SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

SEMINAR

Automatsko definiranje matričnog modela sustava u željezničkom prometu na temelju podataka mreže

Filip Škoro
Voditelj: *prof. dr. sc. Stjepan Bogdan*

Zagreb, svibanj 2022.

Sadržaj

1. Uvod

U današnje vrijeme globalizacije, velike urbanizacije društva i brzog načina života, dobra i kvalitetna prometna povezanost predstavlja jednu od najvažnijih sastavnica naše svakodnevice. Bez dobre i kvalitetne povezanosti u svim granama prometa čovjek ne bi mogao biti na najvišem stupnju produktivnosti što posljedično uzrokuje sporiji rast gospodarstva, tehnološki i društveni napredak te mnoge druge nepogodnosti. Stoga je važno, osim ulaganja u prometnu infrastrukturu, ulagati i razvijati operativni kadar prometa te pronaći način kontrole prometa na cestama, željeznicama, zračnim i pomorskim linijama u svrhu ostvarivanja što veće efikasnosti i brzine prijevoza tereta i putnika.

Željeznički promet, kao jedan od najkorištenijih načina prijevoza tereta i putnika, često nailazi na probleme vezane uz organizaciju dolazaka i odlazaka vlakova s određenih stanica i kolosijeka. Stoga je potrebno kvalitetno regulirati prometnu situaciju na željezničkim mrežama kako ne bi došlo do kolizije putanja različitih vlakova i potencijalnih sudara. Jedan od načina na koji se željezničke mreže mogu regulirati jest pomoću matričnog modela sustava napravljenog na temelju podataka mreže.

Ovaj seminarski rad strukturiran je na sljedeći način: u poglavlju Problematika i idjea rješenja ukratko je objašnjena problematika na primjeru jednostavne mreže te ideja rješenja. Nakon toga slijedi poglavlje Matrični model sustava koje opisuje matrice koje sačinjavaju model sustava jednostavne mreže iz prethodnog primjera te za kraj poglavlje Programska izvedba koje ukratko opisuje programsku izvedbu navedene metode te skripte i datoteke korištene pri izradi programa.

2. Problematika i ideja rješenja

Kao što je spomenuto u uvodu, željezničke mreže potrebno je kvalitetno regulirati kako bi promet vlakova na njima mogao normalno i što efikasnije funkcionirati. Tu je potrebno uzeti u obzir više parametara, no ovaj rad fokusirat će se na kontrolu prometa na dijelovima željeznica između pojedinih stanica uzveši u obzir rute svakog od n vlakova i pripadajuće im stanice. Stoga je važno pretpostaviti da su svi vlakovi ispravni, da voze umjerenim brzinama i da će svaki vlak voziti od stanice do stanice kako mu je unaprijed zadano u rasporedu.

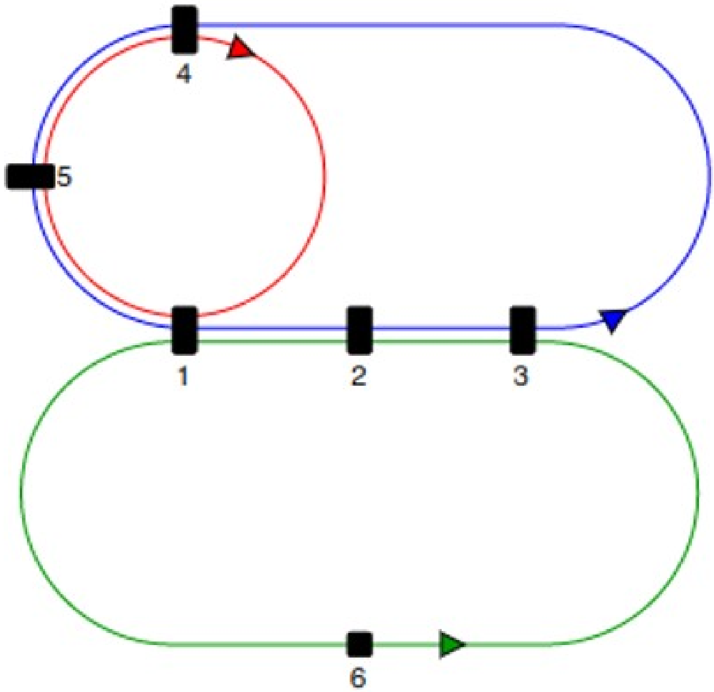
2.1. Problem i rješenje

Svaki od n vlakova ima u rasporedu m stanica koje mora obići. Pretpostavka je da su rute kružne odnosno da svaki vlak završava svoju rutu na početnoj stanici. Osnova problema leži u tome što željeznička mreža ne sadržava dovoljan broj nezavisnih pruga kako bi svaki od n vlakova mogao neometano voziti prema rasporedu već se određene dionice mreže između pojedinih stanica dijele tj. više vlakova vozi po istom dijelu željezničke mreže. Očito je da takvo prometovanje po željezničkoj mreži treba pravilno regulirati kako bi se izbjegli potencijalni sudari.

Matrični model sustava definira skup pravila i naredbi koje se izvršavaju određenim tokom kako bi se promet na željezničkoj mreži odvijao nesmetano. Model se kreira na temelju podataka mreže što će u ovom slučaju biti broj vlakova te raspored obilaska stanica svakog od vlaka. Prvo se kreiraju matrice sustava kojima se definiraju određena pravila, a potom matrice operacija koje pokreću određene radnje na temelju zadanih pravila, no više riječi o tome u sljedećem poglavlju Matrični model sustava.

2.2. Primjer željezničke mreže

Na slici 2.1 prikazan je primjer jednostavne mreže koja sadrži tri vlaka od čega svaki vlak ima tri, četiri odnosno pet stanica koje posjećuje. Navedeni primjer poslužit će za daljnje objašnjenje modela i rezultata u nastavku rada. Iz slike je očito da svaki od tri vlaka dijeli određeni dio pruge s ostalim vlakovima pri čemu stanicu broj 1 posjećuju svi vlakovi što dodatno otežava modeliranje ovakve mreže.



Slika 2.1: Primjer jednostavne mreže

3. Matrični model sustava

Matrični model koji opisuje određeni sustav definira skup pravila i operacija koje opisuju zadani sustav. U ovom slučaju potrebno je opisati sustav željezničke mreže. Sustav se sastoji od matrice pravila $\boldsymbol{F}$ i matrice operacija $\boldsymbol{S}$. Matrica pravila $\boldsymbol{F}$, kao što je već rečeno, definira skup pravila koji opisuju stanje na željeznici Bogdan (2021a). S obzirom na to da se mreža sastoji od vlakova koji obilaze određene stanice, pravila će definirati uvjete koji pak definiraju stanje svakog vlaka tj. je li on završio određeni segment i jesu li određeni segmenti između pojedinih stanica slobodni. S druge strane, matrica operacija $\boldsymbol{S}$ definira skup operacija koje će se izvršavati pod zadanim uvjetima i određenim redoslijedom te će u slučaju željezničke mreže te operacije podrazumijevati oslobađanje segmenata između pojedinih stanica i davanje naredbi vlakovima da krenu voziti po zadanim segmentima. Osim matrica $\boldsymbol{F}$ i $\boldsymbol{S}$ postoje još dvije vrste matrica kojima se opisuje zadani sustav; to su matrice ulaza i izlaza $\boldsymbol{I}$ i $\boldsymbol{O}$ o kojima će biti više riječi kasnije.

Za kraj još treba spomenuti da je osnovni cilj izrade ovih matrica dobivanje jedne velike matrice sustava $\boldsymbol{W}$ pomoću koje se kreiraju Petrijeve mreže. Petrijeva mreža pruža pregledniju situaciju stanja na željezničkoj mreži odnosno pregledniji odnos pravila i operacija tj. uvjeta koji definiraju određeno pravilo tj. operaciju.

3.1. Određivanje matrica F i S

Matrice $\boldsymbol{F}$ i $\boldsymbol{S}$ velike su matrice sačinjene od četiri podmatrice od čega svaka podmatrica definira različite odnose resursa tj. segmenata i operacija tj. svakog od $\boldsymbol{n}$ vlakova na određenom segmentu. U nastavku slijedi detaljnije objašnjenje svake od podmatrica te će biti navedeni primjeri $\boldsymbol{F}$ i $\boldsymbol{S}$ matrice za mrežu prikazanu u prethodnom poglavlju.

3.1.1. Matrica F

Matrica F ima općeniti oblik

$$F = \begin{bmatrix} F_u & F_v & F_r & F_y \end{bmatrix}$$

Bogdan (2021a). Matrica F ima broj redaka jednak zbroju segmenata kojeg svaki vlak mora proći na što još treba dodati početak kretanja svakog vlaka s početne stanice. Drugim riječima, broj redaka matrice F predstavlja broj pravila pri čemu svaki redak formira jedno pravilo.

Svaka od podmatrica definira drugačije odnose resursa i operacija pomoću kojih se formiraju pravila. Matrica F_u ulazna je matrica kojoj je broj stupaca jednak broju vlakova koji voze po zadanoj mreži. Matrica F_u imat će onoliko vrijednosti 1 koliko ima stupaca pri čemu će u ovom slučaju, element 1 na odgovarajućem mjestu u matrici predstavljati da je određeni vlak spreman za polazak s početne stanice te da je segment na kojem će prvom voziti slobodan tj. da niti jedan drugi vlak trenutno ne vozi po njemu.

Potom se određuje matrica F_v. Njezin broj stupaca jednak je zbroju segmenata svakog vlaka. U toj matrici element 1 na određenom mjestu predstavlja uvjet zadanog pravila; ako je određeni vlak odradio određeni segment na odgovarajuće mjesto upisuje se element 1. Ako redak matrice F_v nema niti jednu vrijednost 1, to onda znači da vlak još nije krenuo s početne stanice.

Nakon toga slijedi određivanje matrice F_r. Navedena matrica ima onoliko stupaca koliko željeznička mreža ima segmenata među stanicama. Stoga svaki stupac predstavlja jedan resurs koji se koristi za definiranje pravila. Element 1 u nekom retku govori da je zadani resurs odnosno segment slobodan u sklopu nekog pravila te da se vlak čiji je to idući segment za obići može nesmetano kretati po njemu.

Za kraj se određuje izlazna matrica F_y koja govori kada je svaki od n vlakova završio svoju zadanu rutu. U slučaju određivanja matrice pravila F ona će uvijek biti nul matrica istih dimenzija kao i ulazna matrica F_u jer za zaustavljanje vlaka nije potrebno definirati nikakvo posebno pravilo već samo izvesti operaciju zaustavljanja prema zadnjem zadanom pravilu, ali o tome više u sljedećem potpoglavlju.

3.1.2. Matrica S

Nakon što je matrica pravila F određena, potrebno je odrediti matricu operacija S. Matrica operacija, kao što joj i ime kaže, sukladno prethodno definiranim pravilima pokreće izvršavanje određenih operacija Bogdan (2021a). U slučaju željezničke mreže, nakon što postoje pravila za svaki segment i vlak, matrica S oslobađa određene resurse tj. segmente i vlakovima daje naredbe da se krenu gibati po sljedećem segmentu odnosno da se zaustave ako su došli do kraja rute. Kao što je kod podmatrica matrice F broj redaka uvijek isti te je taj broj ujedno jedank broju pravila, tako je kod podmatrica matrice S konstantan broj stupaca te taj broj predstavlja definirana pravila. Općeniti oblik matrice S jest

$$S = \begin{bmatrix} S_u \\ S_v \\ S_r \\ S_y \end{bmatrix}$$

Bogdan (2021a). Slično kao s matricom F_y, matrica S_u je također jednaka nul matrici s brojem redaka jednakim broju vlakova n. Razlog tome je što nema operacija koje je potrebno izvesti u slučaju dok vlak čeka na početnoj stanici. U tom slučaju potrebno je samo definirati pravilo za početak kretanja vlaka i provjeriti je li segment po kojem će vlak voziti slobodan, no to je zadatak koji se rješava prilikom formiranja matrice F_u.

Matrica S_v ima onoliko redaka koliki je zbroj segmenata svakog vlaka na mreži. Može se primijetiti da je taj odnos dimenzija, baš kao i kod matrice S_u, obrnut u usporedbi s dimenzijama matrice F_v tj. F_u. To će vrijediti za sve preostale podmatrice matrice S. Matrica S_v daje naredbu svakom od vlakova da započne kretanje po zadanom segmentu ako su zadovoljeni uvjeti odgovarajućeg pravila. Ako je vlak došao do kraja tj. do početne stanice tada je stupac matrice F_v jednak nuli i nema nikakve operacije koju bi trebalo pokrenuti.

Zatim treba odrediti matricu S_r. To je matrica koja oslobađa određene segmente nakon što su ih vlakovi odradili i to se označava elementom 1. Broj redaka te matrice jednak je broju segmenata između stanica zadane željezničke mreže.

Na kraju se određuje matrica S_y. Ova matrica određuje se analogno matrici F_u, jedina je razlika što se u matrici S_y element 1 stavlja sukladno pravilu koje označava kraj kretanja svakog vlaka. Dimenzije matrice su također obrnute u odnosu na matricu F_y.

3.2. Matrica W i Petrijeve mreže

Neki sustav je opisan matričnim modelom nakon što su poznate matrice F i S za njegovu željezničku mrežu. Takav zapis modela sustava pogodan je za računanje, obradu podataka itd., no u većini slučajeva taj je zapis previše formalan i nije baš prikladan za čitanje ako nekoga zanimaju samo određeni detalji vezani uz sustav, npr. koje su početne stanice svakog vlaka i koji su prvi segmenti koje će ti vlakovi odvoziti. Stoga je potrebno zadani željeznički sustav prikazati na prikladniji i čitljiviji način. Jedan od načina kako se to može prikazati jest pomoću Petrijeve mreže.

Petrijeva mreža pruža jasan i pregledan način formiranja pravila, postavljanja uvjeta, rasporeda vožnje vlakova itd. Za izradu Petrijeve mreže potrebno je odrediti zajedničku matricu sustava W koja će objediniti vrijednosti definirane u matricama F i S. Formula po kojoj se računa matrica W jest

$$W = S^{\top} - F$$

te se potom iz navedene matrice izrađuje Petrijeva mreža Bogdan (2021b). U nastavku će biti prikazane navedene matrice te Petrijeva mreža za ranije spomenuti primjer mreže s tri vlaka.

$$F_u = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \color{red}{Train} & \color{green}{Train} & \color{blue}{Train} \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array} \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \\ x_{11} \\ x_{12} \\ x_{13} \\ x_{14} \\ x_{15} \end{array}$$

$$
F_v = \begin{array}{cc}
\begin{matrix} \color{red}{14} & \color{red}{15} & \color{red}{45} & \color{green}{36} & \color{green}{23} & \color{green}{12} & \color{green}{16} & \color{blue}{34} & \color{blue}{45} & \color{blue}{15} & \color{blue}{12} & \color{blue}{23} \end{matrix} & \\
\begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix} &
\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \\ x_{11} \\ x_{12} \\ x_{13} \\ x_{14} \\ x_{15} \end{matrix}
\end{array}
$$

$$
F_r = \begin{array}{cc}
\begin{matrix} 12 & 14 & 15 & 16 & 23 & 34 & 36 & 45 \end{matrix} & \\
\begin{bmatrix}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix} &
\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \\ x_{11} \\ x_{12} \\ x_{13} \\ x_{14} \\ x_{15} \end{matrix}
\end{array}
$$

Matrica F_y jednaka je nul matrici dimenzija 15x3. Konačna matrica F poprima oblik kao što je ranije spomenuto

$$F = \begin{bmatrix} F_u & F_v & F_r & F_y \end{bmatrix}$$

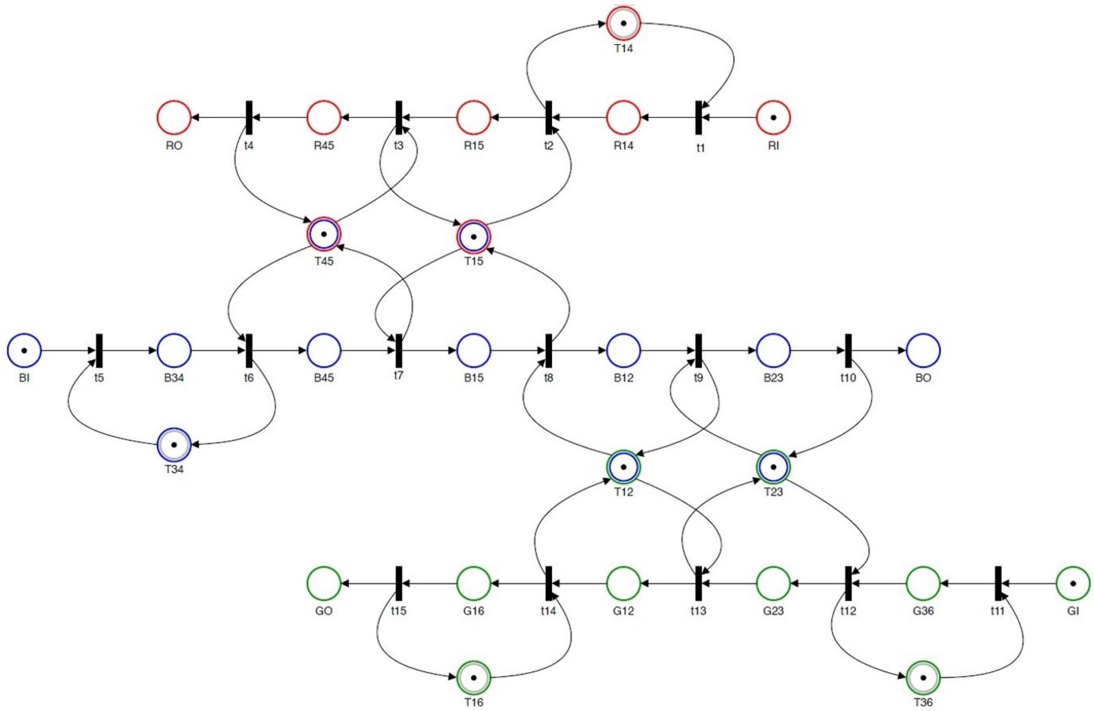
Matrica S također se oblikuje kako je ranije napisano. Podmatrica S_u jednaka je nul matrici dimenzija 3x15. Ostali dijelovi matrice S za navedeni primjer su

$$S_v = \begin{array}{cc} \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_8 & x_9 & x_{10} & x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} & x_{15} \end{matrix} & \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} & \begin{matrix} \color{red}{14} \\ \color{red}{15} \\ \color{red}{45} \\ \color{green}{36} \\ \color{green}{23} \\ \color{green}{12} \\ \color{green}{16} \\ \color{blue}{34} \\ \color{blue}{45} \\ \color{blue}{15} \\ \color{blue}{12} \\ \color{blue}{23} \end{matrix} \end{array}$$

$$S_r = \begin{array}{cc} \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_8 & x_9 & x_{10} & x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} & x_{15} \end{matrix} & \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 12 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \\ 23 \\ 34 \\ 36 \\ 45 \end{matrix} \end{array}$$

$$S_y = \begin{array}{cc} \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_8 & x_9 & x_{10} & x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} & x_{15} \end{matrix} & \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} \color{red}{Train} \\ \color{green}{Train} \\ \color{blue}{Train} \end{matrix} \end{array}$$

Petrijeva mreža za navedeni sustav željezničke mreže prikazana je na slici 3.1.



Slika 3.1: Petrijeva mreža zadanog sustava

3.3. Matrice I i O

Kao što je spomenuto u uvodu ovog poglavlja, zadani sustav željezničke mreže može se opisati na malo drugačiji način. Do sada je bilo govora o matricama F i S koji se definiraju na temelju podataka mreže kako je objašnjeno u prethodnim potpoglavljima. Naravno da bi se navedene matrice definirale potrebno je poznavati potrebne podatke određene željezničke mreže, no što ako korisnik ne zna podatke mreže već zna matrice koje opisuju ulazno izlazne operacije sustava? U tom slučaju riječ je o matricama ulaza i izlaza odnosno matricama I i O.

Matrice I i O (eng. *Input and Output matrices*) opisuju odnos ulazno izlaznih operacija zadanog sustava Bogdan (2021b). Kao što je već spomenuto, ponekad korisnik nije u mogućnosti znati sve potrebne parametre željezničke mreže da bi odredio matrice pravila i operacija F i S, ali možda zna spomenute matrice ulaza i izlaza. Matrice ulaza i izlaza nisu ništa drugo nego transponirane matrice pravila i operacija, dakle vrijedi:

$$I = F^\top$$

$$O = S^\top$$

Bogdan (2021b). Sada kada je poznat odnos matrica I i O s matricama F i S, lako se mogu odrediti podmatrice matrica pravila i operacija iz kojih se potom mogu iščitati svi potrebni detalji željezničke mreže. Treba još spomenuti da se uz već poznatu formulu za matricu W tj. za izračunavanje modela Petrijeve mreže, ona može izračunati i iz spomenutih matrica ulaza i izlaza Bogdan (2021b). Formula za izračun modela Petrijeve mreže pomoću matrica I i O jest

$$W = O - I$$

Bogdan (2021b). Matrice I i O odnosno $F^\top$ i $S^\top$ za do sada obrađivani primjer prikazane su na sljedećim stranicama.

$$
I = F^\top = \begin{array}{c}
\begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_8 & x_9 & x_{10} & x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} & x_{15} \end{matrix} \\
\begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

$$
O^\top = S = \begin{array}{c}
\begin{array}{ccccccccccccccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_8 & x_9 & x_{10} & x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} & x_{15} \end{array} \\
\begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

4. Programska izvedba

Nakon što je objašnjena problematika, iznesena ideja rješenja te objašnjen način opisivanja sustava matricama F i S i Petrijevim mrežama, jasno je da cijeli proces zahtjeva dosta truda pogotovo za željezničke sustave s velikim brojem vlakova i stanica, a samim time i segmenata. Stoga je važno i korisno imati program koji će taj posao odrađivati za korisnika. U sklopu ovog seminarskog rada napravljen je jednostavni program koji izračunava matrice za zadani željeznički sustav.

Za potrebe ovog rada program je u cijelosti napisan u programskog jeziku Python. Sastoji se od dvije skripte *model.py* i *matrice.py* u kojima se nalaze sve potrebne funkcije s pripadajućom dokumentacijom za svaku pojedinu funkciju te koje je potrebno pokrenuti da bi program radio. Za određivanje matrica pravila i operacija iz podataka mreže potrebno je pokrenuti skriptu *model.py*, a za određivanje matrica F i S iz zadanih matrica ulaza i izlaza potrebno je pokrenuti skriptu *matrice.py*. Program je u potpunosti napravljen generički te uzima podatke iz *route_data.yaml* i *route_data_matrices_IO.yaml*. Navedene datoteke je vrlo važno imati u sklopu programa jer se upravo u njima definiraju detalji željezničke mreže odnosno podatci o vlakovima i stanicama koje obilaze te matrice ulaza i izlaza.

Datoteka *route_data.yaml* sadrži i više informacija nego li je potrebno programu za izračun matrica sustava. Program naravno koristi samo one podatke koji su mu nužni za izračun matrica, a to su imena svakog od n vlakova i pripadajući redoslijed stanica svakog od njih. Datoteka mora biti strukturirana kako će biti prikazano u primjeru inače program neće raditi ispravno. Primjer strukture *route_data.yaml* datoteke za ovaj program prikazan je na sljedećoj stranici.

Train_elements:

- arc1:
    - color: (0,0,0)
    - x: 100
    - y: 150
    - radius: 50
    - start_angle: 90
    - start_angle: 90
- line1:
    - color: (0,0,0)
    - start: [100, 100]
    - end: [250, 100]

Train_stops:

- s4:
    - location: [100, 100]
    - width: 10
    - height: 20
    - part_of: 'arc1'
    - duration: 10
- s5:
    - location: [124, 130]
    - width: 10
    - height: 20
    - part_of: 'arc1'
    - duration: 15

Važno je napomenuti da je ovdje samo prikazan način kako se definiraju detalji željezničke mreže u navedenoj datoteci te da ovo nije *route_data.yaml* za primjer koji se do sada obrađivao. Datoteka *route_data_matrices_IO.yam* sadrži zapisane matrice $\boldsymbol{I}$ i $\boldsymbol{O}$ za zadanu željezničku mrežu. Uz ovaj primjer, postoje podatci o mrežama isto kao i matrice ulaza i izlaza za još četiri različita primjera. Odgovarajuće datoteke za svaki primjer zajedno s programskim kodom, dostupni su za preuzimanje na `https://github.com/FilipSkoro/Seminar_2.git`.

5. Zaključak

Nakon što je predstavljen problem organizacije prometa na željezničkim mrežama, iznesena ideja rješenja te objašnjen način opisivanja sustava matričnim modelom, može se zaključiti da se ovim načinom mogu rješavati i stvarni prometni događaji na željezničkim mrežama te da je navedena metoda, uz pomoć adekvatnog računalnog programa koji računa potrebne matrice sustava, praktična i korisna. No kao i u svemu, tako i kod ovakvog načina kontroliranja željezničke mreže postoje određene prednosti i mane.

Vjerojatno glavna prednost opisivanja željezničkog sustava matričnim modelom jest u tome što se cijeli niz pravila i operacija može svesti na svega dvije bitne matrice koje sadrže isključivo elemente 0 i 1. Takav način sustava može se bez poteškoća opisati u binarnom kodu što dodatno olakšava prilagodbu ove metode u radu s računalima i izradu računalnih programa. Nadalje, nakon izračuna matrice $\boldsymbol{W}$ kako je ranije opisano, lako se može odrediti i Petrijeva mreža zadanog sustava te se njome može dodatno grafički prikazati zadani sustav što znatno olakšava razumijevanje situacije Bogdan (2021b).

S druge strane, glavna mana pri opisivanju sustava matričnim modelom leži u tome što se dimenzije matrica jako povećavaju time što je sustav kompleksniji. Iz ranije spomenutog primjera očito je da za sustav u kojem postoje svega tri vlaka i šest stanica koje obilaze, dobivamo matrice dimenzija 15x26 što su poprilično velike matrice za tako malen sustav. Samim time i Petrijeva mreža sustava postaje kompleksnija time što je sustav kompleksniji te se tako dodatno otežava posao kako čovjeku tako i računalu.

Uzevši u obzir spomenute prednosti i mane opisivanja sustava matričnim modelom, vjerujem da je ovakav način opisivanja prometa na željezničkim mrežama dobar i konkretan te u većini slučajeva koristan. Vjerujem da se matričnim modelom mogu kvalitetno opisati i drugi prometni sustavi te sustavi nevezani za promet i da stoga navedenu metodu treba dalje usavršavati kako bi se postigla maksimalna efikasnost i dobili željeni rezultati prilikom njenog korištenja.

6. Literatura

Stjepan Bogdan. *Sustavi s diskretnim događajima - FPS_predavanja_3dio_2021*. University lecture, 2021a. URL https://www.fer.unizg.hr/_download/repository/FPS_predavanja_3dio_2021[1].pdf. Pristupljeno: 29.4.2022.

Stjepan Bogdan. *Sustavi s diskretnim događajima - FPS_predavanja_1_2021*. University lecture, 2021b. URL https://www.fer.unizg.hr/_download/repository/FPS_predavanja_1_2021[1].pdff. Pristupljeno: 1.5.2022.

Automatsko definiranje matričnog modela sustava u željezničkom prometu na temelju podataka mreže

Sažetak

U današnje vrijeme velike globalizacije i urbanizacije društva, određene grane prometa nerijetko nailaze na probleme u organizaciji i kontroli vozila. Jedna od takvih prometnih grana je i željeznički promet. Kako bi se izbjegle moguće kolizije na dijeljenim prugama te potencijalni sudari, potrebno je kvalitativno regulirati stanje na željezničkoj mreži. Ovaj seminarski rad iznosi rješenje kontrole i regulacije željezničkih mreža pomoću matričnog modela sustava. Rad opisuje problematiku i objašnjava način na koji se sustav opisuje matricama, zatim kako se sustav prikazuje Petrijevom mrežom te je potom objašnjena i programska izvedba navedene metode. Na kraju rada zaključuju se prednosti i mane opisivanja sustava matričnim modelom.

Ključne riječi: promet, vlak, željeznička mreža, matrica, matrični model, sustav, Petrijeva mreža

Automatic definition of a matrix model of a railway system based on network data

Abstract

In today's time of great globalization and urbanization of society, certain branches of transport often encounter problems in the control of vehicles. One such branch of transport is rail transport. In order to avoid possible collisions on split lines and potential collisions, it is necessary to qualitatively regulate the situation on the railway network. This paper presents the solution of control and regulation of railway networks using a matrix model of the system. The paper describes the problem and explains the way in which the system is described by matrices, then how the system is represented by a Petri net and then the program implementation of this method is explained. At the end, the advantages and disadvantages of describing the system with a matrix model are concluded.

Keywords: traffic, train, railway network, matrix, matrix model, system, Petri net