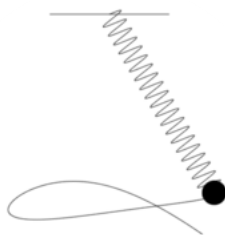


# POHYBOVÉ ROVNICE



## Uživatelská příručka

# Obsah

<b>1</b>	<b>Základní informace</b>	<b>3</b>
1.1	O aplikaci . . . . .	3
1.2	Základní ovládání . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Podrobný manuál</b>	<b>5</b>
2.1	Formát vztahů . . . . .	5
2.2	Tělesa . . . . .	6
2.2.1	Přidávání těles . . . . .	6
2.2.2	Skrývání, úprava a odstranění těles . . . . .	7
2.2.3	Počáteční podmínky . . . . .	7
2.2.4	Simulace . . . . .	8
2.3	Grafy . . . . .	8
2.3.1	Přidávání grafů . . . . .	8
2.3.2	Skrývání, úprava a odstranění grafů . . . . .	9
2.3.3	Extrémy, průsečíky, nulové body . . . . .	9
2.4	Spojnice . . . . .	9
2.4.1	Přidávání spojnic . . . . .	9
2.4.2	Skrývání, úprava a odstranění spojnic . . . . .	10
2.5	Konstanty a proměnné . . . . .	11
2.6	Grafy závislosti . . . . .	11
2.7	Nastavení . . . . .	11
2.7.1	Zobrazení . . . . .	11
2.7.2	Výpočty . . . . .	12
2.7.3	Zaokrouhlování . . . . .	12
2.7.4	Barva . . . . .	12
2.8	Ukládání souborů . . . . .	12
2.9	Další funkce . . . . .	13
2.9.1	Textové pole . . . . .	13
2.9.2	Výpočet po jednotlivých krocích . . . . .	13
2.9.3	Analytické řešení . . . . .	13
2.9.4	Transformace souřadnic . . . . .	13

# Základní informace

## 1.1 O aplikaci

Aplikace Pohybové rovnice je určena především pro vizualizaci fyzikálních problémů. Dokáže řešit pohybové rovnice těles a z vypočítaných hodnot následně vykreslit trajektorii ve dvou rozměrech. Pohybové rovnice je schopna řešit Eulerovou metodou a metodami Rungeovými–Kuttovými, přičemž je možné zadat vlastní Butcher tableau.

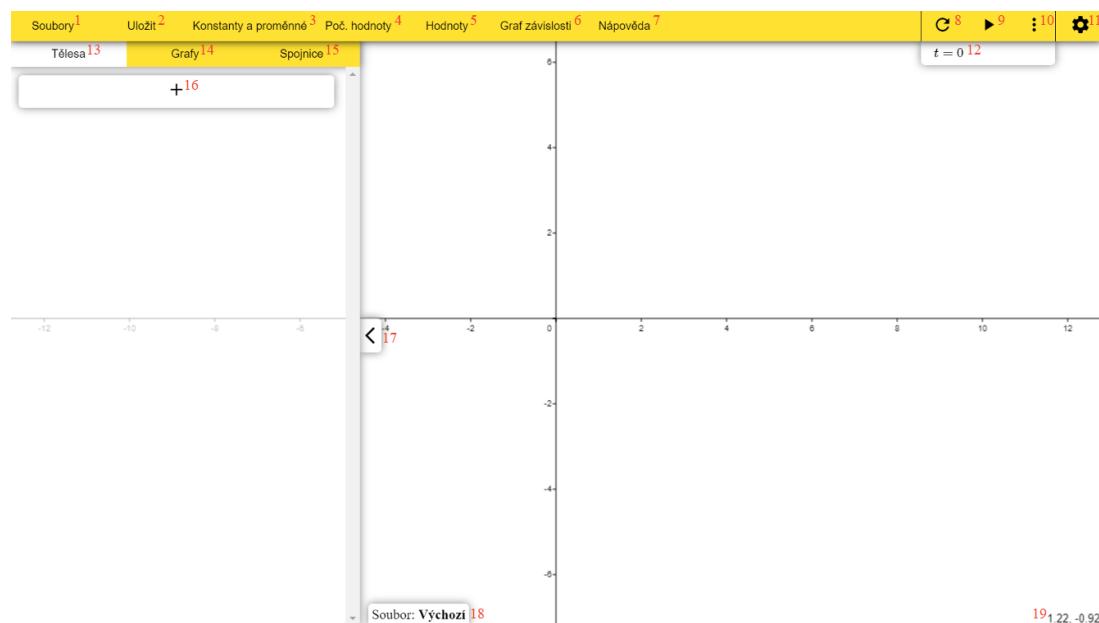
Z vypočtených hodnot pak aplikace kromě trajektorií umí vykreslovat také grafy závislosti polohy na čase, rychlosti na poloze či úplně jiných hodnot, které mohou být určeny vlastním vztahem. Další užitečnou funkcí je vykreslování spojnic dvou bodů, a to i ve tvaru pružiny, takže lze vytvářet graficky vzhledné simulace. Kromě simulování pohybu těles je možné v aplikaci také vykreslovat grafy funkcí, u kterých se spočítají a zvýrazní nulové body, extrémy a průsečíky s ostatními grafy.

Vývoj aplikace zatím není u konce a časem budou pravděpodobně opravovány různé chyby nebo budou přibývat nové funkce. Při používání příručky je proto třeba se ujistit, že je určena pro správnou verzi aplikace, aby nedocházelo k nedorozumění. Verze příručky se nachází na titulní straně. V aplikaci se informace o verzi nachází v nastavení (2.7).

## 1.2 Základní ovládání

Na obrázku 1.1 je zobrazena aplikace při výchozím nastavení, přičemž jsou zde červeně očíslovány důležitá tlačítka a ukazatele. V následujícím seznamu jsou popsány funkce těchto tlačítek a ukazatelů.

1. *Tlačítko* pro zobrazení seznamu souborů.
2. *Tlačítko* pro zobrazení okna pro ukládání souborů.
3. *Tlačítko* pro zobrazení seznamu konstant a proměnných.
4. *Tlačítko* pro zobrazení seznamu počátečních hodnot.
5. *Tlačítko* pro zobrazení vypočítávaných hodnot.
6. *Tlačítko* pro přidání grafu závislosti.
7. *Tlačítko* pro zobrazení nápovědy.
8. *Tlačítko* pro obnovení simulace.
9. *Tlačítko* pro spuštění či zastavení simulace.
10. *Tlačítko* pro zobrazení podmínek pro zastavení.
11. *Tlačítko* pro zobrazení nastavení.
12. *Ukazatel času* při běhu simulace.
13. *Tlačítko* pro zobrazení seznamu těles.
14. *Tlačítko* pro zobrazení seznamu grafů funkcí.
15. *Tlačítko* pro zobrazení seznamu spojnic.
16. *Tlačítko* pro přidání tělesa, grafu či spojnice.
17. *Tlačítko* pro skrytí či zobrazení seznamu těles, grafů a spojnic.
18. Název aktuálního souboru.
19. Ukazatel souřadnic kurzoru.



Obrázek 1.1: Aplikace při výchozím nastavení s očíslovanými tlačítky a ukazateli.

# Podrobný manuál

## 2.1 Formát vztahů

V aplikaci je mnoho vstupů, kam je možné psát různé vztahy. Tyto vztahy musí být zapsány v matematickém formátu programovacího jazyka JavaScript, přičemž v nich mohou být použity souřadnice, rychlosti a zrychlení těles, čas a různé konstanty a proměnné, jimž je věnována podkapitola 2.5. Některé základní matematické operace a funkce JavaScriptu jsou v tabulce 2.1.

Výraz	Výraz v JavaScriptu	Funkce/hodnota	Funkce/hodnota v JS
$a + b$	<code>a+b</code>	$\sin x$	<code>Math.sin(x)</code>
$a - b$	<code>a-b</code>	$\cos x$	<code>Math.cos(x)</code>
$a \cdot b$	<code>a*b</code>	$\ln x$	<code>Math.log(x)</code>
$a \div b$	<code>a/b</code>	$\pi$	<code>Math.PI</code>
$a^b$	<code>a**b</code>	$e$	<code>Math.E</code>

Tabulka 2.1: Základní matematické operace a funkce JavaScriptu.

Čas se ve vztazích zapisuje jako `t` a souřadnice ve tvaru `xi_k`, kde  $i$  určuje souřadnici a  $k$  těleso, jedná se tedy o  $i$ -tou souřadnici  $k$ -tého tělesa. Stejně to platí i pro rychlosti `vi_k` a zrychlení `ai_k`.

Občas se může stát, že se v názvu nějaké funkce vyskytuje symbol pro některou z proměnných, např. objekt `Math` obsahuje v názvu `t`, což by mohlo způsobit chybu, proto zde pro odlišení existuje možnost přidat před `t` symbol `_`. Vztah  $\sin(t)$  je tedy třeba zapsat jako `Math.sin(_t)`. Symbolem `_` lze odlišit nejen čas, ale i všechny souřadnice, rychlosti, zrychlení, konstanty i proměnné.

## 2.2 Tělesa

Seznam těles, grafů a spojnic se nachází na liště v levé části okna. Tuto lištu lze skrývat a zobrazovat *tlačítkem* 17. Seznam těles se zde zobrazuje při zakliknutém *tlačítku* „Tělesa“ (13).

### 2.2.1 Přidávání těles

Těleso lze přidat kliknutím na *tlačítko* „+“ (16), při zakliknutém *tlačítku* „Tělesa“ (13), aby se na liště zobrazoval seznam těles. Po stisknutí *tlačítka* „+“ (16) se objeví okno, ve kterém je možné nastavit vlastnosti nového tělesa. Nastavit lze název, barvu, pohybové rovnice, velikost bodu, počátek souřadnic, souřadnicový systém a numerickou metodu. Po stisknutí tlačítka „Přidat“ se těleso přidá a na seznamu těles se vytvoří panel s jeho názvem a pohybovými rovnicemi.

#### Název

Název tělesa se při přidávání nového tělesa nastavuje automaticky na „Těleso“ + pořadí, v jakém je těleso přidáváno. Je však možné jej zvolit libovolný.

#### Barva

Barva tělesa udává barvu, jakou bude mít jeho trajektorie a bod, jenž jej reprezentuje. Barvu je nutné zadat ve formátu podporovaném programovacím jazykem JavaScript.

#### Pohybové rovnice

Pro zadání pohybových rovnic je zřízeno menší okno, kde jsou již připravené vstupy pro pohybové rovnice v prvních dvou souřadnicích. Tlačítka „Přidat“ a „Odebrat“ je možné počet pohybových rovnic měnit, je-li třeba těleso popsat více souřadnicemi.

Pohybové rovnice se zapisují jako vztah pro zrychlení v dané souřadnici, tento vztah musí být zapsán ve formátu popsaném v podkapitole 2.1. Vzhledem k tomu, že JavaScriptový kód není příliš čitelný, je možné ke každé pohybové rovnici přidat popisek v jazyce L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X.

## Velikost bodu

Velikost bodu určuje poloměr kruhu reprezentujícího těleso. Do vstupu lze napsat vztah ve formátu popsaném v podkapitole 2.1, takže se poloměr v průběhu simulace může měnit.

## Počátek souřadnic

Počátek souřadnic tělesa je bod, vzhledem kterému se těleso vykresluje, nastavuje se relativně k hlavnímu souřadnicovému systému aplikace, který lze nastavit v nastavení. Počátek souřadnic může být určen vztahy, jež splňují formát popsaný v podkapitole 2.1.

## Souřadnicový systém

Souřadnicový systém tělesa může být buď kartézský, nebo polární. U kartézského systému je pak třeba zvolit jaké hodnoty budou na ose  $x$  a jaké na ose  $y$ , v případě polárního systému potom hodnoty na  $\varphi$  a  $r$ . I zde lze do vstupů psát vztahy splňující formát popsaný v podkapitole 2.1.

## Numerická metoda

U tělesa je třeba nastavit také numerickou metodu, kterou budou řešeny pohybové rovnice. K dispozici je Eulerova metoda, midpoint metoda, Rungeova–Kuttova metoda 2. řádu a Rungeova–Kuttova metoda 4. řádu. Dále je také možné vytvořit si metodu vlastní, a to prostřednictvím tzv. Butcher tableau.

### 2.2.2 Skrývání, úprava a odstranění těles

Na panelu tělesa v seznamu těles se nachází tři ikony – symbol oka, tužky a koše. Po kliknutí na symbol oka se oko přeškrtně a těleso se nebude zobrazovat. Kliknutím na tužku se zobrazí okno, ve kterém lze upravit vlastnosti tělesa. Změny se uloží po stisknutí tlačítka „Uložit“. Po kliknutí na koš se těleso odstraní.

### 2.2.3 Počáteční podmínky

Seznam s počátečními podmínkami těles lze zobrazit kliknutím na tlačítko „Poč. hodnoty“ (4). U každého tělesa je nutné zadat počáteční polohu a rychlost. V aplikaci je užito

označení  $q_{i_k}^0$  pro polohu a  $\dot{q}_{i_k}^0$  pro rychlost, kde  $i$  určuje souřadnici a  $k$  těleso. Do vstupů je možné psát vztahy splňující formát popsany v podkapitole 2.1.

## 2.2.4 Simulace

Simulace se spouští a zastavuje *tlačítkem* 9, pro obnovení pak slouží *tlačítko* 8. Pod těmito tlačítky se nachází *ukazatel času* 12, který je dosazován do vztahů za proměnnou  $t$ .

Aktuální polohy, rychlosti a zrychlení těles je možné sledovat v seznamu hodnot, který lze zobrazit *tlačítkem* „Hodnoty“ 5.

Aplikace také umožňuje zastavit simulaci po splnění určité podmínky, tedy pokud je nějaká hodnota větší než jiná hodnota. Tyto podmínky lze přidat do seznamu, jenž se objeví stisknutím *tlačítka* 10. K přidání podmínky slouží tlačítko „+“. Do vstupů pak musí být psány vztahy splňující formát popsany v podkapitole 2.1. Klikáním na symbol oka lze nastavit, zda má být podmínka ignorována. K odstranění potom slouží symbol koše.

## 2.3 Grafy

Seznam těles, grafů a spojnic se nachází na liště v levé části okna. Tuto lištu lze skrývat a zobrazovat *tlačítkem* 17. Seznam grafů se zde zobrazuje při zakliknutém *tlačítku* „Grafy“ (14).

### 2.3.1 Přidávání grafů

Graf funkce lze přidat kliknutím na *tlačítko* „+“ (16), při zakliknutém *tlačítku* „Grafy“ (14), aby se na liště zobrazoval seznam grafů.

Po stisknutí *tlačítka* „+“ (16) se objeví okno, kde je možné nastavit název grafu, jeho barvu a předpis funkce. Po stisknutí tlačítka „Přidat“ se graf funkce vykreslí a na seznamu grafů se vytvoří panel s názvem grafu a předpisem funkce.

#### Název

Název grafu se při přidávání nového grafu funkce nastavuje automaticky na „Graf“ + pořadí, v jakém je graf přidáván. Je však možné jej zvolit libovolný.



## Barva

Barva grafu udává barvu, jakou bude mít vykreslený graf funkce. Barvu je nutné zadat ve formátu podporovaném programovacím jazykem JavaScript.

## Předpis funkce

Předpis funkce musí být zapsán v matematickém formátu jazyka JavaScript, přičemž nezávisle proměnná  $x$  se zapisuje jako  $x$ . U předpisu funkce není podporován formát popsáný v podkapitole 2.1. Ke každému grafu je také možné přidat popisek v jazyce  $\text{\LaTeX}$ .

### 2.3.2 Skrývání, úprava a odstranění grafů

Na panelu grafu funkce v seznamu grafů se nachází tři ikony – symbol oka, tužky a koše. Po kliknutí na tužku se zobrazí okno, ve kterém je možné upravit vlastnosti grafu. Změny se uloží stisknutím tlačítka „Uložit“. Ke skrývání grafu slouží symbol oka, po kliknutí na něj se oko přeškrtně a graf funkce se odstraní z plochy, jeho panel však zůstane na seznamu grafů. Úplně pak lze graf odstranit kliknutím na symbol koše.

### 2.3.3 Extrémy, průsečíky, nulové body

Aplikace zvýrazňuje významné body v grafech funkcí, konkrétně extrémy, průsečíky a nulové body. Po přesunutí kurzoru na jeden z těchto bodů se zobrazí štítek s informací, o který bod se jedná, a vypočítanými souřadnicemi tohoto bodu.

## 2.4 Spojnice

Seznam těles, grafů a spojnic se nachází na liště v levé části okna. Tuto lištu lze skrývat a zobrazovat *tlačítkem* 17. Seznam spojnic se zde zobrazuje při zakliknutí *tlačítku* „Spojnice“ (15). Spojnice se vykreslují společně s tělesy po spuštění simulace.

### 2.4.1 Přidávání spojnic

Spojnic lze přidat kliknutím na *tlačítko* „+“ (16), při zakliknutí *tlačítku* „Spojnice“ (15), aby se na liště zobrazoval seznam spojnic.

Po stisknutí *tlačítka* „+“ (16) se objeví okno, kde je možné nastavit název spojnice, její barvu a souřadnice bodů, které spojuje. Po stisknutí tlačítka „Přidat“ se pro spojnici vytvoří panel v seznamu spojnic.

## Spojnice

Název spojnice se při přidávání nové spojnice nastavuje automaticky na „Spojnice“ + pořadí, v jakém je spojnice přidávána. Je však možné jej zvolit libovolný.

## Barva

Barva spojnice udává barvu, jakou bude spojnice vykreslena na ploše. Barvu je nutné zadat ve formátu podporovaném programovacím jazykem JavaScript.

## Souřadnice bodů

Spojnice je vykreslována jako spojnice bodů  $A$  a  $B$ , pro jejichž souřadnice jsou v přidávacím okně připraveny vstupy. Souřadnice bodů mohou být zapsány ve formátu popsáném v podkapitole 2.1, jelikož je ale tento formát hůře čitelný, je možné ke každé spojnici přidat také popisek v jazyce  $\text{\LaTeX}$ .

## Pružina

Spojnice může být vykreslována i ve tvaru pružiny, což se může hodit při mnoha simulacích. Pokud má mít spojnice tvar pružiny, je třeba zadat poloměr a počet závitů. V těchto vstupech není podporován formát popsáný v podkapitole 2.1.

### 2.4.2 Skrývání, úprava a odstranění spojnic

Na panelu spojnice v seznamu spojnic se nachází tři ikony – symbol oka, tužky a koše. Po kliknutí na tužku se zobrazí okno, ve kterém je možné upravit vlastnosti spojnice. Změny se uloží stisknutím tlačítka „Uložit“. Ke skrývání spojnice slouží symbol oka, po kliknutí na něj se oko přeškrtně a spojnice se nebude vykreslovat, její panel však zůstane na seznamu spojnic. Úplně pak lze spojnici odstranit kliknutím na symbol koše.

## 2.5 Konstanty a proměnné

Ve vztazích, které jsou popsány v podkapitole 2.1, je někdy užitečné použít nějaké konstanty či proměnné. Seznam konstant a proměnných se otevře po kliknutí na *tlačítko* „Konstanty a proměnné“ (3), zde je možné tlačítkem „+“ přidat panel pro konstantu či proměnnou, na kterém je nejprve třeba zadat její název a definiční vztah ve tvaru *známka* = vztah, přičemž vztah musí být ve tvaru popsaném v podkapitole 2.1. Například konstantu  $g = 9,81$  lze definovat jako  $g=9.81$ . Je možné také přidat popisek v jazyce L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X.

Po kliknutí na tlačítko „Uložit“ se konstanta či proměnná přidá a na jejím panelu se zobrazí její název, definiční vztah, případně popisek, a tlačítka se symboly tužky a koše. Kliknutím na tlačítko se symbolem tužky je možné konstantu či proměnnou upravit a po kliknutí na koš se konstanta odstraní.

## 2.6 Grafy závislosti

Aplikace umožňuje vykreslení grafů závislosti různých proměnných na jiných proměnných, například graf závislosti polohy na čase. Graf závislosti lze přidat po kliknutí na *tlačítko* „Graf závislosti“ (6). U grafu je nutné zadat veličiny, které budou zanášeny do grafu. Veličiny se zadávají ve formátu popsaném v podkapitole 2.1. Dále je u grafu možné nastavit zvětšení, posun os od středu okna a krokování na osách. Graf se začne vykreslovat po spuštění simulace.

## 2.7 Nastavení

Nastavení se otevře po kliknutí na *tlačítko* 11. Zde je možné nastavit zobrazení, výpočty, zaokrouhlování a barevný vzhled aplikace. Ve vstupech, které se vyskytují v nastavení není podporován formát popsaný v podkapitola 2.1.

### 2.7.1 Zobrazení

V kategorii „Zobrazení“ lze nastavit zvětšení zobrazení, hrubost trajektorií, hrubost grafů, posun os od středu okna a krokování na osách. Také jsou zde zaškrťávací pole, kterými lze zobrazovat či skrývat osy, trajektorie a významné body na grafech funkcí.

Hrubost trajektorií je hodnota udávající, při kolikátém cyklu výpočtů dojde vykreslení dalších bodů trajektorií. Hrubost grafů pak udává vzdálenost mezi jednotlivými body grafu funkce ve směru osy  $x$ .

### 2.7.2 Výpočty

V kategorii „Výpočty“ lze nastavit časový krok  $\Delta t$  používaný při numerickém řešení pohybových rovnic a malou hodnotu  $h$  používanou při numerických derivacích. Dále je pak možné nastavit délku jednoho cyklu výpočtů a počet výpočtů v něm, aby bylo možné upravovat rychlost simulace.

### 2.7.3 Zaokrouhlování

V kategorii „Zaokrouhlování“ lze nastavit pro vypočítávané hodnoty maximální počty platných číslic, cifer a desetinných míst.

### 2.7.4 Barva

V kategorii „Barva“ lze nastavit barvu lišt („Hlavní barva“), barvu textu v lištách („Text v menu“) a barvu textu na bílém pozadí („Text“).

## 2.8 Ukládání souborů

Seznam souborů se otevře po kliknutí na *tlačítko* „Soubory“ (1), zde lze jednotlivé soubory otevírat, to znamená, že se stav aplikace na základě dat v souboru změní na tvar, který měla při ukládání tohoto souboru. V seznamu se nachází již několik předpřipravených souborů, které není možné odstranit na rozdíl od těch vlastních, které lze odstranit kliknutím na symbol koše na jejich panelu.

Vlastní soubory lze ukládat prostřednictvím okna, které se zobrazí po kliknutí na *tlačítko* „Uložit“ (3). Zde je možné nastavit název souboru a tlačítkem „Uložit“ soubor přidat na seznam souborů. V okně je také vstup, kde jsou předvyplněná veškerá data ukládaného souboru. Vstup lze však vyplnit také jinými daty, např. od jiného uživatele, takže je tímto způsobem možné soubory sdílet.

## 2.9 Další funkce

V této podkapitole jsou popsány některé menší funkce či vychytávky, které mohou být užitečné při používání aplikace.

### 2.9.1 Textové pole

Psaní dlouhých vztahů do nepříliš velkých vstupů může být často nepříjemné, je zde proto možnost, jak vstup při psaní do něj zvětšit, stačí na něj kliknout pravým tlačítkem myši a zobrazí se textové pole se stejným obsahem jako vstup. Textové pole zmizí po kliknutí mimo něj.

### 2.9.2 Výpočet po jednotlivých krocích

Někdy je potřeba provádět simulaci po jednotlivých časových krocích, to lze učinit jednoduchým trikem, stačí přidat podmínku pro zastavení simulace, která platí vždy. Po spuštění simulace pak proběhne pouze jeden cyklus výpočtů a následně dojde k zastavení.

### 2.9.3 Analytické řešení

Pohybové rovnice mohou být zadávány pouze ve tvaru zrychlení a jsou pak řešeny numericky. Je zde ale také možnost zadat řešení analytické, tedy funkci polohy na čase. Stačí pomocí těchto funkcí posunout počátek souřadnic tělesa.

### 2.9.4 Transformace souřadnic

U těles popsaných polárním souřadnicovým systémem může být někdy nepříjemné transformovat jejich vykreslovanou polohu do kartézských souřadnic. To je třeba udělat například při vytváření spojnice tvořící závěs kyvadla, které je popsáno polárními souřadnicemi. Poloha spojených bodů totiž musí být v kartézských souřadnicích.

Poloha  $k$ -tého tělesa na plátně v kartézských souřadnicích je dána hodnotami  $x1\_k$  a  $x2\_k$ , přičemž  $x1\_k$  je poloha ve směru osy  $x$  a  $x2\_k$  je poloha ve směru osy  $y$ .