

Universidade do Sul de Santa Catarina – UNISUL  
Curso de Ciência da Computação  
GRAFOS  
Professor: Max e-mail: [max.pereira@unisul.br](mailto:max.pereira@unisul.br)  
Semestre: 2017-2  
Data: 04/10/2017

NOME: Tiago Belling

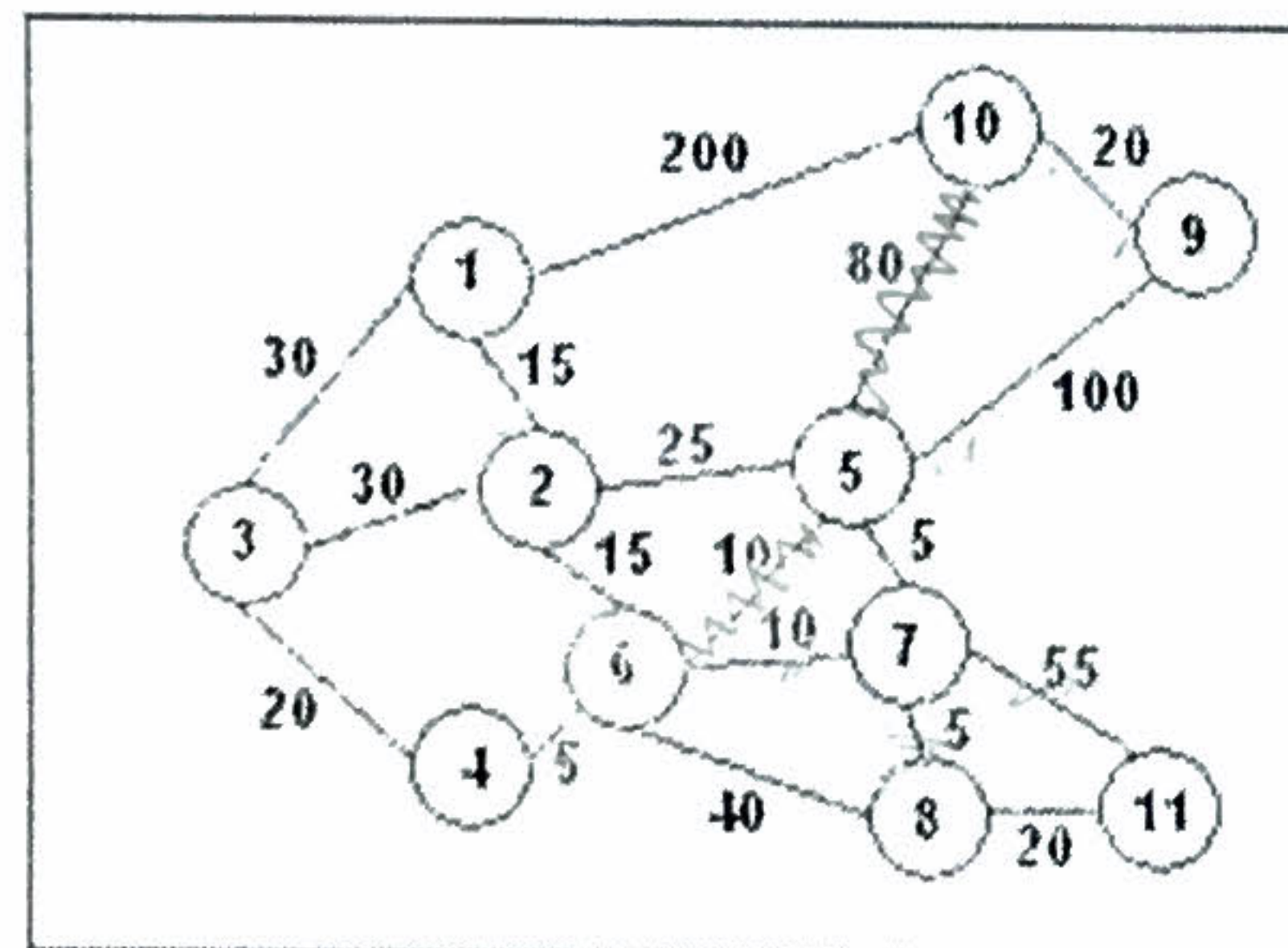
## AVALIAÇÃO II

1. (1,5) Qual a definição de **árvore geradora máxima** de um grafo? Que modificação precisa ser efetuada no algoritmo **Prim-Jarnik** para determinar a árvore geradora máxima?

2. (1,5) A Figura 1(a) mostra um conjunto de células infectadas por um vírus. Um parâmetro importante para os pesquisadores é a distância máxima entre as células. Essa distância fornece uma ideia da velocidade de reprodução e transmissão do vírus. A Figura 1(b) mostra um modelo, através de um grafo, da Figura 1(a). Na tentativa de descobrir a maior distância entre as células, os pesquisadores precisam calcular a distância entre os vértices 6 e 10. Através do algoritmo de **Dijkstra**, calcule essa distância. Apresente os passos de sua resolução através de uma tabela.



(a)



(b)

Figura 1

3. (1,5) A Figura 2 mostra o mapa com algumas cidades do estado de São Paulo e a Tabela 1 apresenta as respectivas distâncias. Com a privatização das estradas, praças de pedágio foram construídas em todas as rodovias. Nas rodovias inferior a 100km o pedágio custa R\$4,00; caso contrário, o pedágio tem valor de R\$5,00. Apresente o algoritmo de **Dijkstra** modificado tal que além do cálculo da distância, também seja determinado o gasto com o pedágio.



Figura 2

	Ara	P.Venc.	P.Prud.	Tupã	Mari.	Assis	Bauru	Ourinhos
1 Ara	-	150 5	-	90 4	110	-	160 5	-
2 P.Venc.	150 5	-	40 4	95 4	-	-	-	-
3 P.Prud.	-	40	-	85 4	-	105 5	-	-
4 Tupã	90 4	95 4	85 4	-	60 4	80 4	-	-
5 Mari.	110 5	-	-	60 4	-	85 4	65 4	80 4
6 Assis	-	-	105 5	80 4	85 4	-	-	75 4
7 Bauru	160 5	-	-	-	65 4	-	-	105 5
8 Ourinhos	-	-	-	-	80 4	75 4	105 5	-

Tabela 1

4. (1,0) Um grafo  $G$  é minimamente conexo se  $G$  é conexo mas, para toda aresta " $e$ ", o grafo  $G - e$  não é conexo. Mostre que toda árvore é um **grafo minimamente conexo**.

5. (1,5) Uma galeria de arte consiste em um grande número de corredores retos que interligam pequenas praças. Um guarda postado numa praça é capaz de vigiar todos os corredores que saem da praça. Qual o número mínimo de guardas necessário para vigiar a galeria toda? Justifique.



6. (1,5) Considere um conjunto com 5 cidades. O custo de construção de estradas entre a cidade  $i$  e  $j$  é  $a_{ij}$ . Encontre o **custo mínimo** para a construção de uma rede de estradas que possa conectá-las. Defina um algoritmo para resolução e mostre a sua execução passo-a-passo.

	A	B	C	D	E
A	0	3	5	11	9
B	3	0	3	9	8
C	5	3	0	$+\infty$	10
D	11	9	$+\infty$	0	7
E	9	8	10	7	0



(1,5) Faça as modificações necessárias no algoritmo de **Floyd-Warshall** para que, não somente os comprimentos das distâncias sejam calculadas corretamente, mas também os caminhos possam ser conhecidos.

PENSE!

## ANEXO

1: **function** Dijkstra(Graph, source):

2:     **for each** vertex  $v$  in Graph:

3:          $\text{dist}[v] := \text{infinity}$

4:          $\text{previous}[v] := \text{undefined}$

5:      $\text{dist}[\text{source}] := 0$

6:      $Q := \text{the set of all nodes in Graph}$  *→ fila*

7:     **while**  $Q$  is not empty:

8:          $u := \text{node in } Q \text{ with smallest dist[ ]}$  ✓

9:         *filade fila*  $\text{remove } u \text{ from } Q$  ✓

10:        **for each** neighbor  $v$  of  $u$ : *→ adjacentes ao vértice atual*

11:            $\text{alt} := \text{dist}[u] + \text{dist\_between}(u, v)$  // 40

12:           **if**  $\text{alt} < \text{dist}[v]$  // 40 < 50 ✓

13:                  $\text{dist}[v] := \text{alt}$  // 40

14:                  $\text{previous}[v] := u$  // 5

15:     **return**  $\text{previous[ ]}$

## Floyd-Warshall( $G$ ):

Seja  $\text{dist}[][]$  uma matriz  $|V| \times |V|$  inicializada com  $\infty$

**Para** cada vértice  $v$  de  $G$  fazer:

$\text{dist}[v][v] \leftarrow 0$

**Para** todas as arestas  $(u, v)$  de  $G$  fazer:

$\text{dist}[u][v] \leftarrow \text{peso}(u, v)$

**Para**  $k \leftarrow 1$  até  $|V|$  fazer:

**Para**  $i \leftarrow 1$  até  $|V|$  fazer:

**Para**  $j \leftarrow 1$  até  $|V|$  fazer:

**Se**  $\text{dist}[i][k] + \text{dist}[k][j] < \text{dist}[i][j]$  então

$\text{dist}[i][j] \leftarrow \text{dist}[i][k] + \text{dist}[k][j]$

MST-PRIM( $G, w, r$ )

1 **for** cada  $u$  em  $V[G]$  *o*

2     **do**  $\text{chave}[u] := \text{infinito}$

3      $\text{pai}[u] := \text{NIL}$

4  $\text{chave}[r] := 0$

5  $Q := V[G]$

6 **while**  $Q \neq \{\}$

7     **do**  $u := \text{EXTRACT\_MIN}(Q)$

8     **for** cada  $v$  em  $\text{Adj}[u]$

9         **do if**  $v$  pertence a  $Q$  e  $w(u, v) < \text{chave}[v]$

10             **then**  $\text{pai}[v] := u$

11              $\text{chave}[v] := w(u, v)$

*Questão 1*  
*EXTRACT\\_MAX(Q)*

MST-KRUSKAL( $G, w$ )

1  $A := \{\}$

2 **for** cada vértice  $v$  em  $V[G]$

3     **do**  $\text{MAKE\_SET}(v) \rightarrow A$

4 Ordene as arestas de  $E$  em ordem crescente de peso ( $w$ )

5 **for** cada aresta  $(u, v)$ , tomadas em ordem crescente de peso ( $w$ )

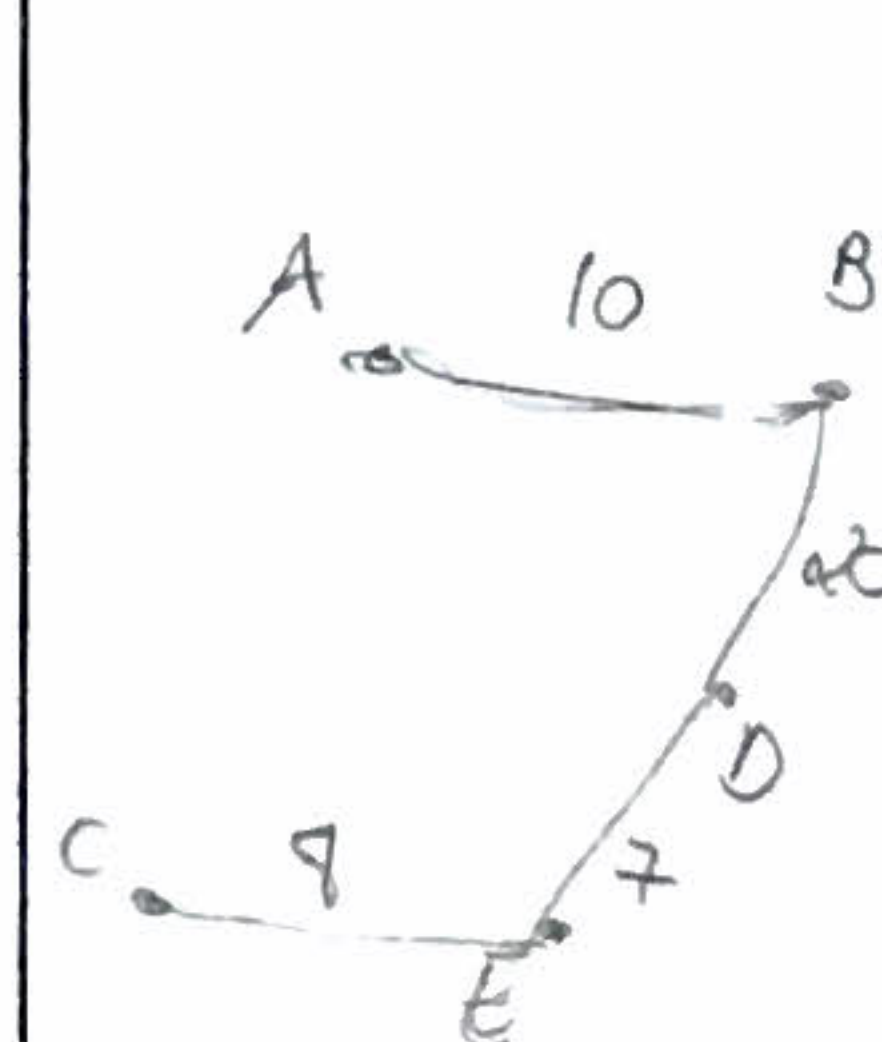
6     **do if**  $\text{FIND\_SET}(u) \neq \text{FIND\_SET}(v)$

7         **then**  $A := A \text{ união } \{(u, v)\}$

8              $\text{UNION}(u, v)$

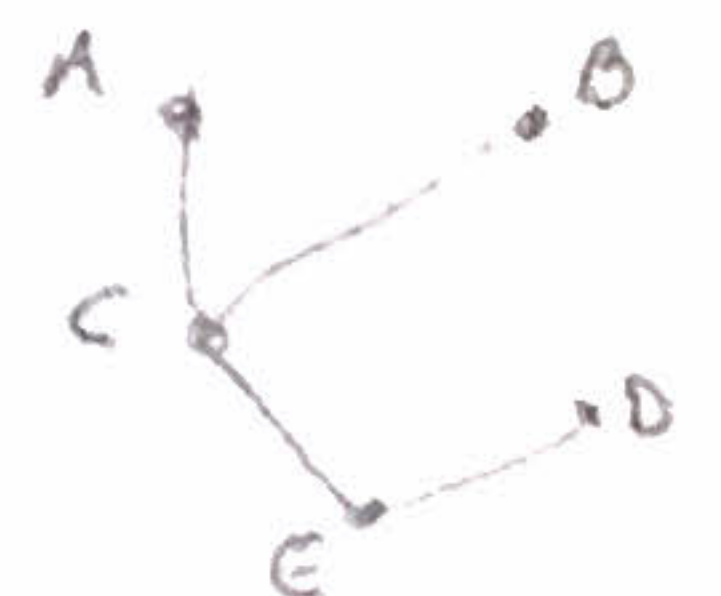
9 **return**  $A$

*(u, v)*  
*(A, B)*



*A ← A, B*  
*MÁX.*  
*B, D → 20*  
*A, B → 10*  
*C, E → 8*  
*D, E → 7*

*MIN*  
*B, C → 5*  
*A, C → 2*  
*C, E → 8*  
*D, E → 7*





## Prova 2

Giorgio Boling

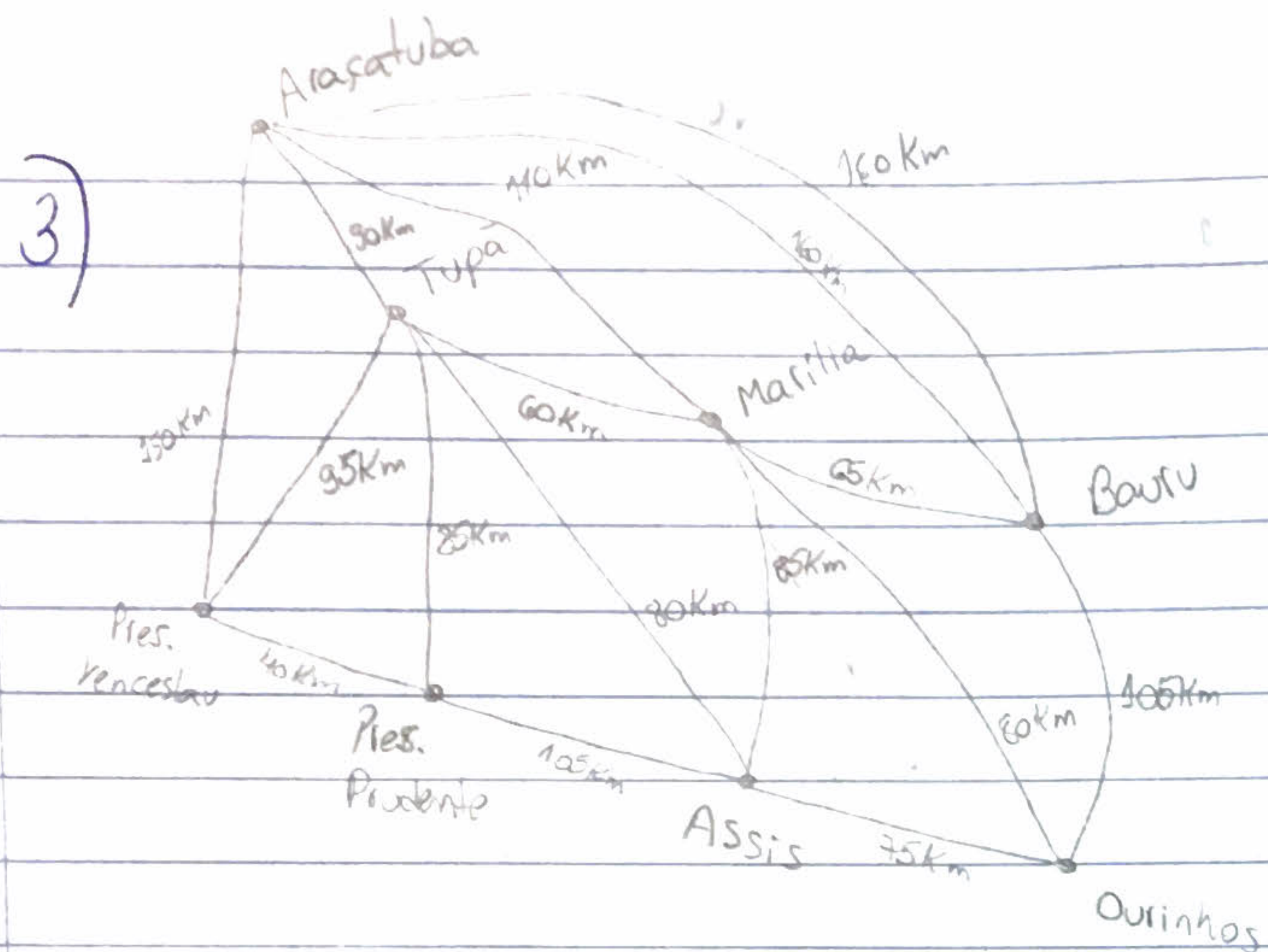
- 1) Árvore geradora máxima é a quantidade de árvores geradoras que determinado grafo pode ter. É definida por  $n^{n-2}$ , onde  $n$  é a quantidade de vértices. Um grafo de 3 vértices pode ter  $3^{3-2} = 3^1 = 3$ , ou seja, 3 árvores geradoras.



2)

vért	visitado	dist	pai
1	Sim	30	2
2	Sim	15	6
3	Sim	25	4
4	Sim	5	6
5	Sim	10	6
6	Sim	0	5 6 10 4
7	Sim	10	6
8	Sim	15	7
9	Sim	110	5
10	Sim	90	5
11	Sim	60	8





function ...

$\text{custo} = 0$

$\text{dist}[v] \leftarrow \text{infinito}$

$\text{previous}[v] \leftarrow \text{null}$

$\text{dist}[\text{source}] \leftarrow 0$

PARA todos os vértices do grafo: FACA

ENQUANTO a fila não for vazia

$u \leftarrow$  vértice na fila com menor distância

tira  $u$  da fila

PARA cada vizinho do vértice atual FACA

SE  $\text{dist\_between}(u, v) \geq 100$  ENTÃO

$\text{custo}[v] = 5$

SE NÃO

$\text{custo}[v] = 4$

FIM SE

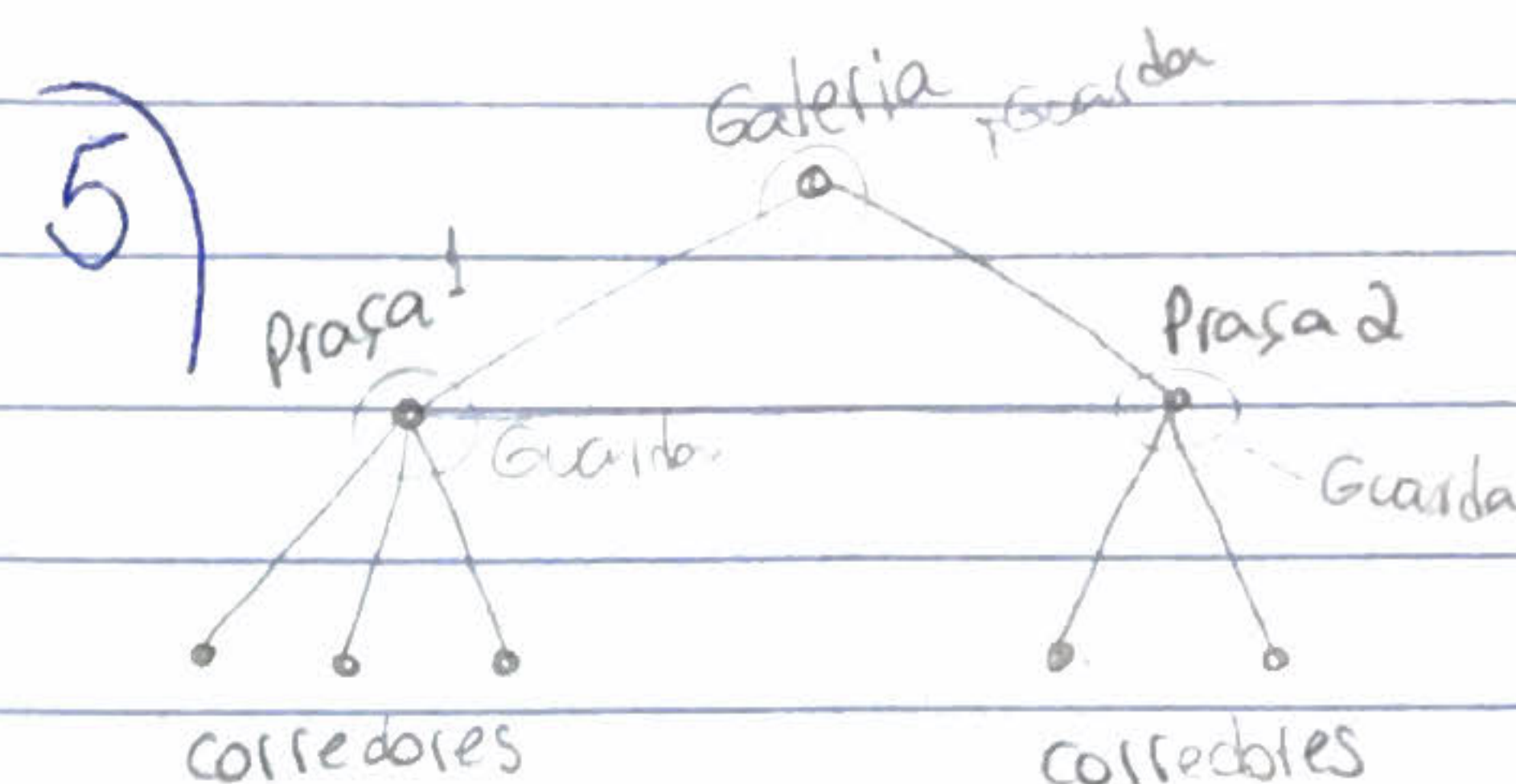
SE  $\text{alt} < \text{dist}[v]$  ENTÃO

$\text{dist}[v] \leftarrow \text{alt}$

$\text{previous}[v] \leftarrow u$

$\text{custo}[v]++$

return  $\text{previous}[]$



1 guarda por praça  
vigia todos corredores.

"n" representa qual  
informação?

R: É necessário ter  $n+1$  guardas para vigiar  
toda a galeria. Um guarda para cada praça  
e outro da galeria.

6) Marshall