

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE**  
**FLUMINENSE DARCY RIBEIRO**  
*Centro de Ciência e Tecnologia - CCT*  
*Laboratório de Ciências Matemáticas - LCMAT*

**Processos Estocásticos: Teoria De Filas**

**Aluno:** Filipe Samuel Pires Dos Santos  
**Matricula:** 20231100069  
**Professor:** Luis H. G. Felipe  
**Curso:** Bacharelado em Ciência da Computação

# Modelagem e Simulação: Modelo M/M/1

June 2024

## 1 Teoria das filas de espera

1. **Qual a definição de fila?:** Segundo (MAGALHAES, 2020) Um modelo ou sistema de filas pode ser brevemente descrito da seguinte forma: usuários (ou fregueses ou clientes) chegam para receber um certo serviço e, devido à impossibilidade de atendimento imediato, formam uma fila de espera
2. **Principais características de uma fila**
  - (a) **Chegadas:** O processo de chegada é a descrição de como os usuários procuram o serviço. Se eles chegam a intervalos fixos de tempo, o processo de chegadas é dito constante ou determinístico. Por outro lado, se as chegadas são aleatórias no tempo, elas formam um processo estocástico e é necessário descrever suas propriedades probabilísticas. O processo de Poisson é um processo de renovação com distribuição exponencial e é um dos mais utilizados para modelar as chegadas.
  - (b) **Serviço:** O serviço é um processo de renovação, ou seja, a cada cliente o serviço é renovado. O número de servidores disponíveis para atendimento a uma mesma fila também deve ser especificado.
  - (c) **Disciplina de atendimento:** A disciplina de atendimento se refere à maneira, como os usuários serão selecionados para receber serviço. O mais comum é a disciplina FIFO (first in first out) o primeiro a chegar é o primeiro a ser atendido
  - (d) **Capacidade do sistema:** É visando a limitação física do sistema. Essa limitação se relaciona com a chegada mas a decisão de não se juntar à fila não é do usuário e sim do sistema de serviço.
  - (e) **Notação para filas:** Kendall [1953], definiu uma forma descrever filas, que é do tipo: A/B/c/K/Z, onde "A" descreve a distribuição do tempo entre chegadas, "B" a distribuição do tempo de serviço, "c" o número de servidores, "K" a capacidade da fila de espera e "Z" a disciplina de atendimento.

## 2 Modelo M/M/1

1. **Características:** : Por que "M"? O primeiro "M" significa que a distribuição de tempo é exponencial, "memoryless", markoviano. O segundo "M" significa que a distribuição do tempo de serviço é exponencial também. O "1" indica que há apenas um servidor. Na forma de Kendall tem o parâmetro "K" e "Z". Não aparecem, mas fica implícito: o "K" é infinito, ou seja, indica que a fila tem capacidade infinita. E o "Z" indica que o atendimento tem disciplina FIFO.
2. **Métricas importantes:**
  - (a) **Lambda( $\lambda$ ):** Taxa média de chegada, indica quantos usuários chegam em um intervalo de tempo.
  - (b) ( $\mu$ ): Indica a taxa de atendimento médio, ou seja, indica a velocidade média de atendimento.
3. **Quais problemas podem ser solucionados?**
  - (a) **Taxa de utilização ( $\rho$ ):** Indica a proporção do tempo em que o servidor está sendo usado. Para um sistema ser estável  $\rho$  precisa ser menor que 1.  $\rho = \lambda/\mu$ .
  - (b) **A probabilidade de ter "n" usuários no sistema**  $p(n) = (\rho^n) \times (1 - \rho)$
  - (c) **A probabilidade de ter mais de "K" usuários no sistema:**  $p(n > K) = \rho^{K+1}$ .
  - (d) **Número médio de usuários no sistema(L):**  $L = \lambda/\mu - \lambda$
  - (e) **O número médio de usuários na fila(Lq):**  $Lq = \lambda^2/\mu(\mu - \lambda)$
  - (f) **Tempo médio gasto no sistema por usuários(W):**  $W = 1/\mu - \lambda$
  - (g) **Tempo médio de espera na fila (Wq):**  $Wq = \lambda/\mu(\mu - \lambda)$

## References

MAGALHAES, M. N. Introdução à rede de filas. In: *Rede de Filas: IME-USP*. [S.l.]: IME-USP, 2020. page.11