **var** *beta* $\leftarrow \text{opWyboruBeta}(\text{kandydaci1})$

18: **var** *partner* $\leftarrow \text{opWyboruPartnerow}(\text{kandydaci2})$

19: *rodzice* $\leftarrow \text{rodzice} \cup \{\{\text{beta}, \text{partner}\}\}$

20: **end for**

21: **return** *rodzice*

22: **end operator**

partnerów *partner* (linia 12), a tak określone pary rodziców są dołączane do zbioru *rodzice* (w linii 13).

W dalszej kolejności wybierane jest *liczbaBeta* osobników beta (linie 16-17), dla których dobierani są partnerzy *partner* (w linii 18). Tak wybrane pary również dołączane są do zbioru *rodzice* (linia 19).

Operator zwraca zmienną *rodzice* (w linii 21).

Przedstawiony schemat nie zgadza się z definicją operatora selekcji płciowej przedstawioną w jednym z poprzednich podrozdziałów, ponieważ w niektórych sytuacjach zwraca więcej par rodziców niż powinien.

Oczekiwany rozmiar zbioru zwracanego przez operator to *liczbaZbiorowRodzicow*, czyli $\lceil \text{prawdKrzyszowania} \times \text{rozmiarPopulacji} \rceil$, jednak ponieważ zaokrąglamy wartość *perAlfa* w górę, to często generowane jest *liczbaAlfa* nadmiarowych par. Można temu zaradzić modyfikując ostatnią pętlę, generującą pary z osobnikami beta, w sposób opisany algorytmem 2.4.

Algorytm 2.4 Sposób zaradzenia nadmiarowi zwracanych zbiorów

```

0: operator OPHAREMOWY(populacja)
1:   (...)
15:  while |rodzice| < liczbaZbiorowRodzicow do
16:    var beta ← opWyboruBeta(kandydaci1)
17:    var partner ← opWyboruPartnerow(kandydaci2)
18:    rodzice ← rodzice ∪ {beta, partner}
19:  end while
20:  return rodzice
21: end operator

```

Takie podejście powoduje, że parametr *wspBeta* traci swoje dosłowne znaczenie i określa przybliżony stosunek liczby par rodziców zawierających osobniki beta do liczby wszystkich zwracanych par.

W implementacji wykonanej w niniejszej pracy nie zastosowano tej modyfikacji. Umotywowane było to małą różnicą między zakładanym i rzeczywistym rozmiarem zbioru par rodziców, oraz faktem, że *de facto* generowanie nadmiarowych par powoduje minimalnie lepszą eksploatację przestrzeni rozwiązań (ponieważ jest ona gęściej próbkowana).

Jeżeli w populacji występuje więcej niż 2 płcie ($|\mathcal{G}| > 2$), to jedną z nich należy wyróżnić jako tą, z której pochodzą osobniki alfa i beta. Ponadto, operator ma wtedy więcej parametrów (tyle operatorów wyboru partnerów ile jest niewyróżnionych płci), a zamiast jednego partnera (linie 12 i 18) wybiera się ich odpowiednio więcej, każdego z wykorzystaniem przeznaczonego do tego operatora wyboru.

Rozdział 3

Przeprowadzone badania

Niniejsza praca ma na celu zbadanie i porównanie różnych podejść do zagadnienia płci wykorzystywanych w algorytmach ewolucyjnych. Aby to osiągnąć zaimplementowano metody opisane w poprzednim rozdziale i przeprowadzono zestaw eksperymentów, których wyniki zostały porównane.

Ten rozdział zaczyna się od prezentacji wybranych problemów optymalizacji, na których przeprowadzone zostały badania. Kolejny podrozdział zawiera opis implementacji wykorzystanej w badaniach. Całość zamknięta jest podsumowaniem ich przebiegu i przedstawieniem wyników.

3.1. Wybrane problemy testowe

Aby zbadać jakość działania wybranych metod zaimplementowano i podjęto próbę rozwiązania dwóch problemów optymalizacji. Były to problem komiwojażera (*ang. travelling salesman problem*, w skrócie *TSP*) oraz binarny problem plecakowy.

Problem komiwojażera to zadanie znalezienia minimalnego cyklu Hamiltona w pełnym grafie ważonym. Cykl Hamiltona to cykl, w którym każdy wierzchołek jest odwiedzany tylko raz (z pominięciem pierwszego wierzchołka, który jest taki sam jak ostatni). Graf pełny, to taki, w którym między dowolnymi dwoma wierzchołkami istnieje krawędź, a graf ważony to taki, w którym krawędzie opisane są pewnymi wartościami, nazywanymi wagami. Minimalnym cyklem nazywamy taki, dla którego suma wag krawędzi jest najmniejsza.

Problem ten można przełożyć na rzeczywistą sytuację, w której mamy zbiór punktów na mapie (np. miast, reprezentowanych przez wierzchołki grafu) leżących w pewnych odległościach od siebie¹ (które są reprezentowane przez wagi krawędzi). Rozwiązanie problemu komiwojażera sprowadza się do minimalizacji długości drogi przechodzącej przez wszystkie punkty. Wynik optymalizacji jest cenny w rzeczywistych

1. Geograficzne odległości między punktami to tylko jedna z możliwych interpretacji. Zamiast tego między punktami może być określony czas przejazdu, jego koszt, itd. W ogólności, znane są pewne wartości związane z każdymi dwoma punktami, które oznaczają tym gorszą sytuację z punktu widzenia osoby rozwiązującej problem, im są wyższe.

zastosowaniach, ponieważ pozwala m.in. zaoszczędzić zasoby w firmach zajmujących się transportem.

Binarny problem plecakowy (nazywany czasem dyskretnym problemem plecakowym) to zadanie optymalizacji, w którym ze zbioru n par $\{(k_1, w_1), (k_2, w_2), \dots, (k_n, w_n)\}$ należy wybrać podzbiór, dla którego suma pierwszych elementów z pary będzie jak największa, a suma drugich elementów nie przekroczy zadanej wartości W . Problem ten przekłada się na sytuację, w której mamy pewien pojemnik (popularnie nazywany plecakiem, skąd bierze się nazwa problemu) o określonej pojemności W i zestaw przedmiotów, które możemy do niego włożyć. Każdy przedmiot jest opisany parą (k, w) , gdzie k reprezentuje jego wartość, a w jego rozmiar, czy też objętość. Rozwiązaniem problemu jest taki zestaw przedmiotów jaki zmieści się w plecaku i będzie miał jak największą wartość.

Ogólna wersja problemu plecakowego polega na przypisaniu każdemu z przedmiotów (par) liczby naturalnej, określającej ile jego egzemplarzy wkładamy do plecaka, jednak w ramach niniejszej pracy zdecydowano się na binarną wariację tego problemu, która dopuszcza wykorzystanie co najwyżej jednego egzemplarza każdego obiektu.

Opisane problemy zostały wybrane, ponieważ reprezentują dwie klasy zadań powszechnie rozwiązywane za pomocą algorytmów ewolucyjnych. Binarny problem plecakowy to popularne zadanie w którym rozwiązania są reprezentowane jako wektory bitów, a problem komiwojażera to znane zagadnienie, powszechnie wykorzystywane do badania jakości działania heurystyk. Ponadto, problem plecakowy to zadanie optymalizacji z ograniczeniami, których nie da się łatwo zachować w ramach operatorów genetycznych (w przeciwieństwie np. do problemu komiwojażera, w którym można zastosować operatory, które gwarantują, że zwrócą rozwiązania nie przekraczające ograniczeń, jeżeli osobniki wejściowe ich nie przekraczały).

3.2. Implementacja

Aby zbadać skuteczność wybranych metod potrzebna była ich implementacja. Metaheurystyka DSEA pozwala na zasymulowanie pozostałych wybranych metod, więc to ją właśnie zaimplementowano. W wyniku tego powstała biblioteka programistyczna w języku Groovy 2.3. Jest to język działający w oparciu o maszynę wirtualną Java, a biblioteki w nim pisane są automatycznie dostępne dla wszystkich języków działających w tej technologii, łącznie z samym językiem Java. Poza samym algorytmem zaimplementowano również reprezentacje i operatory genetyczne dla dwóch opisanych wyżej problemów. Ponadto, powstał zestaw operatorów selekcji płciowej, naturalnej oraz operatorów wyboru opisanych w kolejnych podrozdziałach.

Dodatkowo, prócz biblioteki powstał zestaw skryptów w języku Groovy pozwalających na utrwalanie wyników i powracanie do przerwanych badań, oraz opisujących wykonanie i analizę wyników wszystkich eksperymentów potrzebnych w tej pracy.

Szczegółowy opis implementacji wykonanej na potrzeby badań znajduje się w dodatku A.1. Przedstawiono tam sposób działania ruletkowego i turniejowego operatora wyboru oraz funkcję oceny i operatory genetyczne dla obu badanych problemów.

W niniejszej pracy wykorzystano operator losowy, ruletkowy ważony rangą, oraz operatory turniejowe o rozmiarze 2 i 3. Wykorzystywane są one wraz z operatorem selekcji naturalnej opisanym algorytmem 2.1. Ponadto, użyto operatorów selekcji płcio-

Tabela 3.1. Oznaczenia operatorów

Oznaczenie	Znaczenie
R	Losowy operator wyboru $random(X)$
RS	Ruletkowy operator wyboru
TS(n)	Turniejowy operator wyboru o rozmiarze turnieju n
NATSEL(X)	Operator selekcji naturalnej opisany algorytmem 2.1, korzystający z operatora wyboru X
STDGENSEL($p, W1, W2$)	Operator selekcji płciowej używany do realizacji dotychczasowych rozwiązań, opisany algorytmem 2.2, parametryzowany przez <code>plecMaZnaczenie</code> = p , <code>opWyboru1</code> = $W1$ oraz <code>opWyboru2</code> = $W2$
HAREM(a, b, WA, WB, WP)	Proponowany haremowy operator selekcji płciowej, opisany algorytmem 2.3 (bez zmian opisanych algorytmem 2.4), wykorzystujący <code>liczbaAlfa</code> = a , <code>wspBeta</code> = b , <code>opWyboruAlfa</code> = WA , <code>opWyboruBeta</code> = WB , <code>opWyboruPartnerow</code> = WP .

wej opisanych za pomocą algorytmów 2.2 i 2.3. Są one kolejno nazywane uogólnionym i haremowym operatorem selekcji płciowej. Ponadto, niezależnie od eksperymentu wykorzystano kryterium zatrzymania przerywające działanie algorytmu po określonej liczbie pokoleń.

Tabela 3.1 przedstawia oznaczenia różnych elementów wraz z ich opisem. Przykładowo, zapis STDGENSEL($T, R, TS(2)$) oznacza standardowy operator selekcji naturalnej, parametryzowany przez `plecMaZnaczenie` = T , wykorzystujący operator losowy jako `opWyboru1` i operator turniejowy (z rozmiarem turnieju równym 2) jako `opWyboru2`.

W pracy przyjęto co najwyżej 2 płcie osobników. Jeżeli płeć była tylko jedna, to $\mathcal{G} = \{\odot\}$, w przeciwnym wypadku $\mathcal{G} = \{\sigma, \varphi\}$. Symbol \odot to umowne oznaczenie na wartość cechy płci, jeżeli może ona przyjmować tylko jedną wartość.

3.3. Badania

Celem przeprowadzonych badań było porównanie skuteczności działania standardowego algorytmu ewolucyjnego, wybranych metaheurystyk uwzględniających płeć oraz heurystyki DSEA z różnymi operatorami selekcji płciowej. Przez skuteczność działania rozumiano wartość funkcji oceny, uśrednioną między wieloma uruchomieniami algorytmu dla tych samych parametrów.

Aby móc tego dokonać wybrano dwa opisane wcześniej problemy, zdefiniowane jako problemy minimalizacji. Dla każdego z nich przeprowadzono eksperymenty podzielone na 2 etapy. Pierwszy z nich miał na celu określenie wartości parametrów zwykłego algorytmu ewolucyjnego dla danego problemu. Drugi z etapów wykorzystywał parametry znalezione wcześniej do zbadania różnych operatorów selekcji naturalnej i płciowej.

3.3.1. Badania wrażliwości metaheurystyki na wartość parametrów

Cel

Celem tego zestawu badań było zbadanie związku między wartościami użytych parametrów, a wynikami metaheurystyki oraz określenie jak najlepszego zestawu parametrów dla każdego z problemów.

Założenia

Każdy eksperyment na każdym etapie badań wykonano niezależnie dla obu problemów.

Aby to osiągnąć założono pewien zestaw wartości parametrów, pokazany w tabeli 3.2. Ponieważ łączna liczba ich możliwych kombinacji była tak duża, że praktycznie uniemożliwiała zbadanie ich wszystkich zdecydowano się wykorzystać iteracyjne, adaptacyjne podejście do dostrajania heurystyki. Wykorzystaną procedurę nazwano *procedurą eksploracji*, lub krócej *eksploracją*. Została ona szczegółowo opisana w dodatku A.2. Polega ona na wielokrotnym powtórzeniu iteracji nazwanej nawrotem. W ramach jednego nawrotu każdy parametr był dobierany osobno tak, aby heurystyka dawała jak najlepsze wyniki. Polegało to na „zamrożeniu” wartości pozostałych parametrów i wielokrotnym uruchomieniu heurystyki z różną wartością badanego parametru. Kiedy określono najlepszą wartość, zaczynało badać wartość kolejnego z nich. Aby zastosować taką procedurę należało określić (prócz samych wartości parametrów) ilość nawrotów, ilość powtórzeń dla każdego zestawu parametrów oraz sposób oceny tego który zestaw jest lepszy.

Przebieg

Cały eksperyment był dodatkowo podzielony na 2 kroki. Szczegółowy zapis ich przebiegu zamieszczony jest w dodatku A.3 W pierwszym kroku wykorzystywano procedurę eksploracji do badania zakresów parametrów przedstawione w tabeli 3.2. Wykonano tu trzy nawroty, a w każdym z nich każdy zestaw parametrów był używany w pięciu uruchomieniach heurystyki. Przez najlepsze wyniki działania heurystyki rozumiano tu najniższy wynik dla danego zestawu parametrów spośród pięciu powtórzeń.

Drugi krok również działał w oparciu o eksplorację, jednak badane zakresy zależały od wyników kroku poprzedniego. W tej części badań zmieniano jedynie wartości liczbowe, próbując lokalne sąsiedztwo wartości danego parametru. Jeśli przyjmował on wartości z przedziału $\langle 0, 1 \rangle$, to wynik pierwszego kroku zmieniano o $\pm 0,02$ oraz $\pm 0,05$ (odrzucając wartości mniejsze od 0 i większe od 1). Jeśli miał on jednak wartości całkowite, to dotychczasowy wynik zmieniano o ± 5 i ± 10 . W ten sposób określano założenia dotyczące wartości parametrów w drugim kroku. Wykonano dwa nawroty, w każdym po trzy uruchomienia heurystyki, przez najlepszy wynik rozumiejąc najniższą średnią ocenę z trzech uruchomień.

Wyniki

Tabele 3.3 i 3.4 opisują znalezione wyniki parametrów kolejno dla problemu komiwojażera i problemu plecakowego. Przebieg obu kroków eksploracji został szczegółowo opisany w dodatku A.3.

Tabela 3.2. Założenia dot. wartości parametrów

Parametr	Zbiór wartości
rozmiarPopulacji	10, 20, 50
wspDomieszek	0, 0,1, 0,25, 0,5
(prawdKrzyzowania, prawdMutacji)	$[0,6, 0,7, 0,8] \times [0,1, 0,2, 0,3]$
max	25, 50, 100
opSelNat	NATSEL(RS), NATSEL(TS(2)), NATSEL(TS(3))

Parametr	Wartość
opSelPlciowej	STDGENSEL(\perp , R, R)
Zbiór płci	$\mathcal{G} = \{\odot\}$

Tabela 3.3. Parametry używane w dalszych badaniach problemu komiwojażera

Parametr	Wartość
opSelNat	NATSEL(RS)
opSelPlciowej	STDGENSEL(\perp , R, R)
rozmiarPopulacji	50
wspDomieszek	0,0
prawdKrzyzowania	0,6
prawdMutacji	0,15
max	110

Warto zauważyć, że znaleziono duże (tzn. jedno z największych badanych) rozmiary populacji i liczby pokoleń. Mniejszą liczbę pokoleń określono dla problemu plecakowego, jednak dla niego wykorzystano wartość współczynnika domieszek 0,1 i największy badany rozmiar populacji. Dodatkowo, dla problemu plecakowego określono wyższe prawdopodobieństwo krzyżowania.

Może to wskazywać na fakt, iż do rozwiązania problemu komiwojażera potrzebna jest słabsza eksploatacja przestrzeni rozwiązań, niż dla problemu plecakowego. Innymi słowy istnieje podejrzenie, że przestrzeń rozwiązań problemu komiwojażera można próbować rzadziej niż przestrzeń problemu plecakowego.

Tabela 3.4. Parametry używane w dalszych badaniach problemu plecakowego

Parametr	Wartość
opSelNat	NATSEL(RS)
opSelPlciowej	STDGENSEL(\perp , R, R)
rozmiarPopulacji	60
wspDomieszek	0,1
prawdKrzyzowania	0,75
prawdMutacji	0,15
max	60

Tabela 3.5. Założenia dot. wartości parametrów standardowego algorytmu ewolucyjnego

Operator selekcji płciowej	$\text{STDGENSEL}(\perp, R, R)$
Pozostałe parametry	Zgodne z tabelą 3.3 lub 3.4
Zbiór płci	$\mathcal{G} = \{\odot\}$

Tabela 3.6. Założenia dot. wartości parametrów metaheurystyki GGA

Operator selekcji płciowej	$\text{STDGENSEL}(\top, R, R)$
Operator selekcji naturalnej	$\text{NATSEL}(W)$
Pozostałe parametry	Zgodne z tabelą 3.3 lub 3.4
Zbiór płci	$\mathcal{G} = \{\sigma, \varphi\}$

Parametr	Zbiór wartości
W	RS, TS(2), TS(3)

3.3.2. Badanie efektywności metaheurystyki w zależności od operatorów selekcji

Cel

Celem badań przeprowadzonych na tym etapie było porównanie efektywności wybranych metod optymalizacji. Były to: klasyczny algorytm ewolucyjny, metaheurystyka GGA, metaheurystyka SexualGA oraz algorytm DSEA. Miara efektywności była średnia najniższa ocena z pięciu powtórzeń działania heurystyki.

Założenia

Każdy eksperyment był powtórzony pięciokrotnie dla każdego z problemów oddzielnie, dla każdego zestawu parametrów.

W tabelach 3.5-3.9 przedstawiono zestawy parametrów wykorzystywane w wykonanych eksperymentach. Jeżeli wartość jakiegoś z parametrów nie jest w nich określona, wykorzystano wartość podaną w tabelach 3.3 i 3.4, w zależności od problemu.

Tabela 3.5 opisuje parametry wykorzystane w badaniach klasycznego algorytmu ewolucyjnego. Wykorzystano całkowicie losowy operator selekcji płciowej i jednoelementowy zbiór płci, aby wyeliminować jakikolwiek wpływ tej cechy na wyniki algorytmu.

Tabela 3.6 pokazuje wartości użyte w badaniach heurystyki GGA. Operator selekcji płciowej wybierał rodziców losowo, każdego z inną płcią. Zbadano efektywność dla różnych operatorów selekcji naturalnej.

Tabela 3.7 mówi o parametrach heurystyki SexualGA. Wykorzystano tu losowy operator selekcji naturalnej, przez co przeszukiwaniem przestrzeni rozwiązań sterował jedynie operator selekcji płciowej. Zbadano 12 zestawów parametrów tego operatora, nie rozróżniając osobników po płci, jednak każdego rodziców wybierając w inny sposób. Zbadano również sytuacje, w których oboje rodziców jest wybierane tym samym

Tabela 3.7. Założenia dot. wartości parametrów metaheurystyki SexualGA

Operator selekcji płciowej	STDGENSEL(\perp , opWyboru1, opWyboru2)
Operator selekcji naturalnej	NATSEL(R)
Pozostałe parametry	Zgodne z tabelą 3.3 lub 3.4
Zbiór płci	$\mathcal{G} = \{\odot\}$

Parametr	Zbiór wartości
opWyboru1	RS, TS(2), TS(3)
opWyboru2	R, RS, TS(2), TS(3)

Tabela 3.8. Założenia dot. wartości parametrów metaheurystyki DSEA z uogólnionym operatorem selekcji płciowej

Operator selekcji płciowej	STDGENSEL(p , opWyboru1, opWyboru2)
Pozostałe parametry	Zgodne z tabelą 3.3 lub 3.4

Parametr	Zbiór wartości
$p = \text{plecMaZnaczenie}$	\top, \perp
opWyboru1	RS, TS(2), TS(3)
opWyboru2	R, RS, TS(2), TS(3)
Zbiór płci	$ \mathcal{G} \in \{1, 2\}$, zależnie od plecMaZnaczenie

operatorem. Pominięto taką, w której oba te operatory wyboru są losowe (ponieważ wtedy heurystyka zachowywałaby się zupełnie losowo).

W tabeli 3.8 przedstawiono założenia dotyczące wartości parametrów dla eksperymentów. Wykorzystano konfigurację przedstawioną w tabelach 3.3 i 3.4, zmieniając jedynie operator selekcji płciowej. Zbadano każdą kombinację operatorów wyboru (z pominięciem dwóch operatorów losowych) dla obu wartości `plecMaZnaczenie`, co daje łącznie 24 zestawy parametrów.

Tabela 3.9 przedstawia zestawy parametrów wykorzystane do zbadania heurystyki DSEA z haremowym operatorem selekcji płciowej. Wykorzystano parametry znalezione na poprzednim etapie badań, jednak zbadano różne kombinacje odpowiednich parametrów liczbowych (`liczbaAlfa` oraz `wspBeta`) i operatorów wyboru (`opWyboruAlfa` oraz `opWyboruBeta`). Operator wyboru partnerów przyjmował stałą wartość operatora losowego.

Zbadano wszystkie kombinacje zestawów podanych w kolumnie **Zbiór wartości**. Było ich łącznie 144.

W sumie, na tym etapie wykonano pięć uruchomień heurystyki dla każdego z 181 zestawów parametrów, dla każdego z problemów osobno.

Tabela 3.9. Założenia dot. wartości parametrów metaheurystyki DSEA z haremowym operatorem selekcji płciowej

Operator selekcji płciowej	HAREM(a, b, WA, WB, WP)
Pozostałe parametry	Zgodne z tabelą 3.3 lub 3.4
Zbiór płci	$\mathcal{G} = \{\sigma, \varphi\}$

Parametr	Zbiór wartości
a = liczbaAlfa	1, 3, 5
b = wspBeta	0, 0,1, 0,25
WA = opWyboruAlfa	R, RS, TS(2), TS(3)
WB = opWyboruBeta	R, RS, TS(2), TS(3)

Parametr	Wartość
WP = opWyboruPartnerow	R

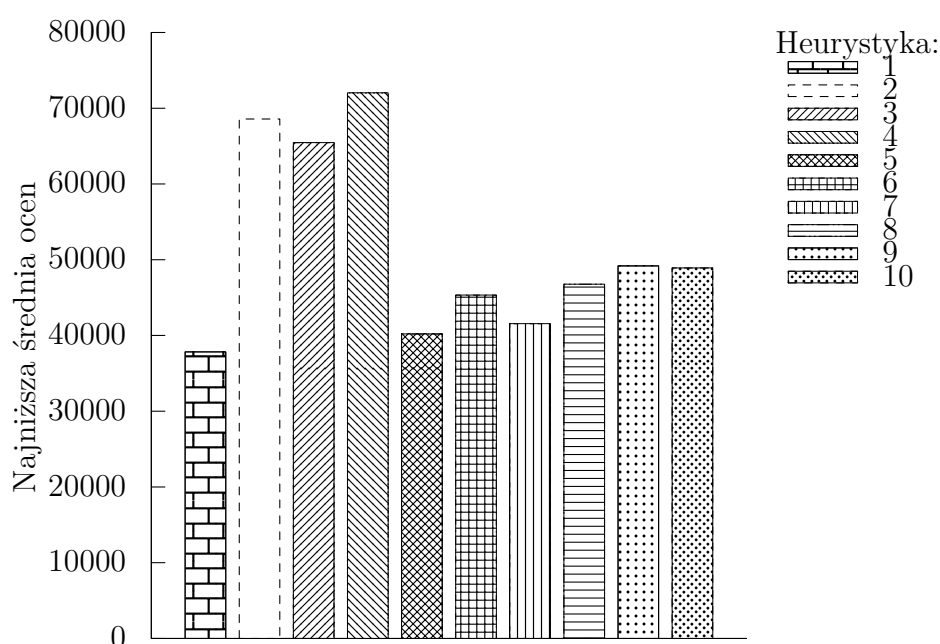
Wyniki

Rezultaty przeprowadzonych eksperymentów zostaną przedstawione osobno dla każdego z problemów.

Problem komiwożera W tabeli 3.10 i na wykresie 3.1 przedstawiono zestawienie najlepszych wyników różnych heurystyk. Heurystyce SexualGA poświęcono dwa wiersze, pokazujące dwa najlepsze zestawy parametrów, które jednocześnie pokazują sytuacje w której oba operatory wyboru są takie same lub różne. Dla algorytmu DSEA przeznaczono 6 wierszy. Pierwsze 4 to najlepsze wyniki dla uogólnionego operatora selekcji płciowej. Ponadto są to sytuacje zarówno z dwoma różnymi i dwoma takimi samymi operatorami wyboru, jak i z różnym podejściem do płci rodziców. Ostatnie dwa wiersze poświęcone są na najlepsze wyniki dla operatora haremowego. Równocześnie są to zestawy parametrów z dwoma różnymi lub takimi samymi operatorami wyboru alfa i beta.

Tabela 3.10. Najlepsze wyniki różnych heurystyk dla problemu komiwojażera, pokazane na wykresie 3.1

Nr.	Heurystyka	Op. selekcji naturalnej	Op. selekcji płciowej	Ocena
1	Alg. ewolucyjny	opNatSel(RS)	stdGenSel(\perp , R, R)	37830,7834 \pm 1865,7587
2	GGA	opNatSel(RS)	stdGenSel(\top , R, R)	68582,5919 \pm 2240,5888
3	SexualGA	opNatSel(R)	stdGenSel(\perp , RS, RS)	65454,5598 \pm 4541,7191
4			stdGenSel(\perp , RS, R)	72023,5817 \pm 5135,7596
5	DSEA	opNatSel(RS)	stdGenSel(\perp , RS, RS)	40199,6226 \pm 3708,8267
6			stdGenSel(\perp , RS, R)	45328,6013 \pm 967,5844
7			stdGenSel(\top , RS, RS)	41555,6377 \pm 3146,2442
8			stdGenSel(\top , RS, R)	46760,4675 \pm 4193,2035
9			harem(5, 0,1, RS, RS, R)	49180,7887 \pm 4249,2504
10			harem(5, 0,1, RS, R, R)	48915,0643 \pm 799,6703

**Rys. 3.1.** Najlepsze wyniki różnych heurystyk dla problemu komiwojażera, przedstawione w tabeli 3.1. Niższe słupki oznaczają lepsze wyniki.

Pełne zestawienie wyników można znaleźć w dodatku A.4.

Najefektywniejszy okazał się być standardowy algorytm ewolucyjny. Niewiele gorsze wyniki osiągnął algorytm DSEA z uogólnionym operatorem selekcji płciowej, korzystający z tego samego operatora wyboru dla obu płci, co operator selekcji naturalnej, tzn. operatora ruletkowego. Nieco gorzej zadziałała heurystyka DSEA korzystająca z uogólnionego operatora selekcji płciowej używającego operatorów ruletkowego i losowego. Jeszcze niższe wyniki osiągnęła heurystyka DSEA z haremowym operatorem selekcji płciowej. Najgorzej poradziły sobie heurystyki SexualGA i GGA.

Żadna ze zbadanych heurystyk nie przyniosła lepszych wyników niż standardowy algorytm ewolucyjny. Heurystyka DSEA okazała się lepsza od istniejących heurystyk GGA i SexualGA. Druga z nich dała lepsze wyniki niż GGA jeżeli używała dwóch takich samych operatorów wyboru, jednak po zastąpieniu jednego z nich operatorem losowym otrzymano gorsze wyniki.

Tabela 3.11. Najniższe wyniki metaheurystyki DSEA z operatorem haremowym

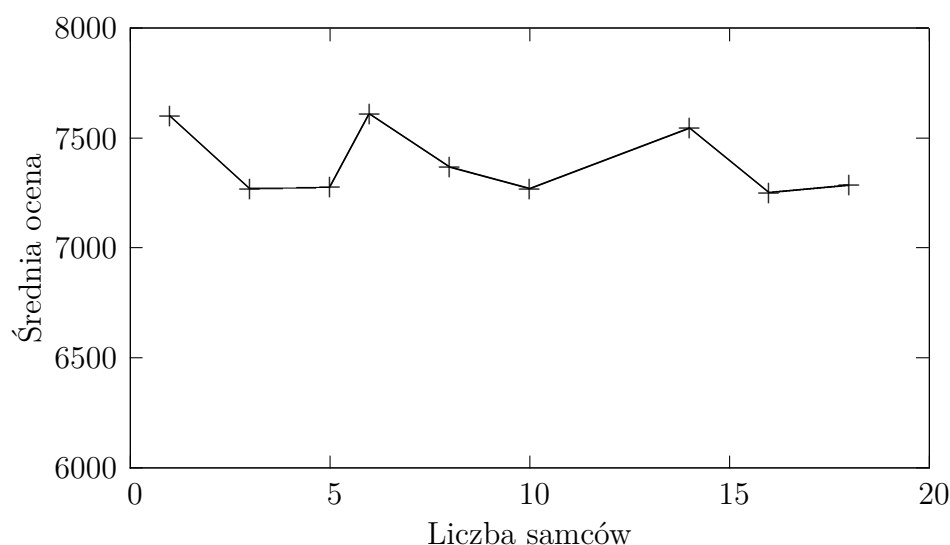
a	b	WA	WB	Ocena
5	0,1	RS	R	48915,0643±799,6703
5	0,1	RS	RS	49180,7887±4249,2504
3	0,25	RS	RS	49744,9081±2768,5553
3	0	RS	R	49984,0394±3413,5860
5	0,1	RS	TS(3)	49985,4366±4012,8489
3	0,25	RS	R	50011,9993±3104,8017
3	0	RS	RS	50296,3335±4102,9637
5	0	RS	R	50317,9438±3977,9757
3	0,1	RS	TS(3)	50425,7944±2674,6857
5	0,25	RS	RS	50581,0518±3533,9353
5	0	RS	TS(3)	50788,1319±1542,8235
5	0	RS	TS(2)	51156,4782±3617,3294

Można zaobserwować, że heurystyka działała najskuteczniej, kiedy jeden lub oba operatory wyboru były takie same jak użyty w operatorze selekcji naturalnej. Ponadto, najlepsze wyniki uzyskano dla większych liczb osobników alfa i beta.

Warto zauważyć, że najlepszy i najbardziej stabilny wynik uzyskano wybierając osobniki alfa operatorem ruletkowym, a osobniki beta i partnerów losowym. Może to oznaczać, że drastyczna selekcja rodziców nie jest nieuzasadniona, a osobniki alfa mają najbardziej korzystne cechy.

Wykres 3.2 przedstawia średnią funkcję oceny dla różnych liczb samców. Liczba ta została obliczona jako $\lceil \text{liczbaAlfa} + \text{wspBeta} \times 50 \rceil$, ponieważ `rozmiarPopulacji` wynosił 50. Nie udało się zaobserwować żadnej jednoznacznej zależności między tą liczbą, a wynikami, z czego można wnioskować, że to operatory wyboru (losowy lub ruletkowy w większości przypadków) decydowały o skuteczności.

Rys. 3.2. Wykres średniej oceny od łącznej liczby osobników alfa i beta



Problem plecakowy W tabeli 3.12 i na wykresie 3.3 przedstawiono podsumowanie wyników różnych heurystyk. W wierszach znajdują się wyniki dla odpowiednich parametrów, pokrywające się znaczeniem z tymi z tabeli 3.10 przedstawiającej wyniki dla problemu komiwojażera. Co ciekawe, w niektórych sytuacjach (wiersz 4. i wiersz 10.) tam, gdzie dla problemu plecakowego użyto losowego operatora wyboru zastosowano tym razem operator turniejowy (o rozmiarze turnieju równym 2).

Najlepsze wyniki udało się uzyskać za pomocą heurystyki DSEA. Najniższy z nich znaleziono korzystając z uogólnionego operatora wyboru nie wymuszającego różnych płci rodziców i dwukrotnie korzystającego z ruletkowego operatora wyboru, używanego też przez operator selekcji naturalnej. Różnice między wynikami DSEA są jednak zbyt małe, żeby uważać to konkretne rozwiązanie za znacząco lepsze.

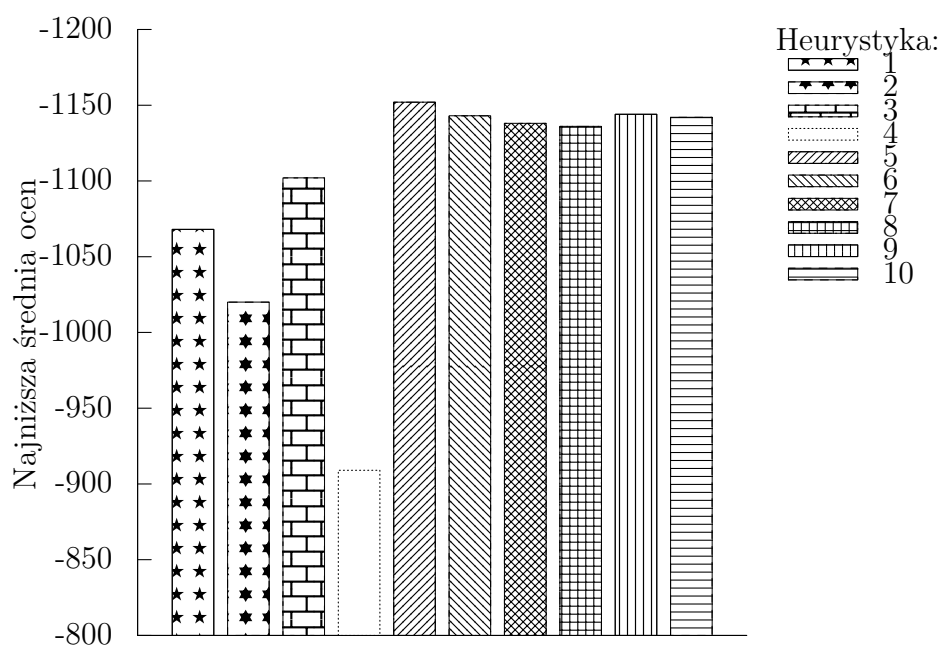
Pozostałe metody sprawdziły się w ogólności gorzej. Warto zauważyć, że jedynie SexualGA korzystające z tego samego operatora selekcji płciowej co DSEA w najlepszym przypadku osiągnęło lepsze rezultaty niż standardowy algorytm ewolucyjny. Mimo to, w tym przypadku działanie heurystyki było o wiele mniej stabilne, ponieważ odchylenie standardowe było ponad 6,6 raza większe niż dla standardowego algorytmu ewolucyjnego.

Można podejrzewać, że w tym przypadku selekcja naturalna była „za słaba” i za wolno odrzucała mało przydatne rozwiązania. Po dodaniu dodatkowego członu, dodatkowo zmniejszającego szanse słabo dopasowanych osobników na wydanie potomstwa, efektywność wydawała się wzrosnąć. Takiego efektu nie zaobserwowaliśmy dla SexualGA ponieważ tam eksplorację przestrzeni rozwiązań zakłócał losowy operator selekcji naturalnej.

Przy pomocy haremowego operatora wyboru uzyskano drugi i czwarty najlepszy wynik. Jak było wcześniej wspomniane, różnice w tej części rankingu są zbyt mało znaczące, aby z nich wnioskować. Warto zauważyć, że oceny tych wyników mają największe odchylenia standardowe wśród wyników DSEA. Są one jednak od 3 do ponad 8 razy mniejsze niż w przypadku innych heurystyk.

Tabela 3.12. Najlepsze wyniki różnych heurystyk dla problemu plecakowego, pokazane na wykresie 3.3

Nr.	Heurystyka	Op.selekcji naturalnej	Op.selekcji płciowej	Ocena
1	Alg. ewolucyjny	opNatSel(RS)	stdGenSel(\perp , R, R)	-1068 \pm 10,9727
2	GGA	opNatSel(RS)	stdGenSel(\top , R, R)	-1020 \pm 115,6045
3	SexualGA	opNatSel(R)	stdGenSel(\perp , RS, RS)	-1102 \pm 66,7383
4			stdGenSel(\perp , RS, TS(2))	-909,2 \pm 169,7308
5	DSEA	opNatSel(RS)	stdGenSel(\perp , RS, RS)	-1152,8 \pm 14,8647
6			stdGenSel(\perp , RS, R)	-1143,2 \pm 12,3839
7			stdGenSel(\top , RS, RS)	-1138,6 \pm 20,5777
8			stdGenSel(\top , RS, R)	-1136,2 \pm 20,4783
9			harem(5, 0,25, RS, RS, R)	-1144,2 \pm 20,4294
10			harem(3, 0,0, RS, TS(2), R)	-1142 \pm 19,308



Rys. 3.3. Najlepsze wyniki różnych heurystyk dla problemu plecakowego, przedstawione w tabeli 3.3. Wyższe słupki oznaczają lepsze wyniki.

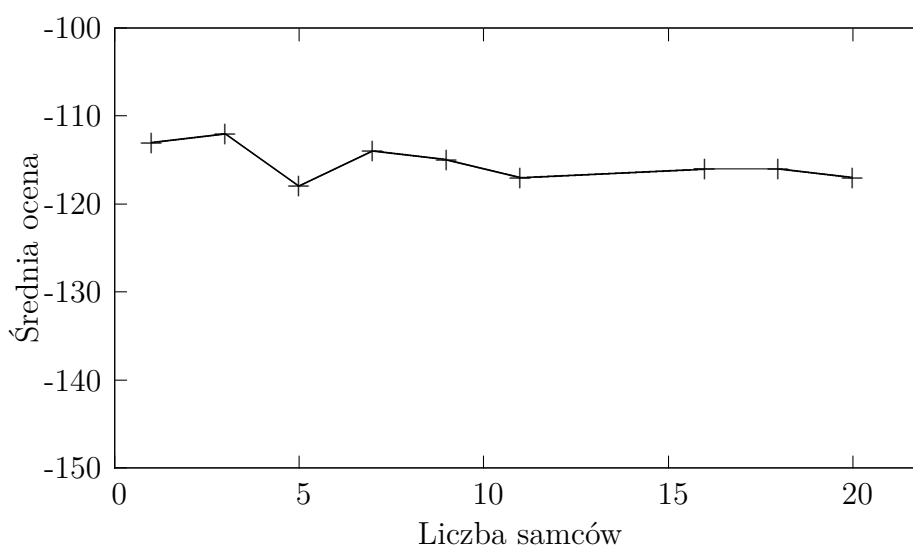
Tabela 3.13. Najniższe wyniki metaheurystyki DSEA z operatorem haremowym

a	b	WA	WB	Ocena
5	0,25	RS	RS	-1144,2000±20,4294
3	0	RS	TS(2)	-1142±19,3080
5	0	RS	TS(2)	-1141,8000±22,3195
5	0	RS	TS(3)	-1134±27,4591
1	0,25	RS	RS	-1130,4000±16,2800
5	0,25	RS	R	-1129±11,3490
5	0	RS	R	-1128,2000±32,6827
5	0,1	RS	R	-1128±23,7571
3	0,1	RS	TS(2)	-1127,8000±26,4983
3	0,1	RS	RS	-1126,6000±8,0647
3	0,25	RS	TS(3)	-1125,4000±19,9660
3	0,25	RS	RS	-1125,4000±29,6554

W tabeli 3.13 przedstawiono 12 najlepszych wyników heurystyki DSEA korzystającej z haremowego operatora selekcji płciowej. Można zauważyć, że wyniki są na dość niskim poziomie, a pierwsze trzy do pięciu z najlepszych jest podobnych do pozostałych wyników heurystyki DSEA.

Ponadto, rozwiązując problem komiwożera najlepsze wyniki osiągnęto korzystając jedynie z operatora ruletkowego i losowego, w różnych kombinacjach. Przy rozwiązywaniu tego problemu dość często korzysta się również z operatora turniejowego. Cztery z tych wyników korzystają z rozmiaru turnieju równego 2, a pozostałe dwa z rozmiaru równego 3, jednak jest to zbyt mała próbka danych, żeby wnioskować o jakimś związku między efektywnością działania i wartością tego parametru. Jeśli jednak zauważy się, że operator turniejowy używany był głównie w sytuacjach w których współczynnik beta był równo 0, a więc operator ten nie był w ogóle wykorzystywany, liczby te zmniejszą do dwóch wyników z których każdy miał inny rozmiar turnieju (2 lub 3). Są to dość niskie wyniki stojące daleko w rankingu, gorsze niż wyniki DSEA z uogólnionym operatorem selekcji płciowej, jednak wciąż lepsze niż wyniki pozostałych heurystyk.

Rys. 3.4. Wykres średniej oceny od łącznej liczby osobników alfa i beta



Na rysunku 3.3 znajduje się wykres średniej oceny uruchomień w zależności od łącznej liczby samców (tj. osobników alfa i beta) w nich wykorzystanej. Jest ona obliczana podobnie jak dla problemu komiwojażera, jednak tym razem `rozmiarPopulacji = 60`. Podobnie jak dla poprzedniego problemu, tu również nie da się zauważyć znaczącej zależności między tymi wartościami.

Podsumowanie Na tym etapie eksperymentów nie udało się znaleźć optimum globalnego. Dla problemu komiwojażera znaleziono punkty dające zadowalające, jednak nie optymalne wyniki. Tymczasem dla problemu plecakowego udało się znaleźć punkty o wartości kryterium bardzo bliskich wartości optimum.

Porównano cztery wybrane metody optymalizacji. Dla problemu komiwojażera najlepszy okazał się klasyczny algorytm ewolucyjny, następnie DSEA, a na końcu heurystyki GGA i SexualGA. Dla problemu plecakowego najlepsza była heurystyka DSEA, a standardowy algorytm ewolucyjny, SexualGA i GGA były na zbliżonym poziomie.

Dla obu problemów lepsze wyniki osiągnięto za pomocą uogólnionego operatora selekcji płciowej, niż operatora haremowego. W obu przypadkach najlepszy wynik spośród nich dawało użycie dwóch operatorów ruletkowych oraz ignorowanie cechy płci. W ogólności operator sparametryzowany tak aby tą cechę ignorował daje nieznacznie lepsze wyniki niż operator sparametryzowany tymi samymi operatorami, ale wymuszający różną płć rodziców.

Przy rozwiązywaniu problemu komiwojażera żadne z alternatywnych podejść nie było lepsze niż klasyczny algorytm ewolucyjny. Jednakże dla problemu plecakowego udało się znacząco poprawić wyniki. W tej sytuacji dodanie drugiego operatora selekcji wykorzystywanego do wyboru rodziców powoduje poprawę wyników. Dzieje się tak jednak tylko wtedy, kiedy co najmniej jeden zastosowany operator wyboru jest taki sam jak zastosowany w operatorze selekcji naturalnej.

Rozdział 4

Wnioski i spostrzeżenia

Spośród dwóch zbadanych problemów w jednym heurystyka DSEA dała najlepsze rezultaty, a w obu lepsze niż pozostałe heurystyki inne niż klasyczny algorytm ewolucyjny. Można z tego wnioskować, że dla wybranych klas problemów dodanie dodatkowego operatora selekcji jest najlepszym z porównanych podejść do zagadnienia płci.

W ogólności, operator selekcji płciowej działa lepiej, jeżeli korzysta z tego samego operatora wyboru co operator selekcji naturalnej. Można podejrzewać, że dodatkowy operator selekcji zwiększa różnice między prawdopodobieństwami wydania potomstwa osobników gorzej i lepiej dopasowanych. Co za tym idzie przeszukiwanie przestrzeni jest znacznie bardziej rygorystyczne. W wyniku tego w niektórych przypadkach, jak dla problemu plecakowego, otrzymywane są lepsze rezultaty. W innych przypadkach, jak dla problemu komiwojażera, takie zjawisko powoduje zbyt drastyczną selekcję, czego skutkiem są wyniki gorsze niż dla klasycznego algorytmu ewolucyjnego.

Algorytm DSEA jest na tyle ogólny, żeby można było skutecznie zbadać i porównać różne istniejące rozwiązania przy jego użyciu. Ponadto w ramach eksperymentów wyniki osiągnięte przez DSEA korzystające z uogólnionego rozwiązania opartego o heurystyki SexualGA i GGA udało się osiągnąć lepsze wyniki niż dla obu tych metod.

Harenowy operator selekcji płciowej sprawdza się gorzej niż uogólniony operator. Można to stwierdzić jedynie w sytuacji, w której operator wyboru partnerów jest losowy. Liczba osobników alfa i beta wydaje się nie mieć większego wpływu na efektywność heurystyki. Mimo to wiele z najlepszych wyników dla obu problemów uzyskano dla małej liczby osobników beta lub wręcz ich braku. Można podejrzewać, że osobniki alfa mają większe znaczenie niż osobniki beta.

Zauważono bardzo mocny związek między operatorem selekcji płciowej, a operatorem selekcji naturalnej. Dla obu badanych problemów określono, że operator ruletkowy daje najlepsze rezultaty w sytuacji w której rodzice wybierani są losowo. W trakcie badań wszystkie metody dawały najlepsze rezultaty korzystając z tego samego operatora.

Można wywnioskować, że strategia doboru płciowego nie ma w gruncie rzeczy znaczenia, a pozytywny rezultat przynosi zwiększenie dysproporcji między prawdopodobieństwem krzyżowania się źle, a dobrze dopasowanych osobników. Pierwsza przesłanka ku temu to fakt, iż działanie heurystyki jest wrażliwe na dobór operatora wyboru, a

nie liczbowych i binarnych parametrów operatorów. Kolejna to to, że heurystyki SexualGA i GGA korzystały z tylko jednego z tych dwóch operatorów selekcji, w roli drugiego używając operatora losowego. Spowodowało to gorsze wyniki niż osiągnięte przez DSEA, które korzystało z dwóch nielosowych operatorów selekcji.

Cel niniejszej pracy został osiągnięty. Zaproponowano metaheurystykę DSEA pozwalającą na użycie dwóch oddzielnych operatorów selekcji. Zaproponowano również nowe podejście do zagadnienia płci, pod postacią haremowego operatora selekcji płciowej. Porównano klasyczny algorytm ewolucyjny, dwie wybrane heurystyki oraz dwa rozwiązania oparte o zaproponowaną heurystykę i operator. Dla zaproponowanej heurystyki uzyskano wyniki lepsze niż dla innych heurystyk, jednak nie zawsze lepsze od standardowego algorytmu ewolucyjnego.

Rozdział 5

Dalsze drogi rozwoju

Proponowane operatory haremowy oraz uogólniający heurystyki GGA i SexualGA osiągnęły lepsze wyniki niż wspomniane heurystyki. W jednym z przypadków nie udało się jednak osiągnąć lepszych wyników niż klasyczny algorytm ewolucyjny. Ponadto, operator haremowy działał równie dobrze, lub gorzej od uogólnionego.

W niniejszej pracy nie zbadano wpływu operatora wyboru partnerów na wyniki DSEA z operatorem haremowym. Być może użycie czegoś innego niż operator losowy spowodowałoby poprawę wyników. Ponadto, być może określając liczbę osobników alfa jako procent rozmiaru populacji można osiągnąć lepsze wyniki dla wyższych wartości. Warto również zbadać znacznie wyższe wartości współczynnika beta. Nie jest wykluczone, że jeśli osobników alfa będzie znacznie mniej, to role się zamienią i to beta będą przyczyniać się do jakości wyników.

Operatory selekcji płciowej przedstawione w tej pracy nie wyczerpują wszystkich strategii dostępnych naturze. Potencjalnie dobrym pomysłem mogłoby być dobieranie się osobników w pary tak, aby rodzice byli jak najbardziej odmienni genetycznie od siebie. Wymagałoby to określenia pewnej miary odległości między rozwiązaniami, wykorzystywanej podczas wyboru.

Innym pomysłem jest rozszerzenie operatora haremowego o przypisanie roli osobnika alfa aż do wirtualnej „śmierci” tego osobnika. Do reprezentacji osobnika należałoby dodać bit oznaczający fakt bycia osobnikiem alfa. Bit ten nie byłby dziedziczony i dopóki nie zostałby ręcznie zapalony miałby wartość 0 (fałsz). Na etapie selekcji płciowej populacja byłaby przeszukiwana pod kątem osobników z zapalonym bitem alfa. Jeżeli byłoby ich za mało, za pomocą odpowiedniego operatora wyboru losowano by odpowiednią ich liczbę i oznaczano jako osobniki alfa. Osobniki beta i partnerzy byliby wybierani niezależnie w każdym pokoleniu. Zapalone bity znikałyby stopniowo z populacji z powodu zastosowania selekcji płciowej.

Ponadto, istnieje wiele operatorów wyboru które nie zostały zbadane. Przykładem może być prosty operator elitystyczny lub operator turniejowy o większym rozmiarze turnieju. W inny sposób można również ważyć prawdopodobieństwa wybrania każdego z osobników w przypadku operatora ruletkowego, np. przez kwadrat rangi, lub ocenę rzutowaną na jakiś dodatni przedział.

Ponadto, w pracy zbadano wpływ różnych kombinacji operatorów selekcji na dzia-

łanie heurystyk korzystających z tych samych wartości pozostałych parametrów takich jak np. prawdopodobieństwa zastosowania operatorów genetycznych. Być może po dostosowaniu każdej heurystyki z osobna otrzymano by inne wyniki.

Zaproponowane operatory dały dość dobre wyniki, w niektórych przypadkach nawet lepsze od podstawowej wersji algorytmu ewolucyjnego. Istnieje możliwość, że wykorzystanie opisanych rozwiązań do problemów optymalizacji wielokryterialnej również przyniosłoby pozytywne skutki.

Warto pamiętać o tym, że algorytmy ewolucyjne to tylko jedna z wielu technik obliczeń ewolucyjnych. Pomysł operatora selekcji płciowej można zastosować w dowolnej z tego typu technik w której wykorzystywane jest krzyżowanie. Ciekawym pomysłem byłoby zbadanie warunków środowiskowych które zasymulowane w ramach sztucznego życia podtrzymałyby różne strategie selekcji płciowych.

Bibliografia

- [1] Abdoun O., Abouchabaka J., Tajani C. Analyzing the performance of mutation operators to solve the travelling salesman problem. *arXiv preprint arXiv:1203.3099*, 2012.
- [2] Allenson R. Genetic algorithms with gender for multi-function optimisation. *Edinburgh Parallel Computing Centre, Edinburgh, Scotland, Tech. Rep. EPCC-SS92-01*, 1992.
- [3] Ansótegui C., Sellmann M., Tierney K. A gender-based genetic algorithm for the automatic configuration of algorithms. W: *Principles and Practice of Constraint Programming-CP 2009*, s. 142–157. Springer, 2009.
- [4] Barker W. "medium"0-1 knapsack dataset. Dostępne pod adresem <https://raw.githubusercontent.com/jaredtking/knapsack-lisp/master/datasets/medium> dnia 26.04.2015.
- [5] Cramer N. L. A representation for the adaptive generation of simple sequential programs. W: *Proceedings of the First International Conference on Genetic Algorithms*, s. 183–187, 1985.
- [6] Davis L. et al. *Handbook of genetic algorithms*, volume 115. Van Nostrand Reinhold New York, 1991.
- [7] Lindenfors P., Tullberg B., Biuw M. Phylogenetic analyses of sexual selection and sexual size dimorphism in pinnipeds. *Behavioral Ecology and Sociobiology*, 52(3):188–193, 2002.
- [8] Lis J., Eiben A. A multi-sexual genetic algorithm for multiobjective optimization. W: *Evolutionary Computation, 1997., IEEE International Conference on*, s. 59–64, Apr 1997.
- [9] of Waterloo U. Western Sahara TSP dataset. Dostępne pod adresem: <http://www.math.uwaterloo.ca/tsp/world/countries.html> dnia 26.04.2015.
- [10] Rejeb J., AbuElhaij M. New gender genetic algorithm for solving graph partitioning problems. W: *Circuits and Systems, 2000. Proceedings of the 43rd IEEE Midwest Symposium on*, volume 1, s. 444–446 vol.1, 2000.
- [11] Sánchez-Velazco J., Bullinaria J. A. Gendered selection strategies in genetic algorithms for optimization. *survival*, 8(6):11, 2003.
- [12] Streeter M., Becker L. Automated discovery of numerical approximation formulae via

- genetic programming. *Genetic Programming and Evolvable Machines*, 4(3):255–286, 2003.
- [13] Vrajitoru D. Simulating gender separation with genetic algorithms. W: *GECCO*, s. 634–641, 2002.
- [14] Wagner S., Affenzeller M. SexualGA: Gender-specific selection for genetic algorithms. W: *WMSCI 2005 - The 9th World Multi-Conference on Systemics, Cybernetics and Informatics, Proceedings*, volume 4, s. 76–81, Institute for Formal Models and Verification, Johannes Kepler University, 2005.

Dodatek A

A.1. Implementacja operatorów i problemów użytych w badaniach

section, etc - ogółem proof-read

W tej sekcji opisane są operatory i ich implementacje wykorzystywane podczas przeprowadzania eksperymentów. Pierwsza podsekcja zawiera opis elementów heurystyki niezależnych od problemu, czyli operatorów wyboru i kryterium zatrzymania, a kolejne dwie - reprezentacji osobników i operatorów genetycznych wykorzystanych w badaniu wybranych problemów.

A.1.1. Komponenty niezależne od problemu

Niezależnie od tego jaki problem jest rozwiązywany za pomocą algorytmów ewolucyjnych, pewne elementy są niemalże uniwersalne. W tym rozdziale opisane zostaną operatory wyboru oraz kryterium stopu, oraz zestawienie oznaczeń wykorzystywanych w dalszych rozdziałach.

Operatory wyboru

Jak zostało zdefiniowane w podrozdziale 2.1.1, zadaniem operatora wyboru jest zwrócenie pojedynczego elementu ze zbioru osobników. W standardowych algorytmach ewolucyjnych powszechnie używane są operatory selekcji, które można zaimplementować zgodnie z algorytmem 2.1, korzystające z tego operatora w celu wybrania każdego ze zwracanych osobników. Ponadto, operatory wykorzystywane w heurystyce DSEA również korzystają z tej abstrakcji.

Jedną z popularnych implementacji operatora wyboru jest **operator ruletkowy** (*ang. roulette selection*), wykorzystujący pewną dodatnią funkcję (lub operator) przypisującą każdemu osobnikowi tzw. „wagę”. Zwraca on rozwiązanie z prawdopodobieństwem wprost proporcjonalnym do wartości tej funkcji. Działanie tego operatora standardowo tłumaczy się w następujący sposób: Wyobraźmy sobie koło ruletki. Na całym tym kole zaznaczmy obszary (wycinki koła) przypisane do osobników, w taki sposób, że odpowiedni obszar ma rozmiar wprost proporcjonalny do wagi rozwiązania. Następnie

zakręmy tym kołem, a osobnika, do którego obszar będzie tym, na którym zatrzyma się kulka ruletki, zwróćmy.

Istnieją co najmniej dwie standardowe wersje tego operatora, różniące się funkcją przypisującą wagę osobnikom. Jedną z nich jest ważenie osobników ich oceną. W przypadku problemu maksymalizacji przekłada się to bezpośrednio na wymóg nałożony na standardowy operator selekcji, mówiący o tym, że osobniki „lepsze” mają większą szansę na zostanie wylosowanymi. Odmiana ta jest jednak problematyczna w przypadku problemów minimalizacji, ponieważ „lepsze” osobniki mają wtedy niższą ocenę, a co za tym idzie - zajmują mniej miejsca na wirtualnym kole ruletki, co przekłada się na mniejszą szansę wylosowania. Jeżeli dla danego problemu znana jest górne ograniczenie funkcji oceny (czyli największa wartość pochodząca z jej przeciwdziedziny), to problem minimalizacji możemy przekształcić do problemu maksymalizacji, poprzez zdefiniowanie nowej funkcji oceny, zwracającą wartość oryginalnego kryterium odjętą od jego górnego ograniczenia¹. W takiej sytuacji, osobniki możemy ważyć za pomocą ich „rangi”, czyli pozycji po posortowaniu od najgorszych do najlepszych. Dzięki temu najgorszy osobnik zajmuje jedną jednostkę obszaru koła ruletki, drugi - dwie jednostki, a najlepszy - n jednostek, gdzie n to rozmiar zbioru na którym stosuje się operator selekcji. Dzięki temu, że operator korzysta jedynie z relacji porządku między osobnikami $\mathbf{R}_{\triangleleft}$ (wynikającej z relacji porządku określonej na ich ocenach \mathbf{R}_{\prec}) nie występuje tu wcześniej opisany problem, więc operator jest użyteczny zarówno w problemach minimalizacji, jak i maksymalizacji.

Schemat działania operatora ruletkowego jest opisany za pomocą algorytmu A.1.

Pierwszym krokiem działania operatora jest posortowanie populacji wejściowej tak, aby osobniki o większej wadze (czyli o większym prawdopodobieństwie wyboru) znalazły się bliżej początku posortowanego wektora *posortowane* (w linii 1). Następnie, obliczana jest suma wag wszystkich osobników, przechowywana w zmiennej *sumaWag* (linia 2). W kolejnych krokach wybierana jest losowa wartość *wybrane* z przedziału $\langle 0, \text{sumaWag} \rangle$ (w linii 3) i inicjalizowana jest zmienna pomocnicza $k = 0$ (w linii 4). W pętli, rozpoczynającej się w linii 5 przeszukiwany jest wektor *posortowane*, w poszukiwaniu takiego osobnika, którego waga jest mniejsza niż $\text{wybrane} - k$, ale większa lub równa k (warunek w linii 6). Jeżeli taki osobnik zostanie znaleziony, to zostaje on zwrócony jako wynik działania operatora (linia 7), a w przeciwnym wypadku jego waga zostaje dodana do wartości k (w linii 9). Jeśli żaden z osobników nie spełnia tych warunków, to zwracany jest ostatni osobnik, z najmniejszą wagą (linia 12).

Działanie tak opisanego operatora obrazuje rysunek A.1. Na osi zaznaczono przykładowe wagi 3 osobników, w sytuacji w której $\text{posortowane} = [s_0, s_1, s_2]$ oraz kilka przykładowych wartości (a, b, c, d, e) jakie może przyjąć *wybrane*. Jeżeli $\text{wybrane} = a$ lub $\text{wybrane} = b$, to zwrócony zostanie osobnik s_0 , ponieważ k będzie równe 0 i *wybrane* znajdzie się w odpowiednim przedziale. W przeciwnym wypadku k zostanie zwiększone do wartości $\text{waga}(s_0)$. Wtedy, jeżeli $\text{wybrane} = c$ lub $\text{wybrane} = d$, to zwrócony zostanie osobnik s_1 , z tego samego powodu. Jeżeli jednak $\text{wybrane} = e$, to k przyjmie kolejno wartości $\text{waga}(s_0) + \text{waga}(s_1)$ i $\text{waga}(s_0) + \text{waga}(s_1) + \text{waga}(s_2)$. W takiej sytuacji

1. Prosta zmiana znaku kryterium również sprowadza problem minimalizacji do problemu maksymalizacji, jednak nie pozwala na zastosowanie operatora ruletkowego, ponieważ waga osobnika musi być dodatnia. Alternatywne podejście, polegające na użyciu odwrotności wartości kryterium również nie zawsze jest możliwe do użycia, ponieważ wartość oceny może wynosić 0.

Algorytm A.1 Schemat działania ruletkowego operatora wyboru

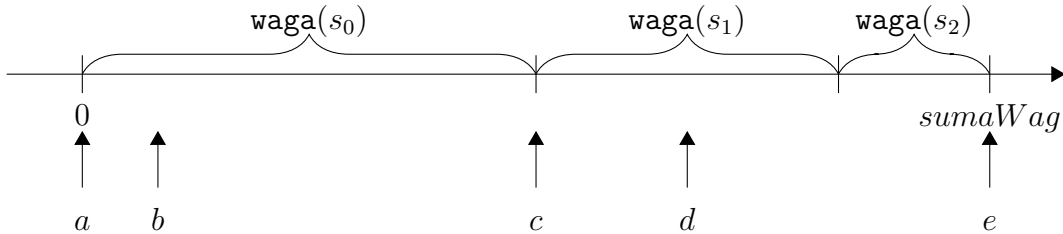
Wejście:*populacja* \triangleright Populacja z której wybierany jest osobnik**Wyjście:**

wybrany osobnik

Parametry:*waga* \triangleright Funkcja wagi, np. funkcja oceny lub ranga

```
0: operator OPRULETKOWY(populacja)
1:   var posortowane  $\leftarrow$  populacja posortowana malejąco po wartości funkcji waga
2:   var sumaWag  $\leftarrow \sum_{s \in \text{populacja}} \text{waga}(s)$ 
3:   var wybrane  $\leftarrow \text{random}(\langle 0, \text{sumaWag} \rangle)$ 
4:   var k  $\leftarrow 0$ 
5:   for  $s \in \text{posortowane}$  do  $\triangleright$  w kolejności określonej w linii 1
6:     if  $\text{wybrane} \geq k \wedge \text{wybrane} < k + \text{waga}(s)$  then
7:       return s
8:     else
9:        $k \leftarrow k + \text{waga}(s)$ 
10:    end if
11:  end for
12:  return ostatni element posortowane
13: end operator
```

Rys. A.1. Działanie ruletkowego operatora wyboru



warunek sprawdzany w pętli nie zostanie spełniony, więc zwrócony zostanie osobnik s_2 .

Drugą powszechnie stosowaną metodą selekcji jest **operator turniejowy** (*ang. tournament selection*). Jego działanie polega na wylosowaniu z równym prawdopodobieństwem pewnej ilości osobników i zwróceniu najlepszego spośród nich. Zbiór kandydatów do zwrócenia nazywa się *turniejem*, a jego rozmiar (czyli liczba rozwiązań które są między sobą porównywane) nazywany jest *rozmiarem turnieju* i jest parametrem operatora.

Schemat działania operatora turniejowego jest opisany za pomocą algorytmu A.1.

Działanie operatora rozpoczyna się od inicjalizacji zbioru *turniej* na zbiór pusty (w linii 1). Następnie, póki zbiór ten nie osiągnie rozmiaru n (linia 2) dodawane są do niego osobniki losowo wybierane (bez powtórzeń) z populacji (w linii 3). W kolejnym kroku *turniej* jest przeszukiwany pod kątem rozwiązania lepszego od pozostałych. Polega to na zainicjalizowaniu pomocniczej zmiennej *wynik* na wartość *NULL* (czyli

Algorytm A.2 Schemat działania turniejowego operatora wyboru

Wejście:*populacja*

▷ Populacja z której wybierany jest osobnik

Wyjście:*wynik*

▷ Wybrany osobnik

Parametry:*n*

▷ Rozmiar turnieju

```
0: operator OPTURNIEJOWY(populacja)
1:   var turniej  $\leftarrow \emptyset$ 
2:   while  $|turniej| < n$  do
3:     turniej  $\leftarrow turniej \cup random(populacja \setminus turniej)$ 
4:   end while
5:   var wynik  $\leftarrow NULL$ 
6:   for  $s \in turniej$  do
7:     if  $wynik = NULL \vee (wynik, s) \in \mathbf{R}_{\triangleleft}$  then
8:       wynik  $\leftarrow s$ 
9:     end if
10:  end for
11:  return wynik
12: end operator
```

abstrakcyjną, pustą wartość, linia 5) i sprawdzeniu każdego z osobników ze zbioru *turniej* (linia 6). Jeżeli zmienna *wynik* ma wartość *NULL* (czyli pętla dopiero się rozpoczęła) lub rozwiązanie *s* sprawdzane w danym momencie jest lepsze od wartości tej zmiennej (co sprowadza się do sprawdzenia, czy dana para osobników jest w relacji lepszego dopasowania $\mathbf{R}_{\triangleleft}$), to wartość *wynik* jest nadpisywana przez *s* (linie 7 i 8). Wynikiem działania operatora jest znaleziony w ten sposób najlepszy osobnik spośród losowo wybranych, czyli wartość *wynik*, zwracana w linii 11.

Kryterium stopu

Zadaniem kryterium stopu jest przerwanie działania heurystyki w wybranym momencie. Ma to na celu ograniczenie czasu działania procesu do skończonej wartości.

Najprostszą implementacją tego warunku jest zatrzymanie heurystyki po przetworzeniu określonej liczby pokoleń. Działanie takiego operatora opisane jest za pomocą algorytmu A.3

Jego działanie jest trywialne i sprowadza się do sprawdzenia odpowiedniego warunku (w linii 1) i zwrócenia 1 (linia 2) lub 0 (linia 4) w zależności od jego prawdziwości.

A.1.2. Implementacja problemu komiwojażera

Model problemu komiwojażera może zostać przedstawiony w postaci macierzy incydencji grafu reprezentującego rozkład punktów na mapie. Macierz ta (oznaczana jako \mathcal{M}_{TSP}) ma wymiary $p \times p$ gdzie p to liczba punktów.

Algorytm A.3 Warunek zatrzymania po określonej liczbie pokoleń

Dostępne zmienne:

pokolenie ▷ Numer obecnego pokolenia, liczony od 1

Parametry:

max ▷ Liczba pokoleń które należy przetworzyć

Wyjście:

1 oznaczające, że należy przerwać działanie heurystyki, lub 0 w przeciwnym wypadku

0: **operator** KRYTSTOPU

1: **if** *pokolenie* ≤ *max* **then**

2: **return** 1

3: **else**

4: **return** 0

5: **end if**

6: **end operator**

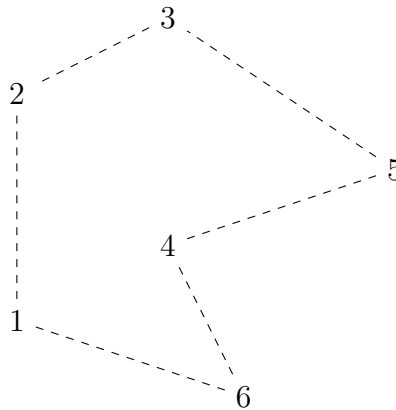
$$\mathcal{M}_{TSP} = \begin{pmatrix} m_{1,1} & m_{1,2} & \cdots & m_{1,p} \\ m_{2,1} & m_{2,2} & \cdots & m_{2,p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{p,1} & m_{p,2} & \cdots & m_{p,p} \end{pmatrix}$$

Wartość $m_{x,y}$ oznacza wagę krawędzi łączącej x ty i y ty wierzchołek grafu, czyli odległość między punktami o numerach x i y .

Wykorzystano reprezentację osobnika przez p -elementowy wektor wartości ze zbioru $\{1, 2, \dots, p\}$. Interpretacja tego, że na i tej pozycji w wektorze znajduje się wartość j jest taka, że jako numer i tego odwiedzanego punktu wynosi j .

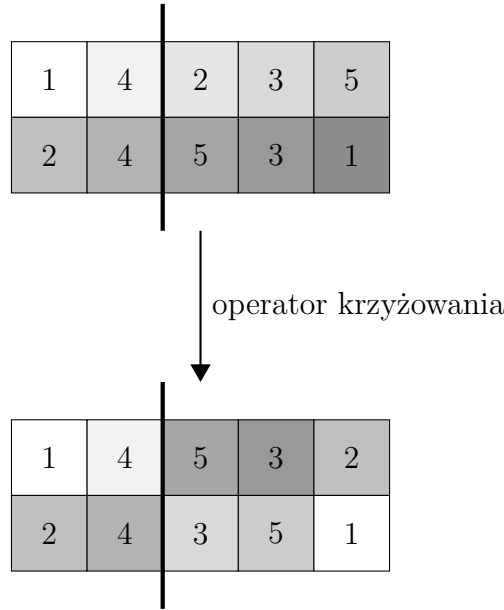
Przykładowo, dla punktów rozmieszczonych w sposób przedstawiony na rysunku A.2, osobnik reprezentowany przez wektor $[1, 6, 4, 5, 3, 2]$ oznacza ścieżkę zaznaczoną na tym samym rysunku przerywaną linią, rozpoczynającą i kończącą się w punkcie 1.

Rys. A.2. Przykładowe rozwiązanie problemu komiwojażera



Funkcją oceny w tym problemie jest długość ścieżki. Formalnie, $\text{funkcjaOceny}_{TSP}$ jest wyrażona jako suma wag krawędzi łączących punkty w kolejności określonej wek-

Rys. A.3. Przykład działania operatora krzyżowania dla problemu komiwojażera



torem, co można zapisać w postaci równania A.1. Pierwsza część równania, występująca przed sumowaniem po odpowiednich indeksach oznacza długość krawędzi między ostatnim, a pierwszym punktem zapisanym w wektorze, dzięki czemu rozwiązania opisujące ścieżki z tą samą kolejnością, ale rozpoczynające się w różnych punktach, np. [1, 6, 4, 5, 3, 2] i [5, 3, 2, 1, 6, 4] mają tą samą ocenę.

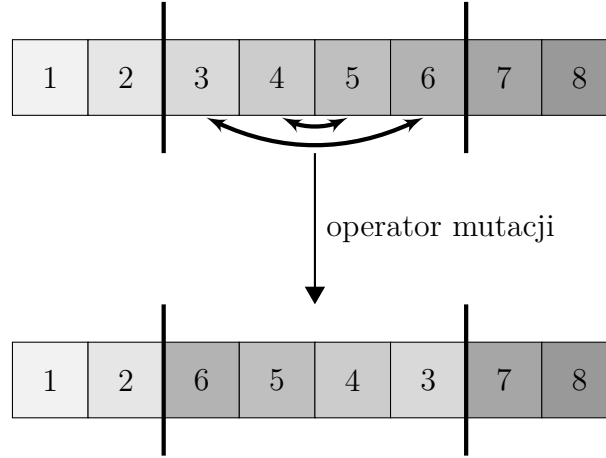
$$\text{funkcjaOceny}_{TSP}([x_1, x_2, \dots, x_p]) = p_{x_p, x_1} + \sum_{i=1}^{p-1} m_{x_i, x_{i+1}} \quad (\text{A.1})$$

W niniejszej pracy wykorzystano zbiór punktów *sahara* [9] opisujących położenie 29 miast leżących na zachodniej Saharze. Znane jest globalne optimum dla tego zadania, wynoszące 27603.

Wykorzystany operator krzyżowania jest zbliżony do tego opisanego w sekcji 1.1. Polega na wybraniu losowego punktu przecięcia wektorów i wymianie ich podwektorów. Różni się on podanego przykładu tym, że elementy wektorów nie powinny się w nich powtarzać. Aby spełnić to ograniczenie operator tworzy potomków poprzez wykorzystanie pierwszych części wektorów-rodziców i dołączenie do nich niewykorzystanych punktów. Punkty te dołączane są najpierw z podwektora drugiego rodzica za punktem przecięcia, a jeżeli po tym dalej brakuje niektórych z nich, są wybierane od jego początku. Zostało to zobrazowane na rysunku A.3, gdzie na górze pokazano wektory wejściowe (rodziców), grubą linią zaznaczono punkt przecięcia, a na dole przedstawiono wynik krzyżowania (potomków).

Operator mutacji wykorzystany w tej pracy nosi angielską nazwę *reverse sequence mutation* [1], co można przetłumaczyć na *mutację przez zamianę podciągów*. Jego działanie polega na wybraniu dwóch losowych punktów przecięcia, przez co dzielimy cały wektor na 3 części. Osobnik zmutowany powstaje poprzez zachowanie kolejności

Rys. A.4. Przykład działania operatora mutacji dla problemu komiwojażera



elementów w pierwszej i trzeciej części oraz odwrócenie kolejności elementów w drugiej części. Jest to zobrazowane na rysunku A.4.

A.1.3. Implementacja problemu plecakowego

Model binarnego problemu plecakowego można przedstawić w postaci ciągu \mathcal{M}_{PLECAK} p par (k, w) oraz wartości W określającej maksymalny rozmiar plecaka.

$$\mathcal{M}_{PLECAK} = (((k_1, w_1), (k_2, w_2), \dots, (k_p, w_p)), W)$$

Wartość k_i oznacza koszt i tego przedmiotu, a w_i - jego wagę.

Wykorzystano reprezentację osobnika przez p -elementowy wektor binarny (czyli taki, którego wartości to elementy zbioru $\{0, 1\}$). Interpretacja tego, że na i tej pozycji w wektorze występuje 1 jest taka, że i ty przedmiot zostaje zapakowany do plecaka, podczas gdy wartość 0 wskazuje na sytuację przeciwną.

Funkcja oceny dla tego problemu jest bardziej skomplikowana niż dla problemu komiwojażera. Główną jej składową jest łączny koszt wszystkich wybranych przedmiotów. Aby sprowadzić problem do problemu minimalizacji² jest ona mnożona przez -1. Dodatkowo, aby pokierować heurystyką tak, żeby ograniczenie na łączny rozmiar wybranych przedmiotów było spełnione, wprowadzono funkcję kary, polegającą na dodaniu do funkcji oceny iloczynu łącznego kosztu przedmiotów i różnicy między sumą ich objętości, a maksymalnym rozmiarem plecaka (jeżeli ta różnica jest dodatnia). W ten sposób rozwiązania spełniające ograniczenia mają ocenę równą łącznemu kosztowi z ujemnym znakiem, te, które przekroczyły ograniczenie o 1 mają ocenę równą 0, itd. Zostało to zapisane za pomocą równań A.2-A.4.

2. Zdecydowany się na problem minimalizacji, aby uprościć implementację.

$$x = [x_1, x_2, \dots, x_p] \quad (\text{A.2})$$

$$\text{funkcja0ceny}_{PLECAK}(x) = (\text{nadmiar}(x) - 1) \times \sum_{i=1}^p (x_i \times k_i) \quad (\text{A.3})$$

$$\text{nadmiar}(x) = \begin{cases} 0 & : \sum_{i=1}^p (x_i \times w_i) \leq W \\ (\sum_{i=1}^p (x_i \times w_i)) - W & : \sum_{i=1}^p (x_i \times w_i) > W \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

W tej pracy wykorzystano zbiór *medium* [4], opisujący 100 przedmiotów i maksymalny rozmiar plecaka wynoszący 27. Dla tak przedstawionego zagadnienia znane jest optimum, wynoszące -1173, co oznacza, że wybrane przedmioty mają łączny koszt 1173 i ograniczenie na rozmiar nie jest przekroczone.

Zastosowano standardowy operator krzyżowania dla wektorów binarnych, opisany w rozdziale 1.1, zobrazowany rysunkiem 1.2. Działa on na zasadzie losowego rozcięcia wektorów na dwa podwektory i zamianie ich drugich części w celu uzyskania potomków.

Wykorzystany operator mutacji to adaptacyjna³ wariacja na temat operatora przedstawionego w rozdziale 1.1 na rysunku 1.3. W zależności od tego, czy łączna objętość wybranych przedmiotów była większa, czy mniejsza, niż rozmiar plecaka, prawdopodobieństwa tego, że bit zostanie odwrócony (tzn. 0 zostanie zamienione na 1 lub na odwrót) były różne.

Zanim działanie tego operatora zostanie zdefiniowane formalnie, należy opisać pomocniczą funkcję $\text{rzutuj}(x, \langle a, b \rangle)$, zwracającą punkt leżący w przedziale $\langle a, b \rangle$ w odległości od obu punktów określonej przez argument x . Jej definicja jest zapisana w sygnaturze 13.

Definicja 13 Funkcja $\text{rzutuj}(\langle a, b \rangle, x)$

$$\text{rzutuj} : \langle 0, 1 \rangle \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} \quad (\text{A.5})$$

$$\text{rzutuj}(x, \langle a, b \rangle) = a + (b - a) \times x \quad (\text{A.6})$$

Działanie operatora jest zasadniczo podobne do tego opisanego we wcześniejszym rozdziale - każdy z bitów wektora wejściowego może zostać odwrócony. Prawdopodobieństwo odwrócenia bitu jest zależne od tego, czy jest on równy 0, czy 1, oraz od tego, czy ograniczenie zostało przekroczone, czy też łączny rozmiar wybranych przedmiotów jest mniejszy niż rozmiar plecaka. Pierwsza z tych sytuacji jest umownie nazywana nadmiarem, a druga - niedomiarem.

W ogólności prawdopodobieństwo P odwrócenia bitu jest wyrażone wzorem A.7.

$$P = \text{rzutuj}(\text{czynnik}, \text{przedzial}) \quad (\text{A.7})$$

Sposób obliczania wartości *czynnik* jest zależny od sytuacji. Jeżeli obserwowany jest niedomiary, to jego wartość jest różnicą rozmiaru plecaka i sumy rozmiarów wybranych

3. Określenie „adaptacyjny” oznacza w tym kontekście, że szczegóły działania operatora zmieniają się w zależności od sytuacji, w której jest wykorzystywany, dopasowując się do napotkanych warunków.

Tabela A.1. Tablica wyboru wartości *przedział*

		Sytuacja	
		Niedmiar	Nadmiar
Wartość bitu	0	$\langle 0.06, 0.1 \rangle$	$\langle 0.05, 0.15 \rangle$
	1	$\langle 0.05, 0.2 \rangle$	$\langle 0.2, 0.7 \rangle$

przedmiotów podzieloną przez rozmiar plecaka ($\frac{W - \sum_{i=1}^p (x_i \times w_i)}{W}$), czyli relatywną ilością niewykorzystanego miejsca. Wartość mianownika dla zbadanego problemu to 27 (ponieważ tyle wynosi rozmiar plecaka dla wykorzystanego zbioru danych). Jeżeli natomiast występuje nadmiar, to jest on tożsamy z wartością funkcji $nadmiar(x)$ (patrz: linia A.4) podzieloną przez sumę różnicy sumy wszystkich wag i rozmiaru plecaka ($\frac{nadmiar(x)}{(\sum_{i=1}^p w_i) - W}$), czyli wartością nadmiaru znormalizowaną do przedziału $\langle 0, 1 \rangle$. W tym przypadku wartość pod kreską ułamkową wynosi 1333, ponieważ suma wag przedmiotów w wybranym zbiorze danych wynosi 1360.

Sposób określania wartości *przedział* również jest zależny od sytuacji. W tabeli A.1 przedstawiony jest sposób wyboru odpowiedniego przedziału. Wartości w niej zawarte zostały arbitralnie dobrane tak, aby w sytuacji nadmiaru z większym prawdopodobieństwem odrzucać wybrane przedmioty, a w sytuacji niedmiaru - częściej dobierać nowe.

Intuicyjnie, tak zdefiniowany operator powinien z dużym prawdopodobieństwem zamieniać sytuacje nadmiaru na takie, które spełniają ograniczenia, a przynajmniej powodują znacznie mniejszy nadmiar, a w sytuacji niedmiaru powinien „dopełniać” plecak losowymi przedmiotami, aby uzyskać jak największy zysk (tzn. sumę kosztów przedmiotów).

A.2. Procedura eksploracji

poprawić W ramach pierwszej części badań wykorzystano procedurę eksperymentalną, nazywaną procedurą eksploracji (lub krócej, eksploracją).

Jest ona wykorzystywana w sytuacji, w której pojawia się potrzeba przeszukania dużej przestrzeni parametrów. Jest to często niemożliwe, ponieważ pojedyncza ewaluacja zestawu parametrów trwa relatywnie długo, a ilość kombinacji wartości parametrów jest zbyt duża.

Aby obejść ten problem, w tej pracy zdecydowano się na iteracyjne podejście przeszukające przestrzeń konfiguracji wzdłuż wymiarów. Zostało ono wyjaśnione za pomocą algorytmu A.4.

Algorytm A.4 Procedura eksploracji

Parametry:

- X_1, X_2, \dots, X_p \triangleright Zestaw p uporządkowanych zbiorów wartości parametrów $X_i = [x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,|X_i|}]$, gdzie $x_{i,j}$ to j ta wartość i tego parametru
- R \triangleright Ilość nawrotów procedury
- I \triangleright Ilość powtórzeń eksperymentu dla każdej konfiguracji
- statystyka* \triangleright Operator, przyjmujący zbiór wyników, a zwracający jakąś ich statystykę, np. średnią, medianę wartość minimalną lub maksymalną

Wejście:

- cialo* \triangleright Ciało eksperymentu, tj. operator wykonania pojedynczego eksperymentu, przyjmujący zestaw parametrów (P_1, P_2, \dots) ($P_i \in X_i$), a zwracający jakąś miarę jakości działania; dla uproszczenia w algorytmie przyjęto, że zwracaną miarę należy zminimalizować.

Wyjście:

- konfiguracja* \triangleright Najlepsza konfiguracja znaleziona w procesie eksploracji, tj. p wartości $x_{i,j}$ o różnych indeksach i

```
0: operator EKSPLORUJ(cialo)
1:   var konfiguracja = [ $x_{1,1}, x_{2,1}, \dots, x_{p,1}$ ]
2:   for nawrot  $\leftarrow 1$  to  $R$  do
3:     for parametr  $\leftarrow 1$  to  $p$  do
4:       var statystyki = [ $NULL, NULL, \dots$ ]  $\triangleright$  Tablica o rozmiarze  $|X_{parametr}|$ 
5:       for  $i \leftarrow 1$  to  $|X_{parametr}|$  do
6:         konfiguracja[parametr]  $\leftarrow x_{parametr,i}$ 
7:         var wyniki  $\leftarrow \emptyset$ 
8:         for powtorzenie  $\leftarrow 1$  to  $I$  do
9:           wyniki  $\leftarrow$  wyniki  $\cup \{cialo(konfiguracja)\}$ 
10:        end for
11:        statystyki[ $i$ ]  $\leftarrow$  statystyka(wyniki)
12:      end for
13:      var najlepszaWartosc  $\leftarrow \arg \min_i$  statystyki[ $i$ ]
14:      konfiguracja[parametr]  $\leftarrow x_{parametr,najlepszaWartosc}$ 
15:    end for
16:  end for
17:  return konfiguracja
18: end operator
```

Zapis $a[b]$ oznacza element tablicy a o indeksie b

Procedura eksploracji jest zapisana jako operator, ponieważ zwraca pewną wartość (więc nie jest procedurą), która za każdym razem może być inna (więc nie jest funkcją).

Jej działanie zaczyna się od określenia początkowej konfiguracji, czyli zestawu parametrów. W tym celu wykorzystywane są pierwsze elementy każdego z zestawów wartości. Wybór konkretnie tych wartości jest zupełnie arbitralny.

Następnie wykonywane jest R iteracji nazywanych *nawrotami*. Ma to na celu upew-

nienie się, że dla parametrów wybranych w dalszej części każdego nawrotu wartości wybrane wcześniej faktycznie są jak najlepsze.

W każdym nawrocie badane są wszystkie zestawy wartości parametrów, w kolejności określonej przez parametry procedury. Dla każdego z nich sprawdzane są wszystkie elementy. Dzieje się to przez zmianę odpowiedniej wartości w konfiguracji na element badany w danym momencie.

Po takim podstawieniu ciało eksperymentu wykonywane jest I razy, a wyniki tych wykonań zbierane są do zbioru *wyniki*. Po odpowiedniej liczbie powtórzeń obliczana jest statystyka tego zbioru. W tym celu wykorzystywany jest parametr procedury *statystyka*. Jej wartość jest zapisywana tak, żeby można było określić dla której wartości parametru została ona określona.

Kiedy wszystkie wartości parametru zostaną zbadane, wybiera się najlepszą z nich, oceniając je po wartości statystyk. Wartość ta zostaje zapisana w konfiguracji używanej do badania kolejnego z parametrów.

referencje do linii

A.3. Przebieg procedury eksploracji

A.3.1. Problem komiwojażera

Znalezienie konfiguracji początkowej

Przebieg Tabela A.2 przedstawia przebieg wykorzystanej procedury. Lewa kolumna grupuje znalezione parametry w ramach jednego nawrotu eksploracji. Kolejne dwie, czytane od góry, określają jakie wartości zostały kolejno znalezione.

Jak widać, w pierwszym nawrocie znaleziono prawie najlepszą konfigurację. W drugim, udało się odnaleźć prawdopodobieństwa mutacji i krzyżowania które dawały lepsze wyniki. Trzeci nawrót potwierdził, że znaleziona konfiguracja jest najlepsza z przeszukiwanych.

Tabela A.2. Przebieg procedury eksploracji poszukującej parametrów początkowych

	Parametr	Określona wartość
Nawrót 1	rozmiarPopulacji	50
	wspDomieszek	0,0
	(prawdKrzyzowania, prawdBmutacji)	(0,8, 0,3)
	max	100
	opSelNat	NATSEL(RS)
Nawrót 2	rozmiarPopulacji	50
	wspDomieszek	0,0
	(prawdKrzyzowania, prawdBmutacji)	(0,6, 0,1)
	max	100
	opSelNat	NATSEL(RS)
Nawrót 3	rozmiarPopulacji	50
	wspDomieszek	0,0
	(prawdKrzyzowania, prawdBmutacji)	(0,6, 0,1)
	max	100
	opSelNat	NATSEL(RS)

Wyniki Na tym etapie eksperymentów nie udało się znaleźć globalnego optimum. W tabeli A.3 przedstawiono wyniki wszystkich powtórzeń dla konfiguracji znalezionej w procesie eksploracji. Średnia różnica między znalezionym, a najlepszym możliwym rozwiązaniem wynosiła około 13 tysięcy, podczas gdy optimum miało wartość około 27 i pół tysiąca. Oznacza to, że znajdowane rozwiązania były około półtora raza gorsze niż poszukiwane.

Heurystyka zachowywała się dość stabilnie, tzn. za każdym uruchomieniem zwracała podobny wynik. Odchylenie standardowe wyniosło około 2 tysiące, czyli mniej więcej 5% średniej.

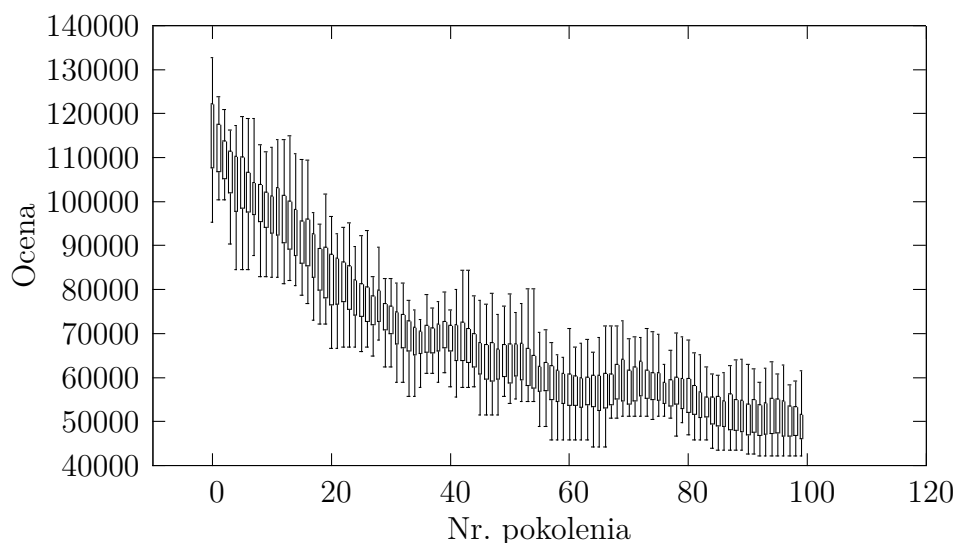
Na rysunku A.5 przedstawiono wykres trzeciego z pięciu wykonanych przebiegów. Można zaobserwować, że zarówno średnia, jak i najlepsze i najgorsze rozwiązanie spadają na przestrzeni wszystkich populacji, co oznacza, że wyniki sukcesywnie się polepszały.

Jednocześnie da się zauważyć, że wariancja utrzymywała się na dość stałym poziomie, z czego można wnioskować, że różnorodność genetyczna była zachowana.

Tabela A.3. Wyniki heurystyki parametryzowanej znaną konfiguracją

Numer powtórzenia	Wynik	Różnica względem optimum
1	42129,167	14526,167
2	42808,0792	15205,0792
3	36656,3316	9053,3316
4	42174,1093	14571,1093
5	41143,6598	13540,6598
Średnia	40982,2694	13379,2694
Odchylenie standardowe	2227,5198	
Optimum	27603	

Rys. A.5. Wykres przebiegu trzeciego powtórzenia znalezionej konfiguracji



Poprawa konfiguracji początkowej

Przebieg W tabeli A.4 przedstawiono przebieg procedury eksploracji, korzystając z tej samej reprezentacji co na poprzednim etapie.

Rozmiar populacji i współczynnik domieszek nie zmienił się względem konfiguracji z pierwszego etapu. W pierwszym nawrocie określono, że nieznacznie mniejsze (0,58) prawdopodobieństwo krzyżowania i większa liczba pokoleń dają lepsze wyniki. Drugi nawrót wykazał, że pierwotne prawdopodobieństwo krzyżowania daje lepsze wyniki, za to zwiększone zostało prawdopodobieństwo mutacji.

Tabela A.4. Przebieg procedury eksploracji poszukującej parametrów początkowych

	Parametr	Określona wartość
Nawrót 1	rozmiarPopulacji	50
	wspDomieszek	0,0
	(prawdKrzyzowania, prawdMutacji)	(0,58, 0,1)
	max	110
Nawrót 2	rozmiarPopulacji	50
	wspDomieszek	0,0
	(prawdKrzyzowania, prawdMutacji)	(0,6, 0,15)
	max	110

Wyniki W tabeli A.5 przedstawiono wyniki działania heurystyki dla konfiguracji ?? znalezionej w tym etapie.

Średnia ocena jest niższa (a więc lepsza) od średniej z poprzedniego etapu. Przeciętna różnica między znalezionym rozwiązaniem, a optimum spadła do około 9,5 tysiąca, a odchylenie standardowe nieznacznie (o około pół tysiąca) wzrosło.

Oznacza to, że udało się uzyskać lepsze wyniki kosztem nieznacznego pogorszenia stabilności heurystyki.

Tabela A.5. Wyniki heurystyki parametryzowanej poprawioną konfiguracją

Numer powtórzenia	Wynik	Różnica względem optimum
1	39592,0623	11989,0623
2	34292,9277	6689,9277
3	37904,1809	10301,1809
Średnia	37263,0570	9660,0570
Odchylenie standardowe	2707,1178	
Optimum	27603	

A.3.2. Problem plecakowy

Znalezienie konfiguracji początkowej

Przebieg Tabela A.6 przedstawia przebieg wykorzystanej procedury.

Jak widać, w pierwszym nawrocie znaleziono prawie najlepszą konfigurację, która tylko nieznacznie zmieniła się w kolejnym. Zmiany obejmowały prawdopodobieństwo krzyżowania oraz współczynnik domieszek. Trzeci nawrót nie zmienił odnalezionej konfiguracji.

Tabela A.6. Przebieg procedury eksploracji poszukującej parametrów początkowych

	Parametr	Określona wartość
Nawrót 1	rozmiarPopulacji	50
	wspDomieszek	0,25
	(prawdKrzyzowania,prawdMutacji)	(0,6, 0,1)
	max	50
	opSelNat	NATSEL(RS)
Nawrót 2	rozmiarPopulacji	50
	wspDomieszek	0,1
	(prawdKrzyzowania,prawdMutacji)	(0,8, 0,1)
	max	50
	opSelNat	NATSEL(RS)
Nawrót 3	rozmiarPopulacji	50
	wspDomieszek	0,1
	(prawdKrzyzowania,prawdMutacji)	(0,8, 0,1)
	max	50
	opSelNat	NATSEL(RS)

Wyniki Jak zostało pokazane w tabeli A.7, wyniki dla tak określonego zestawu parametrów są bardzo dobre - najgorszy z nich był większy od optimum o niecałe 6 %. W ostatnim z przebiegów udało się znaleźć optimum globalne.

Na rysunku A.6 pokazany został wykres tego przebiegu. Można zaobserwować, że minimum zostało znalezione dość szybko, a dalsze działanie heurystyki przeszukiwało przestrzeń rozwiązań, często pogarszając wyniki.

Tabela A.7. Wyniki heurystyki parametryzowanej znaną konfiguracją

Numer powtórzenia	Wynik	Różnica względem optimum
1	-1107	66
2	-1156	17
3	-1115	58
4	-1120	53
5	-1173	0
Średnia	-1134,2000	38,8000
Odchylenie standardowe	28,6827	
Optimum	-1173	

Rys. A.6. Wykres przebiegu piątego powtórzenia znalezionej konfiguracji

Poprawa konfiguracji początkowej

Przebieg [skomentuj](#)

Tabela A.8. Przebieg procedury eksploracji poszukującej parametrów początkowych

	Parametr	Określona wartość
Nawrót 1	rozmiarPopulacji	60
	wspDomieszek	0,1
	(prawdKrzyzowania,prawdMutacji)	(0,75, 0,1)
	max	50
Nawrót 2	rozmiarPopulacji	60
	wspDomieszek	0,1
	(prawdKrzyzowania,prawdMutacji)	(0,75, 0,15)
	max	60

Wyniki Blah, blah, here go results

Tabela A.9. Wyniki heurystyki parametryzowanej poprawioną konfiguracją

Numer powtórzenia	Wynik	Różnica względem optimum
1	-1127	46
2	-1161	12
3	-1131	42
Średnia	-1139,6667	33,3334
Odchylenie standardowe	18,5831	
Optimum	-1173	

poszło lepiej niż init

A.4. Pełne wyniki badań

A.4.1. Oceny uruchomień

DIS

A.4.2. Średnia i odchylenie standardowe ocen

Problem komiwojażera

Pełne wyniki dla konfiguracji A, B i C zostały przedstawione w tabelach (kolejno) ??, ?? i ??.

Tabela A.10. Pełne wyniki dla konfiguracji D

a	b	WA	WB	Ocena
1	0	R	R	63148,9662±2991,8179
1	0	R	RS	66670,9717±1262,9803

Tabela A.10. Pełne wyniki dla konfiguracji D

a	b	WA	WB	Ocena
1	0	R	TS(2)	66796,5075±6059,7659
1	0	R	TS(3)	68187,0807±2149,1036
1	0	RS	R	57076,8068±4343,3643
1	0	RS	RS	54775,3531±5638,5163
1	0	RS	TS(2)	56340,1414±6044,4863
1	0	RS	TS(3)	54006,4018±4598,4399
1	0	TS(2)	R	75308,7970±3633,9511
1	0	TS(2)	RS	74997,8832±2935,5700
1	0	TS(2)	TS(2)	76741,2555±2242,8727
1	0	TS(2)	TS(3)	77503,6281±1581,0616
1	0	TS(3)	R	76519,0885±2253,6313
1	0	TS(3)	RS	72779,5574±5353,2170
1	0	TS(3)	TS(2)	75175,3784±3301,5956
1	0	TS(3)	TS(3)	78434,3927±2954,2537
1	0,1	R	R	64921,6141±6697,8244
1	0,1	R	RS	64153,5248±5337,5054
1	0,1	R	TS(2)	63998,2593±4514,1330
1	0,1	R	TS(3)	67860,9913±4007,6007
1	0,1	RS	R	58860,1927±4668,3636
1	0,1	RS	RS	56876,6204±6087,3432
1	0,1	RS	TS(2)	59168,2933±6028,8071
1	0,1	RS	TS(3)	58552,7445±3943,3595
1	0,1	TS(2)	R	72711,4148±2242,7582
1	0,1	TS(2)	RS	72285,5698±3099,3636
1	0,1	TS(2)	TS(2)	75258,9438±2953,5893
1	0,1	TS(2)	TS(3)	77276,6458±2694,4933
1	0,1	TS(3)	R	77111,6797±3828,9922
1	0,1	TS(3)	RS	71349,2091±4878,2432
1	0,1	TS(3)	TS(2)	77586,9380±3119,5781
1	0,1	TS(3)	TS(3)	78069,6955±3673,5858
1	0,25	R	R	66994,8520±4023,6182
1	0,25	R	RS	60997,5136±6205,8751
1	0,25	R	TS(2)	67909,2289±4366,4780
1	0,25	R	TS(3)	73214,5627±3249,9024
1	0,25	RS	R	53644,9562±7782,7804
1	0,25	RS	RS	53808,7353±4046,0390
1	0,25	RS	TS(2)	62118,5620±5688,0029
1	0,25	RS	TS(3)	59549,6937±2079,0981
1	0,25	TS(2)	R	71167,9756±3467,9171
1	0,25	TS(2)	RS	69516,4694±3857,5267
1	0,25	TS(2)	TS(2)	75792,7275±1612,9532
1	0,25	TS(2)	TS(3)	74832,2360±3382,2709

Tabela A.10. Pełne wyniki dla konfiguracji D

a	b	WA	WB	Ocena
1	0,25	TS(3)	R	74964,2607±2349,6463
1	0,25	TS(3)	RS	69979,4438±3583,5517
1	0,25	TS(3)	TS(2)	76249,6930±3824,2332
1	0,25	TS(3)	TS(3)	75990,2492±2912,9578
3	0	R	R	62868,0769±7751,6167
3	0	R	RS	56121,6305±3989,7036
3	0	R	TS(2)	59093,8247±3117,2364
3	0	R	TS(3)	63458,2872±7104,6750
3	0	RS	R	49984,0394±3413,5860
3	0	RS	RS	50296,3335±4102,9637
3	0	RS	TS(2)	54536,6127±2073,5921
3	0	RS	TS(3)	52536,3872±2990,5480
3	0	TS(2)	R	73484,4181±3885,8193
3	0	TS(2)	RS	74478,1926±2587,2221
3	0	TS(2)	TS(2)	72856,6152±3474,1592
3	0	TS(2)	TS(3)	73092,2391±2272,5163
3	0	TS(3)	R	76931,2121±1800,5863
3	0	TS(3)	RS	75135,6567±4431,5355
3	0	TS(3)	TS(2)	75682,9234±2832,6889
3	0	TS(3)	TS(3)	76114,5387±1810,1806
3	0,1	R	R	66262,8388±5674,1525
3	0,1	R	RS	60593,4130±5125,6922
3	0,1	R	TS(2)	65170,9779±4340,9190
3	0,1	R	TS(3)	61336,7695±3620,2601
3	0,1	RS	R	51363,5478±2794,6387
3	0,1	RS	RS	52016,5879±2570,3068
3	0,1	RS	TS(2)	52803,6719±6387,9210
3	0,1	RS	TS(3)	50425,7944±2674,6857
3	0,1	TS(2)	R	76918,4637±1665,1880
3	0,1	TS(2)	RS	70565,4907±2366,5805
3	0,1	TS(2)	TS(2)	77198,5539±3053,2183
3	0,1	TS(2)	TS(3)	74259,2851±3365,5329
3	0,1	TS(3)	R	74865,9696±2581,8355
3	0,1	TS(3)	RS	73903,8469±2491,2040
3	0,1	TS(3)	TS(2)	76308,3468±3078,2639
3	0,1	TS(3)	TS(3)	76997,8103±1211,5696
3	0,25	R	R	59556,0633±2987,8681
3	0,25	R	RS	58191,3987±5601,6655
3	0,25	R	TS(2)	65240,4898±3467,4363
3	0,25	R	TS(3)	65138,9060±4347,0213
3	0,25	RS	R	50011,9993±3104,8017
3	0,25	RS	RS	49744,9081±2768,5553

Tabela A.10. Pełne wyniki dla konfiguracji D

a	b	WA	WB	Ocena
3	0,25	RS	TS(2)	53467,0572±4345,7140
3	0,25	RS	TS(3)	60171,9765±5147,0004
3	0,25	TS(2)	R	71438,2157±3586,8758
3	0,25	TS(2)	RS	68006,9848±4026,1532
3	0,25	TS(2)	TS(2)	74497,9470±1554,6735
3	0,25	TS(2)	TS(3)	74656,9039±2367,0028
3	0,25	TS(3)	R	73530,5451±2698,0934
3	0,25	TS(3)	RS	67962,9038±7004,1249
3	0,25	TS(3)	TS(2)	76363,9840±1606,0915
3	0,25	TS(3)	TS(3)	76312,6057±3891,0184
5	0	R	R	60117,0561±4072,2315
5	0	R	RS	58179,4247±5016,6409
5	0	R	TS(2)	61515,5684±5409,0071
5	0	R	TS(3)	59911,1642±5244,0632
5	0	RS	R	50317,9438±3977,9757
5	0	RS	RS	53504,5557±3707,6132
5	0	RS	TS(2)	51156,4782±3617,3294
5	0	RS	TS(3)	50788,1319±1542,8235
5	0	TS(2)	R	74580,7985±1077,5927
5	0	TS(2)	RS	75713,6243±2142,5180
5	0	TS(2)	TS(2)	75054,2396±1911,7425
5	0	TS(2)	TS(3)	74089,8740±1555,1333
5	0	TS(3)	R	75462,3438±4243,4037
5	0	TS(3)	RS	76150,5022±3311,8237
5	0	TS(3)	TS(2)	76807,2873±936,1096
5	0	TS(3)	TS(3)	74233,3135±2016,9396
5	0,1	R	R	61931,3831±2601,7142
5	0,1	R	RS	58728,0221±5575,6031
5	0,1	R	TS(2)	61491,1380±3006,6230
5	0,1	R	TS(3)	61139,5114±5231,7141
5	0,1	RS	R	48915,0643±799,6703
5	0,1	RS	RS	49180,7887±4249,2504
5	0,1	RS	TS(2)	52655,6111±3701,1865
5	0,1	RS	TS(3)	49985,4366±4012,8489
5	0,1	TS(2)	R	75777,1455±3011,2519
5	0,1	TS(2)	RS	74311,1839±3015,2988
5	0,1	TS(2)	TS(2)	75941,6041±1817,5820
5	0,1	TS(2)	TS(3)	74369,8617±1720,6807
5	0,1	TS(3)	R	75279,7935±1623,1280
5	0,1	TS(3)	RS	73428,8700±2606,5743
5	0,1	TS(3)	TS(2)	77422,1984±3077,9164
5	0,1	TS(3)	TS(3)	76189,8794±1242,9144

Tabela A.10. Pełne wyniki dla konfiguracji D

a	b	WA	WB	Ocena
5	0,25	R	R	59716,8629±3202,3405
5	0,25	R	RS	58548,4801±3387,6080
5	0,25	R	TS(2)	64768,1599±3676,9758
5	0,25	R	TS(3)	65020,3398±4697,9745
5	0,25	RS	R	51738,6886±4413,3552
5	0,25	RS	RS	50581,0518±3533,9353
5	0,25	RS	TS(2)	52485,3787±6491,9936
5	0,25	RS	TS(3)	56627,3107±2048,8223
5	0,25	TS(2)	R	72289,2530±3353,1352
5	0,25	TS(2)	RS	69823,4881±2625,8599
5	0,25	TS(2)	TS(2)	72289,4172±3478,8958
5	0,25	TS(2)	TS(3)	76573,3110±1902,9758
5	0,25	TS(3)	R	74021,7512±3492,0954
5	0,25	TS(3)	RS	72185,1169±3426,1645
5	0,25	TS(3)	TS(2)	74201,3036±1228,9679
5	0,25	TS(3)	TS(3)	78413,6345±1917,3845

Problem plecakowy

Pełne wyniki dla konfiguracji A, B i C zostały przedstawione w tabelach (kolejno) ??, ?? i ??.

Tabela A.11. Pełne wyniki dla konfiguracji D

a	b	WA	WB	Ocena
1	0	R	R	-1012,8000±131,2774
1	0	R	RS	-1084,2000±18,6269
1	0	R	TS(2)	-1098,8000±25,2063
1	0	R	TS(3)	-1051,8000±140,9190
1	0	RS	R	-1110,2000±32,7744
1	0	RS	RS	-1072,6000±15,9198
1	0	RS	TS(2)	-1109±19,7180
1	0	RS	TS(3)	-1098,2000±52,8371
1	0	TS(2)	R	-867,2000±129,1440
1	0	TS(2)	RS	-988,4000±124,0461
1	0	TS(2)	TS(2)	-986,2000±125,2173
1	0	TS(2)	TS(3)	-999,2000±129,5290
1	0	TS(3)	R	-889,8000±185,3423
1	0	TS(3)	RS	-994±124,9928
1	0	TS(3)	TS(2)	-997±124,5664

Tabela A.11. Pełne wyniki dla konfiguracji D

a	b	WA	WB	Ocena
1	0	TS(3)	TS(3)	-1025,4000±128,4361
1	0,1	R	R	-1062,2000±22,9556
1	0,1	R	RS	-1075,2000±20,7210
1	0,1	R	TS(2)	-1078,8000±53,7044
1	0,1	R	TS(3)	-1010,6000±133,3696
1	0,1	RS	R	-1102,6000±29,5675
1	0,1	RS	RS	-1112±23,9833
1	0,1	RS	TS(2)	-1117,6000±41,6346
1	0,1	RS	TS(3)	-1072,6000±45,3943
1	0,1	TS(2)	R	-1063,8000±58,3520
1	0,1	TS(2)	RS	-1070,2000±42,2535
1	0,1	TS(2)	TS(2)	-1001±115,2406
1	0,1	TS(2)	TS(3)	-935,4000±178,3172
1	0,1	TS(3)	R	-990±125,4400
1	0,1	TS(3)	RS	-920,2000±141,5732
1	0,1	TS(3)	TS(2)	-1002,4000±139,6919
1	0,1	TS(3)	TS(3)	-909,8000±129,1780
1	0,25	R	R	-1112,2000±21,3860
1	0,25	R	RS	-1104,8000±27,2720
1	0,25	R	TS(2)	-1052±138,4124
1	0,25	R	TS(3)	-1038,8000±30,1025
1	0,25	RS	R	-1105±22,1450
1	0,25	RS	RS	-1130,4000±16,2800
1	0,25	RS	TS(2)	-1097±18,4716
1	0,25	RS	TS(3)	-1114±25,8457
1	0,25	TS(2)	R	-1054,6000±37,7020
1	0,25	TS(2)	RS	-1085,4000±20,2445
1	0,25	TS(2)	TS(2)	-993,4000±137,6541
1	0,25	TS(2)	TS(3)	-994,4000±128,2070
1	0,25	TS(3)	R	-1044,4000±35,8251
1	0,25	TS(3)	RS	-1078,6000±35,3757
1	0,25	TS(3)	TS(2)	-914,6000±120,8679
1	0,25	TS(3)	TS(3)	-801,8000±121,1799
3	0	R	R	-1006,4000±120,2973
3	0	R	RS	-1100,2000±24,5063
3	0	R	TS(2)	-1109,8000±18,0488
3	0	R	TS(3)	-1068,8000±30,4920
3	0	RS	R	-1120,4000±20,1851
3	0	RS	RS	-1123,8000±6,6151
3	0	RS	TS(2)	-1142±19,3080
3	0	RS	TS(3)	-1107,8000±12,5762
3	0	TS(2)	R	-945,6000±157,4847

Tabela A.11. Pełne wyniki dla konfiguracji D

a	b	WA	WB	Ocena
3	0	TS(2)	RS	-943,2000±140,0077
3	0	TS(2)	TS(2)	-923,6000±149,8794
3	0	TS(2)	TS(3)	-1005,8000±125,0238
3	0	TS(3)	R	-931,6000±158,7509
3	0	TS(3)	RS	-923±152,6145
3	0	TS(3)	TS(2)	-863±182,5190
3	0	TS(3)	TS(3)	-820,4000±115,2486
3	0,1	R	R	-1094,8000±25,9492
3	0,1	R	RS	-1096±57,6299
3	0,1	R	TS(2)	-1097,8000±5,9800
3	0,1	R	TS(3)	-1065,2000±52,9354
3	0,1	RS	R	-1104±19,8192
3	0,1	RS	RS	-1126,6000±8,0647
3	0,1	RS	TS(2)	-1127,8000±26,4983
3	0,1	RS	TS(3)	-1110,2000±31,4859
3	0,1	TS(2)	R	-1060,6000±27,5289
3	0,1	TS(2)	RS	-1031±130,1845
3	0,1	TS(2)	TS(2)	-1015,4000±124,2926
3	0,1	TS(2)	TS(3)	-1015,8000±113,7249
3	0,1	TS(3)	R	-1016,4000±122,7218
3	0,1	TS(3)	RS	-941,4000±152,9844
3	0,1	TS(3)	TS(2)	-919,6000±134,2723
3	0,1	TS(3)	TS(3)	-869±177,8033
3	0,25	R	R	-1082±28,5937
3	0,25	R	RS	-1098,4000±12,1260
3	0,25	R	TS(2)	-1078,4000±29,3843
3	0,25	R	TS(3)	-1077±27,4809
3	0,25	RS	R	-1105,8000±16,8095
3	0,25	RS	RS	-1125,4000±29,6554
3	0,25	RS	TS(2)	-1119,8000±5,5642
3	0,25	RS	TS(3)	-1125,4000±19,9660
3	0,25	TS(2)	R	-945,6000±161,4764
3	0,25	TS(2)	RS	-1114,6000±14,4859
3	0,25	TS(2)	TS(2)	-1015,6000±143,9592
3	0,25	TS(2)	TS(3)	-944,4000±154,4624
3	0,25	TS(3)	R	-1002±139,9328
3	0,25	TS(3)	RS	-1092±15,5820
3	0,25	TS(3)	TS(2)	-933,8000±165,6676
3	0,25	TS(3)	TS(3)	-959±167,7319
5	0	R	R	-1105,4000±27,9614
5	0	R	RS	-1112,2000±19,9439
5	0	R	TS(2)	-1074,8000±26,5435

Tabela A.11. Pełne wyniki dla konfiguracji D

a	b	WA	WB	Ocena
5	0	R	TS(3)	-1113,4000±36,4395
5	0	RS	R	-1128,2000±32,6827
5	0	RS	RS	-1116,6000±24,1959
5	0	RS	TS(2)	-1141,8000±22,3195
5	0	RS	TS(3)	-1134±27,4591
5	0	TS(2)	R	-1032,4000±144,6024
5	0	TS(2)	RS	-1117,8000±28,4211
5	0	TS(2)	TS(2)	-1027,2000±25,3724
5	0	TS(2)	TS(3)	-1093,4000±36,6093
5	0	TS(3)	R	-1045±23,1948
5	0	TS(3)	RS	-1045,2000±51,3241
5	0	TS(3)	TS(2)	-923,8000±141,9358
5	0	TS(3)	TS(3)	-889±156,8630
5	0,1	R	R	-1112,4000±22,8438
5	0,1	R	RS	-1112,8000±43,1620
5	0,1	R	TS(2)	-1104±38,1733
5	0,1	R	TS(3)	-1080,2000±40,5630
5	0,1	RS	R	-1128±23,7571
5	0,1	RS	RS	-1121,6000±20,3627
5	0,1	RS	TS(2)	-1111,2000±18,5731
5	0,1	RS	TS(3)	-1091±41,9285
5	0,1	TS(2)	R	-1088,8000±54,2011
5	0,1	TS(2)	RS	-1001,4000±119,2486
5	0,1	TS(2)	TS(2)	-1014,2000±124,6891
5	0,1	TS(2)	TS(3)	-1001,8000±123,5919
5	0,1	TS(3)	R	-991,8000±135,3328
5	0,1	TS(3)	RS	-1052,2000±14,3304
5	0,1	TS(3)	TS(2)	-961,2000±155,8979
5	0,1	TS(3)	TS(3)	-940,6000±158,9548
5	0,25	R	R	-1106,6000±14,4582
5	0,25	R	RS	-1101,2000±16,9635
5	0,25	R	TS(2)	-1072,8000±19,9339
5	0,25	R	TS(3)	-1099±30,7181
5	0,25	RS	R	-1129±11,3490
5	0,25	RS	RS	-1144,2000±20,4294
5	0,25	RS	TS(2)	-1113,8000±17,0575
5	0,25	RS	TS(3)	-1102,8000±31,0123
5	0,25	TS(2)	R	-1080,6000±12,7530
5	0,25	TS(2)	RS	-1105±17,7426
5	0,25	TS(2)	TS(2)	-967,6000±162,3645
5	0,25	TS(2)	TS(3)	-932±156,8528
5	0,25	TS(3)	R	-1074,6000±34,4244

Tabela A.11. Pełne wyniki dla konfiguracji D

a	b	WA	WB	Ocena
5	0,25	TS(3)	RS	-1063,4000±30,9296
5	0,25	TS(3)	TS(2)	-893,4000±154,3847
5	0,25	TS(3)	TS(3)	-866,4000±135,5649