

## QUESTÃO 1

### *Conjunto de variáveis proposicionais*

**A:** Sócio usa bigode;

**B:** Sócio é casado;

**C:** Sócio é de Ribeirão;

**D:** Sócio usa camisola amarela;

**E:** Sócio assiste ao jogo de domingo;

### *Tradução para fórmulas proposicionais*

.Todos os sócios que usam bigode são casados:  $A \rightarrow B$

.Cada sócio do clube que não é de Ribeirão tem que usar camisola amarela:  $\neg C \rightarrow D$

.Os sócios casados não podem assistir aos jogos ao Domingo:  $B \rightarrow \neg E$

.Um sócio vai aos jogos ao Domingo se e só se é de Ribeirão:  $E \leftrightarrow C$

.Cada sócio usa bigode ou não usa camisola amarela:  $A \vee \neg D$

.Todos os sócios de Ribeirão usam bigode:  $C \rightarrow A$

### **Passagem das fórmulas para formato CNF**

$$A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$$

$$\neg C \rightarrow D \equiv C \vee D$$

$$B \rightarrow \neg E \equiv \neg B \vee \neg E$$

$$E \leftrightarrow C \equiv (E \rightarrow C) \wedge (C \rightarrow E) \equiv (\neg E \vee C) \wedge (\neg C \vee E)$$

$A \vee \neg D$  (já se encontra em formato CNF)

$$C \rightarrow A \equiv \neg C \vee A$$

## QUESTÃO 2

Seja **T** o seguinte conjunto de fórmulas proposicionais em formato CNF acima descritas:  $\{\neg A \vee B, C \vee D, \neg B \vee \neg E, \neg E \vee C, \neg C \vee E, A \vee \neg D, \neg C \vee A\}$

Com tudo o que foi feito até agora, podemos concluir que:

- Temos 5 variáveis proposicionais
- Temos 7 clausas

Codificando o problema num SAT solver obtemos o seguinte :

```
c proposicao A é 1
c proposicao B é 2
c proposicao C é 3
c proposicao D é 4
c proposicao E é 5
```

```
cnf 7 5 7
```

```

p cnf 5 7
-1 2 0
3 4 0
-2 -5 0
-5 3 0
-3 5 0
1 -4 0
-3 1 0

```

Após se ter recorrido ao *minisat* para resolver o problema, foi possível descobrir que o problema é satisfazível. A solução(modelo) obtida foi:

1 2 -3 4 -5 0 , ou seja,  $A \wedge B \wedge \neg C \wedge D \wedge \neg E$

Como existe uma função de atribuição  $A$ , que modela o conjunto de regras  $T$ , o conjunto é *consistente*. Quando se diz que  $A$  modela  $T$ , significa que para qualquer fórmula  $F$  do conjunto  $T$ ,  $A(F)=1$ .

A solução obtida no *minisat* permite criar a seguinte função de atribuição:

- $A(A) = 1$
- $A(B) = 1$
- $A(C) = 0$
- $A(D) = 1$
- $A(E) = 0$

Fazendo a verificação e utilizando a função  $A$  confirmamos que todas as restrições são respeitadas:

- $A(\neg A \vee B) = 1$
- $A(C \vee D) = 1$
- $A(\neg B \vee \neg E) = 1$
- $A(\neg E \vee C) = 1$
- $A(\neg C \vee E) = 1$
- $A(A \vee \neg D) = 1$
- $A(\neg C \vee A) = 1$

### QUESTÃO 3

Alínea a)

Quem usa bigode não pode ir ao jogo ao Domingo:  $A \rightarrow \neg E$

Queremos saber se :  $T \models (A \rightarrow \neg E)$ , ou seja se  $\wedge T \rightarrow (A \rightarrow \neg E)$  é válido.

Para saber isto basta descobrir se  $\wedge T \wedge \neg((A \rightarrow \neg E))$  é UNSAT.

$A \rightarrow \neg E \equiv \neg A \vee \neg E$

$\neg(A \rightarrow \neg E) \equiv A \wedge E$

No ficheiro CNF é necessário adicionar ao conjunto de regras a restrição  $A \wedge E$ . No ficheiro CNF esta restrição é representada em duas novas linhas:

- 1 0
- 5 0

Recorrendo ao *Minisat* obteve-se que  $\wedge T \wedge \neg((A \rightarrow \neg E))$  é UNSAT, logo a afirmação inicial é correta.

Alínea b)

Sócio casado usar camisola amarela:  $B \wedge D$

Nesta alínea basta verificar se existe pelo menos uma solução em que as variáveis  $B$  e  $D$  sejam ambas verdadeiras. Para isto, adiciona-se ao conjunto de regras  $T$ , duas novas restrições:  $B$  é verdade e  $D$  é verdade.

No ficheiro CNF esta restrição é representada em duas novas linhas:

- 2 0
- 4 0

Recorrendo ao Minisat obteve-se que este conjunto de regras é satisfazível.

A solução devolvida foi 1 2 -3 4 -5 0.

Assim sendo, é possível que um adepto casado use camisola amarela.

#### Alínea c)

Afinal o clube não pode ter sócios Ribeironenses:  $\neg C$

Queremos saber se :  $T \models \neg C$  , ou seja se  $\wedge T \rightarrow \neg C$  é válido.

Para saber isto basta descobrir se  $\wedge T \wedge \neg(\neg C)$  é UNSAT.

No ficheiro CNF é necessário adicionar ao conjunto de regras a seguinte restrição:

- 3 0

Recorrendo ao Minisat obteve-se que  $\wedge T \wedge C$  é UNSAT, logo a afirmação inicial é correta.

#### Alínea d)

Os sócios casados têm todos bigode:  $B \rightarrow A$

Queremos saber se :  $T \models (B \rightarrow A)$ , ou seja se  $\wedge T \rightarrow (B \rightarrow A)$  é válido.

Para saber isto basta descobrir se  $\wedge T \wedge \neg(B \rightarrow A)$  é UNSAT.

$$B \rightarrow A \equiv \neg B \vee A$$

$$\neg(B \rightarrow A) \equiv B \wedge \neg A$$

No ficheiro CNF é necessário adicionar ao conjunto de regras a restrição  $B \wedge \neg A$ .

No ficheiro esta restrição será traduzida nas seguintes linhas:

- 2 0
- -1 0

Recorrendo ao Minisat obteve-se que  $\wedge T \wedge \neg(B \rightarrow A)$  é UNSAT, logo a afirmação inicial é correta.

#### Alínea e)

Ao domingo nunca há sócios a assistir aos jogos:  $\neg E$

Queremos saber se :  $T \models \neg E$  , ou seja se  $\wedge T \rightarrow \neg E$  é válido.

Para saber isto basta descobrir se  $\wedge T \wedge \neg(\neg E)$  é UNSAT.

No ficheiro CNF é necessário adicionar ao conjunto de regras a seguinte restrição referente à clausa E.

No ficheiro essa restrição é traduzida pela seguinte linha:

- 5 0

Recorrendo ao Minisat obteve-se que  $\wedge T \wedge E$  é UNSAT, logo a afirmação inicial é correta.