

Semestrální projekt z NLA1 2024/2025

Zadání č. 4

1. Naprogramujte v programovacím jazyce Python LUP rozklad matice $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ s částečnou pivotizací například pomocí následujícího pseudokódu:

```
for  $k = 1 : n - 1$ 
    Determine  $\mu$  with  $k \leq \mu \leq n$  so  $|A(\mu, k)| = \|A(k : n, k)\|_\infty$ 
     $A(k, k : n) \leftrightarrow A(\mu, k : n)$ 
     $p(k) = \mu$ 
    if  $A(k, k) \neq 0$ 
        rows =  $(k + 1) : n$ 
         $A(\text{rows}, k) = A(\text{rows}, k) / A(k, k)$ 
         $A(\text{rows}, \text{rows}) = A(\text{rows}, \text{rows}) - A(\text{rows}, k) \cdot A(k, \text{rows})$ 
    end
end
```

[4 body]

2. Mějme matici $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ a vektor $x \in \mathbb{R}^n$. Uvažujme maticovou p-normu

$$\|A\|_p = \sup_{x \neq 0} \frac{\|Ax\|_p}{\|x\|_p}$$

pro $p = \infty$, tzn. příslušná vektorová norma $\|x\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq m} |x_i|$.

Dokažte, že platí:

$$\|A\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq m} \sum_{j=1}^m |a_{ij}|.$$

[4 body]

3. Zvol si libovolnou (vhodnou) matici $A \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ a ručně vypočítej její LUP rozklad s použitím svého algoritmu z 1. příkladu. Matici A , případně postup výpočtu, zvol tak, aby bylo nutné provést alespoň jednu pivotizaci. Správnost výpočtu ověř v programovacím jazyce Python s použitím svého kódu z 1. příkladu.

[4 body]

4. Bude doplněno ve druhé polovině semestru.

[4 body]

5. Bude doplněno ve druhé polovině semestru.

[4 body]