

QUESTÃO 1

Conjunto de variáveis proposicionais

A: Sócio usa bigode;

B: Sócio é casado;

C: Sócio é de Ribeirão;

D: Sócio usa camisola amarela;

E: Sócio assiste ao jogo de domingo;

Tradução para fórmulas proposicionais

.Todos os sócios que usam bigode são casados: $A \rightarrow B$

.Cada sócio do clube que não é de Ribeirão tem que usar camisola amarela: $\neg C \rightarrow D$

.Os sócios casados não podem assistir aos jogos ao Domingo: $B \rightarrow \neg E$

.Um sócio vai aos jogos ao Domingo se e só se é de Ribeirão: $E \leftrightarrow C$

.Cada sócio usa bigode ou não usa camisola amarela: $A \vee \neg D$

.Todos os sócios de Ribeirão usam bigode: $C \rightarrow A$

Passagem das fórmulas para formato CNF

$$A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$$

$$\neg C \rightarrow D \equiv C \vee D$$

$$B \rightarrow \neg E \equiv \neg B \vee \neg E$$

$$E \leftrightarrow C \equiv (E \rightarrow C) \wedge (C \rightarrow E) \equiv (\neg E \vee C) \wedge (\neg C \vee E)$$

$A \vee \neg D$ (já se encontra em formato CNF)

$$C \rightarrow A \equiv \neg C \vee A$$

QUESTÃO 2

Seja **T** o seguinte conjunto de fórmulas proposicionais em formato CNF acima descritas: $\{\neg A \vee B, C \vee D, \neg B \vee \neg E, \neg E \vee C, \neg C \vee E, A \vee \neg D, \neg C \vee A\}$

Com tudo o que foi feito até agora, podemos concluir que:

- Temos 5 variáveis proposicionais
- Temos 7 clausas

Codificando o problema num SAT solver obtemos o seguinte :

```
c proposicao A é 1
c proposicao B é 2
c proposicao C é 3
c proposicao D é 4
c proposicao E é 5
```

```

- - - - -
- - - - -
```

```

p cnf 5 7
-1 2 0
3 4 0
-2 -5 0
-5 3 0
-3 5 0
1 -4 0
-3 1 0

```

Após se ter recorrido ao *minisat* para resolver o problema, foi possível descobrir que o problema é satisfazível. A solução(modelo) obtida foi:

1 2 -3 4 -5 0 , ou seja, $A \wedge B \wedge \neg C \wedge D \wedge \neg E$

Como existe uma função de atribuição A , que modela o conjunto de regras T , o conjunto é *consistente*. Quando se diz que A modela T , significa que para qualquer fórmula F do conjunto T , $A(F)=1$.

A solução obtida no minisat permite criar a seguinte função de atribuição:

- $A(A) = 1$
- $A(B) = 1$
- $A(C) = 0$
- $A(D) = 1$
- $A(E) = 0$

Fazendo a verificação e utilizando a função A confirmamos que todas as restrições são respeitadas:

- $A(\neg A \vee B) = 1$
- $A(C \vee D) = 1$
- $A(\neg B \vee \neg E) = 1$
- $A(\neg E \vee C) = 1$
- $A(\neg C \vee E) = 1$
- $A(A \vee \neg D) = 1$
- $A(\neg C \vee A) = 1$

QUESTÃO 3

Alínea a)

Quem usa bigode não pode ir ao jogo ao Domingo: $A \rightarrow \neg E$

Queremos saber se : $T \models (A \rightarrow \neg E)$, ou seja se $\wedge T \rightarrow (A \rightarrow \neg E)$ é válido.

Para saber isto basta descobrir se $\wedge T \wedge \neg((A \rightarrow \neg E))$ é UNSAT.

$A \rightarrow \neg E \equiv \neg A \vee \neg E$

$\neg(A \rightarrow \neg E) \equiv A \wedge E$

No ficheiro CNF é necessário adicionar ao conjunto de regras a restrição $A \wedge E$. No ficheiro CNF esta restrição é representada em duas novas linhas:

- 1 0
- 5 0

É necessário também atualizar o número de clausas no ficheiro CNF. Neste exemplo passam a ser 9.

Recorrendo ao *Minisat* obteve-se que $\wedge T \wedge \neg((A \rightarrow \neg E))$ é UNSAT, logo a afirmação inicial é correta.

Alínea b)

Sócio casado usar camisola amarela: $B \wedge D$

Nesta alínea basta verificar se existe pelo menos uma solução em que as variáveis B e D sejam ambas verdadeiras. Para isto, adiciona-se ao conjunto de regras T , duas novas restrições: B é verdade e D é verdade.

No ficheiro CNF esta restrição é representada em duas linhas:

- 2 0
- 4 0

É necessário também atualizar o número de clausas no ficheiro CNF. Neste exemplo passam a ser 9 .

Recorrendo ao Minisat obteve-se que este conjunto de regras é satisfazível.

A solução devolvida foi 1 2 -3 4 -5 0.

Assim sendo, é possível que um adepto casado use camisola amarela.

Alínea c)

Afinal o clube não pode ter sócios Ribeironenses: $\neg C$

Queremos saber se : $T \models \neg C$, ou seja se $\wedge T \rightarrow \neg C$ é válido.

Para saber isto basta descobrir se $\wedge T \wedge \neg(\neg C)$ é UNSAT.

No ficheiro CNF é necessário adicionar ao conjunto de regras a seguinte restrição:

- 3 0

É necessário também atualizar o número de clausas no ficheiro CNF. Neste exemplo passam a ser 8.

Recorrendo ao Minisat obteve-se que $\wedge T \wedge C$ é UNSAT, logo a afirmação inicial é correta.

Alínea d)

Os sócios casados têm todos bigode: $B \rightarrow A$

Queremos saber se : $T \models (B \rightarrow A)$, ou seja se $\wedge T \rightarrow (B \rightarrow A)$ é válido.

Para saber isto basta descobrir se $\wedge T \wedge \neg(B \rightarrow A)$ é UNSAT.

$$B \rightarrow A \equiv \neg B \vee A$$

$$\neg(B \rightarrow A) \equiv B \wedge \neg A$$

No ficheiro CNF é necessário adicionar ao conjunto de regras a restrição $B \wedge \neg A$.

No ficheiro esta restrição será traduzida nas seguintes linhas:

- 2 0
- -1 0

É necessário também atualizar o número de clausas no ficheiro CNF. Neste exemplo passam a ser 9.

Recorrendo ao Minisat obteve-se que $\wedge T \wedge \neg(B \rightarrow A)$ é UNSAT, logo a afirmação inicial é correta.

Alínea e)

Ao domingo nunca há sócios a assistir aos jogos: $\neg E$

Queremos saber se : $T \models \neg E$, ou seja se $\wedge T \rightarrow \neg E$ é válido.

Para saber isto basta descobrir se $\wedge T \wedge \neg(\neg E)$ é UNSAT.

No ficheiro CNF é necessário adicionar ao conjunto de regras a seguinte restrição: E é verdade.

No ficheiro essa restrição é traduzida pela seguinte linha:

- 5 0

É necessário também atualizar o número de clausas no ficheiro CNF. Neste exemplo passam a ser 8.

Recorrendo ao Minisat obteve-se que $\wedge T \wedge E$ é UNSAT, logo a afirmação inicial é correta.

