

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

DIPLOMSKI RAD br. 031

Simulator tračničkog prometa zasnovan na max-plus algebri

Filip Škoro

Zagreb, lipanj 2023.

Zagreb, 10. ožujka 2023.

DIPLOMSKI ZADATAK br. 31

Pristupnik: **Filip Škoro (0036518959)**
Studij: Informacijska i komunikacijska tehnologija
Profil: Automatika i robotika
Mentor: prof. dr. sc. Stjepan Bogdan

Zadatak: **Simulator tračničkog prometa zasnovan na max-plus algebri**

Opis zadatka:

Radom na zadatku potrebno je izraditi simulator tračničkog prometa zasnovanog na max-plus algebri. Simulator treba omogućiti definiranje parametara elemenata sustava, kao što su topologija tračničkog sustava, trajanje putovanja, broj kompozicija prometnih sredstava, i sl. U sklopu rada potrebno je izraditi grafičko korisničko sučelje za unos parametara elemenata sustava te za prikaz rada simuliranog sustava u ubrzanom vremenu. Korištenjem unešenih podataka, potrebno je odrediti max-plus model sustava i na osnovu tog modela proračunati svojstva sustava (prosječno vrijeme čekanja, ciklus sustava, i dr.).

Rok za predaju rada: 23. lipnja 2023.

Upućujem iskrenu zahvalu svojem mentoru, prof. dr. sc. Stjepanu Bogdanu, na bogatom znanju koje mi je prenio u protekle tri godine studija te na odličnom prijedlogu teme za diplomski rad.

Veliku zahvalu upućujem asistentici Ani Milas, mag. ing. što je pratila moj rad na zadatku te mi, predano i strpljivo, znanjem, iskustvom i savjetima pomogla u uspješnoj izvedbi diplomskog rada.

Najveće zahvale upućujem svojoj dragoj obitelji, koja mi je pružala podršku i strpljenje od prvog dana studija.

SADRŽAJ

1. Uvod	1
2. Srodni radovi	3
3. Teorijska pozadina	6
3.1. Povijest Max-plus algebre	6
3.2. Max-plus algebra	7
3.2.1. Primjer sustava opisanog max-plus algebrom	7
3.2.2. Generalizacija max-plus algebre	8
4. Formulacija simulatora tračničkog prometa	10
4.1. Simulator tračničkog prometa - simulacijski dio	10
4.2. Simulator tračničkog prometa - analitički dio	11
5. Implementacija simulatora tračničkog prometa	13
5.1. Tehnički detalji implementacije simulatora tračničkog prometa . .	13
5.2. Grafičko korisničko sučelje simulatora	14
5.3. Implementacija simulacijskog dijela simulatora	20
5.4. Implementacija analitičkog dijela simulatora	27
6. Primjena simulatora tračničkog prometa	29
6.1. Primjer 1 - dva vlaka i četiri stanice	29
6.2. Primjer 2 - dva vlaka i pet stanica	36
6.3. Primjer 3 - 4 vlaka i 7 stanica	41
7. Zaključak	49
Literatura	50

A. Upute za korištenje simulatora	52
A.1. Kreiranje sheme željezničke mreže	53
A.2. Pokretanje simulacije	54
A.2.1. Kolizija vlakova	55
A.3. Analiza sustava	55

1. Uvod

U suvremenom svijetu prometa, razumijevanje i modeliranje složenih prometnih sustava ključno je za učinkovito upravljanje prometnim tokovima, optimizaciju resursa i osiguranje sigurnosti putnika. Jedno od najvažnijih područja u prometu jest tračnički promet, koji obuhvaća željeznički i tramvajski promet. Razvoj simulatora tračničkog prometa od iznimne je važnosti jer omogućuje simuliranje i analizu prometnih scenarija, identifikaciju problema i testiranje alternativnih rješenja bez rizika za stvarne operacije.

Cilj ovog diplomskog rada je razviti simulator tračničkog prometa koji se temelji na max-plus algebri, matematičkom okviru koji je pokazao iznimnu primjenjivost u modeliranju prometnih sustava. Max-plus algebra pruža moćan formalizam za opisivanje i analizu prometnih događaja, uključujući vožnju vlakova, prijevoz putnika i upravljanje prometnim signalizacijama. Kombinirajući prednosti max-plus algebre s prednostima simulacija, ovaj rad ima za cilj stvoriti napredan alat za analizu i optimizaciju tračničkog prometa.

U ovom poglavlju detaljnije će se istražiti kontekst simulacija u tračničkom prometu, pregledati teorijska pozadina max-plus algebre i postojeći simulacijski modeli te izložiti ciljevi i struktura rada. Nakon uvoda, slijedi poglavlje "Teorijska pozadina" u kojem će se detaljnije razmotriti max-plus algebra i njezine primjene u modeliranju prometnih sustava.

Simulator tračničkog prometa zasnovan na max-plus algebri može pružiti brojne prednosti, uključujući precizniju analizu vremenskih ograničenja, učinkovito planiranje rute, optimizaciju operacija i evaluaciju performansi sustava. Kroz ovaj rad, istraživanje će se usredotočiti na razvoj kvalitetnog i pouzdanog simulacijskog okruženja koje može poslužiti kao koristan alat za proučavanje i unaprjeđenje tračničkog prometa.

Zadnjih godina bilo je više različitih pokušaja izrade sličnih simulatora i provođenja znanstvenih studija koje se bave spomenutom tematikom. Neki od javno dostupnih radova koji su se bavili sličnim područjem istraživanja opisani su

u [1], [2], [3], [4] i [5].

Sljedeća poglavlja ovog diplomskog rada obuhvaćaju kratki pregled srodnih radova, teorijsku pozadinu, formulaciju modela simulatora, implementacijske detalje, primjenu simulatora te zaključak istraživanja. Kroz ova poglavlja će se detaljno istražiti svaki aspekt simulatora tračničkog prometa zasnovanog na max-plus algebri s ciljem pružanja uvida u njegovu učinkovitost, pouzdanost i praktičnu primjenjivost.

Na kraju, ovaj rad doprinosi razvoju naprednih simulacijskih alata u području tračničkog prometa te pruža temelj za daljnja istraživanja i unaprjeđenje ovog važnog područja. Kroz kombinaciju teorijske analize, implementacije i primjene, ovaj rad ima za cilj potaknuti inovacije i poboljšanja u prometnom sektoru te pružiti korisne smjernice za stručnjake i istraživače koji se bave tračničkim prometom.

2. Srodni radovi

U ovom poglavlju predstavljen je niz srodnih radova koji se bave istom ili sličnom temom kao i ovaj diplomski rad. Ti radovi pružaju relevantan materijal koji služi kao dodatna motivacija, proučavanje i usporedba konačnih rezultata.

Tijekom istraživanja za ovaj diplomski rad, bilo je važno pretražiti postojeću literaturu koja se bavila sličnim temama. Proučavanje tih radova omogućava bolje razumijevanje konteksta, identifikaciju dosadašnjih istraživanja i saznanja te procjenu originalnosti i doprinosa ovog diplomskog rada. Svi istraženi radovi zajedno čine bogatu i raznoliku literaturu koja podržava temu ovog diplomskog rada. Pažljivo pristupanje tim radovima omogućava stvaranje čvršće teorijske osnove i bolje razumijevanje konteksta u kojem se diplomski rad razvija.

U nastavku će biti predstavljeni neki od ključnih radova koji su relevantni za ovu temu.

Autori u znanstvenom članku [1] govore o tome da područje željezničkog planiranja i rada opsežno koristi metode simulacije. Međutim, postojeći komercijalni softverski alati nemaju standardizaciju i objavljena sučelja, što ograničava njihov pravi potencijal za krajnje korisnike. Ovaj se rad bavi spomenutim problemom razvijanjem prilagodljive platforme koja korisnicima omogućuje definiranje sofisticiranih radnih procesa i integraciju više krugova simulacije s podesivim parametrima. Razrađuju se aspekti dizajna platforme za modeliranje komponenti željezničkog sustava i konstruiranje simulacijskih radnih procesa. Zatim se razvija integrirana simulacijska platforma s otvorenim sučeljima, koja korisnicima i istraživačima omogućuje brzi razvoj vlastitih algoritama i poboljšanje produktivnosti u procjeni i optimizaciji željezničkih sustava. Otvorena sučelja prilagodljiva korisniku povećavaju učinkovitost simulacijskih alata [1].

Rad značajno poboljšava produktivnost korištenja simulacijskih alata za evaluaciju te optimizaciju željezničkog planiranja i poslovanja [1].

U znanstvenom članku [2], autori naglašavaju da su propusnost i nosivost važne karakteristike željezničkih pruga koje pokazuju mogućnosti prijevoza. Bez toga je

nemoguće planirati teretni promet na mreži. Ovaj rad predstavlja jednostavan simulator željeznice u oblaku za teretne vlakove za izračun propusnosti i nosivosti. Za potrebe simulacije korisnik mora ispuniti sve potrebne podatke u pregledniku, a rezultati će biti prikazani na strani poslužitelja. Nakon što se podaci unesu u program, sustav omogućuje dobivanje točnijeg prikaza stvarnosti željezničkog sustava [2].

Rad opisuje učinkovit i djelotvoran željeznički program koji se godinama uspješno koristi na kazahstanskim željeznicama jer pokriva moguće izlazne podatke koji se mogu koristiti u procesu donošenja odluka [2].

Znanstveni rad [3] ističe da je željeznica jedna od najboljih opcija za prijevoz na velike udaljenosti i velikih količina robe. Autori naglašavaju da su razvijene mnoge studije kako bi se odredio najbolji način korištenja dostupne infrastrukture (pruge, lokomotive itd.) ili najbolji postupci za blokiranje vlakova ili zakazivanje njihovih polazaka. Ovaj rad predstavlja iskustvo stečeno višekratnim simulacijskim alatom posebno dizajniranim za procjenu utjecaja promjena infrastrukture na željezničke pruge ili terminale za utovar/istovar. Prikazani su neki aspekti ovog simulacijskog alata i opisan je eksperiment napravljen sa stvarnom željezničkom mrežom [3].

Rezultati dobiveni eksperimentom dokazali su da je moguće simulirati željezničku mrežu s poboljšanom razinom detalja [3].

U znanstvenom radu [4] raspravlja se o eksperimentalnoj platformi elektromehaničkog simulatora koji može reproducirati tokove snage između željezničkog vozila i sustava napajanja. Platforma se sastoji od smanjenog sustava. Predstavlja gradski istosmjerni željeznički sustav u normalnim i izvanrednim uvjetima rada. Opremljen je hardverskim i softverskim komponentama, prikladnim za testiranje mehaničkih pokreta, komponenti i sustava električne vuče, ponašanja uređaja za pohranjivanje i strategije upravljanja. Završni dio rada fokusirao se na kratkoročnu viziju platforme u kontekstu *Hardware in the Loop* (HIL) aplikacije [4].

Uzevši u obzir ideje i rezultate iznesene u radu [4], zaključuje se da postoji velika poveznica između efikasnosti željezničkog prometa i načina kojim se vlakovi napajaju te stoga to predstavlja područje od velike važnosti kada se govori o optimizaciji željezničkog prometa.

Autori u znanstvenom radu [5] govore o korištenju računalnih simulacija u optimizaciji željezničkog prometa, konkretno kroz metodu koja se naziva optimizacija temeljena na simulaciji. Ova metoda koristi alate za simulaciju, poznate kao simulatori za analizu željezničkih sustava na različitim razinama detalja. Mikro-skopski simulatori željezničkog prometa posebno su korisni za detaljno ispitivanje

željezničkog prometa i infrastrukture. Ovi simulatori prate položaje i kretanja željezničkih vozila (vlakova, lokomotiva, vagona) i dijelova željezničke infrastrukture (kolosijeci, skretnice, križanja kolosijeka). Jedan uobičajeni problem kojim se bave mikroskopski simulatori je određivanje realnih i optimalnih ruta vlakova i manevarskih ruta unutar zauzete infrastrukture [5].

Rad uvodi nove algoritme dinamičkog traženja rute dizajnirane za premještanje željezničkih vozila unutar kolosiječne infrastrukture željezničkih sustava. Obuhvaća nekoliko tema, uključujući pregled postojećih rješenja za pronalaženje ruta pruge, odgovarajući model željezničke infrastrukture povezan s algoritmima za pronalaženje izvedivih ruta na temelju duljina objekata, algoritme pretraživanja grafikona koji izračunavaju najkraće rute pruge, primjere koji ilustriraju primjenu algoritama, računalnu analizu složenosti, usporedbu s drugim algoritmima i sažetak prednosti novorazvijenih algoritama. Ovi algoritmi poboljšavaju mogućnosti modeliranja alata za simulaciju, posebno za složene manevarske operacije, što dovodi do poboljšanog modeliranja željezničkog prometa i bolje praktične primjene rezultata simulacije prometa [5].

Zaključno u radu [5], navedeni algoritmi za automatizirano dinamičko pretraživanje najkraćih ruta pruge mogu se uključiti u mikroskopske simulatore željezničkog prometa. Pronađene rute odražavaju optimalne načine za premještanje objekta unutar posebno zauzete željezničke infrastrukture predstavljene model-grafom [5].

3. Teorijska pozadina

Ovo poglavlje pruža detaljniji uvid u teorijsku pozadinu na kojoj se bazira ovaj diplomski zadatak, fokusirajući se na područje max-plus algebre. U nastavku će se pružiti sažeti pregled povijesti istraživanja max-plus algebre, objasniti osnovne teorijske principe te pokazati način primjene max-plus algebre na jednostavnom diskretnom sustavu.

3.1. Povijest Max-plus algebre

Povijest max-plus algebre seže nekoliko desetljeća unatrag, kada je njezin koncept predstavljen krajem pedesetih godina, što nije privuklo preveliku pozornost te je stoga max-plus algebra ostala relativno nepoznata sve do kasnijih istraživanja.

Početkom 60-ih godina nekoliko istraživača, među kojima su Cuninghame-Green i Giffler, otkrilo je, neovisno o drugima, da se određene klase sustava s diskretnim događajima mogu opisati max-linearnim modelima [6].

Tijekom 80-ih i 90-ih godina prošlog stoljeća, max-plus algebra počinje privlačiti veću pozornost istraživača i matematičara zbog njezine primjenjivosti na različite probleme. Istraživanja su uglavnom bila usmjerena prema proučavanju teoretskih principa max-plus algebre isto kao i prema njezinom korištenju u rješavanju problema optimizacije.

Max-plus algebra pronašla je svoju primjenu u raznim područjima, kao na primjer u optimizaciji raspoređivanja resursa, u planiranju vremenskih redoslijeda, u teoriji raspoređivanja itd. Provedena su mnoga istraživanja koja su pokazala da max-plus algebra može biti od iznimne koristi u rješavanju različitih problema što je prikazano u nekim znanstvenim radovima, kao što su [7] i [8].

Danas, istraživači i matematičari i dalje aktivno istražuju max-plus algebru s ciljem daljnjeg unaprjeđenja i otkrića novih načina njezine primjene. Veliki broj primjera primjene max-plus algebre ukazuje na njezinu vrijednost i širok raspon mogućnosti u rješavanju složenih problema.

3.2. Max-plus algebra

Max-plus algebra je diskretni algebarski sustav u kojem su max i plus operacije definirane kao zbrajanje i množenje u konvencionalnoj algebri. Koristeći ovaj sustav, ponašanje klase diskretnih sustava događaja može se prikazati jednostavnim linearnim jednadžbama, pomoću kojih se može realizirati modeliranje, analiza i upravljanje sustavima [9].

Osnovi teorijski principi max-plus algebre temelje se na njenim operacijama. Maksimalna operacija, označena simbolom \oplus , predstavlja ključnu karakteristiku ove algebre. Za dvije vrijednosti a i b , $a \oplus b$ definira se kao maksimum između a i b . S druge strane, zbrojna operacija, označena simbolom \otimes , definira se kao zbroj dvaju brojeva. U nastavku slijedi jednostavan primjer korištenja max-plus algebre i generalizacija.

3.2.1. Primjer sustava opisanog max-plus algebrom

Sustavi na koje se primjenjuje max-plus algebra opisani su različitim događajima koji se, radi jednostavnosti, prikazuju u obliku čvorova. Tako, na primjer, čvor x_1 može predstavljati jedan od događaja u nekom sustavu. Pretpostavka je da postoji sustav kojeg čine četiri čvora međusobno povezana na određeni način. Takav sustav može se opisati sljedećim jednadžbama:

$$x_1 = u, \quad (3.1)$$

$$x_2 = x_1 + d_A, \quad (3.2)$$

$$x_3 = x_2 + d_C, \quad (3.3)$$

$$x_4 = \max(x_2 + d_B, x_3 + 0), \quad (3.4)$$

$$x_5 = x_4 + d_D, y = x_5, \quad (3.5)$$

gdje x_n varijable predstavljaju stanja sustava, a d_A , d_B , d_C i d_D vremensko trajanje svake radnje. S obzirom na to da jednadžbe koje opisuju sustav koriste isključivo operatore \otimes ($+$) i \oplus (\max), moguće ih je zapisati u kontekstu ranije spomenutih operatora koje koristi max-plus algebra:

$$x_1 = u, \quad (3.6)$$

$$x_2 = x_1 \otimes d_A, \quad (3.7)$$

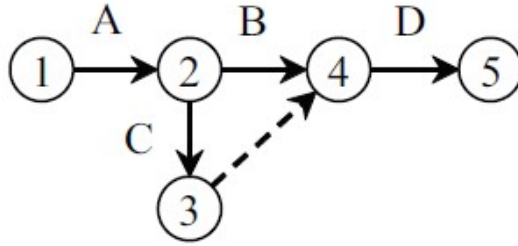
$$x_3 = x_2 \otimes d_C, \quad (3.8)$$

$$x_4 = x_2 \otimes d_B \oplus x_3, \quad (3.9)$$

$$x_5 = x_4 \otimes d_D, y = x_5. \quad (3.10)$$

Na ovaj način pomoću notacije max-plus algebre opisan je zadani sustav, a u nastavku je prikazana tablica elemenata sustava isto kao i pripadajući graf na slici 3.1 [9].

Aktivnost	Trajanje	Prethodnik
A	d_A	-
B	d_B	A
C	d_C	A
D	d_D	B, C



Slika 3.1: Tablica i max-plus graf zadanog sustava [9]

3.2.2. Generalizacija max-plus algebre

Generalno govoreći, kada se opisuju stanja zadanog sustava pomoću max-plus algebre, takve jednadžbe mogu se definirati na sljedeći način.

Neka su n i k broj čvorova i pojavljivanja događaja, redom, i neka $x(k)$ i $u(k)$ predstavljaju najranije vrijeme čvora, odnosno vrijeme unosa. Tada se najranija vremena čvora $x(k)$ mogu formulirati u sljedećem rekurzivnom obliku:

$$x(k) = F \otimes x(k) \oplus P \otimes x(k-1) \oplus B \otimes u(k), \quad (3.11)$$

gdje prvi, drugi i treći izraz na desnoj strani predstavljaju odnose prvenstva, nepostojanje podudarnosti s prethodnim događajem, odnosno vanjske ulaze u sustav. Matrice \mathbf{F} , \mathbf{P} , \mathbf{B} određuju ponderirana ograničenja prvenstva, vremena trajanja i lokacije vanjskih ulaza [9].

Ovime su opisane osnove max-plus algebre, notacija, teoretski principi te je pokazana primjena max-plus algebre na jednostavnom primjeru. U idućem poglavlju "Formulacija simulatora tračničkog prometa", između ostalog, bit će objašnjeno na koji se način max-plus algebra primjenjuje u ovom diplomskom zadatku. Općenito, više o max-plus algebri moguće je pronaći u mnogim znanstvenim radovima, od kojih su neki [9], [8], [6], [7].

4. Formulacija simulatora tračničkog prometa

Osnovna svrha svakog simulatora je mogućnost simulacije određenog zadatka ili slučaja s ciljem vizualnog prikaza korisniku na što bolji i vjerodostojniji način. Međutim, simulatori često nude više od same simulacije, uključujući i opciju analize simuliranih slučajeva. Analiza simuliranih slučajeva dopunjuje simulacijski dio i zajedno s njim pruža punu svrhu alatu. Na taj način, simulator ne samo da omogućuje simulaciju određenih zadataka, već također pruža detaljnu analizu rezultata.

Prema tome, osnovna ideja simulatora tračničkog prometa koji je trebao biti izrađen u sklopu ovog diplomskog zadatka temelji se na ta dva spomenuta dijela: simulacijskom dijelu, koji korisniku omogućava izradu jednostavnih željezničkih shema s pripadajućim vlakovima, koje je potom moguće simulirati u stvarnom ili ubrzanom vremenu te analitičkom dijelu, koji se oslanja na max-plus algebru. Analitički dio koristi grafove i matrice kako bi korisniku pružio bolji uvid u dobivene rezultate i ponašanje same mreže.

U nastavku će biti detaljnije opisano kako bi svaki od spomenutih dijelova simulatora trebao funkcionirati u sklopu ovog diplomskog zadatka.

4.1. Simulator tračničkog prometa - simulacijski dio

Kao što je naglašeno u uvodu ovog poglavlja, osnovna svrha ovog simulatora, kao i svakog drugog, je simulacija zadanih slučajeva. Pod time se misli na dizajniranje jednostavnih shema željezničkih mreža koje će se moći simulirati u ubrzanom vremenu i na kojima će se moći ostvariti sinkronizacija. Sinkronizacija omogućava usklađivanje kretanja vlakova što daje mogućnost simuliranja stvarnih situacija u kojima dolazi do razmjene putnika, tereta itd.

Ideja je omogućiti korisniku da dizajnira mrežu tako da sam odabere položaj

svake stanice vlaka, broj vlakova i njihove polazne stanice, kao i redoslijed kojim će vlakovi obilaziti stanice na svojim rutama.

Osim samog dizajna mreže i odabira rasporeda elemenata, korisnik bi trebao imati mogućnost odabira svih opcija za dizajniranje željezničke mreže. Pri tome bi trebao poštovati postupak izrade mreže, odnosno redoslijed postavljanja određenih elemenata na njihova predviđena mjesta, kao i mogućnost uklanjanja pojedinih dijelova mreže.

Konačno, korisnik bi trebao imati mogućnost odabira brzine izvođenja programa i pokretanja same simulacije.

S tim ciljem, bilo je potrebno osmisлити i programski razraditi sve navedene opcije i mogućnosti kako bi ovaj simulator služio svojoj svrsi i kako bi njegov simulacijski dio sadržavao sve potrebne elemente.

4.2. Simulator tračničkog prometa - analitički dio

Analitički dio ovog simulatora se temelji na max-plus algebri - matematičkom alatu koji je prikladan za opisivanje željezničkih mreža i koji je prethodno opisan u poglavlju "Teorijska pozadina". Glavna ideja je da se na temelju simulirane mreže odrede stanja sustava, na temelju kojih će se izgraditi max-plus graf i popuniti odgovarajuće matrice kako bi se na kraju utvrdio prosječan ciklus sustava.

Da bi se određeni sustav, u ovom slučaju željeznička mreža, mogao analizirati, prvo je potrebno da sustav bude valjano konstruiran i da je simulacija pokrenuta. Tek tada korisniku je dozvoljeno provesti analizu zadanih sustava. U suprotnom, simulator bi trebao na prikladan način obavijestiti korisnika da analiza nije moguća.

Sve navedeno može se primijeniti na analizu različitih sustava, ali u okviru ovog diplomskog zadatka primjenjuje se na željezničke mreže, što će biti ilustrirano kasnije primjerima koji će potvrditi ispravnost simulatora i dati tražene rezultate pomoću ispravno definiranih stanja koja opisuju događaje u sustavu, pomoću max-plus grafa koji će prikazati odnose među definiranim stanjima i na kraju pomoću matrica \mathbf{A}_0 i \mathbf{A}_1 koje služe za proračunavanje prosječnog ciklusa sustava.

Stoga, u kontekstu analize zadanih željezničkih mreža, ovaj rad će dalje obrazložiti korištenje max-plus algebre kao teorijske osnove, što će biti potkrijepljeno odgovarajućim primjerima u poglavlju "Primjena simulatora tračničkog prometa".

Sve rečeno i opisano predstavlja osnovnu ideju samog simulatora, njegovu svrhu, sastavnice i funkcije koje obavlja, kao i opcije koje pruža korisniku. U

idućem poglavlju "Implementacija simulatora tračničkog prometa" bit će pružen detaljan uvid u opisani simulator, objašnjavajući kako su programski ostvareni svi navedeni elementi iz ovog poglavlja.

5. Implementacija simulatora tračničkog prometa

Kao što je najavljeno u prethodnom poglavlju, ovo poglavlje pružit će detaljno objašnjenje i prikaz samog simulatora koji je razvijen u sklopu ovog diplomskog zadatka. Radi lakšeg razumijevanja, poglavlje će biti strukturirano u nekoliko potpoglavlja u kojima će se objasniti tehnički detalji vezani uz izradu samog simulatora. Prikazat će se grafičko korisničko sučelje simulatora te će se objasniti način na koji su implementirane sve funkcionalnosti sučelja. Obuhvatit će se implementacija simulacijskog dijela simulatora, kao što je opisano u prethodnom poglavlju, kao i implementacija analitičkog dijela simulatora, što je također opisano u ranijim poglavljima.

Sva objašnjenja u sljedećem tekstu bit će ilustrirana odgovarajućim slikama, čime će se dodatno olakšati razumijevanje simulatora. Ove slike će pružiti vizualni prikaz onoga što je bilo potrebno ostvariti u sklopu simulatora.

5.1. Tehnički detalji implementacije simulatora tračničkog prometa

Za ostvarenje simulacije tračničkog prometa, bilo je nužno temeljito odabrati prikladan programski jezik koji bi pružio sve neophodne značajke i omogućio precizne rezultate. U skladu s tim, odlučeno je da će se simulator izraditi korištenjem visoko funkcionalnog programskog jezika Python 3.8.10. Odabir ovog programskog jezika bio je promišljen jer Python pruža pogodno okruženje za izradu projekta simulacije tračničkog prometa, omogućavajući korisnicima da iskoriste sve potrebne funkcionalnosti za razvoj i ostvarenje željenih ciljeva.

S obzirom na to da se simulator sastoji od više nezavisnih dijelova koji će biti objašnjeni u sljedeća dva potpoglavlja, bilo je potrebno koristiti određene biblioteke kako bi se omogućile sve potrebne funkcionalnosti. Osnovne biblioteke korištene za izradu svih dijelova simulatora su:

- Pygame biblioteka, koja se koristi za animaciju simulacijskog dijela simulatora.
- Tkinter biblioteka, osnovna biblioteka za grafičko korisničko sučelje (GUI) u Pythonu, koja je korištena za implementaciju korisničkog sučelja simulatora sa svim potrebnim funkcionalnostima.
- NetworkX biblioteka, iznimno važna i ključna biblioteka za izradu max-plus grafa, što je esencijalno za analizu željezničke mreže.
- Matplotlib biblioteka, koja je ključna za prikaz max-plus grafa, što je također jako važno za analitički dio simulatora.
- NumPy biblioteka, koja je jednako važna za analitički dio simulatora kao i prethodne dvije biblioteke jer služi za proračun određenih matrica sustava.

Osim navedenih biblioteka, bilo je potrebno koristiti i druge ugrađene biblioteke koje Python pruža, kao i implementirati vlastite funkcije i klase za određene zadatke. Neki od primjera ostalih ugrađenih biblioteka koje su korištene u izradi simulatora su `math` i `time`, uz mnogo drugih samostalno razvijenih klasa i funkcija.

Za dosljedan vizualni prikaz vlakova i stanica u animacijskom dijelu simulacije, koristili su se gotovi simboli, poput emoji-ja, kako bi korisnici lakše razumjeli koji element predstavlja stanicu ili vlak. Za to su korišteni odgovarajući materijali, koji će kasnije biti detaljnije prikazani i objašnjeni.

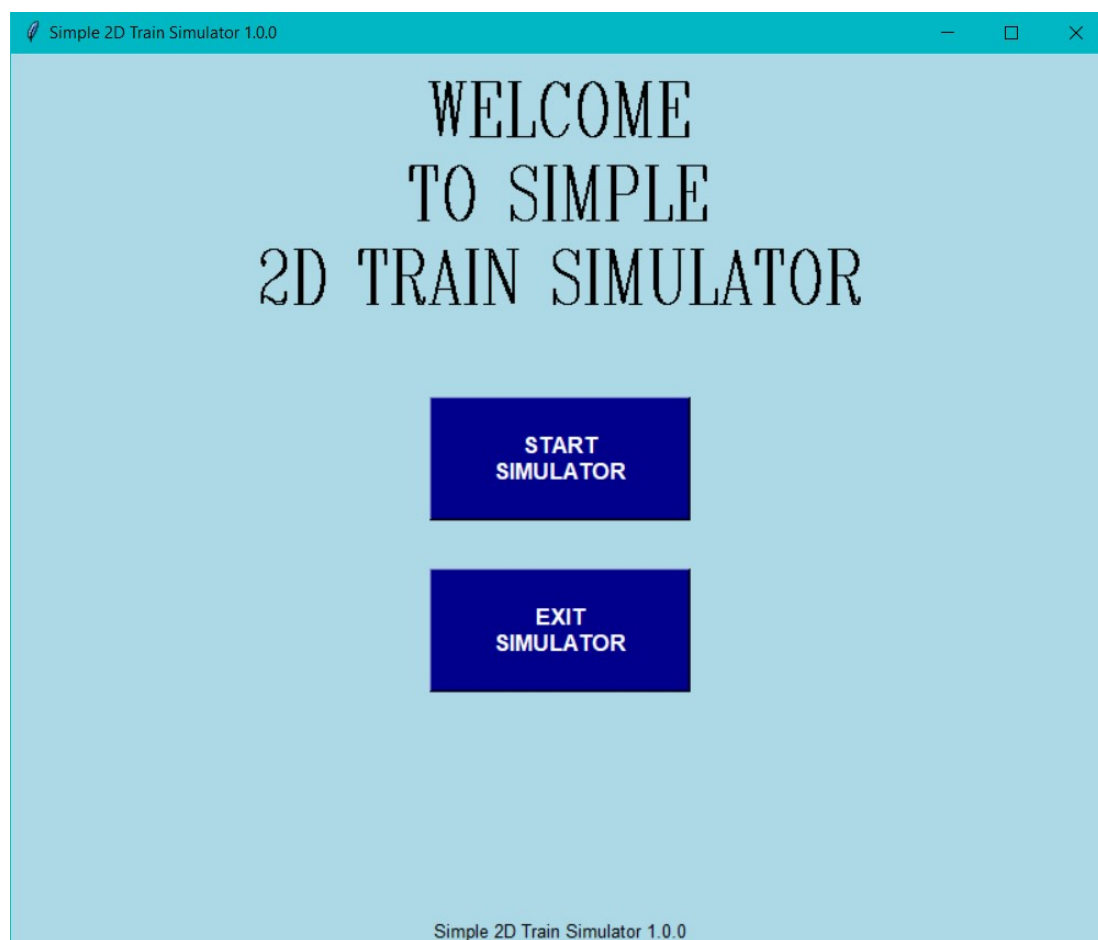
5.2. Grafičko korisničko sučelje simulatora

Svaki simulator, uključujući i ovaj, zahtijeva dobro osmišljeno grafičko korisničko sučelje koje pruža korisnicima mogućnost odabira različitih funkcionalnosti. No, osim što treba omogućiti sve potrebne funkcionalnosti, jednako je važno pažljivo dizajnirati sučelje s obzirom na ergonomske standarde kako bi korisnicima bilo što jednostavnije koristiti simulator, uz uključivanje svih ostalih potrebnih opcija.

Uzimajući u obzir potrebe korisnika, sučelje je pažljivo oblikovano kako bi se pružila intuitivna i ugodna interakcija sa simulatorom. Svrha je pružiti korisnicima uvid u jednostavnost korištenja simulatora putem intuitivnog i dobro osmišljenog grafičkog korisničkog sučelja.

U nastavku će biti detaljnije objašnjeno i prikazano grafičko korisničko sučelje simulatora koji je razvijen kao dio ovog diplomskog zadatka.

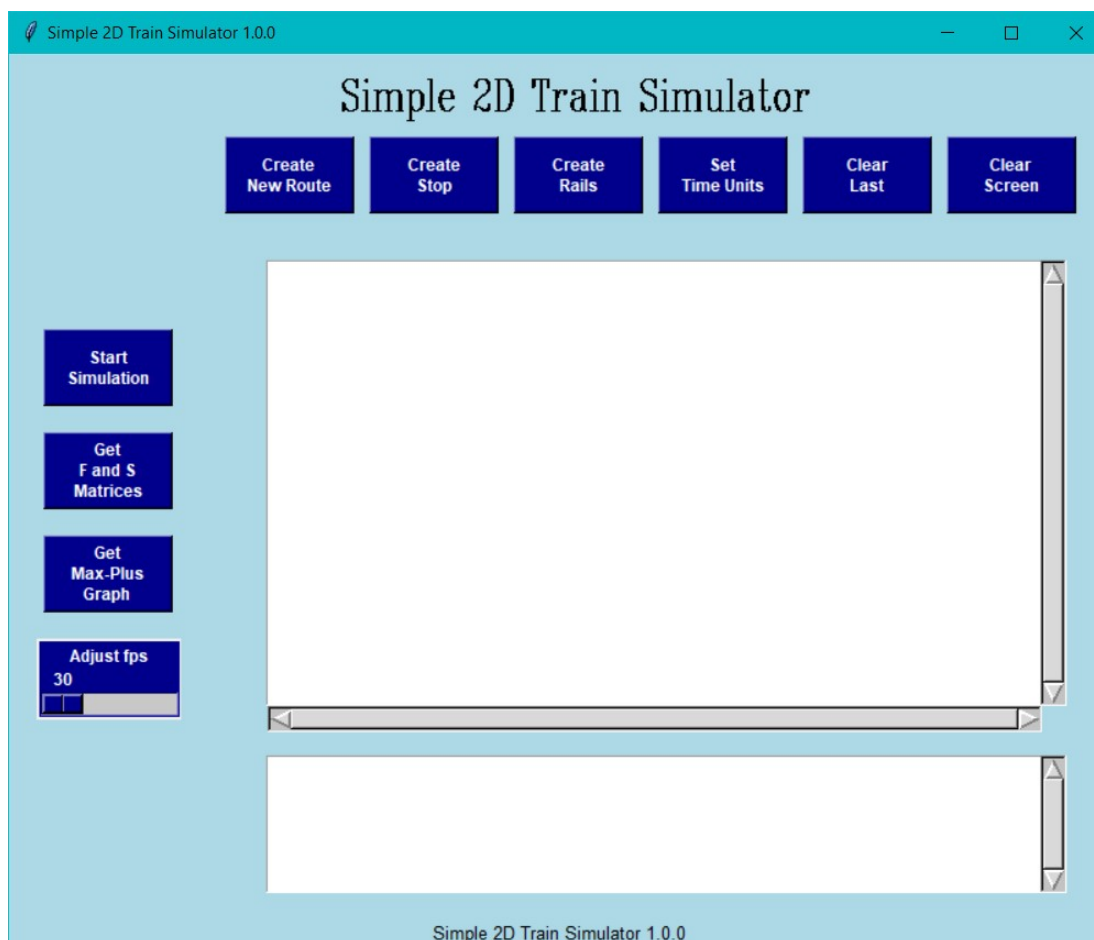
Grafičko korisničko sučelje simulatora tračničkog prometa obuhvaća dva prozora čime se korisnicima pruža bolje iskustvo interakcije s programom. Prvi prozor, prikazan na slikovnom prikazu 5.1, automatski se otvara nakon pokretanja programa. Na ovom prozoru korisnicima je prikazan naziv simulatora, dok je trenutna verzija simulatora vidljiva u donjem dijelu prozora. Također, na samom središtu prozora nalaze se dva gumba koje korisnici mogu koristiti za daljnje interakcije.



Slika 5.1: Grafičko korisničko sučelje simulatora tračničkog prometa

Gornji gumb ima naziv *"START SIMULATOR"*, što sugerira da se pritiskom na taj gumb pokreće ostatak simulatora. Ovime se otvara novi prozor koji nudi različite opcije i dodatne funkcionalnosti za korisnike. S druge strane, donji gumb s natpisom *"EXIT SIMULATOR"* omogućava korisnicima da sigurno zaustave simulator i prekinu izvođenje programa, ako to žele.

Kada korisnik pritisne gumb s natpisom *"START SIMULATOR"*, otvorit će se drugi prozor grafičkog korisničkog sučelja simulatora, kako je već ranije spomenuto. Uz taj prozor, otvorit će se i dodatni prozor koji služi kao "radna podloga" za crtanje željezničkih mreža. Detaljan prikaz i objašnjenje tog prozora bit će prikazani kasnije. Prikaz novootvorenog prozora grafičkog korisničkog sučelja može se vidjeti na slici 5.2. Ovaj prozor sadrži nekoliko dijelova i pruža više opcija u usporedbi s prvom verzijom grafičkog korisničkog sučelja.

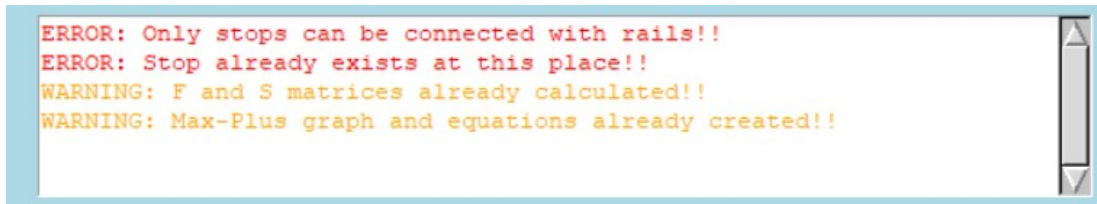


Slika 5.2: Grafičko korisničko sučelje simulatora tračničkog prometa

Na vrhu prozora nalazi se naziv simulatora, a na dnu je prikazana trenutna verzija. Prozor grafičkog korisničkog sučelja sastoji se od tri glavna dijela. U središnjem dijelu nalaze se dva prozora: veći prozor predstavlja glavni zaslon na kojem se prikazuju sve informacije o mreži, uključujući rute svih vlakova, točan redoslijed stanica i stanja sustava. Dodatne informacije mogu se dobiti pritiskom na određene gumbe, koji će biti objašnjeni kasnije. U idućem poglavlju "Primjena simulatora tračničkog prometa" bit će prikazani primjeri kako izgledaju određene

informacije na ovom zaslonu.

Manji zaslon ima svrhu upozoriti korisnika da određena radnja nije moguća. To se prije svega odnosi na izradu ili crtanje željezničke mreže, ali i na analizu nacrtane sheme. Dakle, ako korisnik pokuša izvesti radnju koja nije dopuštena u dizajniranju mreže ili pokuša ponovno provesti isti analitički postupak koji je već proveden, na donjem će se zaslonu prikazati prikladna poruka, kao što je prikazano na slici 5.3.



Slika 5.3: Primjer ispisa poruka na malom zaslonu

Na lijevoj strani grafičkog korisničkog sučelja, slika 5.2, smješten je skup od tri gumba i jedan klizač, poredani jedan ispod drugog. Prvi gumb, koji nosi natpis *"Start Simulation"*, ima ključnu ulogu pokretanja simulacije nacrtane željezničke mreže. Jednostavnim klikom na taj gumb, korisnik inicira pokretanje simulacije. Važno je napomenuti da je simulaciju moguće pokrenuti samo ako je mreža ispravno konstruirana, a simulaciju je moguće pokrenuti samo jednom. U suprotnom, korisnik će primiti prikladnu poruku na malom zaslonu, koja ga obavještava o neispravnom stanju mreže ili prethodnom pokretanju simulacije.

Sljedeći gumb, označen natpisom *"Get F and S Matrices"*, koristi se za generiranje matrica \mathbf{F} i \mathbf{S} , kao i modela Petrijeve mreže odnosno matrice \mathbf{W} . Fokus analize ovog rada bio je na max-plus algebri, ali osim s max-plus algebrom, sustav se može opisati i Petrijevim mrežama. Matrica pravila \mathbf{F} , definira skup pravila koja opisuju stanje na željeznici [10]. S obzirom na to da se mreža sastoji od vlakova koji obilaze određene stanice, pravila će definirati uvjete koji pak definiraju stanje svakog vlaka tj. je li on završio određeni segment i jesu li određeni segmenti između pojedinih stanica slobodni. Matrica operacija \mathbf{S} definira skup operacija koje će se izvršavati pod zadanim uvjetima i određenim redoslijedom te će u slučaju željezničke mreže te operacije podrazumijevati oslobađanje segmenata između pojedinih stanica i davanje naredbi vlakovima da krenu voziti po zadanim segmentima. Matrica \mathbf{W} dobije se razlikom matrica \mathbf{S}^\top i \mathbf{F} te ona predstavlja model Petrijeve mreže u matričnom obliku.

Kada korisnik pritisne ovaj gumb, na glavnom zaslonu će biti prikazane sve

potrebne matrice za nacrtanu shemu. Naravno, da bi ovaj gumb bio funkcionalan, mreža mora biti valjano konstruirana i simulacija pokrenuta.

Treći gumb, koji je označen natpisom *"Get Max-Plus Graph"*, pruža glavnu analitičku funkcionalnost ovog simulatora, kao što je prethodno opisano u ranijim poglavljima. Klikom na taj gumb, simulator prikazuje korisniku max-plus graf za zadanu željezničku mrežu, zajedno s pripadajućim stanjima sustava, jednadžbama i matricama. Ova funkcionalnost bit će ilustrirana primjerima u sljedećem poglavlju. Još jednom valja istaknuti da je za pravilan rad ovog gumba potrebno adekvatno konstruirati mrežu i pokrenuti simulaciju.

Posljednja opcija koja se nalazi u ovom setu nije gumb, već klizač koji omogućuje korisniku odabir brzine izvođenja simulacije. Klizač je postavljen unutar granica od 30 do 180, što predstavlja raspon broja sličica u sekundi (fps). Prije pokretanja simulacije, korisnik može odabrati željeni broj fps-a pomicanjem klizača. Zadana vrijednost je postavljena na 30 fps-a, a nakon što se simulacija pokrene, klizač više nije moguće mijenjati. Slika 5.4 prikazuje opisani dio grafičkog korisničkog sučelja.



Slika 5.4: Lijevi dio grafičkog korisničkog sučelja; sastoji se od tri gumba i jednog klizača

Na kraju, vrijedi opisati preostali dio grafičkog korisničkog sučelja prikazanog na slici 5.5. Taj dio je smješten u gornjem dijelu sučelja, odmah ispod naziva simulatora i sastoji se od šest različitih gumba, kako je vidljivo na slici. Svaki od ovih gumba ima svoju svrhu i pruža određenu funkcionalnost. Svi se koriste za konstruiranje željezničke mreže te ih više nije moguće koristiti nakon što je simulacija jednom pokrenuta.



Slika 5.5: Gornji dio grafičkog korisničkog sučelja; sastoji se od šest gumba

Prvi gumb u nizu nosi natpis *"Create New Route"* i koristi se za stvaranje nove rute odnosno novog vlaka. Nakon pritiska na ovaj gumb, svaki novi element koji se dodaje u shemu smatra se dijelom rute posljednje kreiranog vlaka. Korisnik može kreirati do deset vlakova različitih boja kako bi lakše pratio događanja na željezničkoj mreži.

Sljedeći gumb, označen natpisom *"Create Stop"*, koristi se za dodavanje novih stanica u željezničku mrežu. Nakon pritiska na ovaj gumb, korisnik može dodavati isključivo nove stanice sve dok se ne pritisne neki drugi gumb s drugom funkcionalnošću.

Gumb s natpisom *"Create Rails"* ima sličnu funkcionalnost kao prethodno opisani gumb, ali kako samo ime sugerira, umjesto dodavanja novih stanica, povezuje postojeće stanice linijama koje predstavljaju pruge. Korisnik može povezivati samo dvije različite stanice. U protivnom će dobiti prikladnu poruku na malom zaslonu, kao što je ranije prikazano i objašnjeno.

Četvrti gumb u nizu, *"Set Time Units"*, omogućava korisniku unos vremenskih jedinica na odgovarajuće mjesto. Svaka stanica i pruga moraju imati svoje vremenske jedinice koje utječu na brzinu kretanja vlakova između stanica, kao i na vrijeme čekanja vlakova na pojedinim stanicama.

Posljednja dva gumba koriste se za uklanjanje elemenata sa sheme. Gumb *"Clear Last"* uklanja zadnji kreirani element u shemi prilikom konstruiranja željezničke mreže. Ova funkcionalnost štedi korisnikovo vrijeme omogućujući mu da ukloni posljednji dodani element ako nije zadovoljan njime ili njegovom pozicijom te da kreira novi element na ispravnoj poziciji. U suprotnom, korisnik bi morao započeti crtanje mreže ispočetka.

Zadnji gumb, označen natpisom *"Clear Screen"*, uklanja sve elemente dizajnirane sheme, uključujući i vlakove i briše sve što je do tog trenutka prikazano na oba zaslona. Ovo omogućava korisniku da u svakom trenutku, ako nije zadovoljan dizajniranom mrežom, može obrisati sve do tada napravljeno i započeti ispočetka, bez potrebe za zatvaranjem i ponovnim pokretanjem simulatora. Važno je napomenuti da je ovo jedini gumb koji zadržava svoju funkcionalnost tijekom izvođenja simulacije tj. korisniku je omogućeno, pritiskom na spomenuti gumb,

prekinuti izvođenje simulacije i obrisati simuliranu shemu i nakon što je simulacija pokrenuta.

Na kraju, važno je napomenuti da je grafičko korisničko sučelje u potpunosti izrađeno na engleskom jeziku. Ovo je odlučeno s obzirom na činjenicu da su slični radovi i projekti također izrađeni na engleskom jeziku. Time se olakšava rad korisnicima i ostalim zainteresiranim osobama koji žele proučavati, uspoređivati ili unaprjeđivati ovaj simulator. Izrada korisničkog sučelja na engleskom jeziku svima pruža jasnoću i razumljivost.

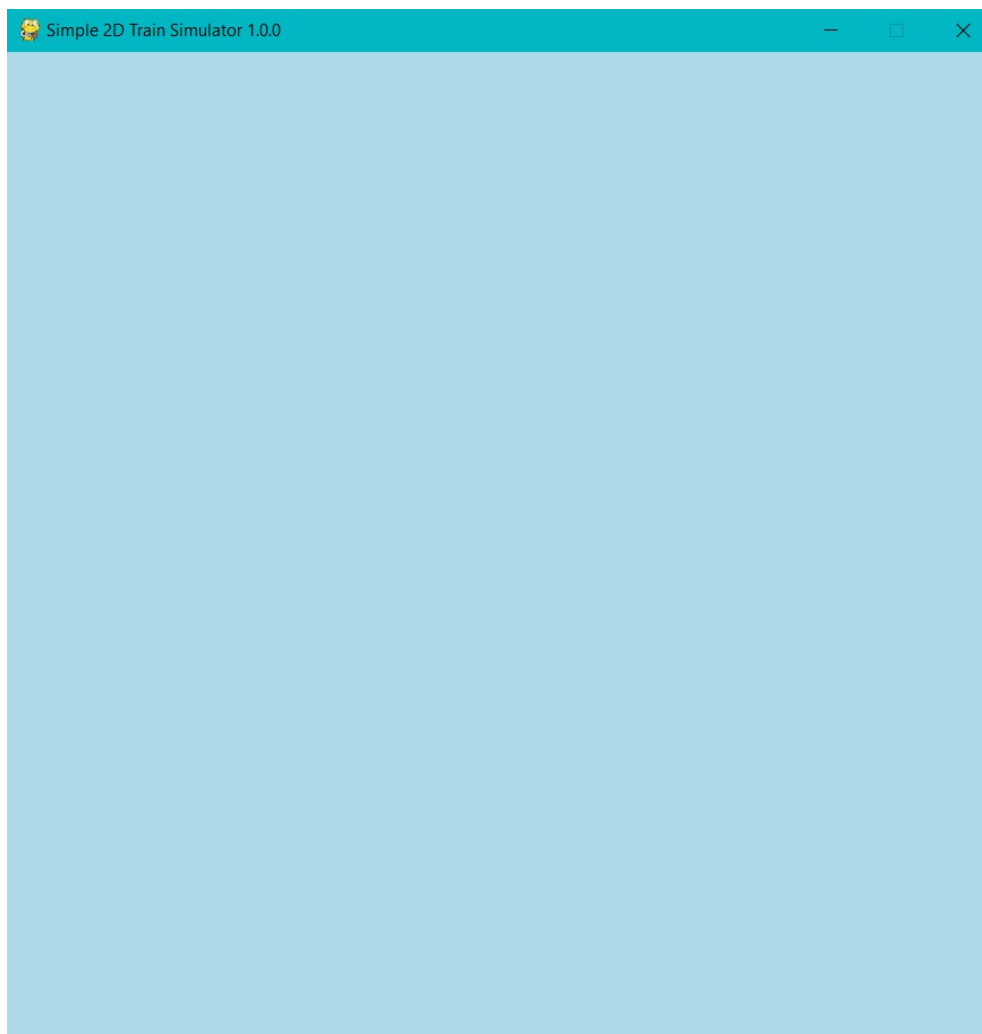
Ovime je opisano i objašnjeno grafičko korisničko sučelje simulatora tračničkog prometa. U sljedeća dva potpoglavlja detaljnije će se pogledati i prikazati određene funkcije koje se izravno odnose na simulaciju i analizu nacrtane željezničke mreže.

5.3. Implementacija simulacijskog dijela simulatora

Ovo potpoglavlje detaljnije će objasniti implementaciju simulacijskog dijela simulatora, od samog početka izrade sheme željezničke mreže do pokretanja simulacije zadanih sustava.

Simulacijski dio je implementiran kroz gornji set gumba koji služe za izradu sheme željezničke mreže, kao i kroz gumb *"Start Simulation"* i klizač smješten na lijevoj strani grafičkog korisničkog sučelja, kako je prethodno opisano.

Također je ranije spomenuta "radna podloga" za crtanje sheme željezničke mreže. Taj dodatni prozor otvara se zajedno s drugim prozorom grafičkog korisničkog sučelja nakon pritiska na gumb s natpisom *"START SIMULATOR"*. Navedeni prozor služi kao mjesto na koje se dodaju elementi mreže, a njegov izgled pri otvaranju, kada još nijedan element nije dodan, prikazan je na slici 5.6.



Slika 5.6: Prozor za kreiranje sheme željezničke mreže

Za pravilno konstruiranje željezničke mreže, bitno je poštovati određeni redoslijed dodavanja elemenata u shemu kako bi se izbjeglo neželjeno ponašanje prilikom pokretanja simulacije. Kada se otvore dva nova prozora, pretpostavlja se da korisnik dodaje nove stanice u shemu, pri čemu će prva stvorena stanica biti početna stanica prvog vlaka. Drugim riječima, otvaranje prozora za izradu sheme tretira se kao pritisak na gumb *"Create New Route"*, što omogućuje izradu nove rute i stvaranje novog vlaka na stanici.

Korisnik može stvoriti dva tipa stanica. Obične stanice ("one-lane") se stvaraju lijevim klikom miša na bilo koje mjesto radne površine. To su stanice na kojima može biti samo jedan vlak u isto vrijeme, dok će ostali vlakovi čekati da se ta stanica oslobodi ako su na putu prema njoj ili ako su već krenuli prema njoj.

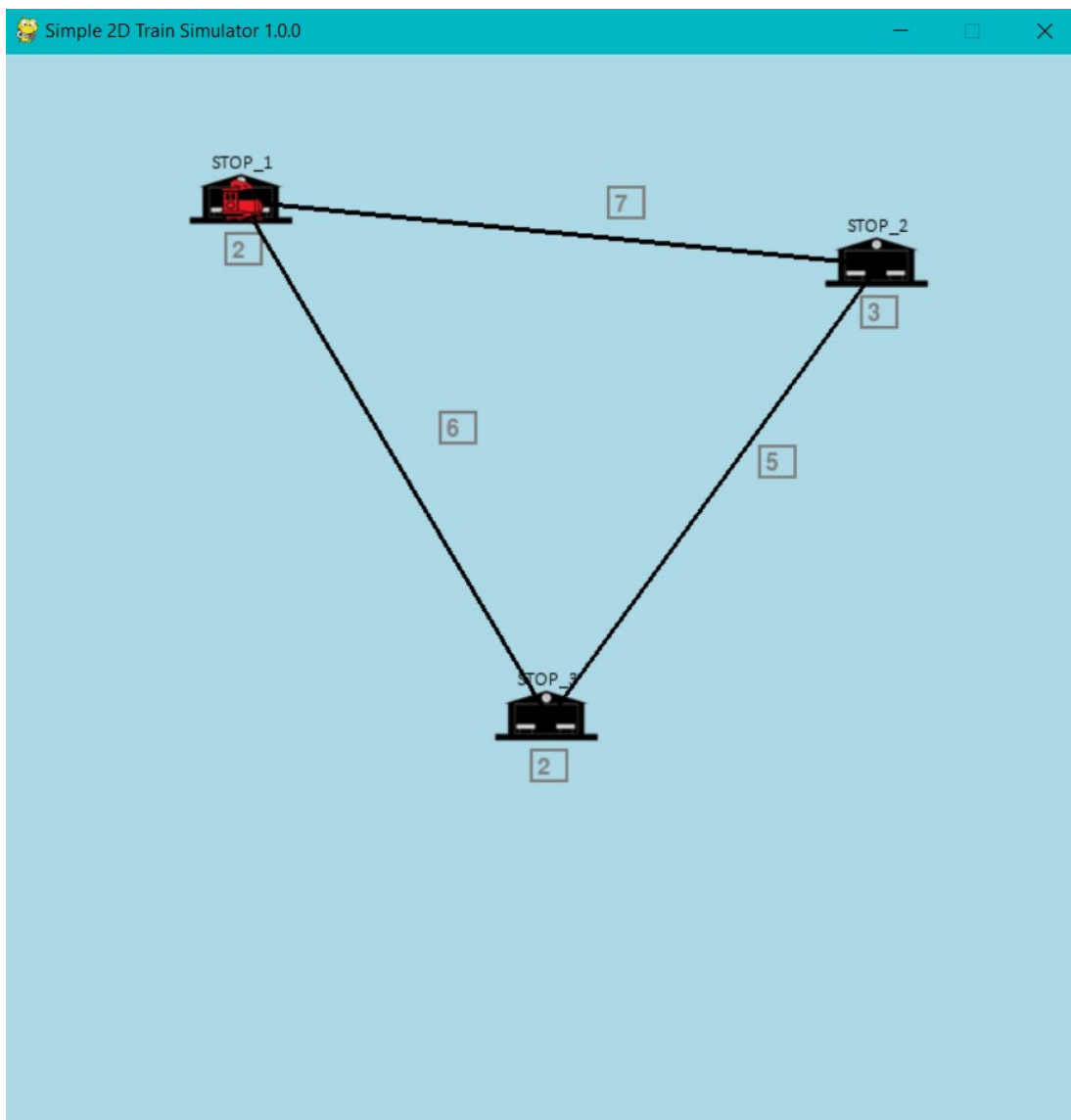
Drugi tip stanica ("two-lane") stvara se desnim klikom miša na bilo koje mjesto radne podloge. Ove stanice mogu istovremeno primiti dva vlaka, dok će ostali

vlakovi čekati svoj red ako su na putu prema toj stanici. Ovaj tip stanice je važan za postizanje sinkronizacije vlakova. Kada jedan vlak stigne na takvu stanicu, čekat će drugi vlak, a tek onda će oba vlaka istovremeno započeti odbrojavanje vremena koje moraju provesti na toj stanici kako bi se simulirala razmjena putnika, robe itd.

Stanice imaju ispisani redni broj, a "two-lane" stanice imaju oznaku "TL" kako bi korisnik mogao vizualno razlikovati tipove stanica u shemi.

Nakon što korisnik kreira stanice, potrebno ih je pozicionirati na željena mjesta duž rute prvog vlaka. Kada su sve stanice pozicionirane, potrebno ih je povezati prugama. To se omogućuje pritiskom na gumb "*Create Rails*". Moguće je povezati samo dvije različite stanice. Stanice se povezuju klikom na svaku od njih redoslijedom kojim korisnik želi da ih vlak obilazi.

Nakon što su stanice povezane u željenom redoslijedu, potrebno je unijeti vremenske jedinice za svaku stanicu i prugu u kvadratima koji se nalaze neposredno uz njih. Unose se samo numeričke vrijednosti u rasponu od 0 do 99. Svaki vlak će čekati na stanici onoliko sekundi koliko je uneseno u odgovarajući kvadrat, a vremenske jedinice uz pruge utječu na vrijeme dolaska vlaka od jedne stanice do druge. Za pokretanje simulacije dovoljno je kreirati stanice i povezati ih željenim redoslijedom, ali za analizu je važno unijeti sve vremenske jedinice kako bi graf i matrice imali smisla. Jednostavna shema s jednim vlakom i tri stanice prikazana je na slici 5.7.



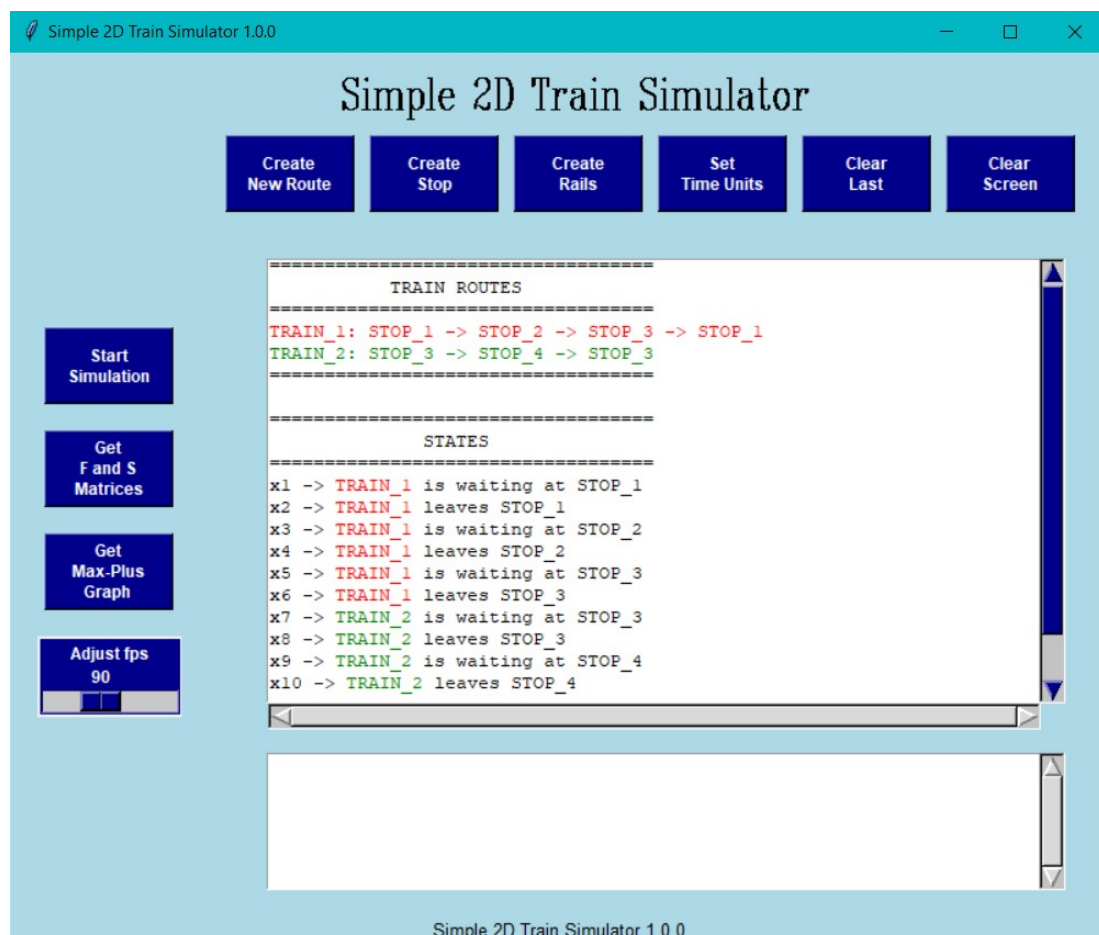
Slika 5.7: Jednostavna shema željezničke mreže sastavljena od jednog vlaka i tri stanice

Ako se u ovakvu shemu željezničke mreže poželi dodati još jedan vlak sa svojom rutom, to je moguće napraviti tako da se, prije nego što se pokrene simulacija, pritisne gumb s natpisom *"Create New Route"*. Potom korisnik odabire želi li da novi vlak započne svoju rutu s postojeće stanice ili s nove. Novi vlak će započeti svoju rutu s nove stanice ako korisnik nakon pritiska na odabrani gumb pritisne lijevu ili desnu tipku miša na neko mjesto radne podloge gdje nema postojeće stanice. Na tom će se mjestu kreirati nova stanica s pripadajućim vlakom. Ako korisnik želi, može kreirati vlak na postojećoj stanici tako da nakon pritiska na gumb, lijevom klikom miša pritisne neku od postojećih stanica, osim stanice s koje svoju rutu započinje neki drugi vlak. Tada će se na postojećoj stanici kreirati

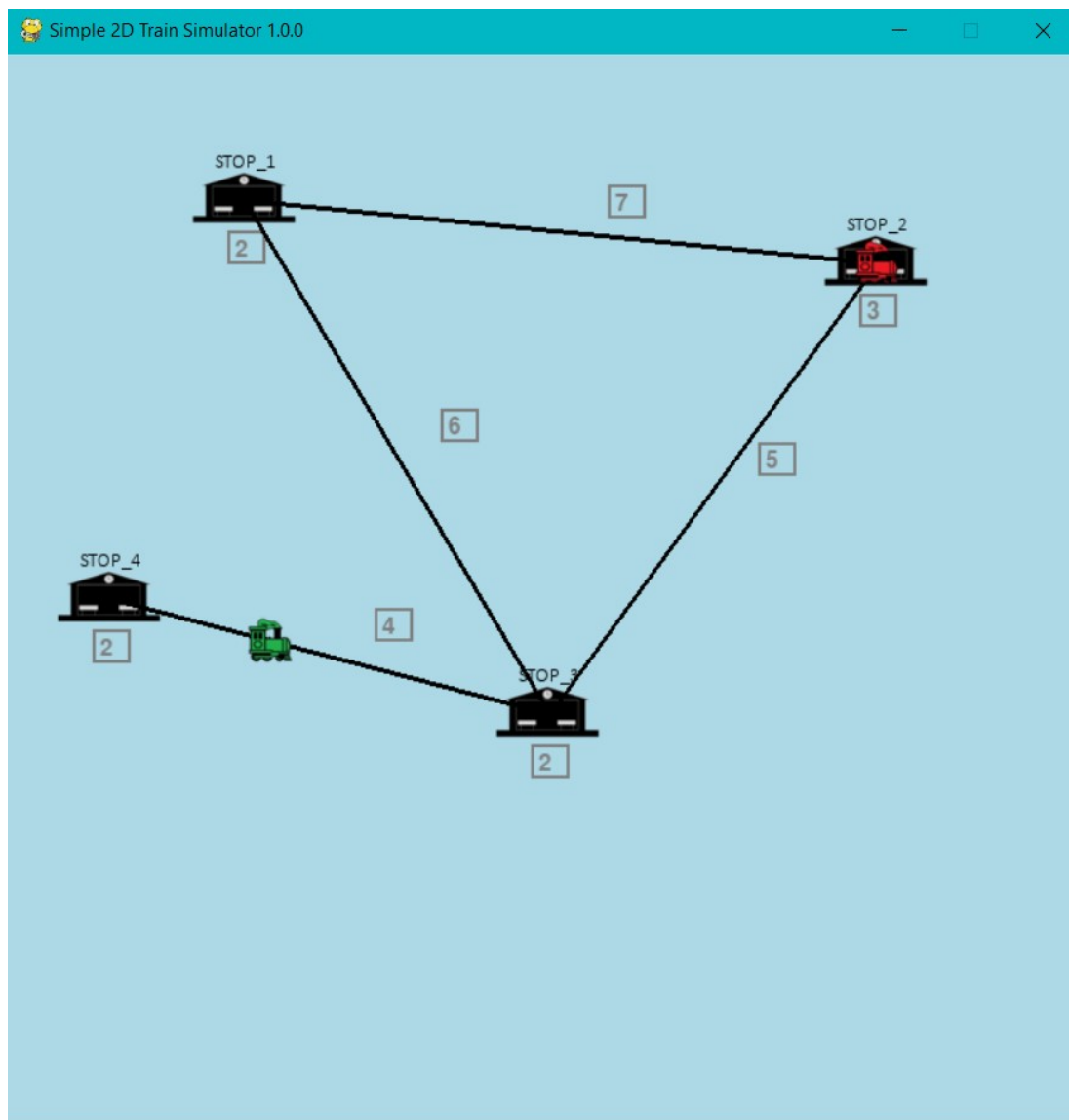
novi vlak i to će biti njegova polazišna stanica.

Odabirom opcije *"Create Stop"* moguće je stvoriti nove stanice za novu rutu, koje je potom moguće povezati opcijom *"Create Rails"* isto kao i postojeće stanice odnosno dijelove rute prvog vlaka. Važno je samo da se poštuje željeni redoslijed prilikom povezivanja stanica jer redoslijed kojim se stanice povezuju određuje redoslijed kojim će vlak obilaziti svoju rutu. Na kraju, korisnik bi trebao unijeti vremenske jedinice, izražene u sekundama, novododanih elemenata sheme.

Kada je sve učinjeno kako je navedeno, korisnik još treba odabrati koliko želi sličica po sekundi prilikom izvođenja simulacije što se odabire pomoću klizača koji se nalazi na lijevoj strani kako je ranije opisano. Nakon toga korisnik može sigurno pokrenuti simulaciju te će se vlakovi početi kretati. Slika gotove sheme s dva vlaka i četiri stanice prikazana je na 5.9, zajedno sa ispisima stanja i ruta vlakova na velikom zaslonu što je prikazano slikom 5.8.

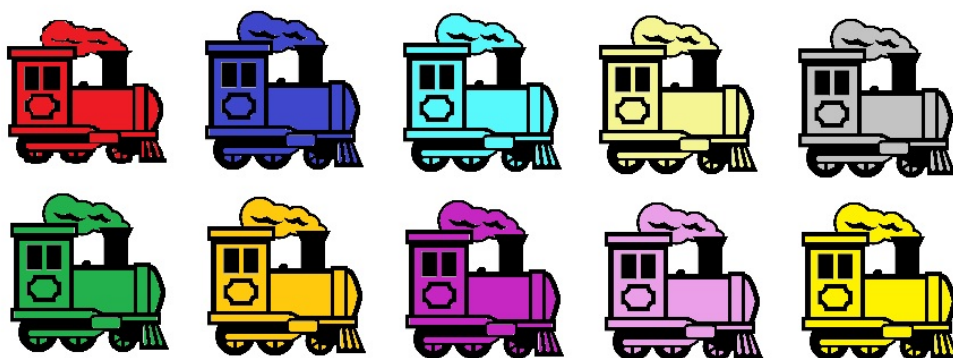


Slika 5.8: Prikaz grafičkog korisničkog sučelja nakon pokrenute simulacije za sustav željezničke mreže sastavljene od dva vlaka i četiri stanice

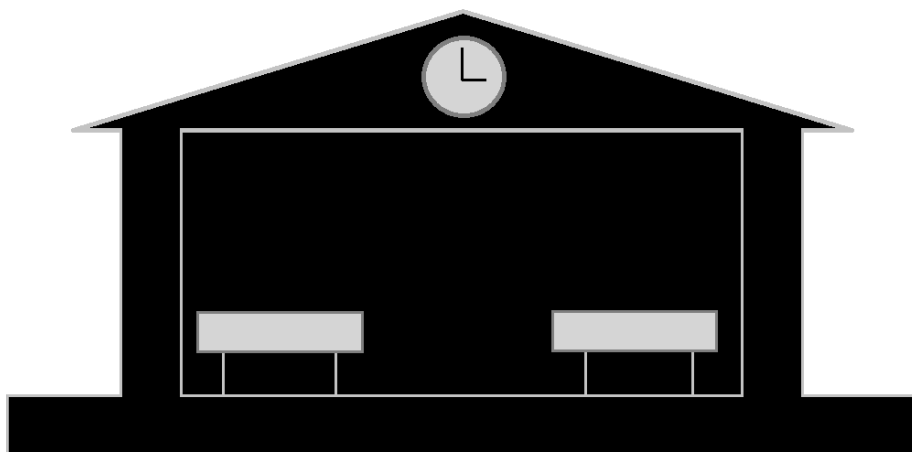


Slika 5.9: Jednostavna shema željezničke mreže sastavljena od dva vlaka i četiri stanice

Na kraju, važno je napomenuti da korisnik ima mogućnost stvaranja do deset vlakova različitih boja u svojoj shemi, koji su prikazani na slici 5.10. Slike vlakova su bazirane na gotovoj skici autora [11], koja je preuzeta s web stranice [12] i djelomično modificirana za potrebe ovog diplomskog rada. Skica stanice korištena u simulatoru, koja je prikazana na 5.11, autorsko je djelo autora ovog diplomskog rada.



Slika 5.10: Deset vlakova različitih boja dostupnih prilikom izrade sheme

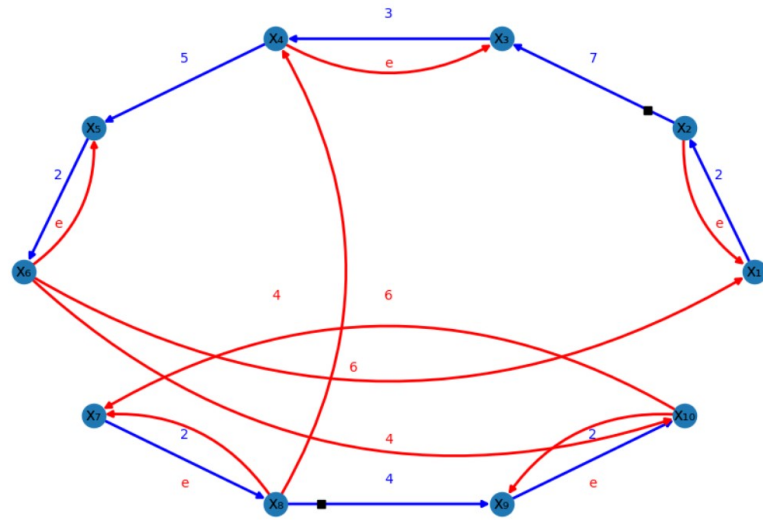


Slika 5.11: Skica koja predstavlja stanicu za vlakove prilikom izrade sheme

5.4. Implementacija analitičkog dijela simulatora

Za kraj ovog poglavlja detaljnije će se objasniti implementacija analitičkog dijela simulatora tračničkog prometa. Kao što je ranije spomenuto, analiza nacrtanih željezničkih mreža provodi se temeljem max-plus algebre. Simulator omogućuje ispisivanje stanja sustava na temelju kojih se stvara max-plus graf koji je ključni alat za analizu nacrtane sheme, kako je već naglašeno.

Primjer max-plus grafa koji analizira jednostavan sustav željezničke mreže iz prethodnog potpoglavlja prikazan je na slici 5.12. Graf se sastoji od 10 čvorova koji predstavljaju stanja, međusobno povezanih prema utjecaju događaja koji ih opisuju. Svaka grana grafa ima svoju pripadajuću težinu definiranu u konstruiranoj mreži. Grane između određenih stanja označene su crnim kvadratom, koji predstavlja početni uvjet za vlak krenuti na obilazak svoje rute s određene stanice. Budući da se određeno stanje odnosi na taj događaj, crni se kvadrat nalazi uz to stanje, na grani grafa usmjerenoj od tog stanja prema idućem.



Slika 5.12: Max-plus graf jednostavne mreže koju čine dva vlaka i četiri stanice

Osim max-plus grafa, pritiskom na gumb *"Get Max-Plus Graph"* simulator ispisuje jednadžbe koje opisuju nacrtani graf kao i matrice \mathbf{A}_0 i \mathbf{A}_1 , koje su potrebne za određivanje broja ciklusa zadane mreže. Ovaj računski postupak analize bit će prikazan i objašnjen na primjerima u sljedećem poglavlju.

Uz max-plus algebru, simulator nudi još jedan način analize sustava koji se temelji na Petrijevoj mreži. Pritiskom na gumb *"Get F and S Matrices"* korisniku će se na glavnom zaslonu ispisati matrice sustava \mathbf{F} i \mathbf{S} , razdvojene na svoje dijelove tj. podmatrice koje ih čine, zatim cjelovite matrice \mathbf{F} i \mathbf{S} te na kraju model Petrijeve mreže zadane sustava u obliku matrice \mathbf{W} . Sve navedene matrice bit će također prikazane i objašnjene na primjerima u sljedećem poglavlju.

Simulator, dakle, nudi mogućnost analize zadanih sustava na oba spomenuta načina. Oba načina analize implementirana su u simulatoru kako bi im korisnici mogli lako pristupiti pritiskom na dva lijeva gumba naziva *"Get F and S Matrices"* i *"Get Max-Plus Graph"* nakon što su mreže ispravno konstruirane i simulacija sustava pokrenuta. Sljedeće poglavlje, "Primjena simulatora tračničkog prometa", konačno će prikazati nekoliko primjera korištenja do sada opisanog simulatora tračničkog prometa.

6. Primjena simulatora tračničkog prometa

Nakon temeljitog objašnjenja implementacije svih potrebnih funkcionalnosti simulatora, ovo poglavlje pokazat će njegov puni potencijal i ispravnost rada. Najbolji način za to je stvaranje nekoliko primjera željezničkih mreža koje će se simulirati i analizirati kako je opisano u prethodnom poglavlju. Za svaki primjer pružit će se ilustracija sheme, grafa, ispis svih informacija na glavnom zaslonu te potrebne matrice.

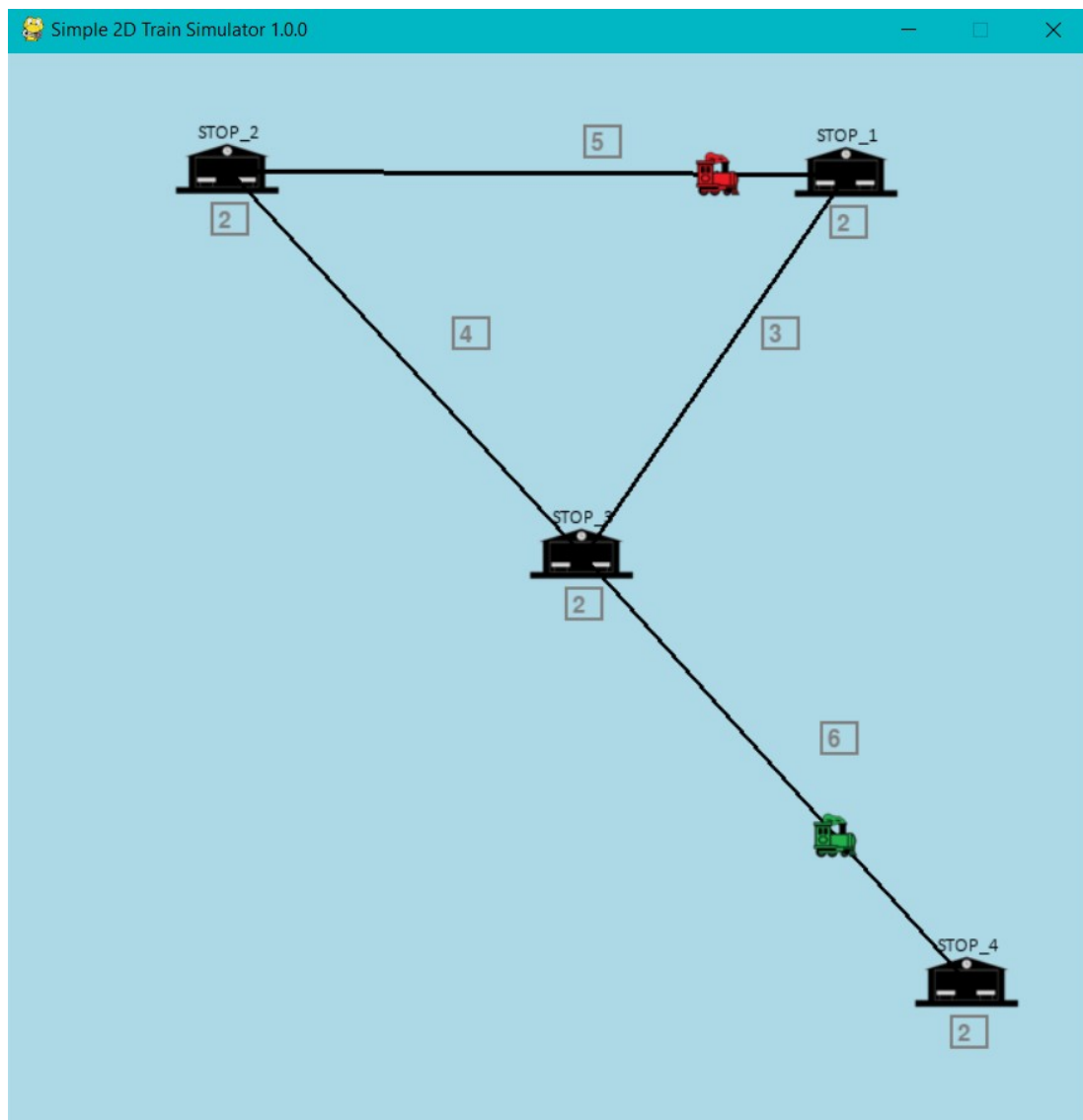
6.1. Primjer 1 - dva vlaka i četiri stanice

Za početak, prikazat će se primjer jednostavne sheme željezničke mreže koja se sastoji od četiri stanice i dva vlaka koji obilaze te stanice svaki po svojoj ruti.

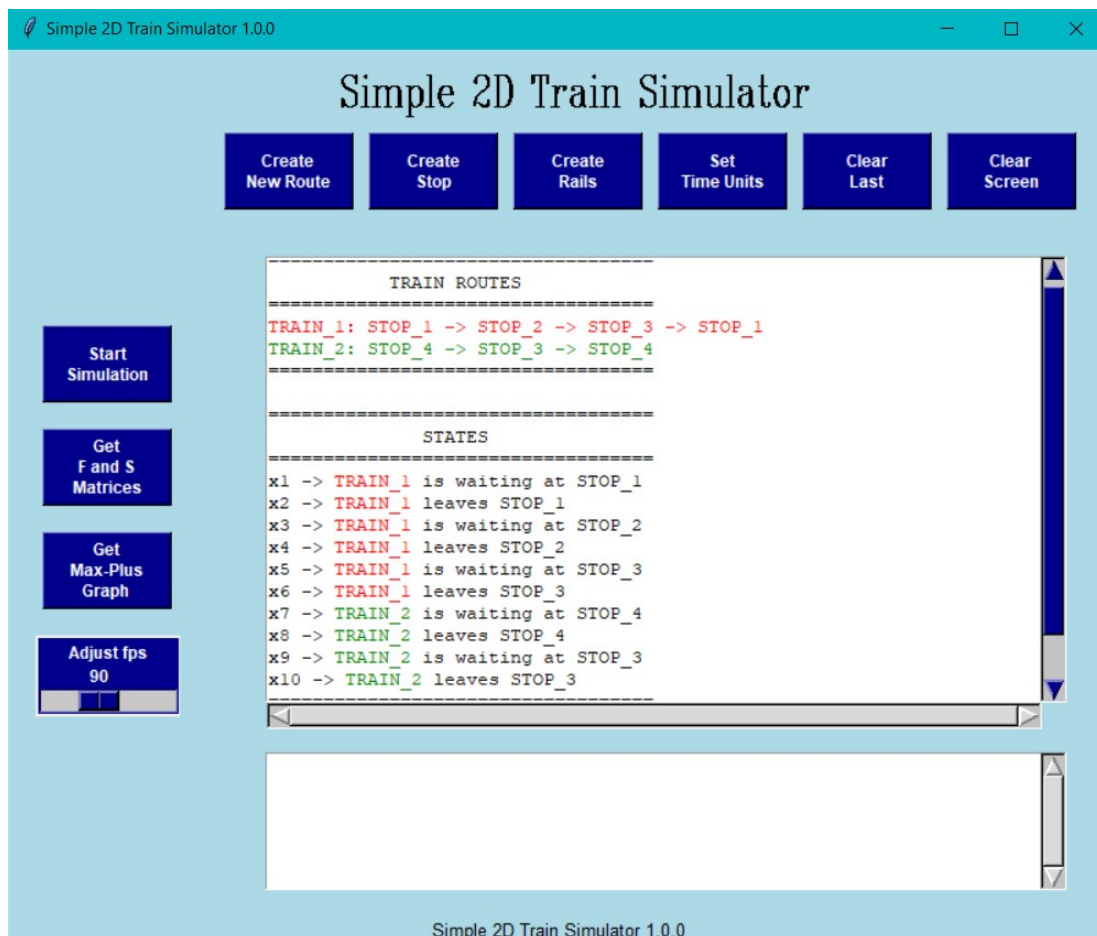
Crveni vlak kreće sa stanice "STOP_1" prema stanici "STOP_2", zatim prema stanici "STOP_3" te se vraća natrag prema stanici "STOP_1" i tako u krug.

Zeleni vlak obilazi dvije stanice; započinje svoju rutu sa stanice "STOP_4" prema "STOP_3" te se zatim vraća natrag prema stanici "STOP_4" i ponavlja taj krug. Radi jednostavnosti, sve vremenske jedinice stanica postavljene su na vrijednost 2, a vrijednosti vremenskih jedinica pruga koje ih povezuju prikazane su shemom na slikovnom prikazu 6.1.

Slika 6.2 prikazuje ispis na glavnom zaslonu grafičkog korisničkog sučelja nakon pokretanja simulacije. Kao što je ranije objašnjeno, na glavnom zaslonu prikazuju se rute svakog vlaka i stanja sustava s događajima koji se opisuju.



Slika 6.1: Shema željezničke mreže s dva vlaka i četiri stanice



Slika 6.2: Grafičko korisničko sučelje nakon pokrenute simulacije sheme željezničke mreže s dva vlaka i četiri stanice

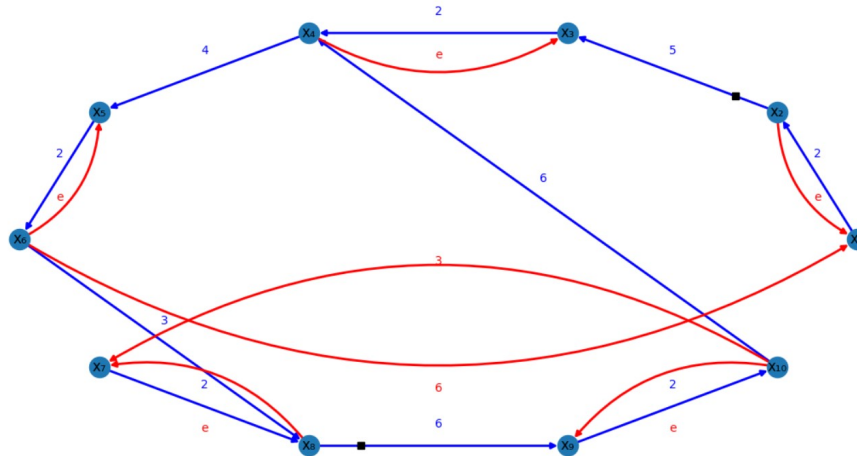
Kada je mreža ispravno konstruirana i simulacija pokrenuta, može se provesti analiza zadanog sustava kako je već objašnjeno. Pomoću gumba "Get *F* and *S* Matrices" moguće je dobiti model Petrijeve mreže za zadani sustav. Važno je napomenuti da, u ovome radu, analiza sustava u ovom primjeru, kao i u svakom sljedećem, prikazuje samo cjelovite matrice **F**, **S** i **W**, bez ulaska u njihovu dublju analizu s obzirom na to da se ovaj simulator temelji na max-plus algebri i da model Petrijeve mreže nije primarno analitičko sredstvo. Simulator detaljnije opisuje navedene matrice kako je ranije naglašeno te ih ispisuje na glavnom zaslonu što ovdje neće biti prikazano.

U nastavku su prikazane spomenute matrice zadanog sustava:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{W} = \mathbf{S}^\top - \mathbf{F} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Slika 6.3: Max-plus graf sheme željezničke mreže s dva vlaka i četiri stanice

Odabirom opcije *"Get Max-Plus Graph"*, dobiva se graf zadanog sustava koji je prikazan na slici 6.3. Ovaj graf prikazuje raspored čvorova koji predstavljaju stanja sustava i njihovu međusobnu povezanost. Svaka veza u grafu ima svoju pripadajuću težinu koja se uzima iz nacrtane sheme, dok težina e predstavlja nulu. Početni uvjeti, označeni crnim kvadratom, prikazani su na odgovarajućim pozicijama; uz stanja x_2 i x_8 koja opisuju događaje kada vlakovi polaze sa svojih početnih stanica.

Za kraj analize, trebalo bi još odrediti broj ciklusa ovog sustava. To se postiže računski, koristeći jednadžbe koje opisuju graf i na temelju kojih se konstruiraju određene matrice. S obzirom na to da simulator nije u mogućnosti provesti taj postupak, on će ukratko biti objašnjen, ali izračun neće biti proveden u cjelosti. Nakon crtanja grafa, simulator na glavnom zaslonu ispisuje jednadžbe grafa i na temelju njih konstruira matrice \mathbf{A}_0 i \mathbf{A}_1 .

Jednadžbe i matrice ovog sustava prikazane su u nastavku:

$$x_1(k) = e \oplus 3 * x_6(k), \quad (6.1)$$

$$x_2(k) = 2 * x_1(k), \quad (6.2)$$

$$x_3(k) = 5 * x_2(k-1) \oplus e, \quad (6.3)$$

$$x_4(k) = 2 * x_3(k) \oplus 6 * x_{10}(k), \quad (6.4)$$

$$x_5(k) = 4 * x_4(k) \oplus e, \quad (6.5)$$

$$x_6(k) = 2 * x_5(k), \quad (6.6)$$

$$x_7(k) = e \oplus 6 * x_{10}(k), \quad (6.7)$$

$$x_8(k) = 2 * x_7(k) \oplus 3 * x_6(k), \quad (6.8)$$

$$x_9(k) = 6 * x_8(k - 1) \oplus e, \quad (6.9)$$

$$x_{10}(k) = 2 * x_9(k), \quad (6.10)$$

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} \varepsilon & e & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 3 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 2 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & e & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & 2 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 6 \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 4 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 2 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & e & \varepsilon & 6 \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 3 & 2 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & e \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 2 & \varepsilon \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & 5 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 6 & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \end{bmatrix}$$

Za razliku od vrijednosti e koja predstavlja nulu, ε označava beskonačnu vrijednost. Matrica \mathbf{A}_0 kvadratna je matrica reda 10 i sadrži koeficijente iz jednadžbi koji su uz varijable s elementom k . Matrica \mathbf{A}_1 također je kvadratna matrica reda 10 i sadrži koeficijente uz varijable koje imaju element $k - 1$. Redovi matrica predstavljaju lijevu stranu jednadžbe, počevši od prvog reda koji odgovara jednakosti s x_1 , drugi red s x_2 i tako dalje. Stupci matrica određuju koeficijente uz svaki čvor u grafu u zadanoj jednakosti. Ako jednakost ne sadrži određeni čvor, na mjesto tog koeficijenta upisuje se vrijednost ε .

Da bi se odredio broj ciklusa zadanog sustava, potrebno je odrediti još nekoliko pomoćnih matrica te provesti izračune koristeći određene formule. U konačnici, prosječan ciklus sustava određuje se prema formuli:

$$\lambda = \oplus \frac{\text{trag}(\mathbf{A}^k)}{k}, \quad (6.11)$$

gdje k predstavlja broj stanja zadanog sustava, a matrica \mathbf{A} računa se prema formuli:

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_0^* \otimes \mathbf{A}_1. \quad (6.12)$$

Matrica \mathbf{A}_0^* , za ovaj konkretan primjer, dobije se pomoću formule:

$$\mathbf{A}_0^* = \mathbf{A}_0^{10} \oplus \mathbf{A}_0^9 \oplus \mathbf{A}_0^8 \oplus \mathbf{A}_0^7 \oplus \mathbf{A}_0^6 \oplus \mathbf{A}_0^5 \oplus \mathbf{A}_0^4 \oplus \mathbf{A}_0^3 \oplus \mathbf{A}_0^2 \oplus \mathbf{A}_0 \oplus \mathbf{E}, \quad (6.13)$$

gdje je matrica \mathbf{E} kvadratna matrica onog reda koliko zadani sustav ima stanja, koja na dijagonali sadrži vrijednosti e , a na ostalim pozicijama vrijednost ε . Matrice \mathbf{A}_0^k govore o najkraćem mogućem putu u grafu između dva čvora, ali pod uvjetom da se od jednog do drugog čvora može doći preko k grana. Ako nije moguće doći od jednog čvora do drugog preko k grana, onda se na odgovarajuće mjesto u matrici upisuje vrijednost ε , a ako je moguće, onda se na odgovarajuće mjesto u matrici upisuje zbroj težina grana preko kojih se došlo do željenog čvora.

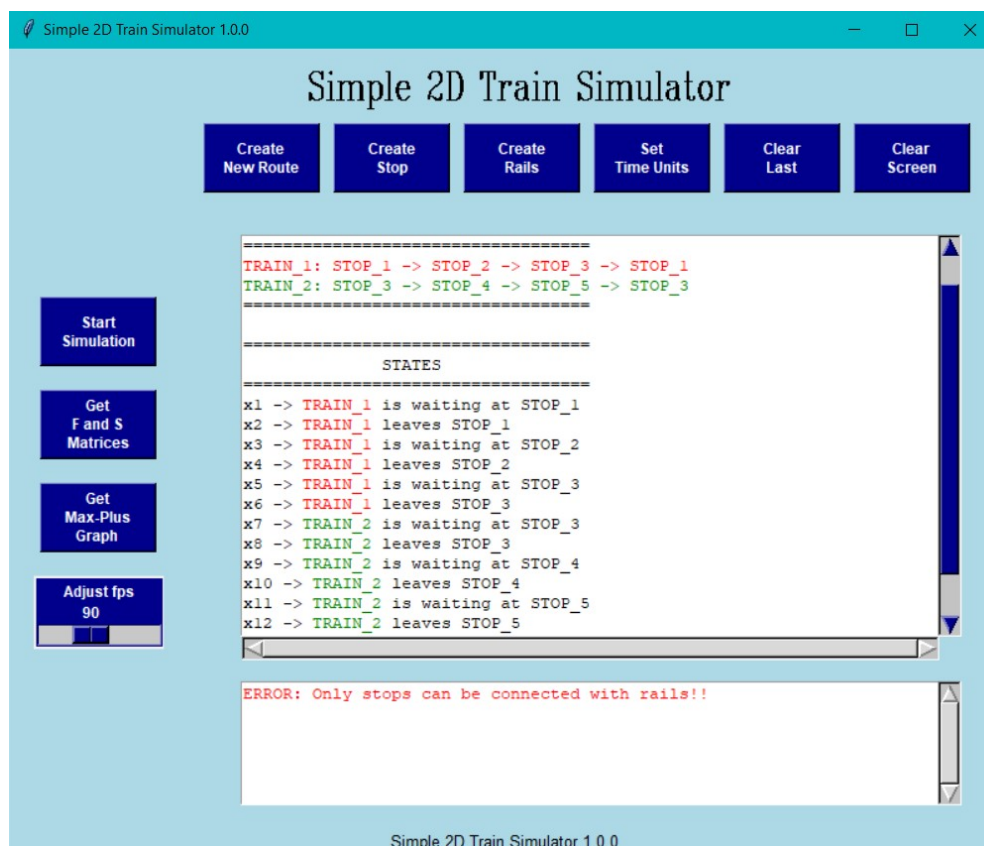
Pознаvajući graf sustava, jednadžbe koje ga opisuju te matrice \mathbf{A}_0 i \mathbf{A}_1 , dalje je na korisniku da provede potreban računski postupak kako bi utvrdio prosječan ciklus sustava. Kao što je spomenuto ranije, simulator nema mogućnost izračuna prosječnog ciklusa, stoga se prosječan broj ciklusa neće računati u obrađenim primjerima ovog rada.

U iduća dva potpoglavlja slijede dva kompliciranija primjera koja bi trebala potvrditi da simulator može ispravno simulirati i analizirati kompliciranije željezničke mreže.

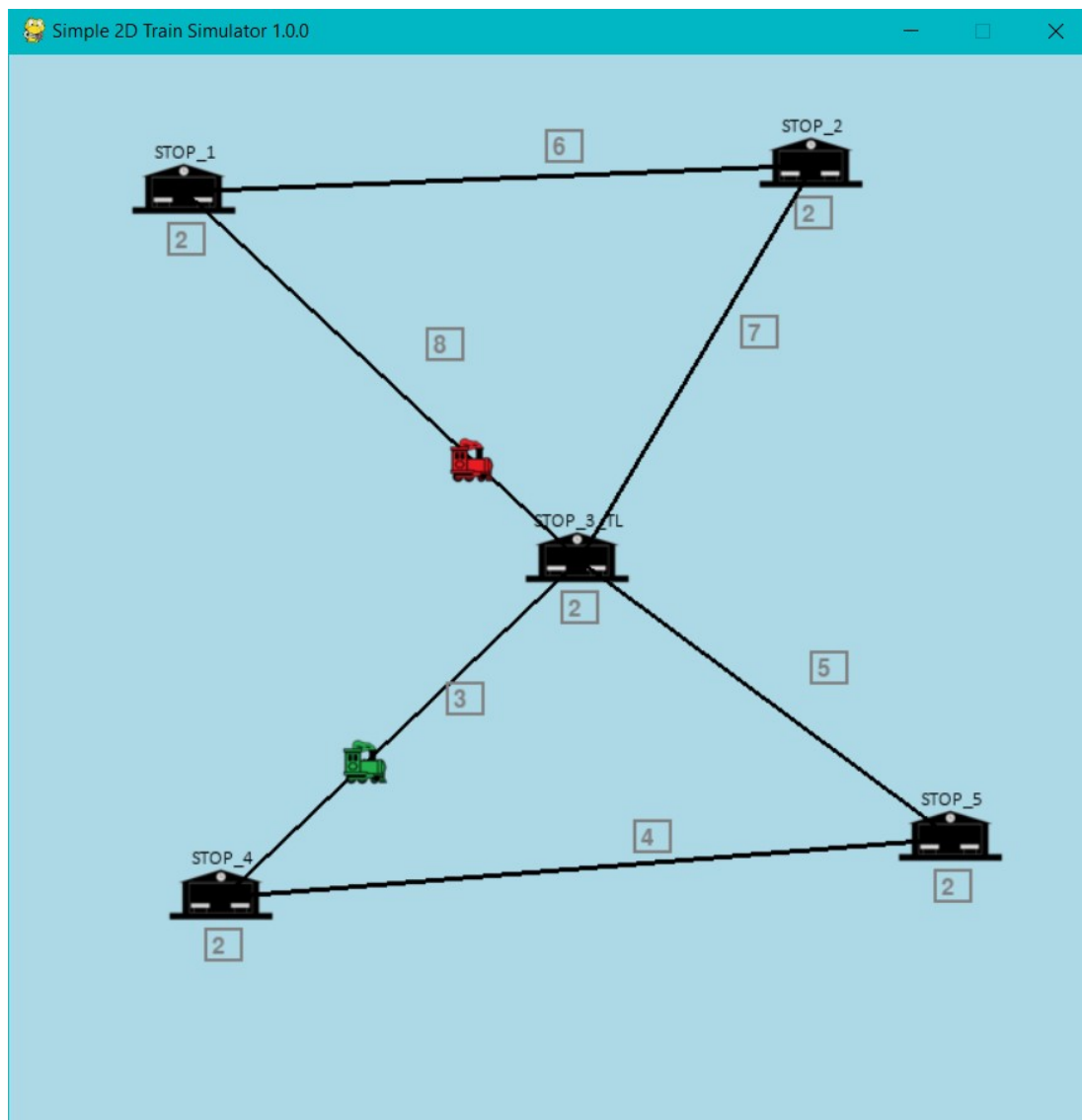
6.2. Primjer 2 - dva vlaka i pet stanica

Sljedeći primjer prikazuje složeniju shemu u odnosu na prethodnu. Ova željeznička mreža sastoji se od dva vlaka, pri čemu svaki vlak prolazi kroz tri stanice u svojoj ruti. Crveni vlak kreće sa stanice "STOP_1" prema stanici "STOP_2", zatim prema stanici "STOP_3_TL", te se potom vraća na početnu stanicu. Zeleni vlak kreće sa stanice "STOP_3_TL" prema stanici "STOP_4", zatim prema stanici "STOP_5", te se ponovno vraća na svoju početnu stanicu "STOP_3_TL".

Jedna od pet stanica, "STOP_3_TL", zajednička je stanica. Iz samog naziva zajedničke stanice može se zaključiti da je to "two-lane" stanica, što znači da se na toj stanici ostvaruje mogućnost sinkronizacije. Kada jedan od vlakova prvi stigne na tu stanicu, pričekat će drugi vlak, a zatim će oba vlaka istovremeno započeti odbrojavanje vremena koje moraju provesti na toj stanici. Na taj se način simulira period u kojem dolazi do razmjene tereta, putnika i slično, kako je već ranije objašnjeno. Shema željezničke mreže prikazana je na slici 6.5, a ispis na glavnom zaslonu grafičkog korisničkog sučelja prikazan je slikom 6.4.



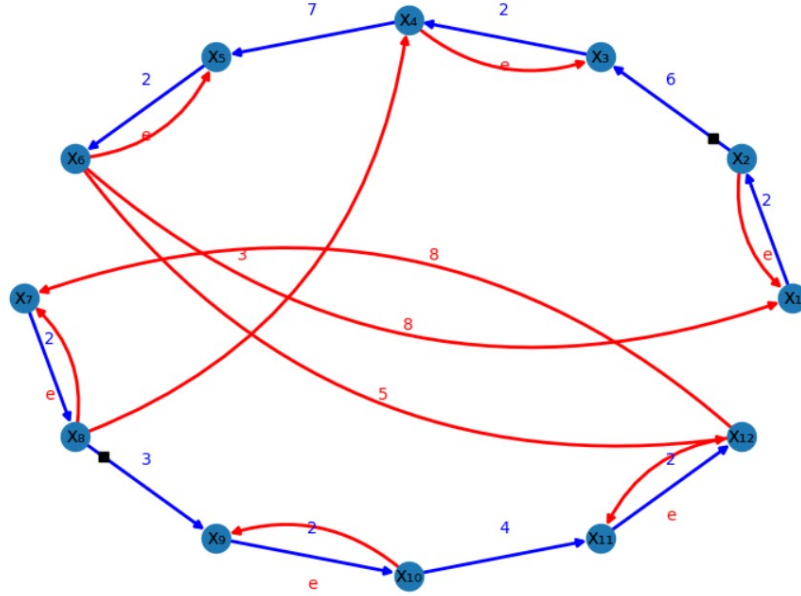
Slika 6.4: Grafičko korisničko sučelje nakon pokrenute simulacije sheme željezničke mreže s dva vlaka i pet stanica



Slika 6.5: Shema željezničke mreže s dva vlaka i pet stanica

Kao i u prethodnom primjeru, u ovoj se analizi također koristi max-plus algebra, ali i dodatno se pruža opcija korisniku da odredi matrice \mathbf{F} i \mathbf{S} ako to želi. S obzirom na složeniju shemu, matrice će biti većih dimenzija, a i max-plus graf će biti malo složeniji nego u prethodnom primjeru zbog većeg broja stanja koja opisuju događaje u sustavu. Pritiskom na gumb "Get F and S Matrices" korisnik dobiva matrice \mathbf{F} , \mathbf{S} i \mathbf{W} koje su prikazane u nastavku:

Max-plus graf za ovaj primjer prikazan je slikom 6.6, a jednađbe koje opisuju graf zajedno s pripadajućim matricama \mathbf{A}_0 i \mathbf{A}_1 slijede u nastavku:



Slika 6.6: Max-plus graf sheme željezničke mreže s dva vlaka i pet stanica

$$x_1(k) = e \oplus 8 * x_6(k), \quad (6.14)$$

$$x_2(k) = 2 * x_1(k), \quad (6.15)$$

$$x_3(k) = 6 * x_2(k-1) \oplus e, \quad (6.16)$$

$$x_4(k) = 2 * x_3(k) \oplus 3 * x_8(k), \quad (6.17)$$

$$x_5(k) = 7 * x_4(k) \oplus e, \quad (6.18)$$

$$x_6(k) = 2 * x_5(k), \quad (6.19)$$

$$x_7(k) = e \oplus 5 * x_{12}(k), \quad (6.20)$$

$$x_8(k) = 2 * x_7(k), \quad (6.21)$$

$$x_9(k) = 3 * x_8(k-1) \oplus e, \quad (6.22)$$

$$x_{10}(k) = 2 * x_9(k), \quad (6.23)$$

$$x_{11}(k) = 4 * x_{10}(k) \oplus e, \quad (6.24)$$

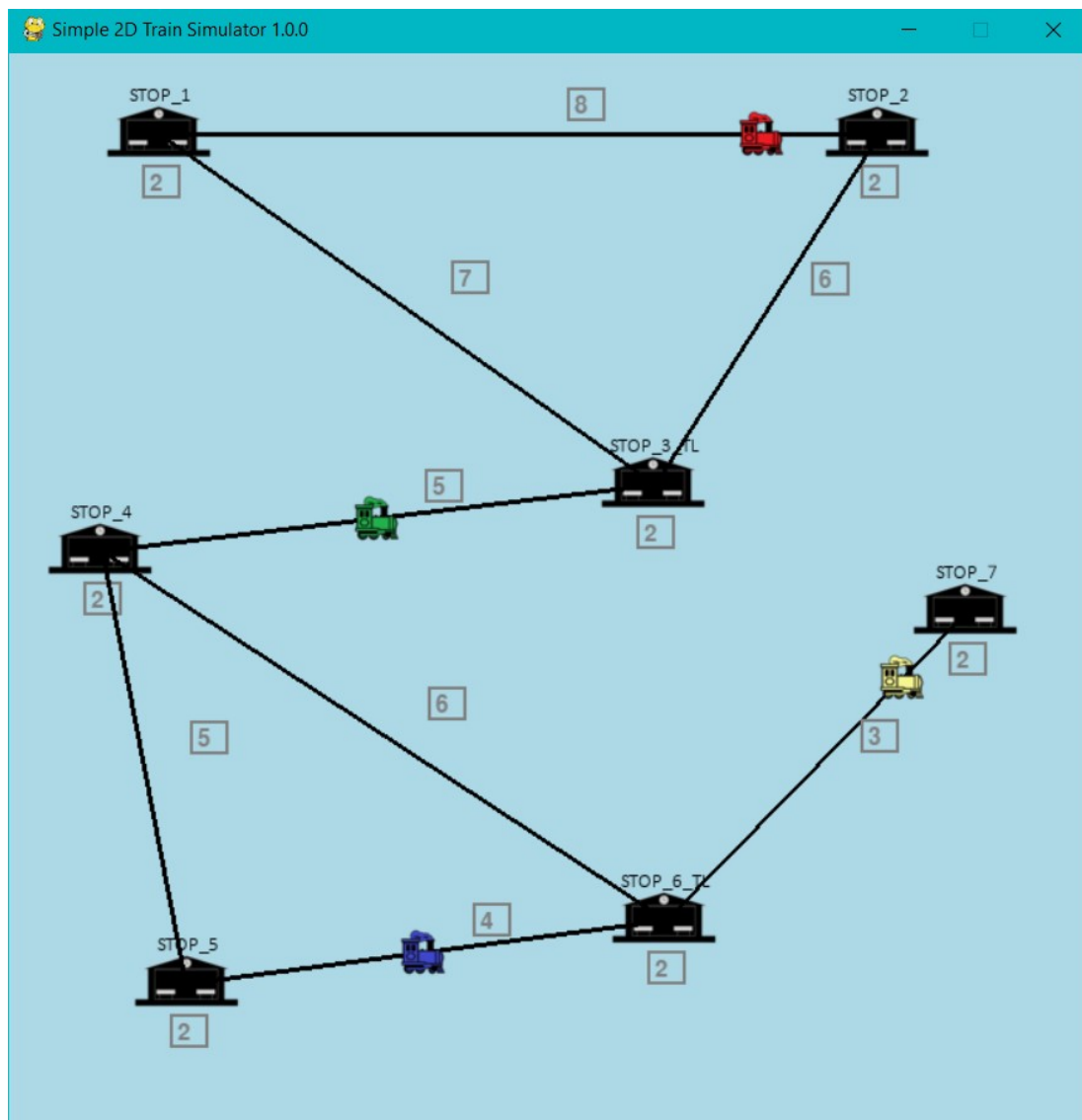
$$x_{12}(k) = 2 * x_{11}(k) \oplus 8 * x_6(k), \quad (6.25)$$

$$\mathbf{A}_1 =$$

Ovaj primjer prikazuje složeniju shemu željezničke mreže koja uključuje i mogućnost sinkronizacije. On potvrđuje da simulator ispravno funkcionira i na kompleksnijim shemama s prisutnom mogućnošću sinkronizacije.

6.3. Primjer 3 - 4 vlaka i 7 stanica

Na kraju, analizirat će se složeniji primjer željezničke mreže koji se sastoji od četiri vlaka i sedam stanica, od kojih su tri zajedničke stanice. Dvije stanice su "two-lane" stanice na kojima se ostvaruje sinkronizacija, dok je jedna obična stanica na kojoj svaki vlak mora čekati svoj red da bi mogao započeti čekanje na njoj.



Slika 6.7: Shema željezničke mreže s četiri vlaka i sedam stanica

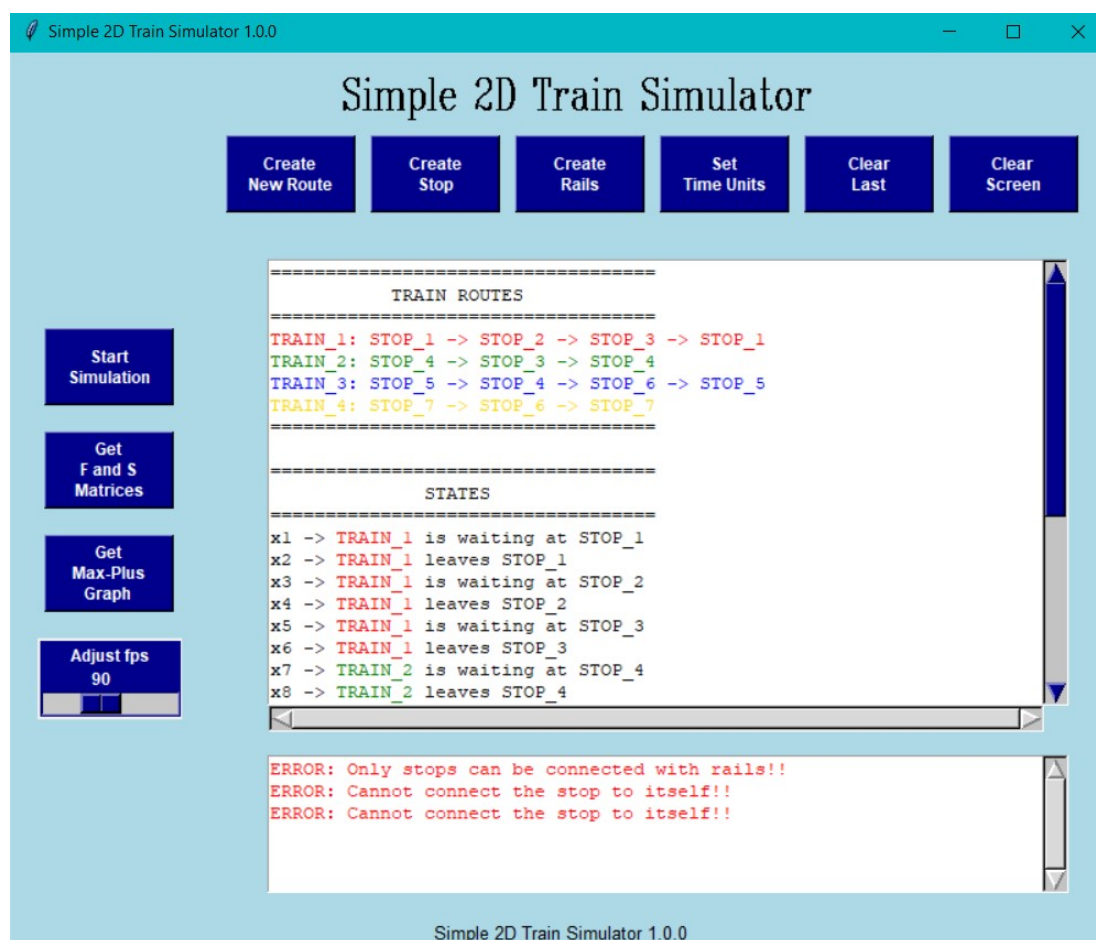
Kao što je prikazano na slici sheme 6.7, ovaj sustav sastoji se od četiri vlaka. Crveni vlak započinje svoju rutu na stanici "STOP_1", zatim se kreće prema stanici "STOP_2" te dalje prema stanici "STOP_3_TL", koju dijeli zajedno sa zelenim vlakom i gdje se ostvaruje sinkronizacija.

Zeleni vlak vozi između dvije stanice. Rutu započinje na stanici "STOP_4" i vozi do stanice "STOP_3_TL", nakon čega se vraća na početnu stanicu i tako u krug.

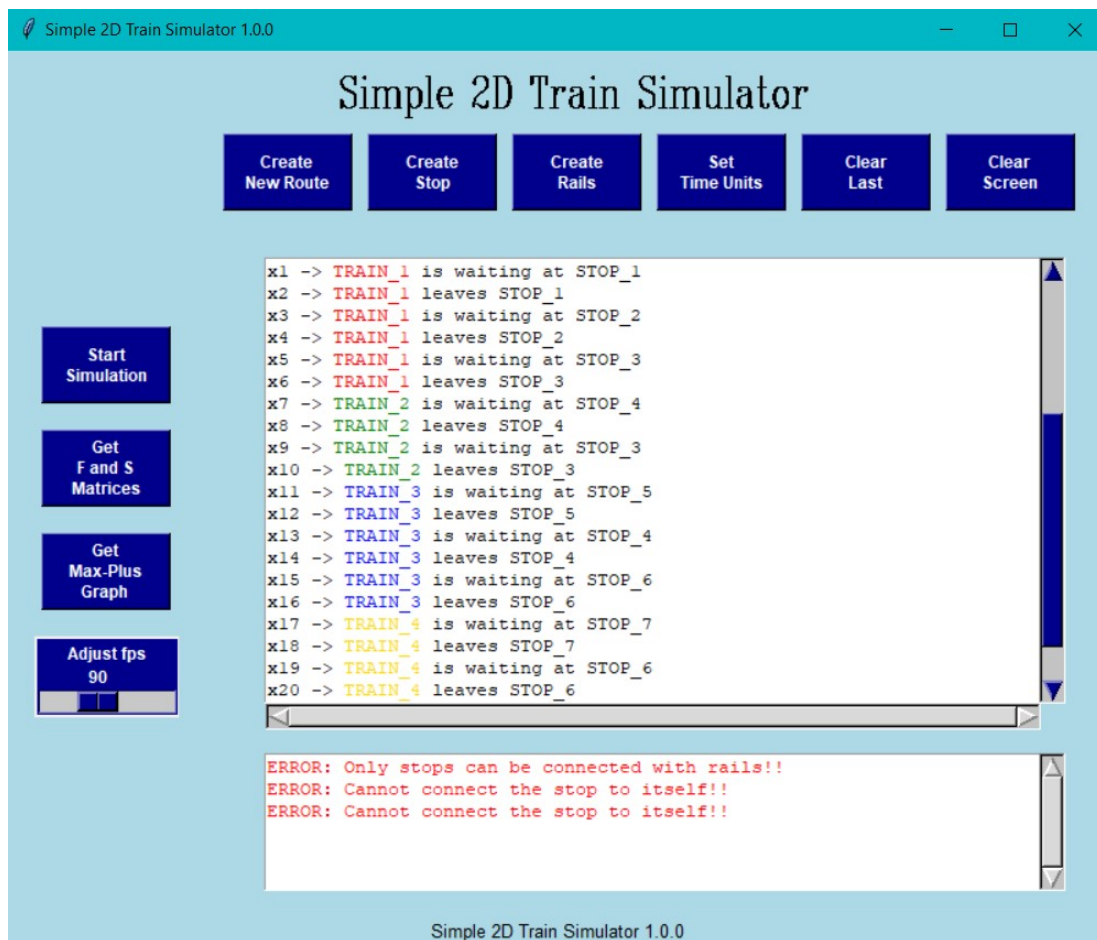
Plavi vlak putuje od stanice "STOP_5" do stanice "STOP_4", a zatim do stanice "STOP_6_TL" gdje se ostvaruje sinkronizacija sa žutim vlakom.

Žuti vlak, slično kao i zeleni, vozi između dvije stanice. Počinje na stanici "STOP_7" i putuje prema stanici "STOP_6_TL".

Na slikama 6.8 i 6.9 prikazan je ispis na glavnom zaslonu grafičkog korisničkog sučelja nakon pokretanja simulacije zadane sheme. S obzirom na složenost mreže i veći broj vlakova, ovaj sustav ima čak dvadeset stanja, što utječe na složenost grafa i potrebnih matrica.



Slika 6.8: Grafičko korisničko sučelje nakon pokrenute simulacije sheme željezničke mreže s četiri vlaka i sedam stanica



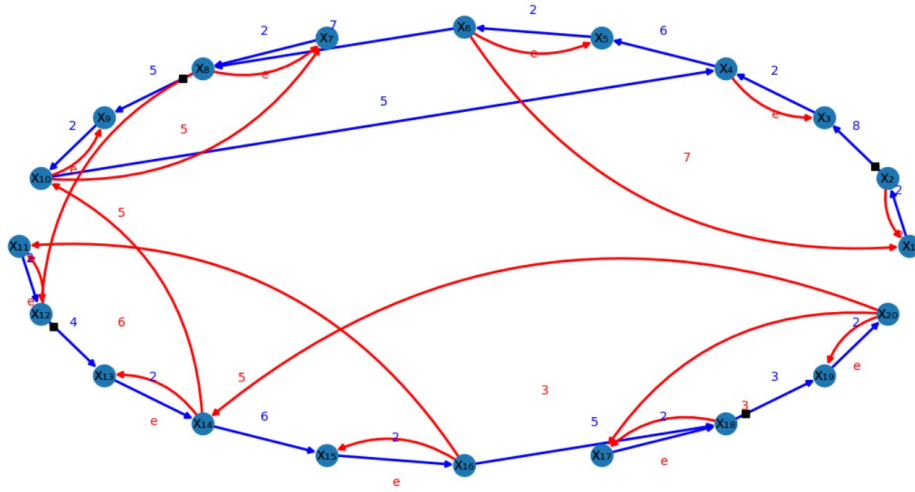
Slika 6.9: Grafičko korisničko sučelje nakon pokrenute simulacije sheme željezničke mreže s četiri vlaka i sedam stanica

Matrice modela Petrijeve mreže zadanog sustava odnosno matrice \mathbf{F} , \mathbf{S} i \mathbf{W} prikazane su u nastavku isto kao i max-plus graf zadane željezničke mreže na slici 6.10, zajedno s jednadžbama koje ga opisuju te matricama \mathbf{A}_0 i \mathbf{A}_1 :

$$\mathbf{F} =$$

$$\mathbf{S}^{\top} =$$

$$\mathbf{W}^\top =$$



Slika 6.10: Max-plus graf sheme željezničke mreže s četiri vlaka i sedam stanica

$$x_1(k) = e \oplus 7 * x_6(k), \quad (6.26)$$

$$x_2(k) = 2 * x_1(k), \quad (6.27)$$

$$x_3(k) = 8 * x_2(k-1) \oplus e, \quad (6.28)$$

$$x_4(k) = 2 * x_3(k) \oplus 5 * x_{10}(k), \quad (6.29)$$

$$x_5(k) = 6 * x_4(k) \oplus e, \quad (6.30)$$

$$x_6(k) = 2 * x_5(k), \quad (6.31)$$

$$x_7(k) = e \oplus 5 * x_{10}(k), \quad (6.32)$$

$$x_8(k) = 2 * x_7(k) \oplus 7 * x_6(k), \quad (6.33)$$

$$x_9(k) = 5 * x_8(k-1) \oplus e, \quad (6.34)$$

$$x_{10}(k) = 2 * x_9(k) \oplus 6 * x_{14}(k), \quad (6.35)$$

$$x_{11}(k) = e \oplus 5 * x_{16}(k), \quad (6.36)$$

$$x_{12}(k) = 2 * x_{11}(k) \oplus 5 * x_8(k), \quad (6.37)$$

$$x_{13}(k) = 4 * x_{12}(k-1) \oplus e, \quad (6.38)$$

$$x_{14}(k) = 2 * x_{13}(k) \oplus 3 * x_{20}(k), \quad (6.39)$$

$$x_{15}(k) = 6 * x_{14}(k) \oplus e, \quad (6.40)$$

[illegible]

Dobiveni rezultati omogućuju korisniku provedbu računa za određivanje prosječnog ciklusa sustava i pokazuju da simulator može ispravno funkcionirati čak i na složenijim sustavima koji se sastoje od nekoliko vlakova i stanica te koje opisuje veliki broj različitih stanja.

7. Zaključak

U ovom radu opisana je izrada simulatora tračničkog prometa temeljenog na max-plus algebri. Nakon uvodne riječi, slijedi objašnjenje teorijske pozadine i ideje simulatora. Također, opisuje se formulacija i implementacija simulatora, zajedno s prikazom njegovih funkcionalnosti kroz tri primjera. Na temelju provedenog rada može se zaključiti da je zadatak uspješno izveden i da je simulator funkcionalan te sposoban za simuliranje i analizu različitih sustava željezničkih mreža.

Simulator ima nekoliko prednosti, ali isto tako i nekoliko mana. Jedna od osnovnih prednosti je mogućnost korisnika da samostalno dizajnira željezničku mrežu i simulira je, čime se dobiva uvid u ponašanje sustava nakon određenog vremenskog perioda. Također, simulator nudi dvije različite metode analize konstruirane željezničke mreže. Kao što naziv rada sugerira, glavno analitičko sredstvo simulacije je max-plus algebra, što je potvrđeno primjerima kao učinkovit alat za analizu. Osim toga, simulator pruža mogućnost analize sustava pomoću Petrijeve mreže.

Glavni nedostatak simulatora je nemogućnost računske analize temeljene na max-plus algebri, što bi u nekim situacijama bilo korisno, posebno za određivanje prosječnog ciklusa sustava. Također, ovaj simulator omogućuje samo dizajniranje jednostavnih 2D shema željezničkih mreža koje ne uzimaju u obzir širok spektar parametara koji mogu značajno utjecati na stvarno ponašanje sustava.

S obzirom na prikazane rezultate i objašnjenja, može se zaključiti da ovaj simulator ima veliki potencijal, posebno u edukacijskim svrhama za koje je i izrađen, ali i u drugim situacijama. Također, postoji prostor za daljnji razvoj i napredak simulatora, s obzirom na mnoge parametre koji se mogu uzeti u obzir pri izradi željezničke mreže. Međutim, trenutno stanje simulatora trebalo bi biti dostatno za ono što je prvotno izrađen, a to su edukacijske svrhe.

LITERATURA

- [1] Yong Cui, Ullrich Martin, and Jiajian Liang. PULSim: User-based adaptable simulation tool for railway planning and operations. *Journal of Advanced Transportation*, 2018:1–11, 2018.
- [2] M. Aristombayeva, A. Duisenbayeva, K. Shubenkova, and V. Shepelev. Cloud railroad simulator. In *Proceedings of the 5th International Conference on Vehicle Technology and Intelligent Transport Systems*. SCITEPRESS - Science and Technology Publications, 2019.
- [3] M.M. Fioroni, L.A.G. Franzese, N.Y.H. Pereira, and M.N. Machado. Railroad infrastructure simulator. In *Proceedings of the Winter Simulation Conference, 2005*. IEEE, 2005.
- [4] D. Iannuzzi, P. Natale, A. Nizza, and M. Pagano. An 'on scale' simulator for urban DC railway traction application. In *2015 AEIT International Annual Conference (AEIT)*. IEEE, October 2015.
- [5] Antonin Kavicka and Roman Divis. Dynamic search of train shortest routes within microscopic traffic simulators. *IEEE Access*, 10:90163–90199, 2022.
- [6] Bart De Schutter and Ton van den Boom. Max-plus algebra and max-plus linear discrete event systems: An introduction. In *2008 9th International Workshop on Discrete Event Systems*. IEEE, 2008.
- [7] Bart De Schutter, Ton van den Boom, Jia Xu, and Samira S. Farahani. Analysis and control of max-plus linear discrete-event systems: An introduction. *Discrete Event Dynamic Systems*, 30(1):25–54, December 2019.
- [8] J. Komenda, S. Lahaye, J.-L. Boimond, and T. van den Boom. Max-plus algebra in the history of discrete event systems. *Annual Reviews in Control*, 45:240–249, 2018.

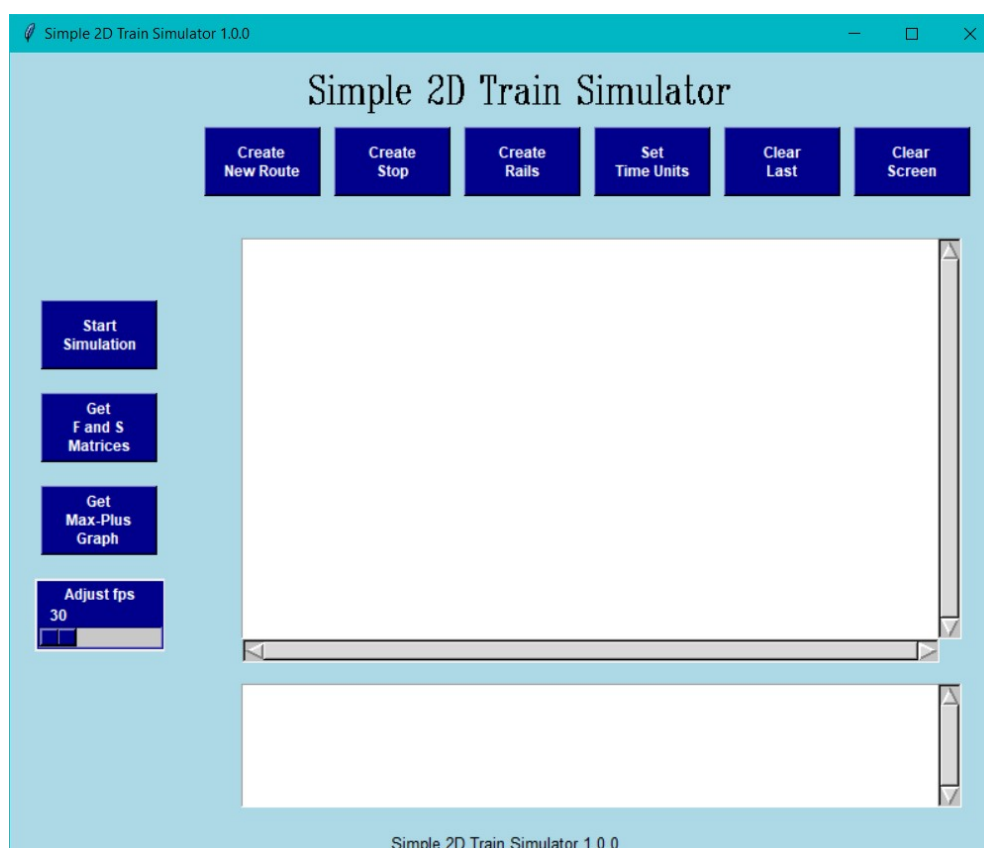
- [9] Hiroyuki Goto. Introduction to max-plus algebra. In *Proceedings of the 39th International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation*. ACM, July 2014.
- [10] Stjepan Bogdan. *Sustavi s diskretnim događajima - FPS_predavanja_3dio_2021*. University lecture, 2021. Pristupljeno: 19.6.2023.
- [11] JoyPixels. *JoyPixels*.
- [12] JoyPixels. *Locomotive emoji clipart*.

Dodatak A

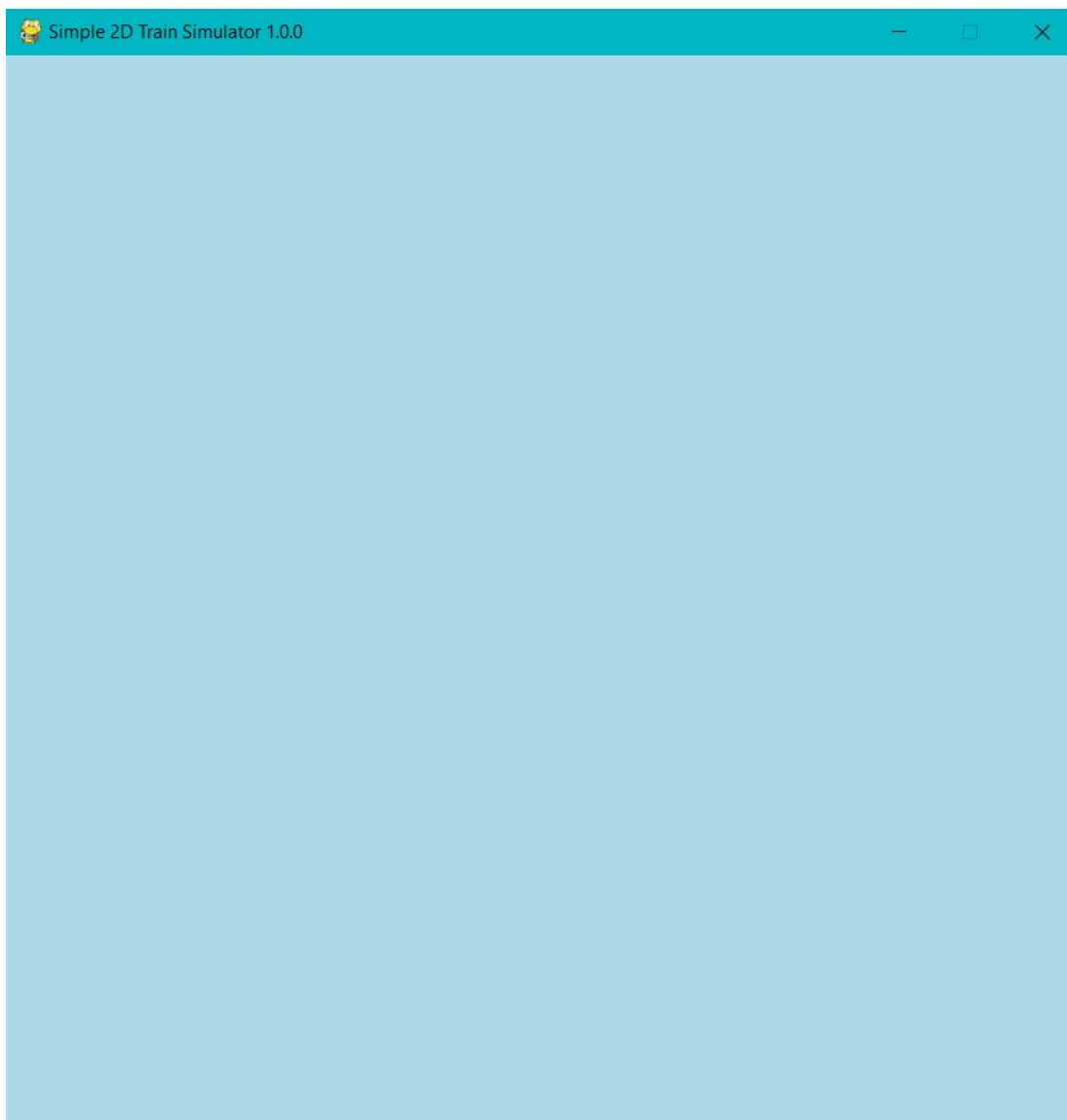
Upute za korištenje simulatora

Simulator je moguće preuzeti na linku gdje se također nalaze sve ostale potrebne upute za njegovo korištenje.

Nakon pokretanja simulatora i pritiska na gumb *"START SIMULATOR"*, korisniku se otvaraju dva prozora. Jedan prozor, prikazan slikom A.1, predstavlja grafičko korisničko sučelje pomoću kojeg korisnik odabire sve potrebne opcije i elemente koje želi dodati u shemu. Na drugi prozor, prikazan slikom A.2, korisnik klikom miša dodaje željene elemente i stvara shemu željezničke mreže.



Slika A.1: Grafičko korisničko sučelje simulatora tračničkog prometa



Slika A.2: Grafičko korisničko sučelje simulatora tračničkog prometa

A.1. Kreiranje sheme željezničke mreže

Da bi mreža bila ispravno konstruirana, potrebno je poštivati redoslijed dodavanja elemenata u shemu. Zadana opcija nakon paljenja simulatora je da korisnik u shemu dodaje stanice prvog vlaka. Klikom na željeno mjesto prozora za crtanje sheme stvorit će se prva stanica i crveni vlak na njoj. Lijevim klikom miša korisnik stvara običnu, "one-lane" stanicu, a desnim klikom stvara "two-lane" stanicu.

Nakon toga potrebno je dodati još onoliko stanica koliko korisnik želi da ih crveni vlak ima u svojoj ruti i to onim redoslijedom kojim korisnik želi da ih crveni vlak obilazi.

Potom je potrebno odabrati opciju *"Create Rails"* te istim redoslijedom kojim su stvarane stanice, spajati ih prugama tako da se na svaku stanicu klikne jednom. Nakon toga, korisnik može upisati vremenske jedinice na pripadajuća mjesta odabirom opcije *"Set Time Units"*.

Kada je korisnik zadovoljan rutom prvog vlaka, moguće je dodati još devet različitih ruta tj. vlakova. Klikom na opciju *"Create New Route"* korisniku se omogućava dodavanje novog vlaka u shemu. Nakon odabira spomenute opcije, korisnik može stvoriti novu stanicu s novim vlakom, jednako kao i na početku kada je stvarao crveni vlak, ili može pritisnuti na postojeću stanicu što će onda biti početna stanica novog vlaka. Potom je, već ranije opisanim postupkom, potrebno dodati stanice novog vlaka te ih povezati prugama.

Ako korisnik želi da novododani vlak prolazi postojećim stanicama tj. onim stanicama koje su već povezane, potrebno je odabrati opciju *"Create Rails"* te klikom na postojeće stanice, željenim redoslijedom, dati do znanja simulatoru da je to željena trasa novog vlaka. Naizgled se neće dogoditi ništa, ali program bilježi svaki klik te sprema potrebne informacije.

Ako korisnik želi da ruta novog vlaka bude sastavljena od djelomično novih stanica te djelomično postojećih, onda je potrebno poštivati redoslijed kojim se želi da vlak obilazi stanice. Dakle, ako na primjer, korisnik želi da vlak prvo ide postojećom trasom pa tek onda na nove stanice, korisnik prvo mora "povezati" postojeće stanice kako je opisano iznad, potom se vratiti na opciju *"Create Stop"* i dodati nove stanice koje će onda isto povezati.

Nakon stvaranja novog vlaka, svaki novi dodani element sheme simulator shvaća kao element zadnjeg dodanog vlaka što znači da sheme vlakova koje su napravljene prije zadnjeg pritiska na gumb *"Create New Route"* nije moguće više mijenjati.

Prilikom izrade sheme, korisnik u svakom trenutku može obrisati zadnji dodani element pritiskom na gumb *"Clear Last"*, isto kao što može obrisati cijelu shemu ako nije zadovoljan njenim izgledom pritiskom na gumb *"Clear Screen"*.

A.2. Pokretanje simulacije

Kada je shema ispravno konstruirana, korisnik pomoću grafičkog korisničkog sučelja pokreće simulaciju pritiskom na gumb *"Start Simulation"*. Ako je sve ispravno napravljeno, simulacija će se pokrenuti te shemu više neće biti moguće mijenjati. Jedina opcija od šest gumba na vrhu koja će i dalje funkcionirati

jest *"Clear Screen"* pomoću koje korisnik može "resetirati" sustav te krenuti s konstrukcijom sheme ispočetka.

Klizač naziva *"Adjust fps"* omogućava korisniku da odabere željenu brzinu izvođenja simulacije odnosno željeni broj sličica u sekundi. Moguće je odabrati od 30 do 180 sličica u sekundi. To je također nešto što nije moguće mijenjati jednom kada je simulacija pokrenuta pa je stoga potrebno odabrati željeni broj sličica u sekundi prije pokretanja simulacije.

Nakon pokrenute simulacije, na glavnom će se zaslonu ispisati rute svakog od vlaka te stanja sustava i događaji koji ga opisuju. Općenito, na velikom zaslonu će se ispisivati sve informacije vezane uz sustav i njegovu analizu, dok će se na malom zaslonu ispisivati sve pogreške (errors) i upozorenja (warnings) pa je stoga potrebno pratiti povratne informacije koje simulator šalje korisniku jer ga to može upozoriti da pokušava napraviti nešto što je neispravno.

A.2.1. Kolizija vlakova

Ako dođe do kolizije vlakova na određenoj trasi tj. sudara, izvođenje simulacije će se prekinuti te će se korisniku ispisati prikladna poruka na malom zaslonu. Izvođenje simulacije moguće je ponovno pokrenuti nakon sudara, no s obzirom na to da se dogodila kolizija, korisnik bi trebao razmotriti konstruiranu shemu i pokušati utvrditi što je napravio krivo.

A.3. Analiza sustava

Analizu sustava moguće je provesti tek nakon što je simulacija pokrenuta. Analiza se provodi pomoću max-plus algebre i Petrije mreže. Klikom na opciju *"Get F and S Matrices"* na glavnom zaslonu ispisat će se matrice **F**, **S** i **W** čime je definiran model Petrijeve mreže zadanog sustava.

Klikom na opciju *"Get Max-Plus Graph"* otvorit će se novi prozor na kojem će se iscrtati max-plus graf zadanog sustava i na glavnom će se zaslonu ispisati jednadžbe koje opisuju spomenuti graf zajedno s matricama **A₀** i **A₁** čime je provedena analiza zadanog sustava. Kada se otvori prozor s grafom, simulacija će se zaustaviti te će se opet pokrenuti kada se prozor na kojem je nacrtan graf zatvori. Jednom zatvoren prozor s grafom više nije moguće dobiti za zadanu shemu stoga je preporuka da se graf ne zatvara dok se u potpunosti ne analizira. U suprotnom, korisnik će morati crtati shemu ispočetka i ponovno provoditi postupak analize.

Simulator tračničkog prometa zasnovan na max-plus algebri

Sažetak

Ovaj rad opisuje implementirani simulator tračničkog prometa koji je zasnovan na max-plus algebri. Simulator omogućava definiranje parametara elemenata sustava, kao što su topologija tračničkog sustava, trajanje putovanja itd. Pomoću grafičkog korisničkog sučelja, korisnici mogu unositi parametre elemenata sustava te prikazati rad simuliranog sustava u ubrzanom vremenu. Korištenjem unesenih podataka, simulator određuje max-plus model sustava i na osnovu tog modela proračunava svojstva sustava. U sklopu rada spomenuto je i nekoliko srodnih radova, objašnjena je teorijska pozadina, formulacija i implementacija simulatora te je ispravnost rada simulatora potvrđena i prikazana na tri različita primjera.

Ključne riječi: Simulator, tračnički promet, simulacija tračničkog prometa, max-plus algebra, max-plus model sustava, Petrijeva mreža, analiza tračničkog prometa

Rail traffic simulator based on max-plus algebra

Abstract

This paper describes the implemented rail traffic simulator based on max-plus algebra. The simulator allows defining the parameters of the system elements, such as the topology of the rail system, the duration of the journey, etc. Through the graphical user interface, users can enter the parameters of the system elements and display the operation of the simulated system in accelerated time. Based on the input data, the simulator determines the max-plus model of the system and calculates the system characteristics based on this model. As part of the work, several related works were mentioned, the theoretical background, formulation and implementation of the simulator were explained, and the correctness of the simulator's operation was confirmed and shown in three different examples.

Keywords: Simulator, rail traffic, rail traffic simulation, max-plus algebra, max-plus system model, Petri net, rail traffic analysis