# Medição do Ângulo de Inclinação

# Instrumentação Eletrônica para Engenharia

Filipe Menezes Ribeiro Antunes, Giulio Henrique de Andrade Pasini Engenharia Eletrônica
Universidade de Brasília - Faculdade do Gama
Gama, Distrito Federal
E-mails: 180041762@aluno.unb.br , 221029211@aluno.unb.br

Resumo— Neste trabalho, apresentamos o método de medição do ângulo de inclinação de um plano usando o sensor acelerômetro e giroscópio MPU6050. O objetivo do estudo é analisar duas formas de estimar o ângulo: uma baseada na trigonometria dos dados do acelerômetro e outra baseada na integração numérica dos dados do giroscópio. Para validar as estimativas, comparamos elas com um sistema de referência, o mesmo que foi usado no relatório anterior para calibrar o sensor. Os resultados mostram os valores do ângulo de inclinação obtidos pelos dois métodos e sua relação com o sistema de referência. As análises ressaltam a qualidade e a exatidão das medições feitas.

palavras-chave: MPU6050. Integração Numérica. Acelerômetro. Giroscópio. Composição Trigonométrica. Ângulo de Inclinação.

#### I. INTRODUÇÃO

Medir com precisão o ângulo de inclinação é essencial para vários campos da engenharia e automação, como robótica, sistemas de estabilização, veículos autônomos, etc. Para isso, o sensor MPU6050 [1], que combina acelerômetro e giroscópio em um único dispositivo [2], tornou-se uma alternativa comum para esses usos, por ser versátil e eficiente.

Este trabalho tem como propósito utilizar o sensor MPU6050 para medir o ângulo de inclinação de um plano. Para isso, serão usados dois métodos diferentes de cálculo do ângulo: a trigonometria dos dados do acelerômetro e a integração numérica dos dados do giroscópio. A razão para essa escolha é a possibilidade de comparar e validar as estimativas do ângulo feitas pelos dois métodos, bem como conferir sua coerência com um sistema de referência. Esse sistema de referência é o mesmo que foi aplicado na calibração estática do sensor, assegurando uma base segura para a comparação das medições.

Os objetivos traçados para este estudo incluem:

- Comparar as Estimativas de Ângulo: Medir o ângulo de inclinação usando a trigonometria dos dados do acelerômetro e a integração numérica dos dados do giroscópio.
- Validar com Sistema de Referência: Analisar as diferenças entre as estimativas de ângulo feitas pelos dois métodos com um sensor MPU6050, que será o

- sistema de referência que foi usado na calibração, para checar a precisão das medições.
- Fazer uma análise e uma discussão dos resultados alcançados, apontando as possíveis causas de erro e sugerindo melhorias para o futuro.

Em seguida, serão explicados os princípios teóricos dos sensores usados, os métodos usados na medição e na análise dos resultados, e as discussões sobre as estimativas encontradas.

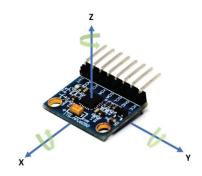


Figura 1. A MPU-6050 tem 6 eixos para medir os 6 graus de liberdade, dos quais 3 são do giroscópio e 3 são do acelerômetro.

#### II. METODOLOGIA

- Preparo e Montagem: Antes de tudo, serão reunidos os equipamentos e materiais necessários, como o sensor MPU6050, Arduino, suporte para fixar o sensor (veja a Fig. 2), e o sistema de referência usado na calibração. O sensor MPU6050 será colocado no suporte, garantindo que esteja bem nivelado antes das medições.
- Seleção do Plano e Posicionamento do Sensor: Será escolhido o plano para medir o ângulo de inclinação. O sensor MPU6050 será colocado de forma adequada no plano escolhido, garantindo que o eixo Z do sensor fique de pé em relação ao plano de referência.
- Coleta de Dados: Serão coletados os dados do acelerômetro e giroscópio do MPU6050, usando o Arduino.

Ele medirá as acelerações nos eixos X, Y e Z do acelerômetro e as velocidades angulares nos mesmos eixos do giroscópio.

- Para calcular o ângulo de inclinação em cada eixo (X, Y e Z), usaremos a fórmula da composição trigonométrica, Eq. 1, com os dados do acelerômetro. Depois, faremos uma correção usando os parâmetros de calibração (Ganho e Aoffset) que foram obtidos no procedimento de calibração estática, para aumentar a precisão da estimativa.
- Para calcular o ângulo de inclinação, integraremos numericamente as leituras de velocidade angular para cada eixo (X, Y e Z) ao longo do tempo, conforme a Eq. 3. Consideraremos também os possíveis erros de drift que podem ocorrer na integração.
- Usamos o sistema de referência para medir diretamente o ângulo de inclinação do plano. Comparamos as estimativas de ângulo que obtivemos pelo acelerômetro e pelo giroscópio com o valor medido pelo sistema de referência, para avaliar a precisão e a confiabilidade dos métodos de medição. O sistema de referência está mostrado na Fig. 2.

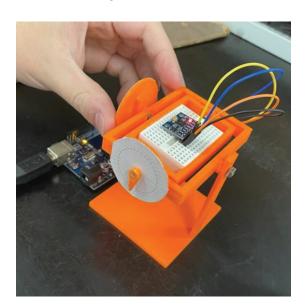


Figura 2. Sistema de referência que foi usado no projeto para verificar se as medidas de ângulo estão certas.

#### • Análise dos Resultados:

As diferenças entre as estimativas de ângulo obtidas pelos dois métodos e o sistema de referência foram analisadas. Foram identificadas possíveis fontes de erro e discutida sua influência nos resultados.

## III. CÁLCULO DO ÂNGULO DE INCLINAÇÃO

Para medir o ângulo de inclinação com o sensor MPU6050, usamos as informações que vêm do acelerômetro e do giroscópio. Cada sensor tem seus pontos fortes e fracos, e juntando suas saídas conseguimos uma estimativa mais exata e confiável do ângulo de inclinação em relação à gravidade e ao plano de referência.

## A. Cálculo do Ângulo de Inclinação pelo Acelerômetro

- Leitura do Acelerômetro: As leituras do acelerômetro  $(A_{\rm X},A_{\rm Y},A_{\rm Z})$  nos dão os valores das acelerações nos três eixos.
  - Cálculo do ângulo: O acelerômetro do MPU6050 capta as acelerações nos três eixos do espaço (X, Y e Z). Se a MPU6050 estiver parada e bem alinhada, o acelerômetro mede diretamente a componente da aceleração da gravidade na direção do eixo Z, que é perpendicular ao plano de referência. Supondo que o acelerômetro esteja perfeitamente calibrado, a intensidade da aceleração da gravidade (Ag) é igual a 1g (9,81 m/s²), usando a aceleração da gravidade padrão na superfície da Terra. Com a trigonometria, é possível encontrar o ângulo de inclinação (θ<sub>acel</sub>) do plano em relação à direção da gravidade usando as leituras do acelerômetro nos eixos X, Y e 7

$$\theta_{\text{acel}} = \arctan\left(\frac{A_{\text{eixo}}}{\sqrt{A_{\text{X}}^2 + A_{\text{Y}}^2 + A_{\text{Z}}^2}}\right) \tag{1}$$

#### Onde:

- θ<sub>acel</sub> é o ângulo de inclinação estimado pelo acelerômetro no eixo em questão.
- A<sub>X</sub>, A<sub>Y</sub>, A<sub>Z</sub> são as leituras do acelerômetro nos eixos X, Y e Z, respectivamente.
- A<sub>eixo</sub> é o valor do acelerômetro no eixo de interesse (X, Y ou Z).
- Ajuste com base na calibração estática: Para estimar o ângulo de inclinação com mais precisão, é preciso fazer alguns ajustes depois de calcular esse ângulo usando o acelerômetro. Esses ajustes dependem dos parâmetros de calibração (Ganho e Aoffset) que foram obtidos no procedimento de calibração estática do sensor. Eles servem para corrigir erros e desvios que podem ocorrer nas medições.
- Conversão para graus: Não pode se esquecer de converter o valor encontrado para graus (°). Para fazer essa conversão, você precisa usar esta relação trigonométrica:

angulo em graus = angulo em 
$$rad \times \frac{180}{\pi}$$
 (2)

## B. Cálculo do Ângulo de Inclinação pelo Giroscópio

Para calcular o ângulo de inclinação com o acelerômetro, você precisa medir as acelerações gravitacionais nos eixos X, Y e Z. Se a MPU6050 estiver parada e nivelada, o acelerômetro só vai captar a aceleração gravitacional no eixo Z, que é o que fica de pé em relação ao plano de referência.

- O acelerômetro (AX, AY, AZ) mede as acelerações em cada eixo. Quando está parado e nivelado, a aceleração gravitacional (Ag) no eixo Z é 1g (9,81 m/s²), usando a gravidade padrão na superfície da Terra.
- Para estimar o ângulo de inclinação (θgiro) com base nas medições do giroscópio, fazemos a integração numérica das velocidades angulares no tempo. Considerando um intervalo de tempo discreto Δt entre as amostras, a integração é feita assim:

$$\theta_{\rm giro} = \theta_{\rm giro} + \omega_{\rm eixo} \times \Delta t$$
 (3)

#### No qual:

- $\theta_{\rm giro}$  é o ângulo de inclinação estimado pelo giroscópio no eixo em questão (X, Y ou Z) em graus.
- $\omega_{\rm eixo}$  é a leitura do giroscópio na velocidade angular no eixo de interesse (X, Y ou Z) em °/s.
- $\Delta t$  é o intervalo de tempo entre as amostras em segundos.

#### C. Erro Quadrático Médio (EQM)

O Erro Quadrático Médio (EQM) é uma métrica importante para avaliar a precisão de um modelo ou estimativa. Ele é calculado ao se tomar a média dos quadrados das diferenças entre os valores estimados e os valores reais. No nosso caso, calculamos o EQM para cada conjunto de ângulos em relação aos ângulos de referência (0, 45 e 90 graus), e então tiramos a raiz quadrada do EQM para obter a Raiz do Erro Quadrático Médio (REMQ). Os resultados obtidos, REMQ para 0 graus: 0.62, REMQ para 45 graus: 1.77 e REMQ para 90 graus: 2.08, indicam que as estimativas são mais precisas para ângulos próximos a 0 graus e menos precisas para ângulos próximos a 90 graus. Isso pode ser devido a vários fatores, como a resolução do sensor ou a natureza dos dados coletados.

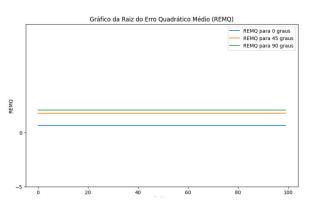


Figura 3. Erro Quadrático Médio (EQM)

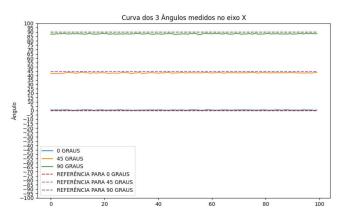


Figura 4. Ângulos medidos no eixo X.

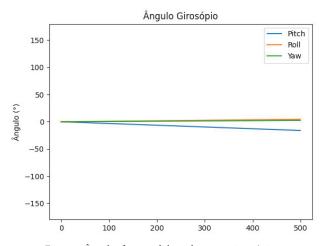


Figura 5. Ângulos fixos medidos pelo sensor giroscópio.

## V. Conclusões

Este relatório buscou explicar o método de medição do ângulo de inclinação com o sensor MPU6050, usando o acelerômetro e giroscópio, e a comparação com um sistema de referência. Durante o estudo, conseguimos resultados bons nas medições feitas pelo acelerômetro, que mostraram uma boa precisão depois da calibração estática adequada. Porém, durante a implementação, enfrentamos desafios na obtenção precisa dos ângulos pelo giroscópio, principalmente devido ao fenômeno do "drift". Apesar de resultados coerentes e satisfatórios para o acelerômetro, a integração numérica das velocidades angulares do giroscópio mostrou-se suscetível ao acúmulo de erros ao longo do tempo. A dificuldade em controlar o "drift" impactou a confiabilidade das leituras, indicando a necessidade de explorar abordagens mais avançadas de filtragem para futuras melhorias no projeto.

## Referências

- [1] InvenSense, "Mpu-6000 and mpu-6050 product specification revision 3.4," https://invensense.tdk.com/wp-content/uploads/2015/02/MPU-6000-Datasheet1.pdf, 2015, acessado em: 11 dez. 2023.
  [2] "Calibrating mpu6050," https://wired.chillibasket.com/2015/01/calibrating-mpu6050/, 2015, acessado em: 11 dez. 2023.

  M. Garcia and R. Barbosa, "Análise do salto vertical com contramovimento utilizando sensores inerciais," 2022.
  [3] https://github.com/FilipeAntunes89/Trabalho-Pr-tico-Acelr-metro-MPU6050
- MPU6050