UNISUL

UNIVERSIDADE DO SUL DE SANTA CATARINA
Campus Tubarão
Unidade Acadêmica Tecnológica
Curso: Ciência da Computação

3,3

Disciplina: **Noções de Álgebra Linear**
Professora: **Vanessa Soares Sandrini Garcia**

Aluno(a): Tiago Ferreira Cunha Data: 16/maio/2016

2ª Avaliação

1. Verifique se os conjuntos abaixo formam uma base (vale 1,4):

a) $\Re^3, \{(1,1,2),(1,2,5),(5,3,4)\}$

b) $\Re^3, \{(1,2,3),(1,1,1),(1,-1,1)\}$ 0,4

2. Quais das seguintes transformações são lineares? (vale 2,0)

1,5

a) $T: \Re^3 \to \Re$, dada por $T(x,y,z) = 2x + 3y - z$

b) $T: \Re^2 \to \Re^2$, dada por $T(x,y) = (x - y, x)$

3. Considerando as transformações lineares abaixo, determinar N(T) e Im(T) (vale 1,6):

0,7 a) $T: \Re^3 \to \Re^3$, dada por $T(x,y,z) = (x-2y-z, -x+y+2z, x-3z)$

0,7 b) $T: \Re^2 \to \Re^2$, dada por $T(x,y) = (-5x + y, 5x - y)$

☺ Boa Prova!! ☺

1b)

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} \\ l_2 - 2l_1 \\ l_3 - 3l_1 \end{matrix} \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \end{vmatrix} \quad \begin{matrix} b = 3 \Rightarrow b = \frac{3}{1} \\ 2b = 2 \Rightarrow b = \frac{2}{2} \end{matrix}$$

C L.I

é LI

$$\left|\begin{matrix} 1 & 1 & 1 & x \\ 2 & 1 & -1 & y \\ 3 & 1 & 1 & z \end{matrix}\right| \begin{matrix} \\ l_2 - l_1 \\ l_3 - l_1 \end{matrix} \Rightarrow \left|\begin{matrix} 1 & 1 & 1 & x \\ 1 & 0 & -2 & y-x \\ 3 & 0 & 0 & z-x \end{matrix}\right| \Rightarrow a = z \Rightarrow \cancel{\boxed{a = z}}$$

?

?

$a + b + c = x$

$-z + b + c = x$

Tiago Ferreira Cunha

2a) $f(x,y,z) = 2x + 3y - z$

$u = (a,b,c)$

$v = (d,e,f)$

$f(u)\ 2a + 3b - c$

$f(v)\ 2d + 3e - f$

$u + v = (a,b,c) + (d,e,f) = (a+d, b+e, c+f)$

$f(u+v) = f(a+d, b+e, c+f) = (2a + 2d + 3b + 3e - (c+f))$

i) $f(u+v) = f(u) + f(v)$

$(2a + 2d + 3b + 3e - (c+f)) = (2a + 3b - c) + (2d + 3e - f)$

$(2a + 2d + 3b + 3e - (c+f)) = (2a + 2d + 3b + 3e - (c+f))$ ok

ii) $f(\alpha u) = \alpha f(u)$

$f(\alpha a, \alpha b, \alpha c) = \alpha(2a, 3b - c)$

$(2\alpha a + 3\alpha b - \alpha c) = (2\alpha a + 3\alpha b - \alpha c)$ ok é linear

C

b) $f(x,y) = (x, -y, x)$

$u = (a,b)$

$v = (c,d)$

$f(u) = f(a,b) = \cancel{(a, -b, a)}$

$f(v) = f(c,d) = \cancel{(c, -d, c)}$

$u + v = (a,b) + (c,d)$

$(a+c, b+d)$

$f(u+v) = (a+c, -(b+d), a+c)$

i) $f(u+v) = f(u) + f(v)$

$(a+c, -(b+d), a+c) = (a, -b, a) + (c, -d, c)$

$(a+c, -(b+d), a+c) = (a+c, -(b+d), a+c)$ ok

iii) $f(\alpha u) = \alpha f(u)$
$f(\alpha a, \alpha b) = \alpha(a, -b, a)$
$(\alpha a, -\alpha b, \alpha a) = (\alpha a, -\alpha b, \alpha a)$ ok é linear

C

3a)
$$\begin{cases} x - 2y - z = 0 \\ -x + y + 2z = 0 \\ x + 3z = 0 \end{cases}$$
$\to x = 3z$

$\to 3z - 2y - z = 0$
$2z - 2y = 0$
$2z = 2y$
$2y = 2z$
$y = \frac{2z}{2}$
$y = z$

$-x + y + 2z = 0$
$-(3z) + z + 2z = 0$
$-3z + 3z = 0$
$0 = 0$

núcleo $(3z, z, z)$

C

$$\begin{cases} x - 2y - z = a \\ -x + y + 2z = b \\ x - 3z = c \end{cases} \to \left|\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -1 & a \\ -1 & 1 & 2 & b \\ 1 & 0 & 3 & c \end{array}\right| \begin{array}{l} l_2 + l_1 \\ l_3 + l_1 \end{array}$$

$$\left|\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -1 & a \\ 0 & -1 & 1 & a+b \\ 0 & 1 & -1 & b+c \end{array}\right| l_3 + l_2 \quad \left|\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & a \\ 0 & -1 & 1 & a+b \\ 0 & 0 & 0 & a+2b+c \end{array}\right|$$

C

$Im = (a + 2b + c = 0)$

3b)
$(-5x + y, 5x - y) = (0,0)$

$$\begin{cases} -5x + y = 0 \\ 5x - y = 0 \end{cases} \quad y = 5x$$
$5x - (5x) = 0$
$0 = 0$

núcleo $\boxed{(x, 5x)}$

$(x, 5x)$

$Im(-5x + y, 5x - y) = (a, b)$

$$\begin{cases} -5x + y = a \\ 5x - y = b \end{cases} \quad \left|\begin{array}{cc|c} -5 & 1 & a \\ 5 & -1 & b \end{array}\right| l_2 + l_1$$

$$\left|\begin{array}{cc|c} -5 & 1 & a \\ 0 & 0 & a+b \end{array}\right|$$

C

$Im = \boxed{a + b = 0}$

1)a) $\{(1,1,2), (1,2,5), (5,3,4)\}$

$$\left|\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 4 \end{array}\right| \begin{array}{l} l_2 - l_1 \\ l_3 - 2l_1 \end{array} \left|\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & 6 \end{array}\right| \begin{array}{l} \to b = -2 \to b = \frac{-2}{1} \\ \to 3b = 6 \to b = \frac{6}{3} \end{array}$$

é LI

$$\left|\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 5 & x \\ 1 & 2 & 3 & y \\ 2 & 5 & 4 & z \end{array}\right|$$