Universidade do Sul de Santa Catarina – UNISUL
Curso de Ciência da Computação
ANÁLISE DE ALGORITMOS
Professor: Max E-mail: max.pereira@unisul.br
Data: 29/03/2017

AVALIAÇÃO I

8,0

Nome: Roberto Abreu Bento

Questões:

1. **(1,0)** Suponha que o vetor *v* tenha 511 elementos e que *x* não está no vetor. Quantas comparações um algoritmo de **busca binária** fará entre *x* e os elementos do vetor?

2. **(1,0)** Se preciso de *t* segundos para fazer uma **busca binária** em um vetor com *n* elementos, de quanto tempo preciso para fazer uma busca em n^2 elementos?

3. **(1,0)** Um algoritmo leva 1ms para terminar com uma entrada de tamanho 100. Em quanto **tempo** o algoritmo termina quando a entrada for de tamanho 1000000 e a complexidade for $O(n^3)$?

4. **(1,0)** Expresse a função $f(n) = 100n^2+30n+6$ em termos da notação *Big*-O, ou seja, prove que $f(n)$ é $O(g(n))$.

5. **(1,0)** O algoritmo *A* usa $100n$ instruções enquanto o algoritmo *B* usa $3n^2$ instruções. Determine n_0 para o qual *A* é melhor do que *B* para $n \geq n_0$.

6. **(1,0)** Em geral, muitos organismos se reproduzem a uma taxa constante (por exemplo, duplicam a cada 25 minutos ou a cada hora). Podemos supor que temos uma população de bactérias que dobra a cada hora, a partir de uma população inicial *x* e, a cada hora, colocamos também outras *y* bactérias no ambiente. Estamos interessados em saber quantas teremos na hora *n*. Especifique a relação de recorrência para esse problema e use essa relação para determinar o tamanho da população para $x=25$, $n=4$ e $y=15$.

7. **(1,0)** Mostre que um *heap* de *n* elementos tem altura $\lfloor \log n \rfloor$.

8. **(1,0)** Ilustre a operação **MAX-HEAPFY(A, 3)** sobre o vetor de entrada A=[27, 17, 3, 16, 13, 10, 1, 5, 7, 12, 4, 8, 9, 0]. Determine a complexidade do procedimento (notação *Big*-O).

9. **(1,0)** No algoritmo **Quicksort**, que valor de ***q*** o método ***Particionar()*** retorna quando todos os elementos do vetor $A[p..r]$ têm o mesmo valor? (p e r são respectivamente os valores do primeiro e ultimo índices do vetor A).

10. **(1,0)** Qual das seguintes afirmações sobre crescimento assintótico de funções não é verdadeira:
    (a) $2n^2 + 3n + 1$ é $O(n^2)$.
    (b) Se f(n) é O(g(n)) então g(n) é O(f(n)).
    (c) $\log n^2$ é $O(\log n)$.
    (d) Se f(n) é O(g(n)) e g(n) é O(h(n)) então f(n) é O(h(n)).
    (e) 2^{n+1} é $O(2^n)$.

1,0

PENSE!

ANEXO

```
MAX-HEAPFY(A, i)
  l ← LEFT(i)
  r ← RIGHT(i)
  if l <= tamanho_do_heap  e A[l] > A[i]
        then maior ← l
        else maior ← i
  if r <= tamanho_do_heap e A[r] > A[maior]
        then maior ← r
  if maior <> i
        then trocar A[i] ↔ A[maior]
         MAX-HEAPFY(A,maior)
```

```
QUICKSORT(A,p,r)
 if p < r
    q ← PARTICIONAR(A,p,r)
    QUICKSORT(A,p,q-1)
    QUICKSORT(A,q+1,r)

PARTICIONAR(A,p,r)
  x ← A[r]
  i ← p-1
  for j ← p to r-1
     if A[j] ≤ x
        i ← i + 1
        trocar A[i] ↔ A[j]
  trocar A[i+1] ↔ A[r]
  return i+1
```

```
Busca_Binaria(x, e, d, v[]) {
  if (e == d-1) return d;
  else {
     m = (e + d) / 2;
     if (v[m] < x)
        return Busca_Binaria(x, m, d, v);
     else
        return Busca_Binaria(x, e, m, v);
  }
}
```

Folha de respostas

Roberto Abreu Bento

1) V => 511 elementos

busca binária = $O(\log n)$, logo $\log 511 \simeq 9$ comparações

2) Busca binária

n elementos => $\log n$ => exemplo 10 elementos $\simeq 4$ s

n^2 elementos => $\log n^2$ $n = 10$ 100 elementos $\simeq 7$ s.

3) 1 ms = 0,001 s

0,001 s = 100

1 s = 100 000

$n = 10^7$ $n = 10^6$

$\Rightarrow \frac{n^3}{10^5} = t \Rightarrow \frac{(10^7)^3}{10^5} = t \Rightarrow \frac{10^{21}}{10^5} = t$ (F

$t = 10^{16}$ 10^{13}

4) $100n^2 + 30n + 6$ Provando $100 + 30 + 6$ $100n^2 + 30n + 6 < 136n^2$

teste $n = 2$ $100 \cdot 2^2 + 30 \cdot 2 + 6 < 136 \cdot 2^2$

$466 < 544$

5) $A = 100n$

$B = 3n^2$

$100n < 3n^2$

Tabela

n	$100n$	$3n^2$
31	3100	2883
32	3200	3072
33	3302	3267
34	3400	3468
35	3500	3675

R: O algoritmo A é melhor quando $n \geq 34$

6) $f(n) = \begin{cases} x, \text{ se } n = 0 \\ 2 \cdot f(n-1) + y, \text{ se } n > 0 \end{cases}$

ex: $x = 25$ / $n = 4$ / $y = 15$

$f(4) = 2 \cdot f(3) + 15 \rightarrow 2 \cdot 305 + 15 = \underline{625}$

$f(3) = 2 \cdot f(2) + 15 \rightarrow 2 \cdot 145 + 15 = 305$

$f(2) = 2 \cdot f(1) + 15 \rightarrow 2 \cdot 65 + 15 = 145$

$f(1) = 2 \cdot f(0) + 15 \rightarrow 2 \cdot 25 + 15 = 65$

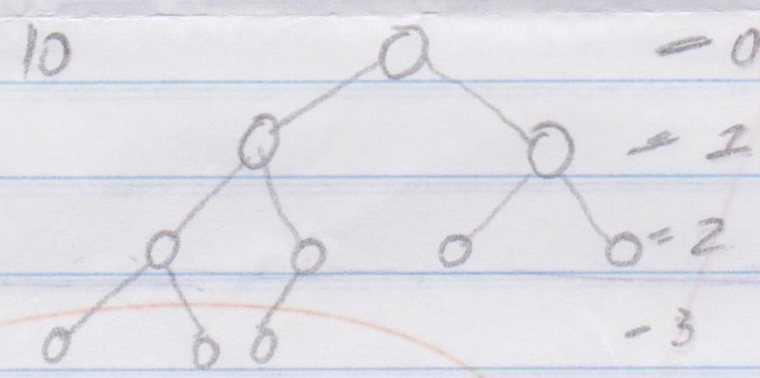
$f(0) = 25$

---

7) Heap de n elementos tem altura = $\lfloor \log n \rfloor$

altura

ex: $h = 10$



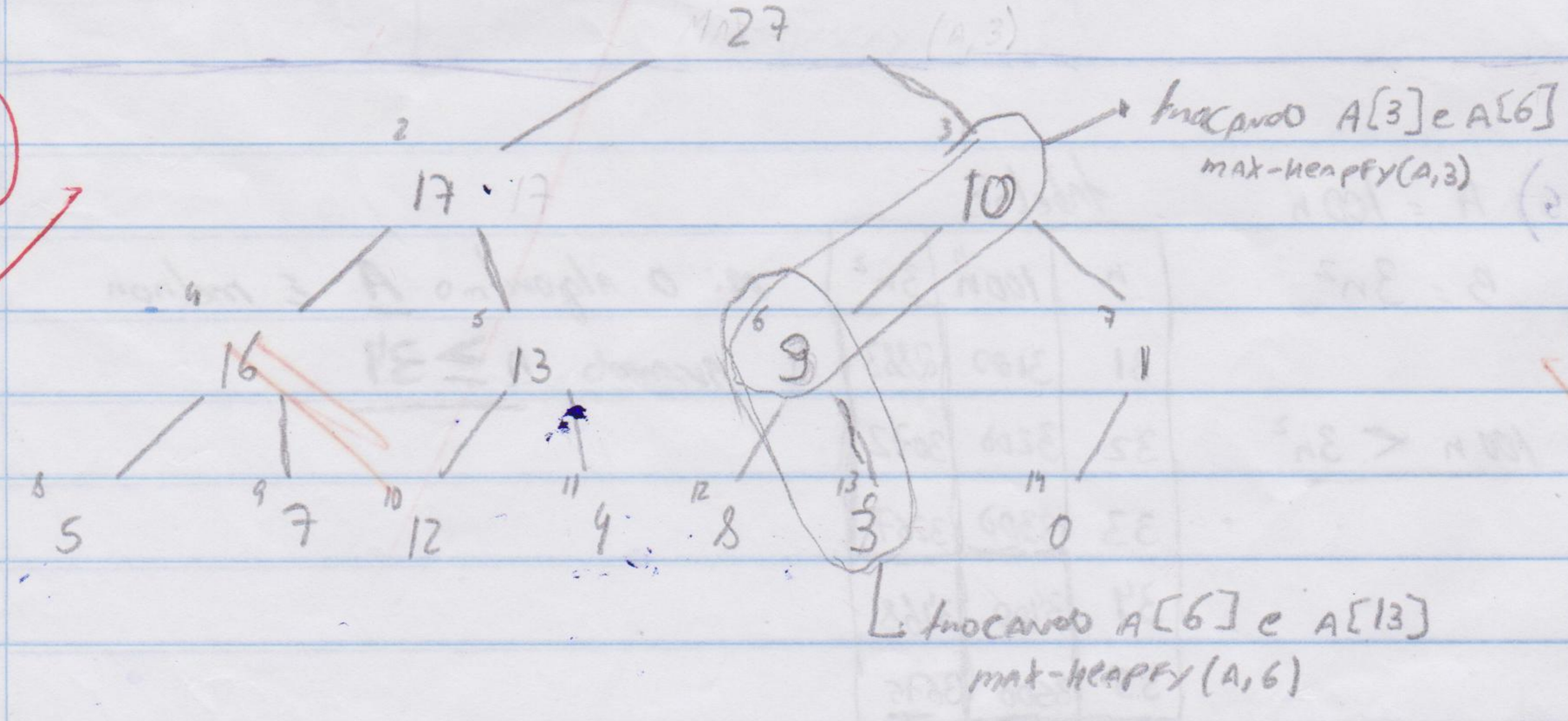
altura = 4

$\lfloor \log_2 10 \rfloor = 4$

---

8) A = [27, 17, 3, 16, 13, 10, 1, 5, 7, 12, 4, 8, 9, 0]

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14



max-heapify (1,3)

/ mayor = 6

max-heapify (1,6)

/ mayor = 3

max-heapify (3,3)

Complejidad = $O(\log n)$

max-heapify (9,13)

---

9) $A = [2, 2, 2]$ (p, n)

Particionar (A, 1, 3)

x = 2

i = 0

For 1 to 2

If $2 \leq 2$ (j = 1)

I = 1

A[1] = A[1]

If $2 \leq 2$ (j = 2)

I = 2

A[2] = A[2]

A[3] = A[3]

Return 3

1,0

1,0

1,0

n: el valor de q retornado es 3