

Universidade do Sul de Santa Catarina – UNISUL

Curso: Ciência da Computação/Matemática – Tubarão

Disciplina: Noções de Álgebra Linear – 2 av. – 27/10/16

Prof.: Adalberto Gassenferth Jr.

Alunos(as): Leonardo J May, Tiago Boeing

1) Operar os vetores e demonstrar graficamente;

- a.  $W(2,2)$  e  $S(4,1)$ :  $W+S$ ;  
b.  $T(1,1,1)$  e  $V(2,2,2)$ :  $T+V$ .

2) Calcule  $a$ ,  $b$  e  $c$  onde:

- a.  $U+V=0$  para  $V=(1,2,1)$  e  $U=(a+10, 2b+3, c/5-4)$ ;  
b.  $U-W=(5,7,2)$ :  $W=(2,4,8)$  e  $U=(2a+5, b-3, c/3+4)$ ;

3) Calcular a norma para  $\vec{u}$  da 1) b).

4) Calcule o produto escalar para:

- a.  $W$  e  $S$  em 1) a)  
b.  $T$  e  $V$  em 1) b)

5) A distância de  $P$  a  $Q$  é 3 e  $P(2,4,3)$  e  $Q(5a,2,1)$ , calcule  $a$  se possível.

6) Calcule um vetor unitário na direção de  $V(-2,2,3)$

7) Calcule o ângulo formado por:

- a.  $P(2,2)$  e  $Q(4,1)$ ;  
b.  $R(2,3,2)$  e  $S(2,0,2)$ .

8) A projeção ortogonal de  $V$  na direção de  $W$  é dada por

$\text{Proj}_W V = [(V \cdot W) / \|W\|^2] \cdot W$ . Calcule:

- a. A projeção de  $V$  na direção de  $W$  para  $V(1,4)$  e  $W(4,1)$ ;  
b. A projeção de  $S(1,1,2)$  na direção de  $W(1,3,3)$   
c. Represente  $V$ ,  $W$  e  $\text{Proj}_W V$  no gráfico;  
d. Represente  $S$ ,  $W$  e  $\text{Proj}_W S$  no gráfico.

9) Dados os pontos  $P(4,1)$  e  $Q(3,1)$ , encontre a equação da reta usando  $y=ax+b$ .

10) Dados  $P(2,2)$  e a direção  $S(1,3)$  encontre a equação paramétrica da reta.

11) Verifique se o vetor  $U(1,1,-1)$  é combinação linear de  $W(2,-1,3)$  e  $T(9,-4,3)$ .

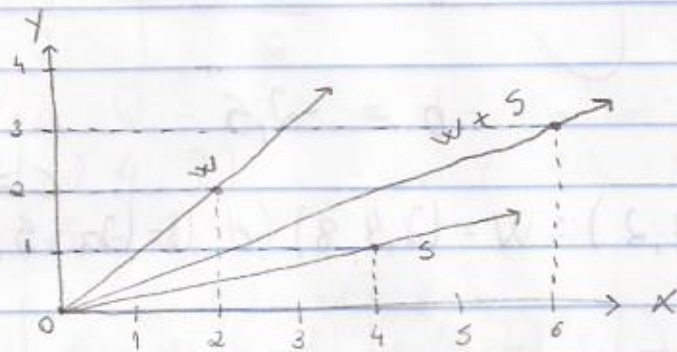
Boa Prova!!

$y - y_0 = m(x - x_0)$

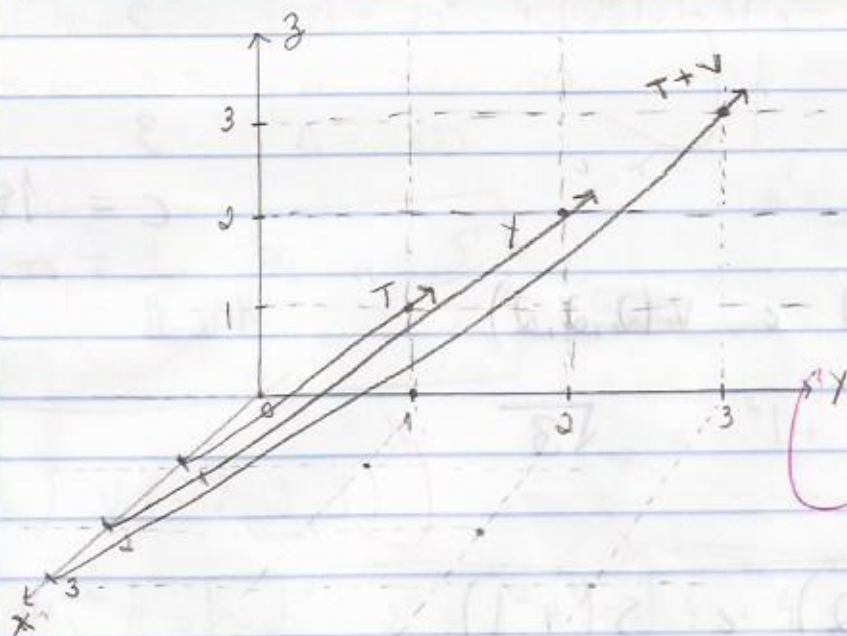
$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$   
 $m = \frac{1 - 1}{3 - 4}$   
 $m = \frac{0}{-1}$   
 $m = 0$

blende jede andere May  
Tage Bering

1) a)  $W(2, 2)$  e  $S(4, 1)$  :  $W+S$



b)  $T(1, 1, 1)$  e  $V(2, 2, 2)$  :  $T+V = (3, 3, 3)$





2) a)  $U + V = 0$  para  $V = (1, 2, 1)$  e  $U = (a+10, 2b+3, c/5-4)$

$$\begin{array}{c|c|c} a + 10 = -1 & 2b + 3 = -2 & \frac{c}{5} - 4 = -1 \\ a = -11 & 2b = -2 - 3 & 5 \\ & b = \frac{-5}{2} & \frac{c}{5} = -1 + 4 \\ & b = -2,5 & c = 3 \times 5 \\ & & c = 15 \end{array}$$

b)  $U - W = (5, 7, 2) : W = (2, 4, 8)$  e  $U = (2a+5, b-3, c/3+4)$

$$\begin{array}{c|c|c} 2a + 5 - 2 = 5 & b - 3 - 4 = 7 & \frac{c}{3} + 4 - 8 = 2 \\ 2a = 2 \rightarrow \frac{2}{2} & b = 7 + 3 + 4 & 3 \\ a = 1 & b = 14 & \frac{c}{3} = 2 - 4 + 8 \\ & & c = 6 \\ & & c = 18 \end{array}$$

3 -  $T(1, 1, 1)$

$\|u\| = \sqrt{u^2 + m^2}$

$$\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3}$$

4 - a)  $W(2, 2)$  e  $S(4, 1)$

$$\begin{array}{l} u \cdot v \\ 2 \cdot 4 + 2 \cdot 1 \\ 8 + 2 \\ = 10 \end{array}$$

$$4-b) T(1,1,1) \text{ e } V(2,2,2)$$

$$\begin{aligned} & 1 \cdot 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 \cdot 2 \\ & 1^3 + 2^3 \\ & = 1 + 8 \\ & = 9 \end{aligned}$$

$$5) P \text{ a } Q = 3$$

$$P(2,4,3)$$

$$Q(5a,2,1)$$

$$(2-5a)(2-5a)$$

$$4 - 10a - 10a + 25a^2$$

$$4 - 20a + 25a^2$$

$$3^2 = (2-5a)^2 + (4-2)^2 + (3-1)^2$$

$$-25a^2 + 20a - 3 = 0$$

$$a = -25 \quad \Delta = b^2 - 4ac$$

$$b = 20 \quad \Delta = 20^2 - 4 \cdot (-25) \cdot (-3)$$

$$c = -3 \quad \Delta = 400 - 300$$

$$\Delta = 100$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-20 \pm 10}{-50}$$

$$n' = \frac{-20+10}{-50} = \frac{-10}{-50} = \frac{1}{5}$$

$$n'' = \frac{-20-10}{-50} = \frac{-30}{-50} = \frac{3}{5}$$

$$a = \frac{1}{5} \text{ ou } a = \frac{3}{5}$$

$$6) V(-2,2,3)$$

$$\|\vec{V}\| = \sqrt{-2^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{4 + 4 + 9} = \sqrt{17}$$

$$7) a) P(2,2) \text{ e } Q(4,1)$$

$$= \frac{(2 \cdot 2) + (4 \cdot 1)}{\sqrt{8} \cdot \sqrt{32}}$$

$$\|P\| = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8}$$

$$\|Q\| = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{16 + 16} = \sqrt{32}$$

$$= \frac{4 + 4}{\sqrt{8} \cdot \sqrt{32}} = \frac{8}{16} = 0,5 \text{ ou } \frac{1}{2}$$



$$7-b) R(2,3,2) \text{ e } S(2,0,2)$$

$$\|R\| = \sqrt{2^2 + 3^2 + 2^2} = \sqrt{4 + 9 + 4} = \sqrt{17}$$

$$\|S\| = \sqrt{2^2 + 0^2 + 2^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8}$$

$$\frac{\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}}{\sqrt{17} + \sqrt{8}} = \frac{12 + 0}{\sqrt{17} \cdot \sqrt{8}} = \boxed{\frac{3}{\sqrt{17}} \cdot \frac{2}{\sqrt{8}}}$$

$$8 - \text{Proj}_w V = \frac{(V \cdot w)}{\|w\|^2} \cdot w$$

$$\frac{8}{17} \cdot (4, 1) = \left( \frac{32}{17}, \frac{8}{17} \right)$$

$$a) V \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ e } w \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$4 \cdot 4 = 8$$

$$\|\sqrt{4^2 + 1^2}\| = \sqrt{16 + 1} = \sqrt{17}$$

$$\text{Proj}_w V = \left| \frac{8}{\sqrt{17}^2} \right| \cdot (4, 1) = \left| \frac{8}{17} \right| \cdot (4, 1) = \left( \frac{32}{17}, \frac{8}{17} \right)$$

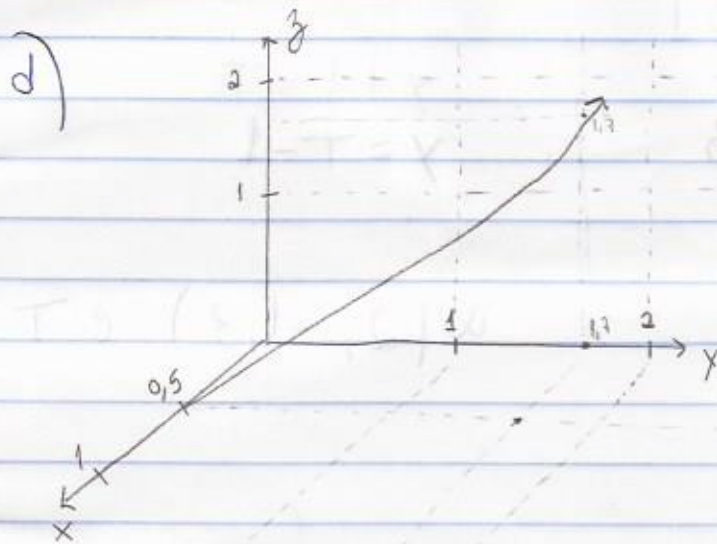
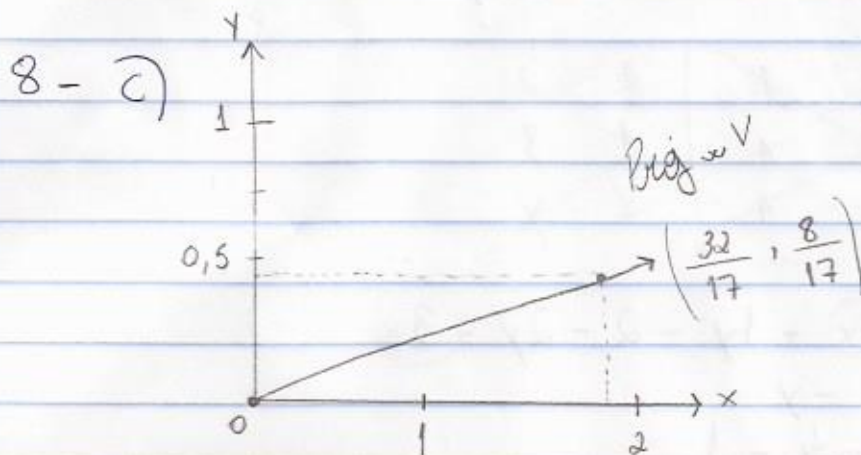
$$b) \text{Proj}_w S = \left| \frac{(S \cdot w)}{\|w\|^2} \right| \cdot w = \left| \frac{11}{19} \right| \cdot (1, 3, 3) = \left( \frac{11}{19}, \frac{33}{19}, \frac{33}{19} \right)$$

$$S(1, 1, 2) \quad | S \cdot w | = (1 \cdot 1 \cdot 2) + (1 \cdot 3 \cdot 3) = 2 + 9 = 11$$

$$w(1, 3, 3)$$

$$\|w\|^2 = \sqrt{1^2 + 3^2 + 3^2} = \sqrt{1 + 9 + 9} = \sqrt{19}$$

Giorgio Boling  
Leonardo May



g)  $P(4,1) \in Q(3,1)$

$y = ax + b$

$P(4,1)$

$y = ax + b$

$1 = a \cdot 4 + b$

$4a + b = 1$

$\begin{cases} 4a + b = 1 \\ 3a + b = 1 \end{cases}$

$b = -4a + 1$

$3a + (-4a) + 1 = 1$

$3a - 4a = 0$

$a = 0$

$y = 1$

$Q(3,1)$

$y = ax + b$

$1 = a \cdot 3 + b$

$3a + b = 1$



$$10) P(2,2) \in S(1,3)$$

$$\det = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix}$$

$$\det = 6 + 2x + 1y - 2 - 2y - 3x$$

$$\det = 4 - x - y$$

$$3 - x - y = 1$$

$$3 - x = y + 1$$

$$3 - x = T$$

$$x = T - 3$$

$$y + 1 = T$$

$$y = T - 1$$

$$11) U(1,1,-1)$$

$$W(2,-1,3) \in T(9,-4,3)$$