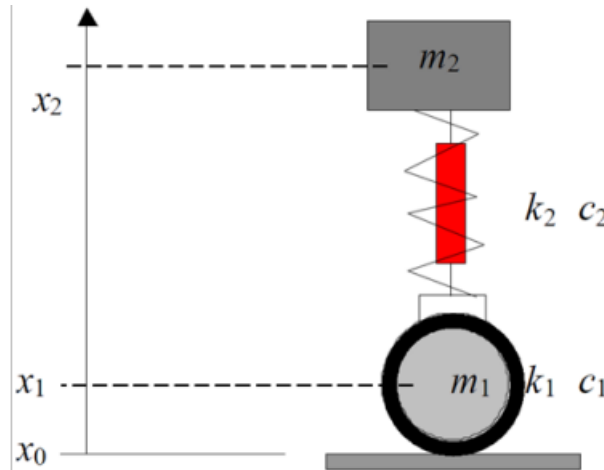


## Modelowanie ¼ zawieszenia samochodu.

Rozważany model części zawieszenia samochodu można przedstawić na schemacie:



Rys. 1. Schemat modelu zawieszenia

Na zostały zaznaczone zmienne opisujące:

$x_0$  – współrzędna pionowa podłoża

$x_1$  – współrzędna pionowa środka masy koła

$x_2$  – współrzędna pionowa środka masy karoserii samochodu

$k_1, k_2$  – stałe sprężystości koła (które można zamodelować jako układ sprężyny z tłumikiem) oraz amortyzatora(sprężyny)

$c_1, c_2$  – stałe tłumienia koła oraz tłumika olejowego

$m_1$  – masa koła

$m_2$  – masa karoserii samochodu

Układ może zostać opisany następującymi równaniami różniczkowymi:

$$\begin{cases} m_2 \ddot{x}_2 = -k_2 (x_2 - x_{20} - x_1 + x_{10}) - c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \\ m_1 \ddot{x}_1 = -k_1 (x_1 - x_{10} - x_0) - c_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_0) + k_2 (x_2 - x_{20} - x_1 + x_{10}) + c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \end{cases}$$

Po wprowadzeniu następujących nowych zmiennych oraz wyznaczeniu ich z równania:

$$y_1 = x_1 - x_{10}$$

$$y_2 = x_2 - x_{20}$$

Otrzymujemy równania:

$$\begin{cases} \ddot{y}_1 = -\frac{k_1+k_2}{m_1}y_1 + \frac{k_2}{m_1}y_2 - \frac{c_1+c_2}{m_1}\dot{y}_1 + \frac{c_2}{m_1}\dot{y}_2 + \frac{k_1}{m_1}x_0 + \frac{c_1}{m_1}\dot{x}_0 \\ \ddot{y}_2 = \frac{k_2}{m_2}y_1 - \frac{k_2}{m_2}y_2 + \frac{c_2}{m_2}\dot{y}_1 - \frac{c_2}{m_2}\dot{y}_2 \end{cases}$$

Po przekształceniu układu dwóch równań różniczkowych na układ czterech równań stanów możemy wyznaczyć macierze A, B, C, D:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_3 + \frac{c_1}{m_1}x_0 \\ \dot{y}_2 = y_4 \\ \dot{y}_3 = -\frac{k_1+k_2}{m_1}y_1 + \frac{k_2}{m_1}y_2 - \frac{c_1+c_2}{m_1}y_3 + \frac{c_2}{m_1}y_4 + \left(\frac{k_1}{m_1} - \frac{(c_1+c_2)c_1}{m_1^2}\right)x_0 \\ \dot{y}_4 = \frac{k_2}{m_2}y_1 - \frac{k_2}{m_2}y_2 + \frac{c_2}{m_2}y_3 - \frac{c_2}{m_2}y_4 + \frac{c_1c_2}{m_1m_2}x_0 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_1+k_2}{m_1} & \frac{k_2}{m_1} & -\frac{c_1+c_2}{m_1} & \frac{c_2}{m_1} \\ \frac{k_2}{m_2} & -\frac{k_2}{m_2} & \frac{c_2}{m_2} & -\frac{c_2}{m_2} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{c_1}{m_1} \\ 0 \\ \frac{k_1}{m_1} - \frac{(c_1+c_2)c_1}{m_1^2} \\ \frac{c_1c_2}{m_1m_2} \end{bmatrix}$$

C = 4x4

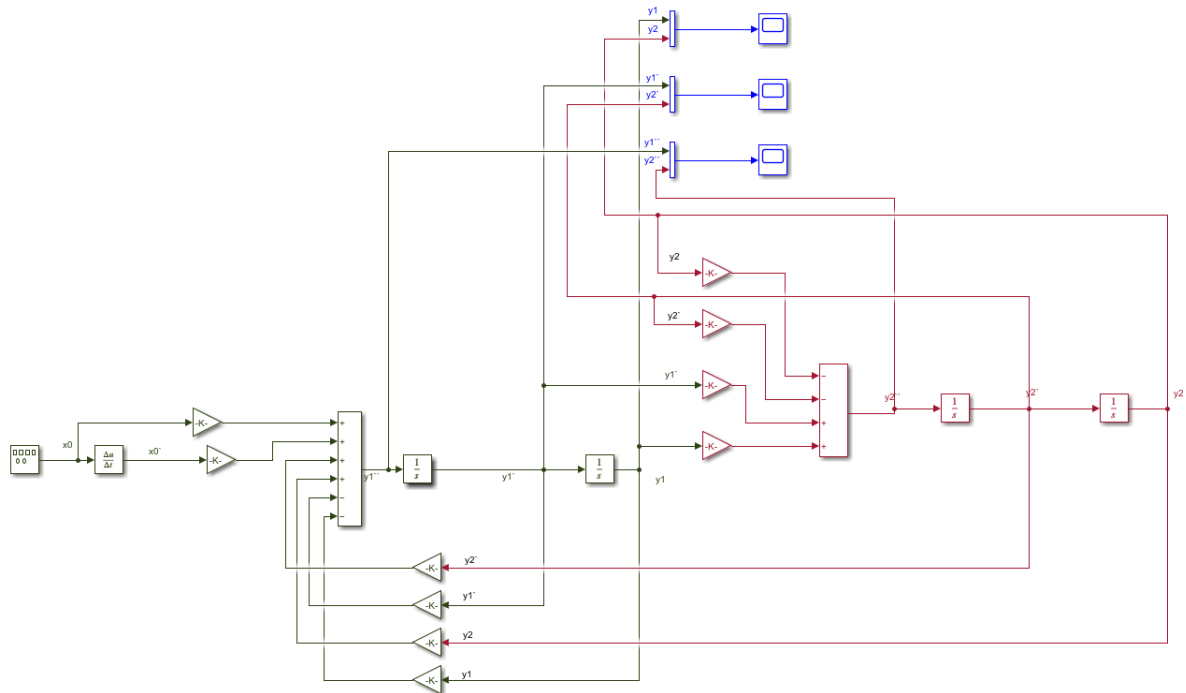
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

D = 4x1

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

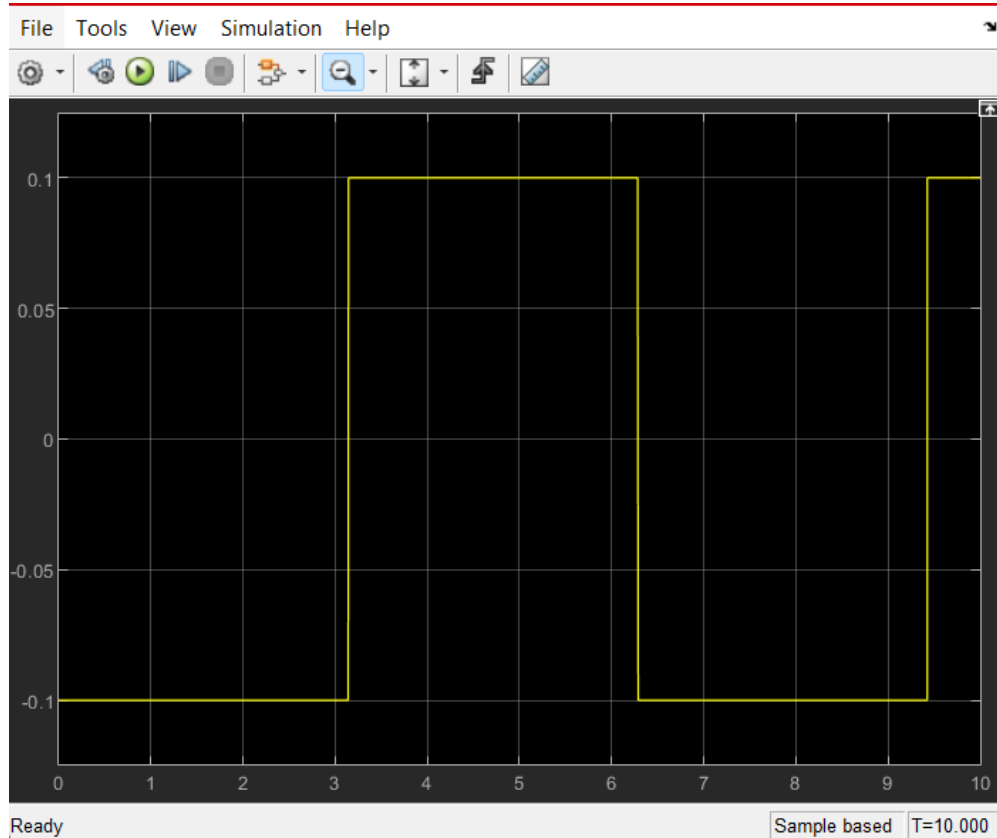
### Zad. 1

Wykonać model w simulinku sposobem z użyciem integratorów.

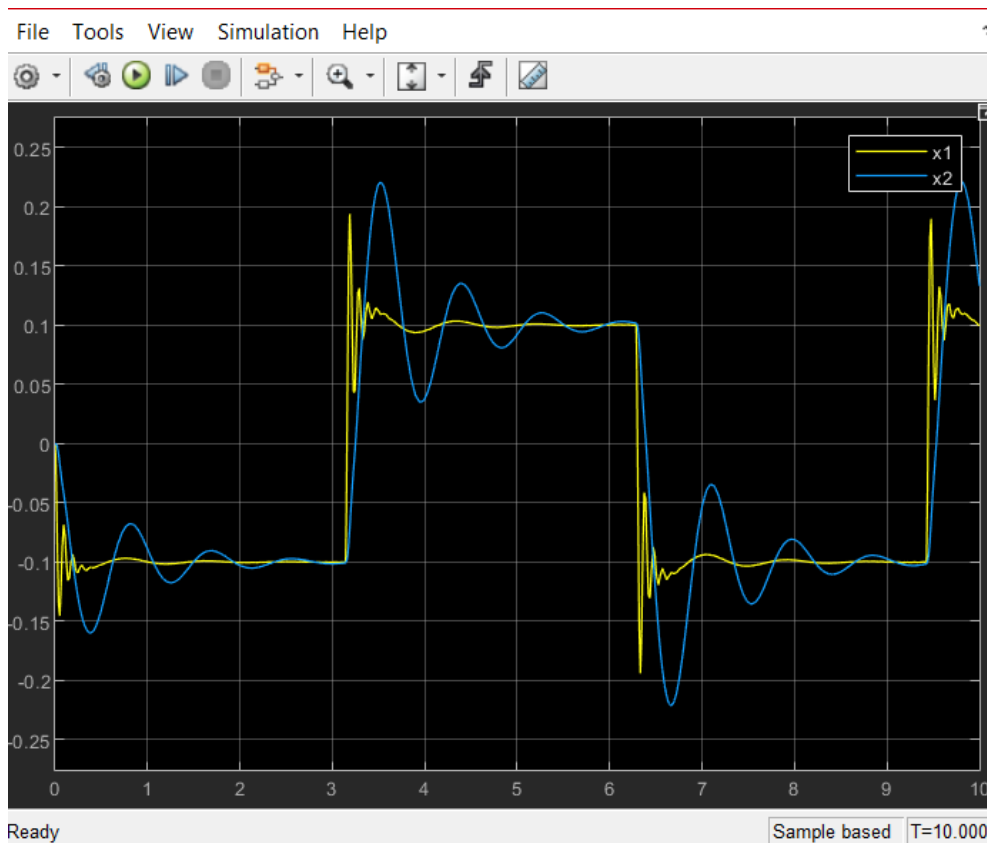


Rys. 2. Model zawieszenia utworzony przy użyciu integratorów

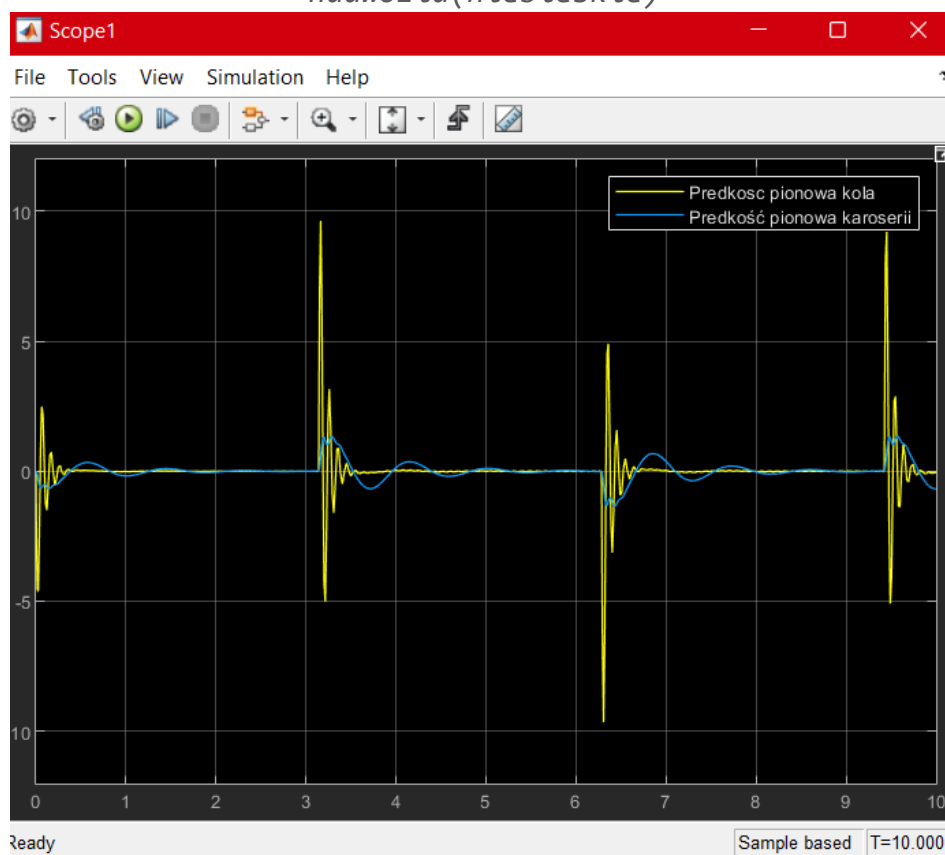
Symulacje zostają przeprowadzane dla sygnału prostokątnego o amplitudzie 0.1 symulującego krawężniki wysokie na 20cm.



Rys. 3. Wykres sygnału symulującego pierwszy rodzaj drogi

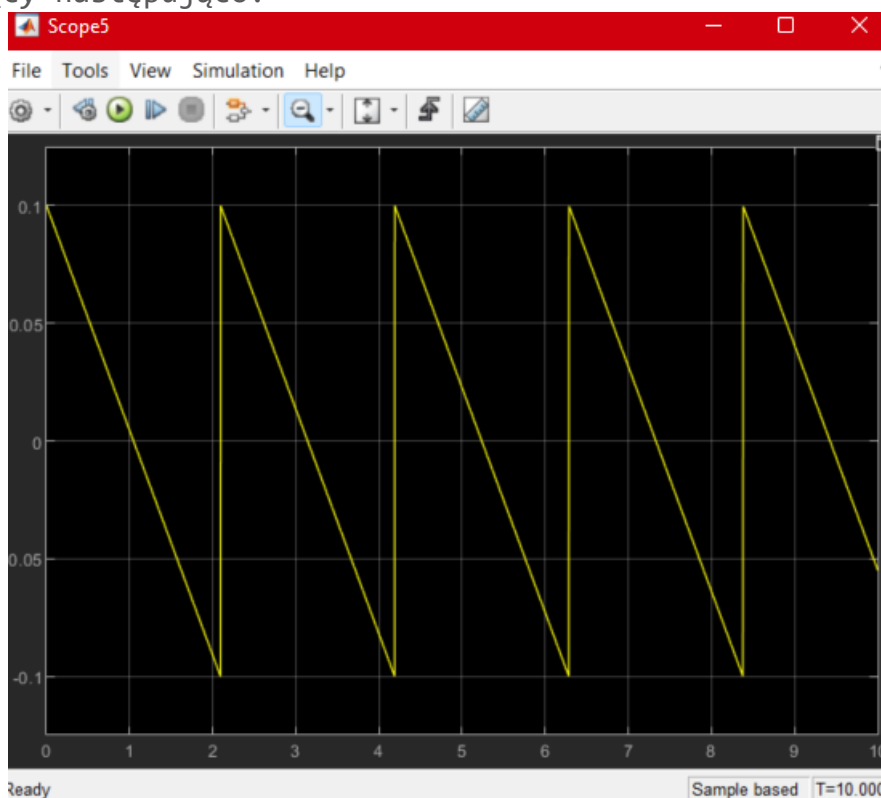


Rys. 4. Wykres zmian współrzędnych pionowych koła (żółte) oraz nadwozia (niebieskie)

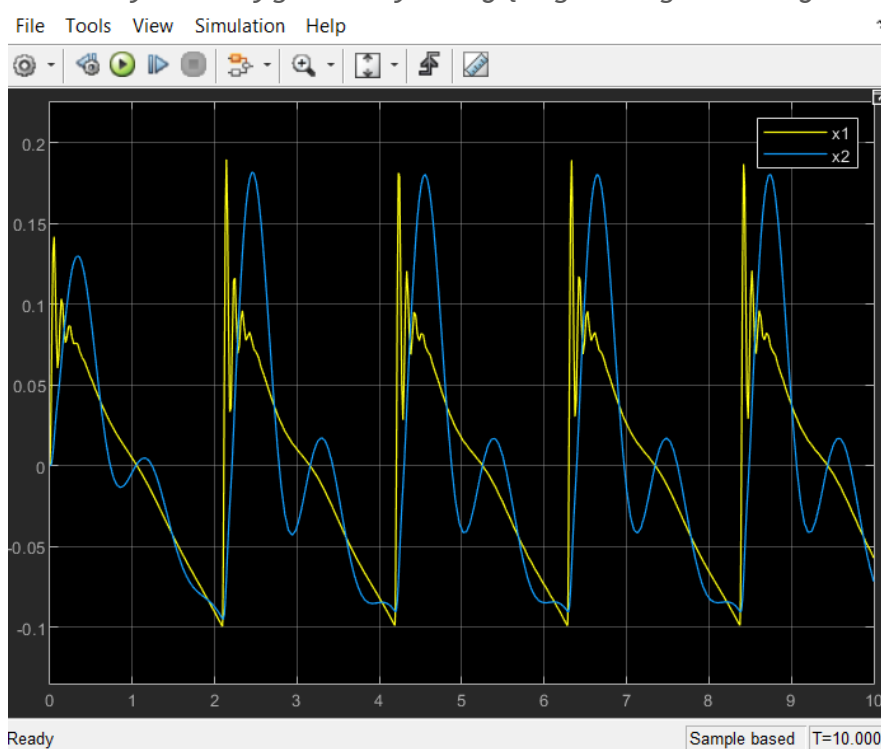


Rys. 5. Wykres zmian w czasie prędkości pionowych koła oraz nadwozia

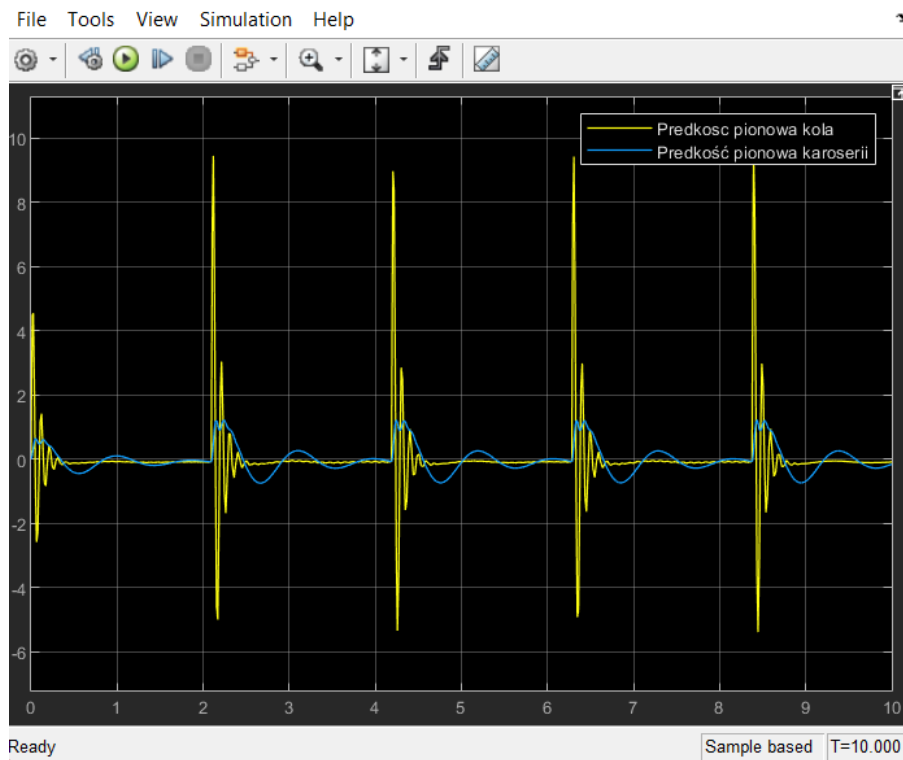
Następnie została dokonana zmiana na inny rodzaj nierówności podłoża wyglądający następująco:



Rys. 6. Wykres sygnału symulującego drugi rodzaj drogi



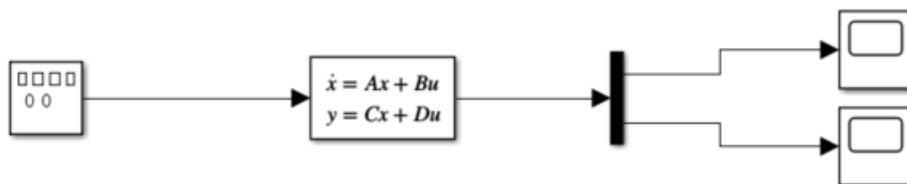
Rys. 7. Wykres zmian współrzędnych pionowych koła(żółte) oraz nadwozia(niebieskie)



Rys. 8. Wykres zmian w czasie prędkości pionowych koła oraz nadwozia

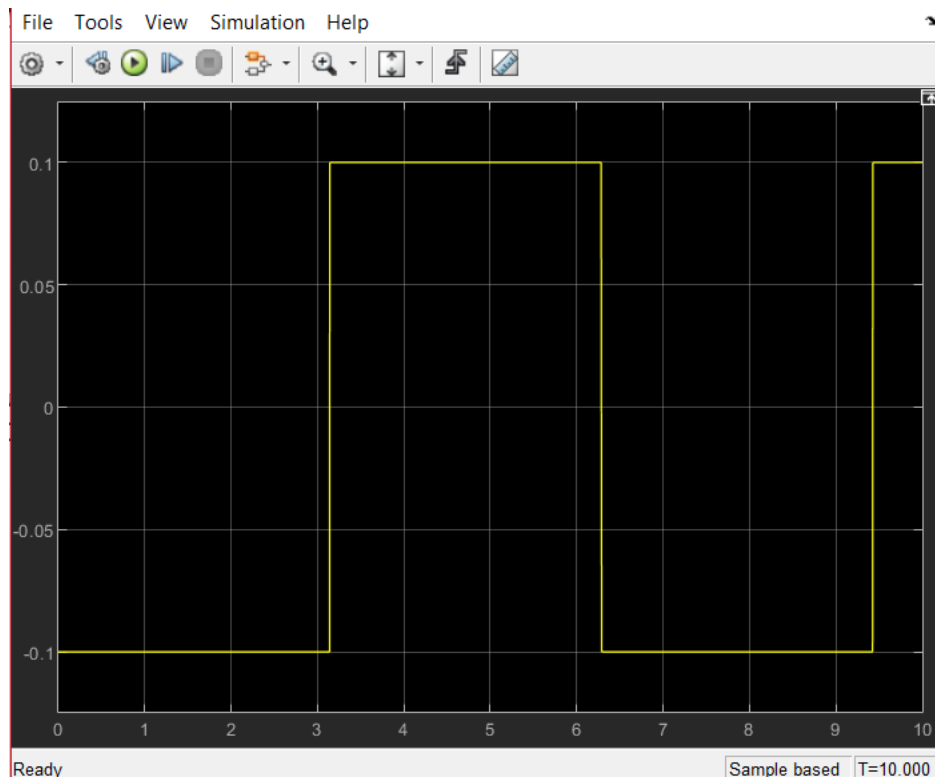
## Zad. 2

Wykonać ten sam model przy użyciu bloczka przestrzeni stanów.



Rys. 9. Model ¼ zawieszenia samochodu przy użyciu bloczka przestrzeni stanów

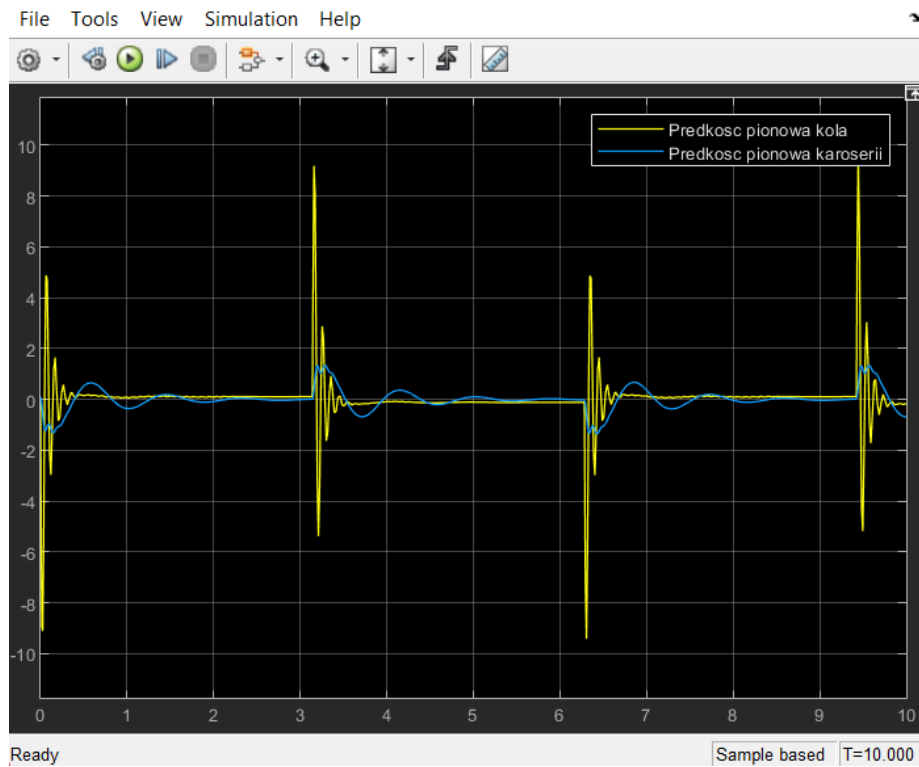
Symulacje zostają przeprowadzane dla sygnału prostokątnego o amplitudzie 0.1 symulującego krawężniki wysokie na 20cm.



Rys. 10. Wykres sygnału symulującego pierwszy rodzaj drogi

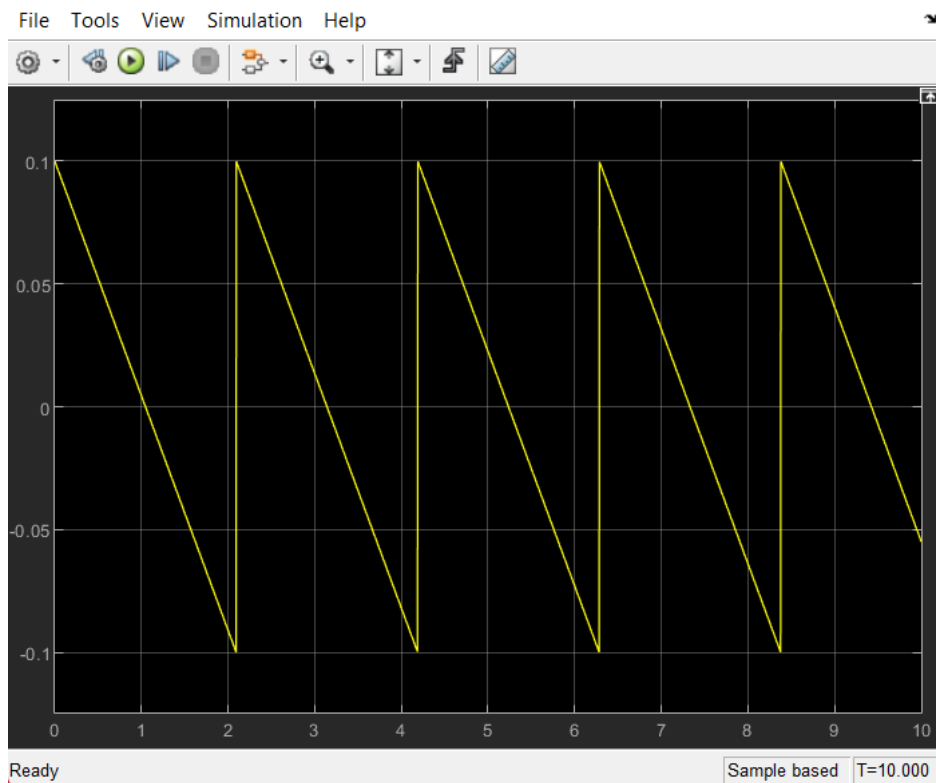


Rys. 11. Wykres zmian współrzędnych pionowych koła(żółte) oraz nadwozia(niebieskie)



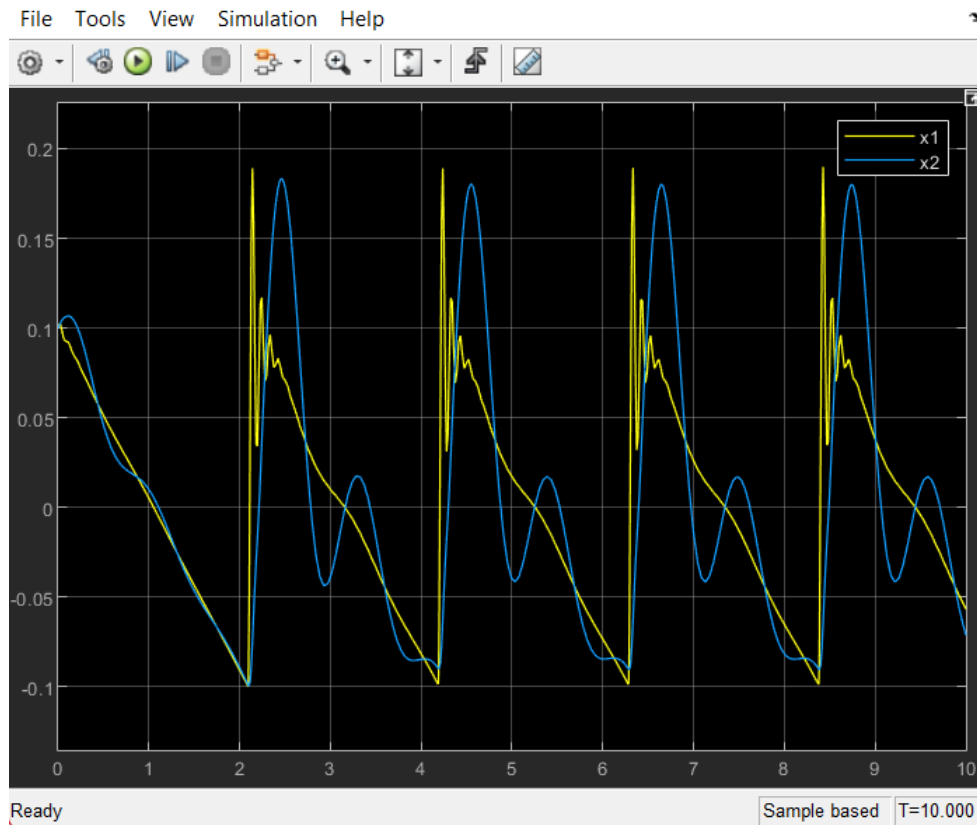
Rys. 12. Wykres zmian w czasie prędkości pionowych koła oraz nadwozia

Następnie została dokonana zmiana na inny rodzaj nierówności podłoża wyglądający następująco:



Rys. 13. Wykres sygnału symulującego drugi rodzaj drogi





Rys. 14. Wykres zmian współrzędnych pionowych koła (żółte) oraz nadwozia (niebieskie)



Rys. 15. Wykres zmian w czasie prędkości pionowych koła oraz nadwozia

Jak można łatwo zauważyć wyniki wyświetlane na oscyloskopie są jednakowe dla obu układów symulacyjnych wykonanych różnymi sposobami. Pomimo prostoty układu z bloczkiem przestrzeni stanów do jego działania jest potrzebne wyznaczenie macierzy A, B, C, D. Dla niektórych użytkowników simulinka bardziej intuicyjny może być sposób z użyciem bloczków integratorów.

### Zad. 3

Wyznaczyć transmitancje obiektu.

Wyznaczenie transmitancji zostało wykonane w środowisku Matlab.

```
[licz, mian] = ss2tf(A, B, C, D, 1);

G1 = tf(licz(1,:), mian, 'InputName', 'droga', 'OutputName', 'pozycja kola')
G2 = tf(licz(2,:), mian, 'InputName', 'droga', 'OutputName', 'pozycja karoserii')
G3 = tf(licz(3,:), mian, 'InputName', 'droga', 'OutputName', 'predkosc kola')
G4 = tf(licz(4,:), mian, 'InputName', 'droga', 'OutputName', 'predkosc karoserii')|
```

G1 =

From input "droga" to output "pozycja kola":

$$\frac{1.111 s^3 + 4115 s^2 + 1.377e04 s + 2.398e05}{s^4 + 26.67 s^3 + 4562 s^2 + 1.377e04 s + 2.398e05}$$

-----

Continuous-time transfer function.

G2 =

From input "droga" to output "pozycja karoserii":

$$\frac{3.704 s^2 + 1.377e04 s + 2.398e05}{s^4 + 26.67 s^3 + 4562 s^2 + 1.377e04 s + 2.398e05}$$

-----

Continuous-time transfer function.

G3 =

From input "droga" to output "predkosc kola":

$$\frac{4085 s^3 + 8700 s^2 + 2.245e05 s - 2.665e05}{s^4 + 26.67 s^3 + 4562 s^2 + 1.377e04 s + 2.398e05}$$

-----

Continuous-time transfer function.

G4 =

From input "droga" to output "predkosc karoserii":

$$\frac{3.704 s^3 + 1.377e04 s^2 + 2.398e05 s + 3.112e-10}{s^4 + 26.67 s^3 + 4562 s^2 + 1.377e04 s + 2.398e05}$$

-----

Continuous-time transfer function.

### Wnioski:

Rozszerzenie Simulink w środowisku programistycznym Matlab jest zaskakująco intuicyjnym rozwiązaniem dotyczącym symulowania układów dynamicznych. Można taką symulację wykonać projektując różnego rodzaju układy o różnym stopniu skomplikowania. Układ wykorzystujący bloczki integratorów jest bardziej czasochłonny do zaprojektowania, lecz wydaje się być bardziej intuicyjny. Układ z wykorzystaniem bloczka przestrzeni stanów jest bardzo prosty w implementacji, lecz wymaga wyznaczenia macierzy A, B, C, D. Niezależnie od sposobu wykonania układu wyniki pozostawały niezmiennie.