



Instituto Superior de Engenharia

Politécnico de Coimbra

Sistemas Digitais

**CTeSP Tecnologias e Programação de Sistemas de Informação
(Cantanhede)**

Professor: João Leal

joao.leal@isec.pt

Somadores



**Instituto Superior
de Engenharia**

Politécnico de Coimbra

- Os somadores são importantes em computadores e também noutros tipos de sistemas digitais nos quais dados numéricos são processados.
- Uma compreensão da operação básica de um somador é fundamental no estudo de sistemas digitais.

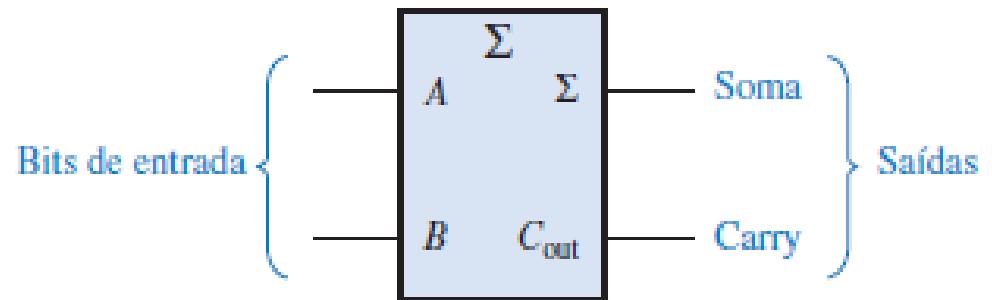
Meio-Somador



Instituto Superior
de Engenharia

Politécnico de Coimbra

- Relembrar as regras básicas para a adição binária...
- As **operações** são realizadas por um **circuito lógico** chamado de **meio-somador**.
- O meio-somador **aceita dois dígitos binários** nas suas entradas e **produz dois dígitos binários** nas suas saídas, um bit de soma e um bit de carry.



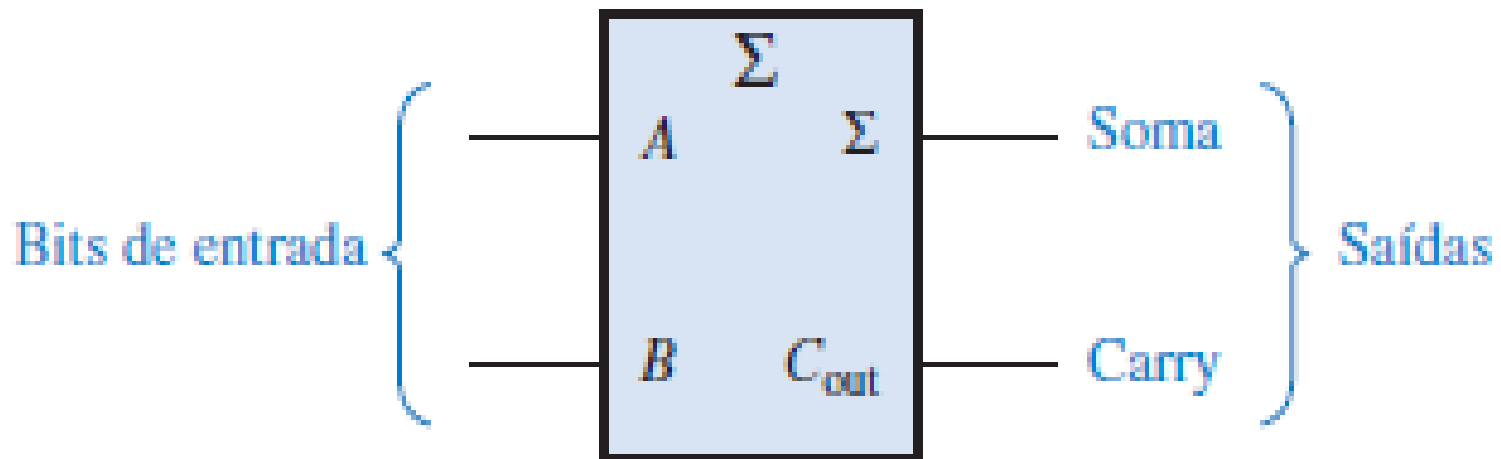
Meio-Somador



Instituto Superior
de Engenharia

Politécnico de Coimbra

- Um meio-somador soma dois bits e produz um resultado (soma) e um carry de saída.



Meio-Somador



Instituto Superior
de Engenharia

Politécnico de Coimbra

- **Lógica do Meio-Somador:** A partir da operação do meio-somador expressa na Tabela, podemos deduzir expressões para a soma (resultado) e para o carry de saída como funções das entradas. Observe que o carry de saída (C_{out}) é 1 apenas quando A e B são 1s; portanto, C_{out} pode ser expresso como uma operação AND entre as variáveis de entrada.

A	B	C_{out}	Σ
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

Σ = soma

C_{out} = carry de saída

A e B = variáveis de entrada (operandos)

$$C_{out} = AB$$

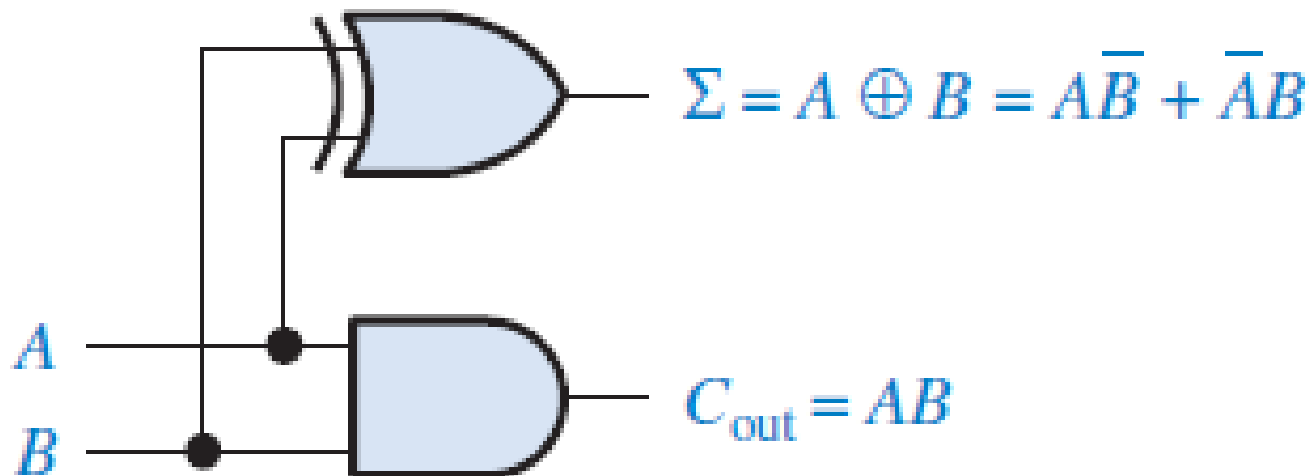
Meio-Somador



Instituto Superior
de Engenharia

Politécnico de Coimbra

- Diagrama Lógico de um Meio-somador



Somador Completo



Instituto Superior
de Engenharia

Politécnico de Coimbra

- A segunda categoria de somadores é o somador-completo.
- O somador-completo **aceita dois bits de entrada e um carry de entrada**, e gera **uma saída de soma e um carry de saída**.
- A **diferença** básica entre um somador-completo e um meio-somador é que o somador-completo **aceita um carry de entrada**.

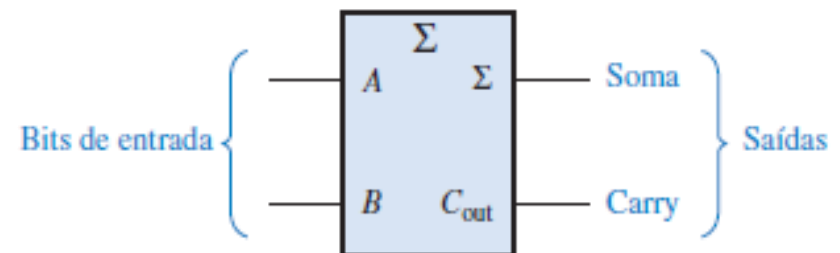
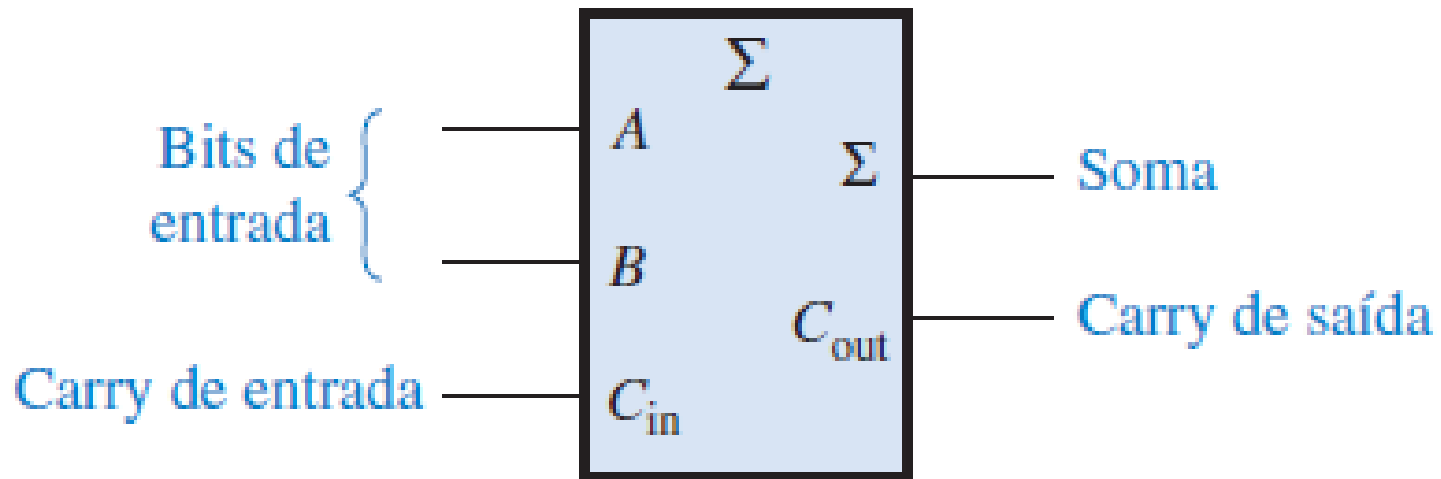
Somador Completo



Instituto Superior
de Engenharia

Politécnico de Coimbra

- Um somador-completo tem um carry de entrada, enquanto que um meio-somador não tem.



Somador Completo



Instituto Superior
de Engenharia

Politécnico de Coimbra

- Tabela-verdade do somador-completo

A	B	C_{in}	C_{out}	Σ
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

C_{in} = carry de entrada, algumas vezes indicado como CI

C_{out} = carry de saída, algumas vezes indicado como CO

Σ = soma

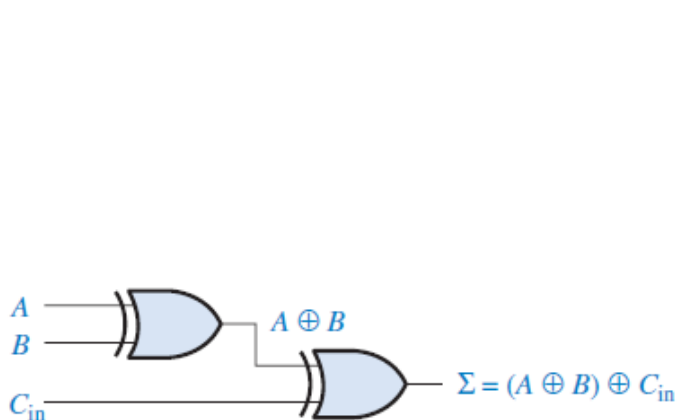
A e B = variáveis de entrada (operandos)

Somador Completo

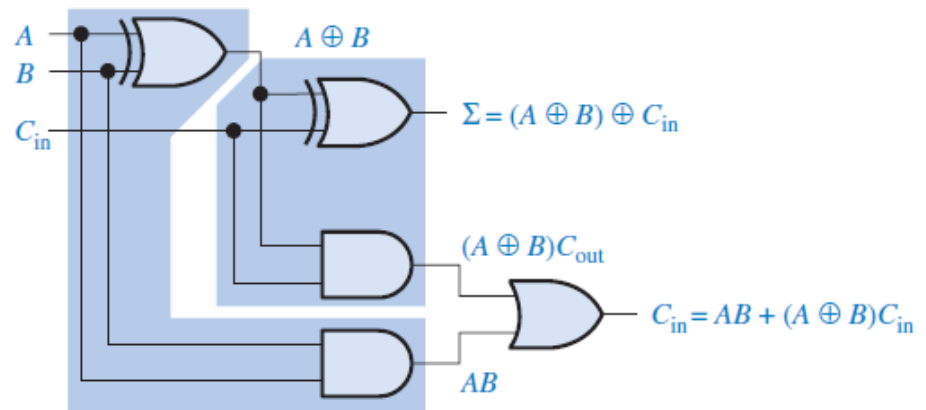


Instituto Superior
de Engenharia
Politécnico de Coimbra

- Circuito Lógico do Somador-Completo:** O somador-completo soma os dois bits de entrada e o carry de entrada. A partir do meio-somador sabemos que a soma dos bits de entrada A e B é a EX-OR



(a) Lógica necessária para construir um somador de três bits.



(b) Circuito lógico completo para um somador-completo (cada meio-somador se encontra numa área sombreada).

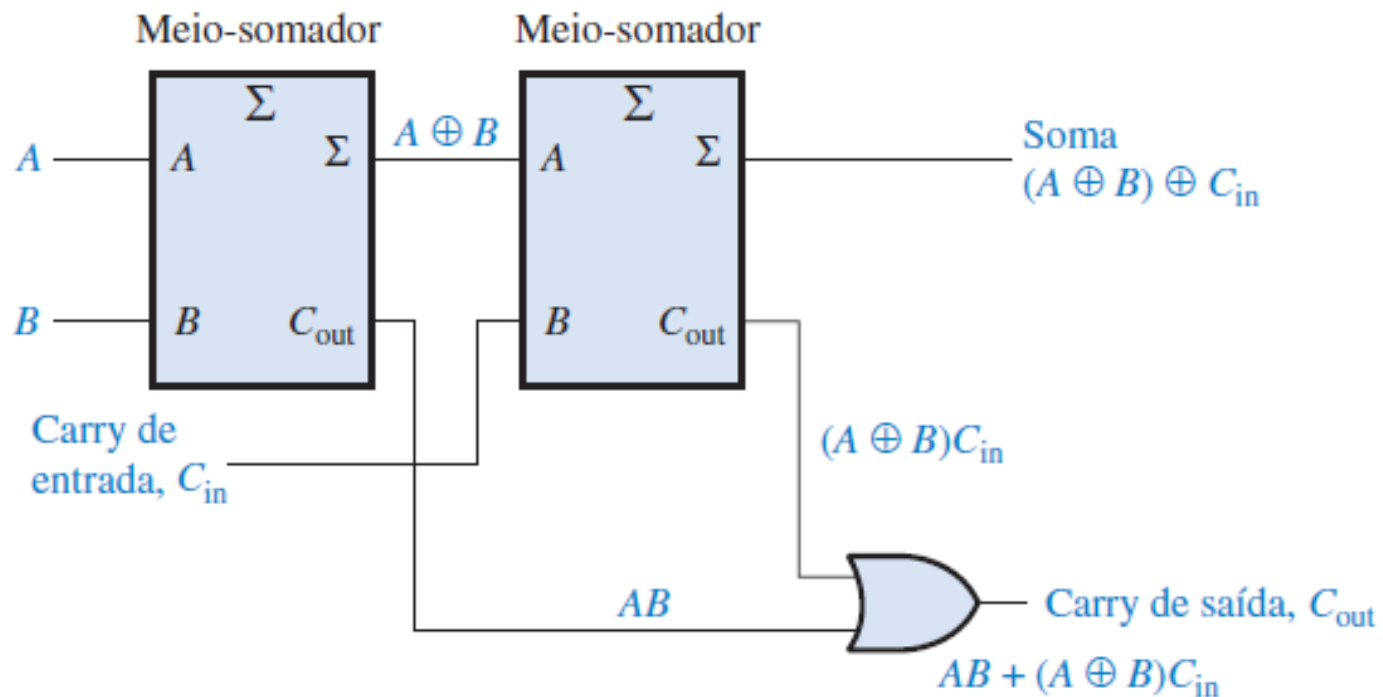
Somador Completo



Instituto Superior
de Engenharia

Politécnico de Coimbra

- Somador-completo implementado com meio-somadores.



(a) Associação de dois meio-somadores para construir um somador-completo.

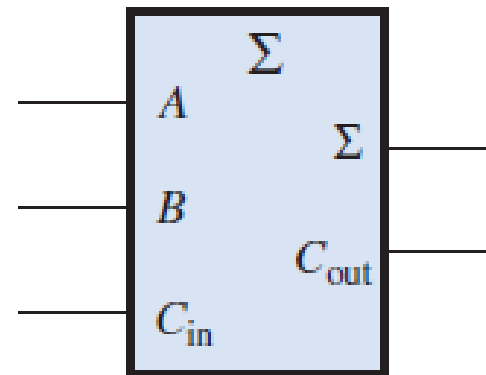
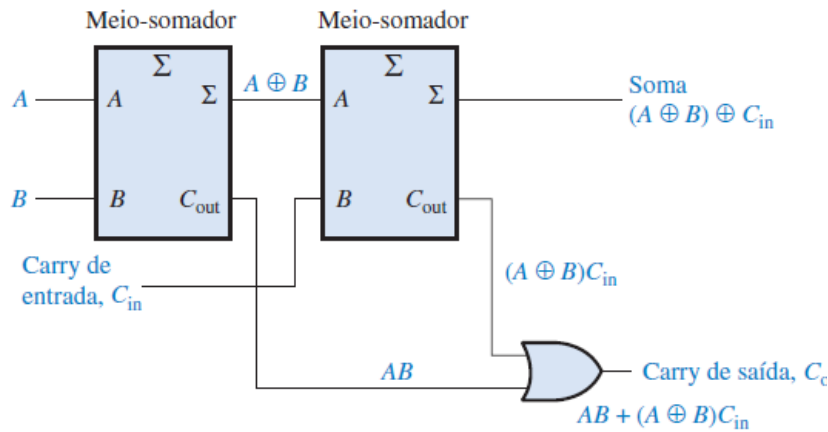
Somador Completo



Instituto Superior
de Engenharia

Politécnico de Coimbra

- Somador-completo implementado com meio-somadores.



(b) Símbolo lógico do somador-completo.

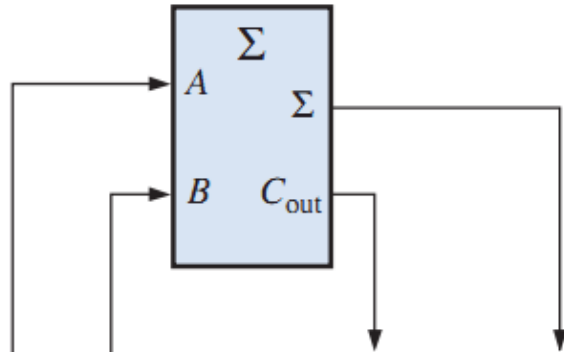
Resumindo...



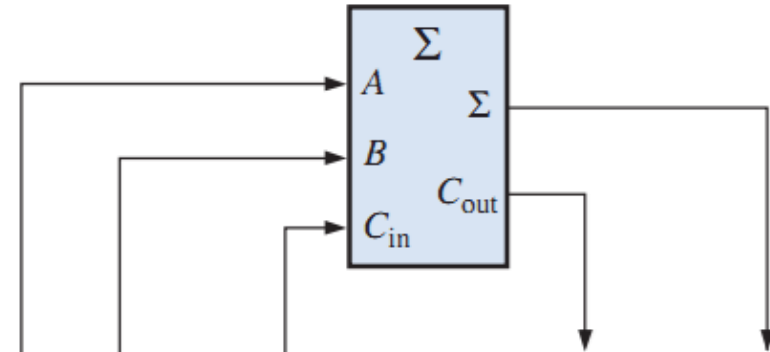
**Instituto Superior
de Engenharia**

Politécnico de Coimbra

Meio-somador



Somador-completo



Entradas		Saída de Carry	Soma
A	B	C_{out}	Σ
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

Entradas		Entrada de Carry	Saída de Carry	Soma
A	B	C_{in}	C_{out}	Σ
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

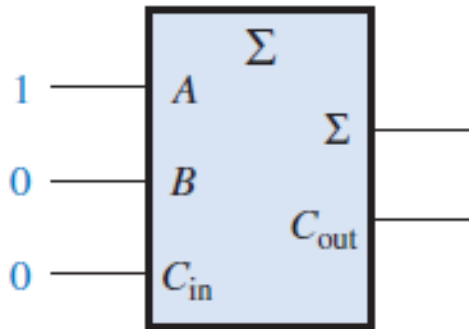
Exemplo



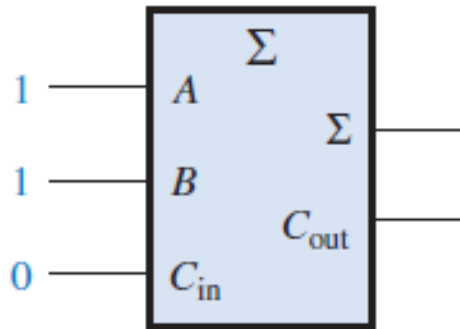
Instituto Superior
de Engenharia

Politécnico de Coimbra

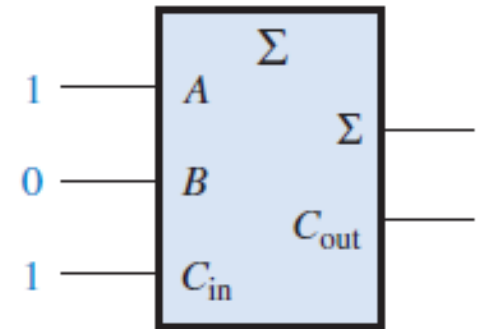
- Para cada um dos três somadores-completos na Figura, determine as saídas para as entradas mostradas.



(a)



(b)



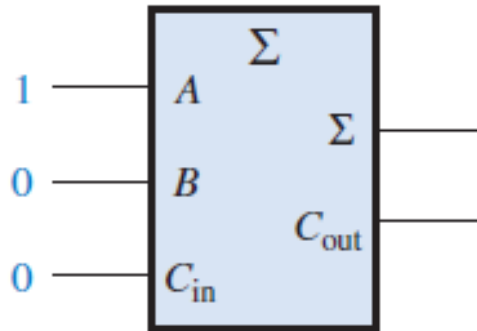
(c)

Exemplo

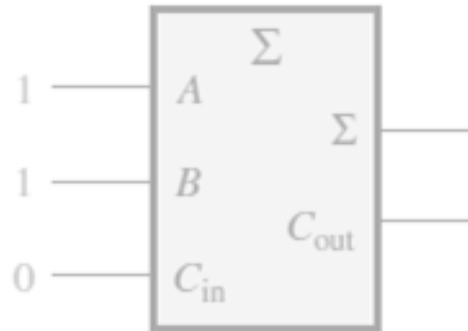


Instituto Superior
de Engenharia

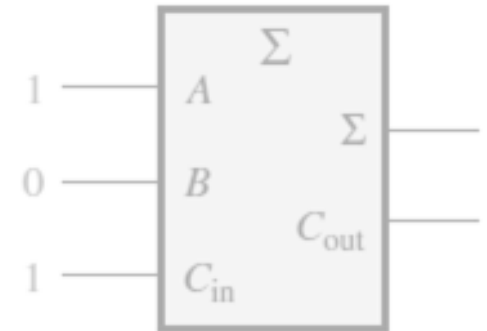
Politécnico de Coimbra



(a)



(b)



(c)

(a) Os bits de entrada são $A = 1$, $B = 0$ e $C_{in} = 0$.

$$1 + 0 + 0 = 1 \text{ sem carry}$$

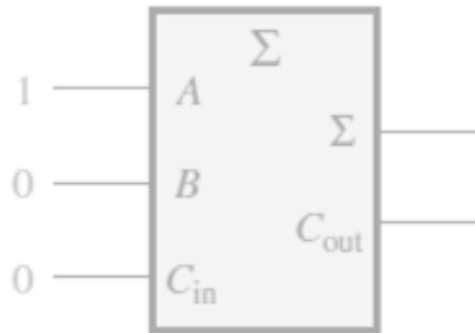
Portanto, $\Sigma = 1$ e $C_{out} = 0$.

Exemplo

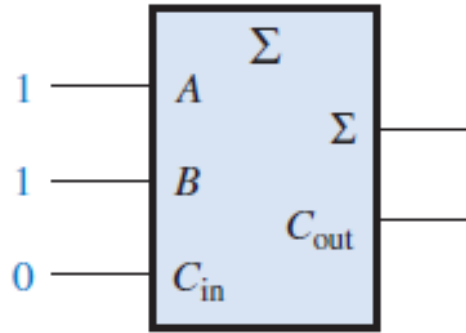


Instituto Superior
de Engenharia

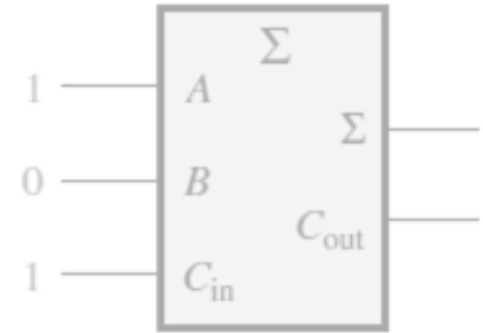
Politécnico de Coimbra



(a)



(b)



(c)

(b) Os bits de entrada são $A = 1$, $B = 1$ e $C_{in} = 0$.

$$1 + 1 + 0 = 0 \text{ com carry de } 1$$

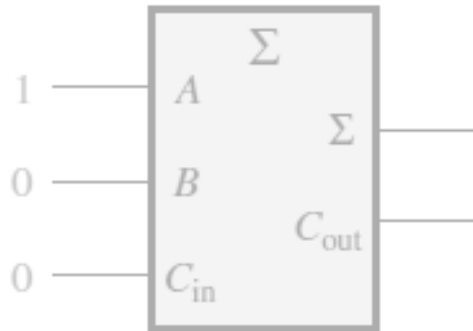
Portanto, $\Sigma = 0$ e $C_{out} = 1$.

Exemplo

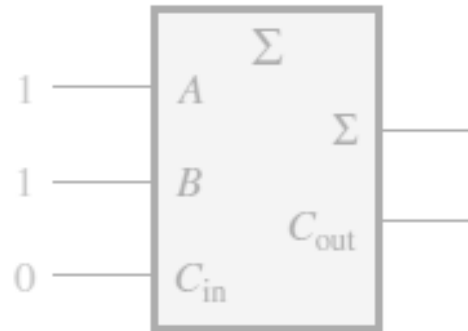


Instituto Superior
de Engenharia

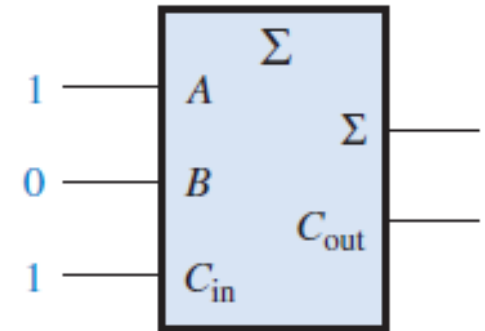
Politécnico de Coimbra



(a)



(b)



(c)

(c) Os bits de entrada são $A = 1$, $B = 0$ e $C_{in} = 1$.

$$1 + 0 + 1 = 0 \text{ com carry de } 1$$

Portanto, $\Sigma = 0$ e $C_{out} = 1$.

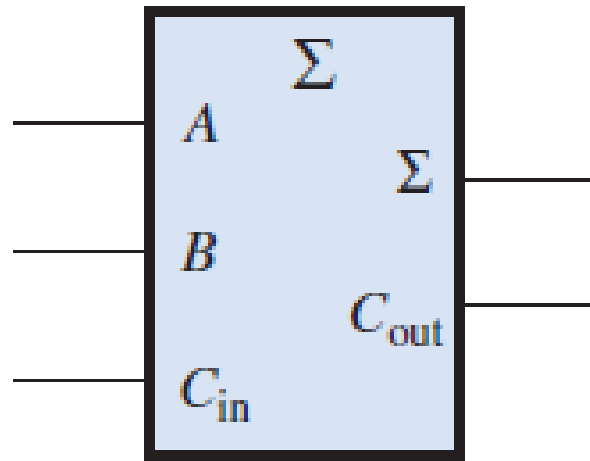
Exercícios



Instituto Superior
de Engenharia

Politécnico de Coimbra

1. Quais são as saídas de um somador-completo para $A = 1$, $B = 1$ e $C_{in} = 1$?



$$\Sigma = 1, C_{out} = 1$$

Exercícios



Instituto Superior
de Engenharia
Politécnico de Coimbra

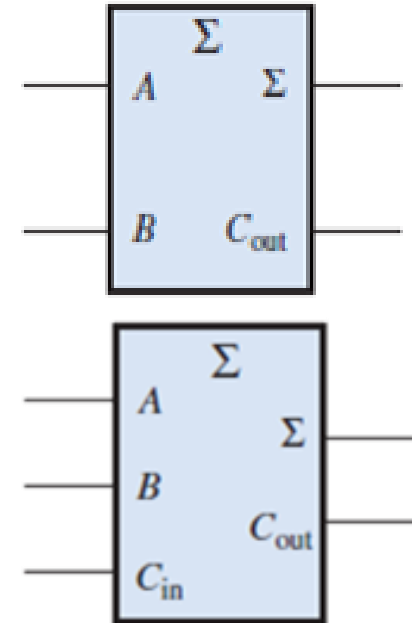
2. Determine a soma (Σ) e o carry de saída (C_{out}) de um meio-somador para cada um dos conjuntos de bits de entrada a seguir:

(a) 01 $\Sigma = 1, C_{out} = 0$

(b) 00 $\Sigma = 0, C_{out} = 0$

(c) 10 $\Sigma = 1, C_{out} = 0$

(d) 11 $\Sigma = 0, C_{out} = 1$



3. Um somador-completo tem $C_{in} = 1$. Quais são a soma (Σ) e o carry de saída (C_{out}) quando $A = 1$ e $B = 1$?

$$\Sigma = 1, C_{out} = 1$$

Somadores Binários Paralelos



**Instituto Superior
de Engenharia**

Politécnico de Coimbra

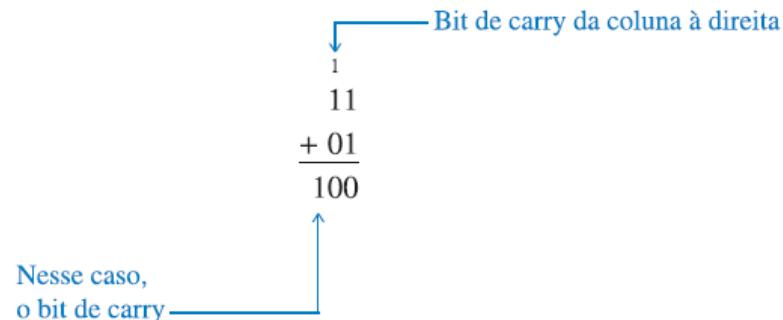
- Dois ou mais somadores-completos podem ser conectados para construir somadores binários paralelos.
- Um único somador-completo é capaz de somar dois números de 1 bit e um carry de entrada.

Somadores Binários Paralelos



Instituto Superior
de Engenharia
Politécnico de Coimbra

- Para somar números binários com mais de 1 bit, temos que usar somadores-completos adicionais.
- Quando um número binário é somado a outro, cada coluna gera um bit de soma e um bit de carry (que pode ser 1 ou 0) para a próxima coluna à esquerda, conforme ilustrado a seguir com números de dois bits.



Somadores Binários Paralelos



**Instituto Superior
de Engenharia**

Politécnico de Coimbra

- Para somar dois números binários, é necessário um somador-completo para cada bit do número.
- Assim, para números de dois bits, são necessários dois somadores; para números de 4 bits, são usados quatro somadores; e assim sucessivamente.

Somadores Binários Paralelos



Instituto Superior
de Engenharia

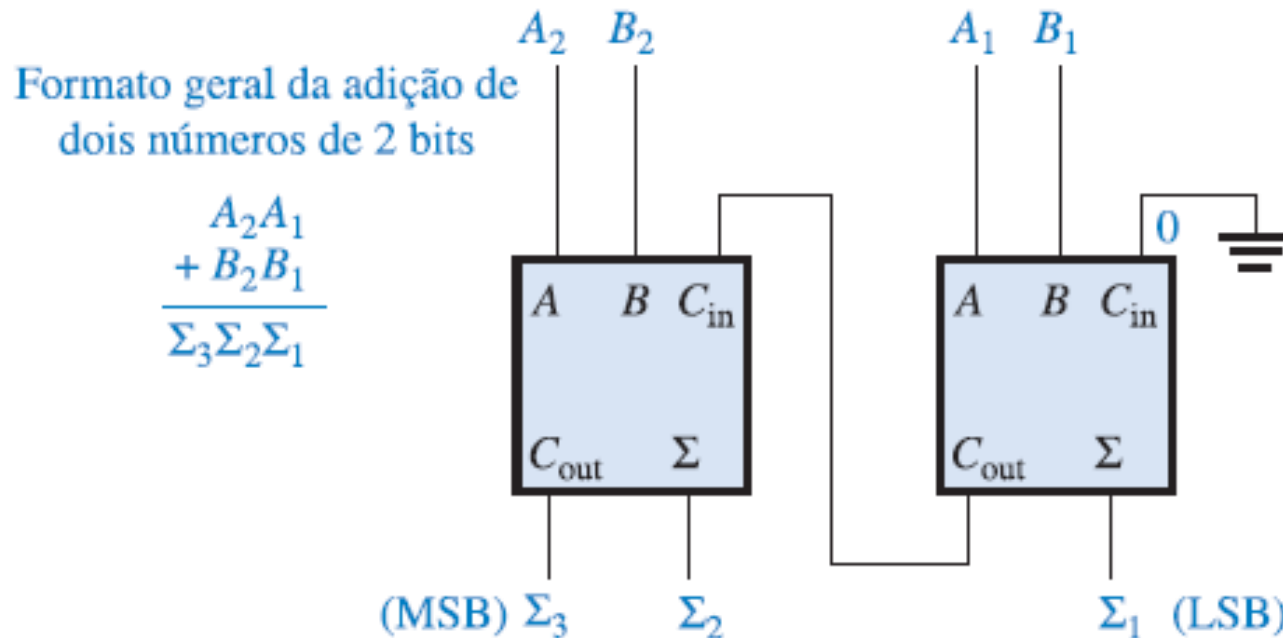
Politécnico de Coimbra

- A saída de carry de cada somador é conectada à entrada de carry do próximo somador de maior ordem, conforme mostra a figura para um somador de dois bits.
- Atenção que um meio-somador pode ser usado na posição menos significativa ou um somador-completo com a entrada de carry colocada em 0 (GND) porque não existe entrada de carry na posição do bit menos significativo.

Somadores Binários Paralelos



Instituto Superior
de Engenharia
Politécnico de Coimbra

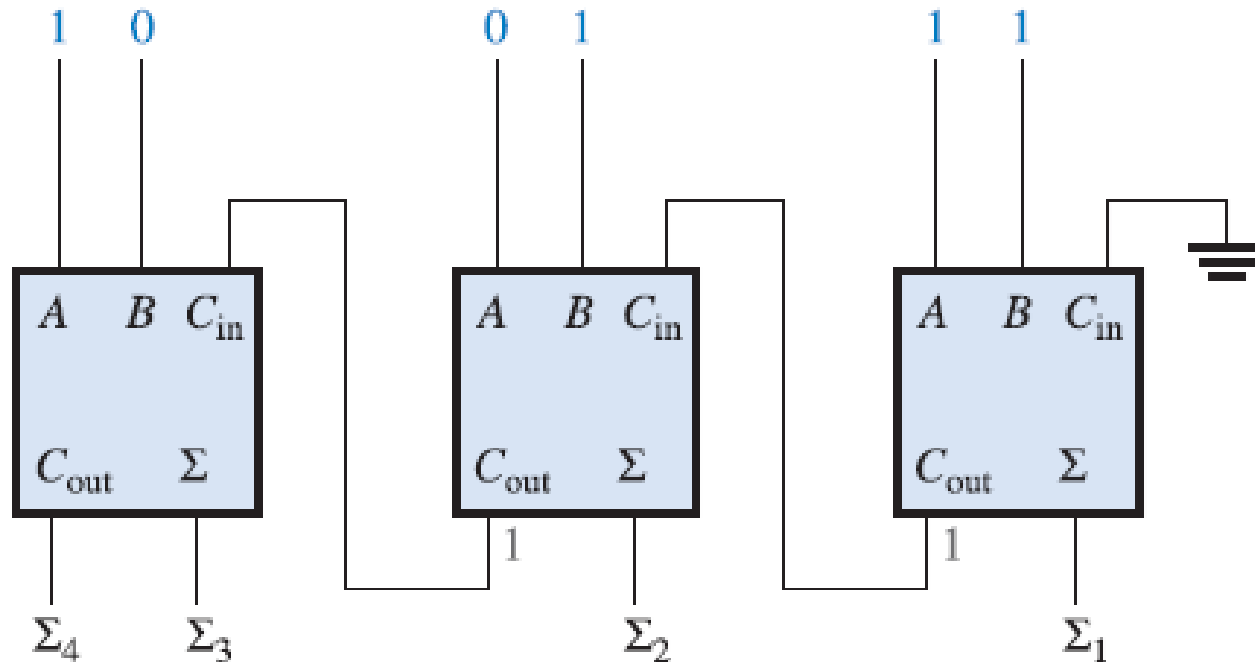


Nota: Na Figura o bit menos significativo (LSB) dos dois números são representados por A_1 e B_1 . Os próximos bits de ordem maior são representados por A_2 e B_2 . E os três bits de soma são Σ_1 , Σ_2 e Σ_3 . O carry de saída do somador-completo mais à esquerda se torna o bit mais significativo (MSB) do resultado (soma), Σ_3 .

Exemplo



- Determine a soma gerada pelo somador paralelo de 3 bits visto na figura e mostre os carries intermediários quando os números binários 1010 e 011 são somados.



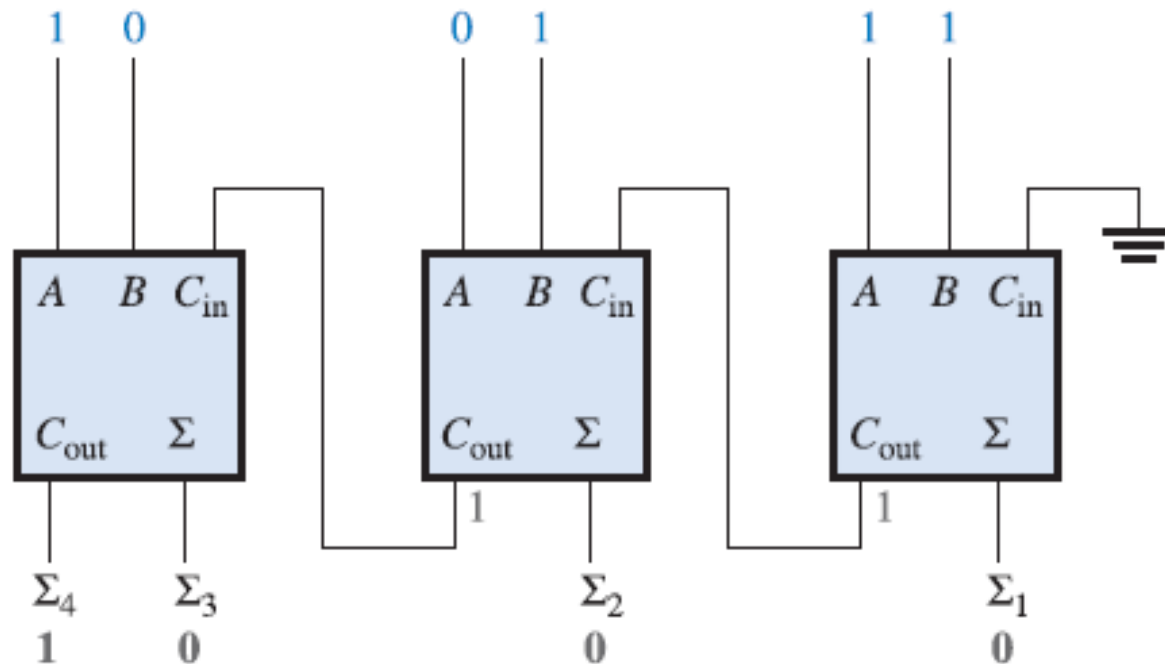
Exemplo



Instituto Superior
de Engenharia

Politécnico de Coimbra

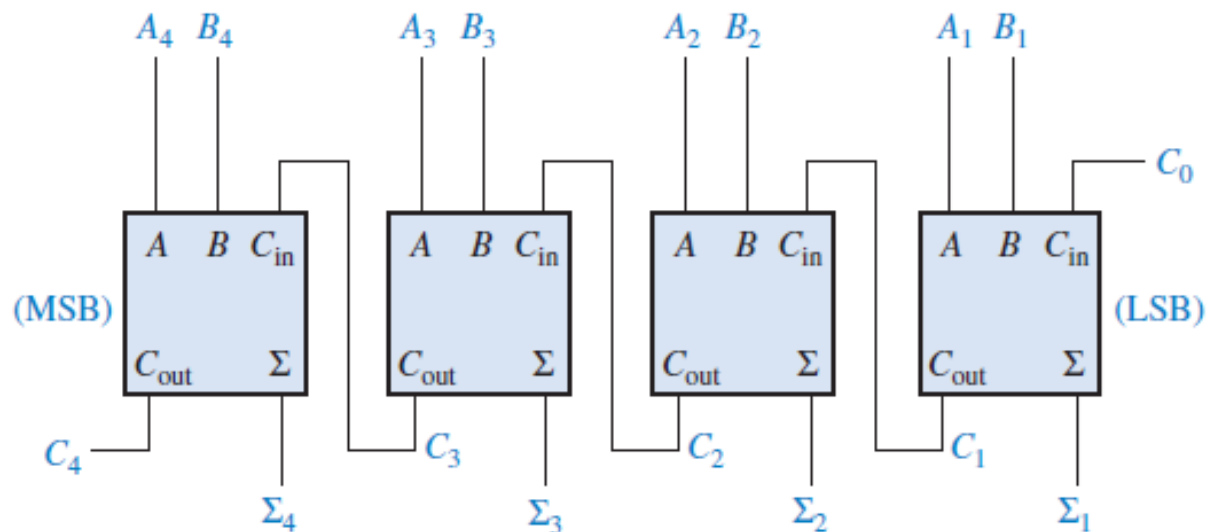
- Determine a soma gerada pelo somador paralelo de 3 bits visto na figura e mostre os carries intermediários quando os números binários 1010 e 011 são somados.



Os LSBs dos dois números são somados no somador-completo mais à direita. Os bits do resultado e os carries intermediários são indicados em cinza.

Somadores Paralelos de Quatro Bits

- Um grupo de quatro bits é denominado de *nibble*.
- Um somador paralelo de 4 bits básico é implementado com quatro estágios de somadores-completos como mostra a figura.



(a) Diagrama em bloco

Somadores Paralelos de Quatro Bits

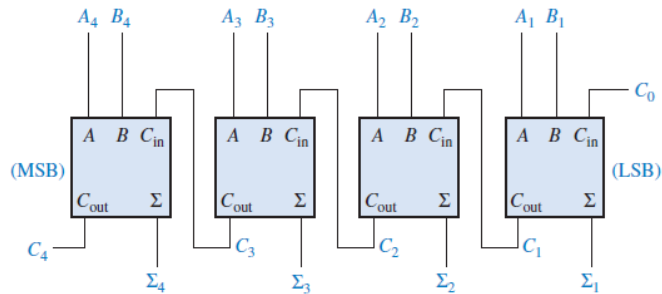
- Os bits LSB (A_1 e B_1) em cada número são somados pelo somador-completo mais à direita; os **bits de ordem mais alta** são inseridos sucessivamente nos **somadores de ordem mais alta**, com os MSBs (A_4 e B_4) em cada número inseridos no somador-completo mais à esquerda.
- A saída de carry de cada somador é conectada à entrada de carry para o próximo somador de ordem mais alta conforme indicado. Esses são denominados de **carries internos**.

Somadores Paralelos de Quatro Bits

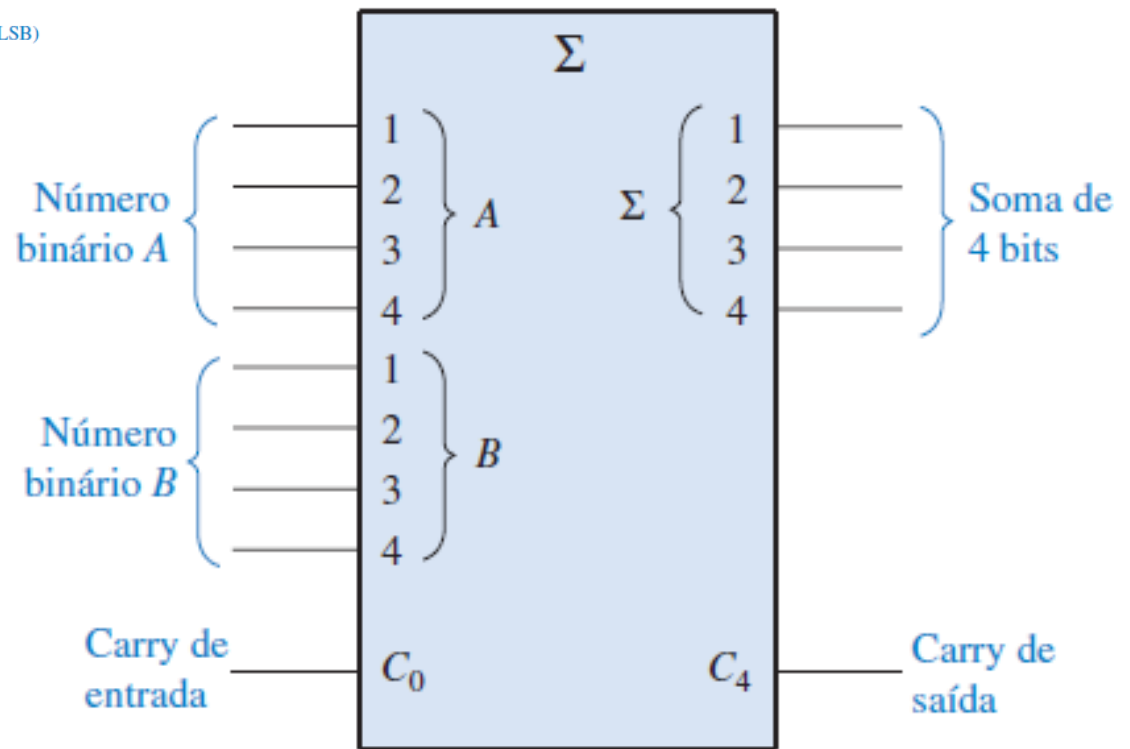


Instituto Superior
de Engenharia

Politécnico de Coimbra



(a) Diagrama em bloco



(b) Símbolo lógico

Somadores Paralelos de Quatro Bits

- De acordo com as folhas de dados dos fabricantes, a entrada denominada de C_0 é o **carry de entrada do bit menos significativo do somador**; no caso do quatro bits, C_4 é o **carry de saída do bit mais significativo do somador**; e Σ_1 (LSB) até Σ_4 (MSB) são as saídas do resultado (soma).
- Em termos do método usado para operar com carries em somadores paralelos, existem dois tipos: o somador com ***carry ondulante (ripple carry)*** e o somador com ***carry antecipado (lookahead carry)***.

Somadores Paralelos de Quatro Bits

- Tabela-verdade para cada estágio de um somador paralelo de 4 bits

C_{n-1}	A_n	B_n	Σ_n	C_n
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Exemplo



Instituto Superior
de Engenharia
Politécnico de Coimbra

- Use a tabela-verdade do somador paralelo de 4 bits para determinar a soma e o carry de saída para a adição dos seguintes números de 4 bits se o carry de entrada (C_{n-1}) for 0:

$$A_4A_3A_2A_1 = 1100 \quad \text{e} \quad B_4B_3B_2B_1 = 1100$$

Exemplo



Instituto Superior
de Engenharia

Politécnico de Coimbra

- Use a tabela-verdade do somador paralelo de 4 bits para determinar a soma e o carry de saída para a adição dos seguintes números de 4 bits se o carry de entrada (C_{n-1}) for 0:

$$A_4A_3A_2A_1 = 1100 \quad \text{e} \quad B_4B_3B_2B_1 = 1100$$

C_{n-1}	A_n	B_n	Σ_n	C_n
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Exemplo



Instituto Superior
de Engenharia

Politécnico de Coimbra

$$A_4A_3A_2A_1 = 1100 \quad \text{e} \quad B_4B_3B_2B_1 = 1100$$

C_{n-1}	A_n	B_n	Σ_n	C_n
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Para $n = 1$: $A_1 = 0$, $B_1 = 0$ e $C_{n-1} = 0$. A partir da 1ª linha da tabela,

$$\Sigma_1 = 0 \quad \text{e} \quad C_1 = 0$$

Exemplo



Instituto Superior
de Engenharia

Politécnico de Coimbra

$$A_4A_3A_2A_1 = 1100 \quad \text{e} \quad B_4B_3B_2B_1 = 1100$$

C_{n-1}	A_n	B_n	Σ_n	C_n
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Para $n = 1$: $A_1 = 0$, $B_1 = 0$ e $C_{n-1} = 0$. A partir da 1ª linha da tabela,

$$\Sigma_1 = 0 \quad \text{e} \quad C_1 = 0$$

Para $n = 2$: $A_2 = 0$, $B_2 = 0$ e $C_{n-1} = 0$. A partir da 1ª linha da tabela,

$$\Sigma_2 = 0 \quad \text{e} \quad C_2 = 0$$

Exemplo



Instituto Superior
de Engenharia

Politécnico de Coimbra

$$A_4A_3A_2A_1 = 1100 \quad \text{e} \quad B_4B_3B_2B_1 = 1100$$

C_{n-1}	A_n	B_n	Σ_n	C_n
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Para $n = 3$: $A_3 = 1$, $B_3 = 1$ e $C_{n-1} = 0$. A partir da 4ª linha da tabela,

$$\Sigma_3 = 0 \quad \text{e} \quad C_3 = 1$$

Exemplo



Instituto Superior
de Engenharia

Politécnico de Coimbra

$$A_4A_3A_2A_1 = 1100 \quad \text{e} \quad B_4B_3B_2B_1 = 1100$$

C_{n-1}	A_n	B_n	Σ_n	C_n
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Para $n = 3$: $A_3 = 1$, $B_3 = 1$ e $C_{n-1} = 0$. A partir da 4ª linha da tabela,

$$\Sigma_3 = 0 \quad \text{e} \quad C_3 = 1$$

Para $n = 4$: $A_4 = 1$, $B_4 = 1$ e $C_{n-1} = 1$. A partir da última linha da tabela,

$$\Sigma_4 = 1 \quad \text{e} \quad C_4 = 1$$

C_4 | carry de saída: a soma de 1100 e 1100 é 11000.

Exercícios



Instituto Superior
de Engenharia

Politécnico de Coimbra

4. Use a tabela-verdade para determinar o resultado da adição dos números binários 1011 e 1010.

C_{n-1}	A_n	B_n	Σ_n	C_n
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

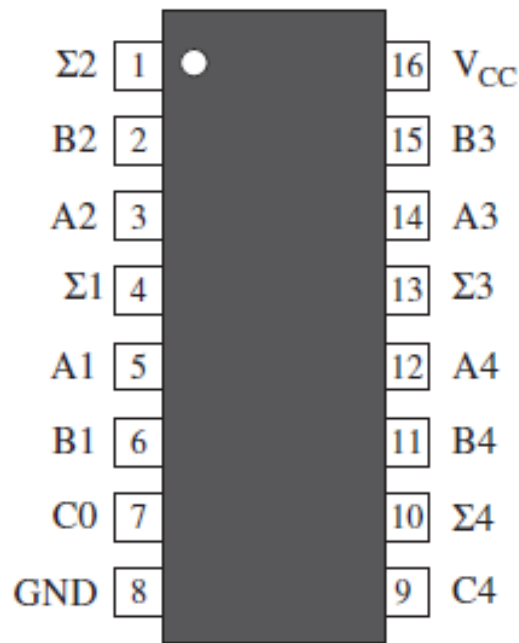
Somadores Paralelos de Quatro Bits (74LS283)

- Um exemplo de um somador paralelo de 4 bits que é comercializado é o CI 74LS283.
- VCC é o pino 16 e GND é o pino 8, que é uma configuração padrão.
- O digrama de pinos e o símbolo lógico para o dispositivo são mostrados na figura (com os números os pinos em parênteses no símbolo lógico).

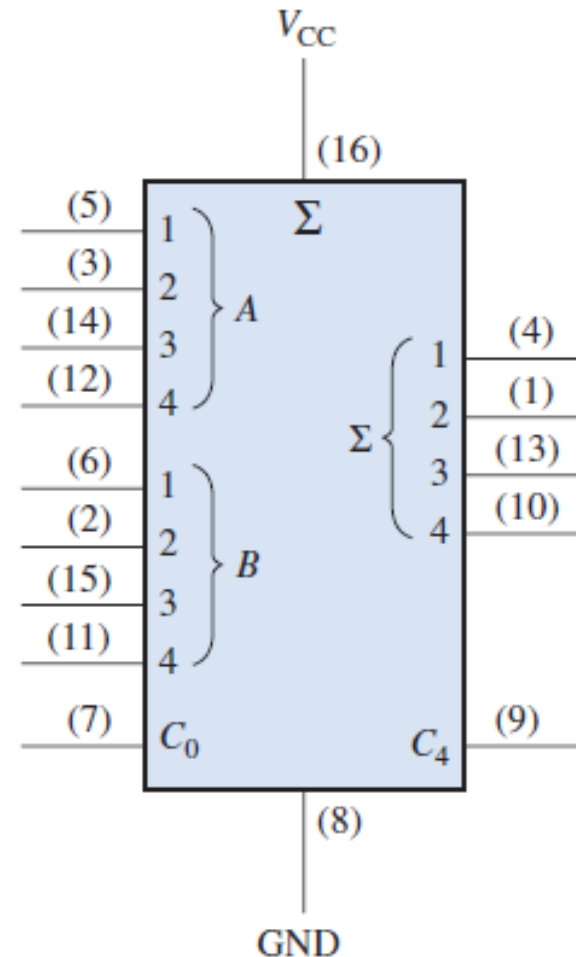
Somadores Paralelos de Quatro Bits (74LS283)



Instituto Superior
de Engenharia
Politécnico de Coimbra



(a) Diagrama de pinos do 74LS283



(b) Símbolo lógico do 74LS283

Comparadores



**Instituto Superior
de Engenharia**
Politécnico de Coimbra

- A função básica de um comparador é comparar as magnitudes de dois números binários para determinar a relação comparativa entre eles.
- Na sua forma mais simples, um circuito comparador determina se dois números são iguais.
- A porta EX-OR pode ser usada como um comparador básico porque a sua saída é nível 1 se os dois bits de entrada forem diferentes e é 0 se os bits de entrada forem iguais

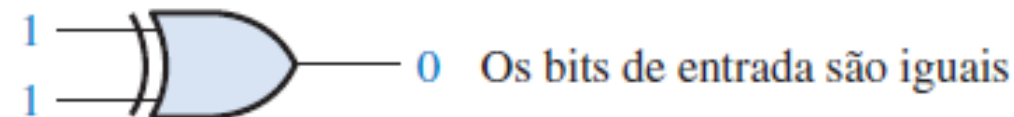
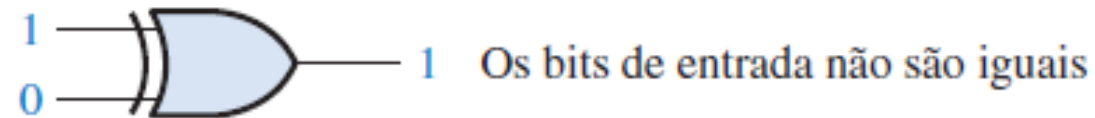
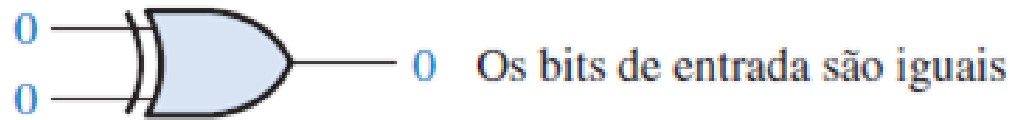
Comparadores



Instituto Superior
de Engenharia

Politécnico de Coimbra

- Operação de um comparador básico:



Comparadores



Instituto Superior
de Engenharia
Politécnico de Coimbra

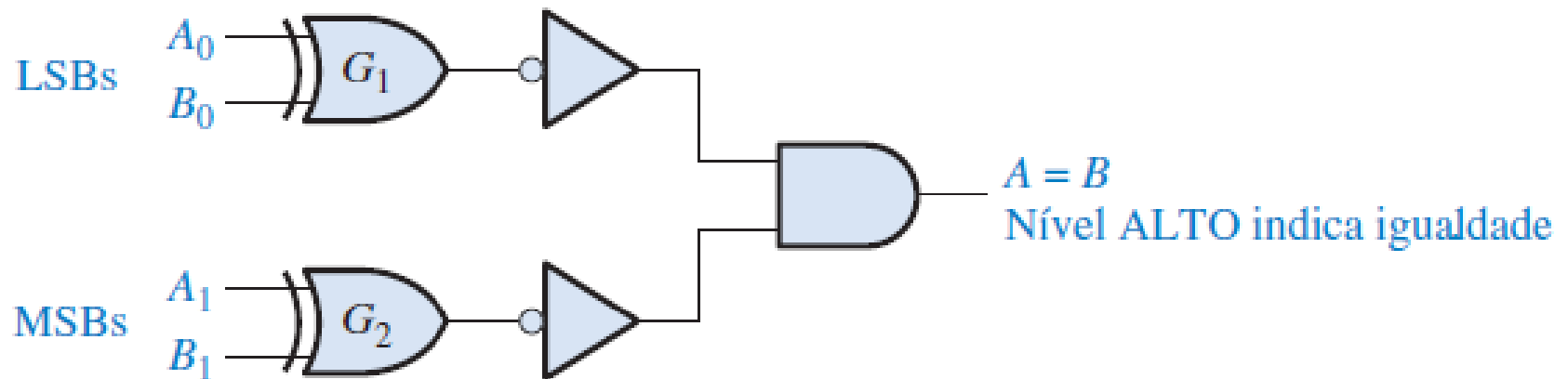
- Para comparar números binários com dois bits cada um, é necessário mais uma porta EX-OR.
- Os **dois bits menos significativos** (LSBs) dos dois números são comparados pela **porta G1** e os **dois bits mais significativos** (MSBs) são comparados pela **porta G2**.
- Se os **dois números forem iguais**, os **bits correspondentes são iguais**, sendo a saída de cada porta EX-OR **nível zero**. Se o conjunto correspondente de bits **não forem iguais**, a saída da porta EX-OR é **nível 1**.

Comparadores



Instituto Superior
de Engenharia

Politécnico de Coimbra



Formato geral: Número binário $A \rightarrow A_1A_0$
Número binário $B \rightarrow B_1B_0$

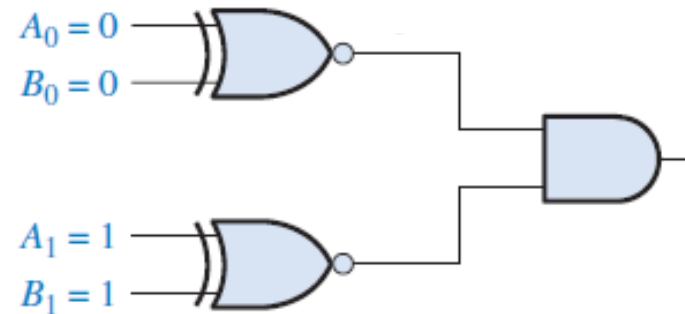
Exemplo



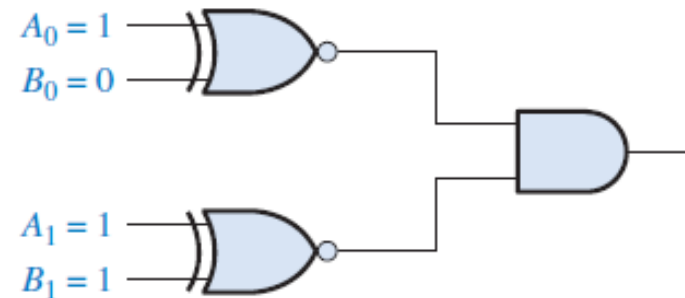
Instituto Superior
de Engenharia

Politécnico de Coimbra

- Considerando os seguintes conjuntos de números binários e o circuito comparador mostrado na figura, determine a saída do circuito para cada conjunto.
 - (a) 10 e 10
 - (b) 11 e 10



(a)



(b)

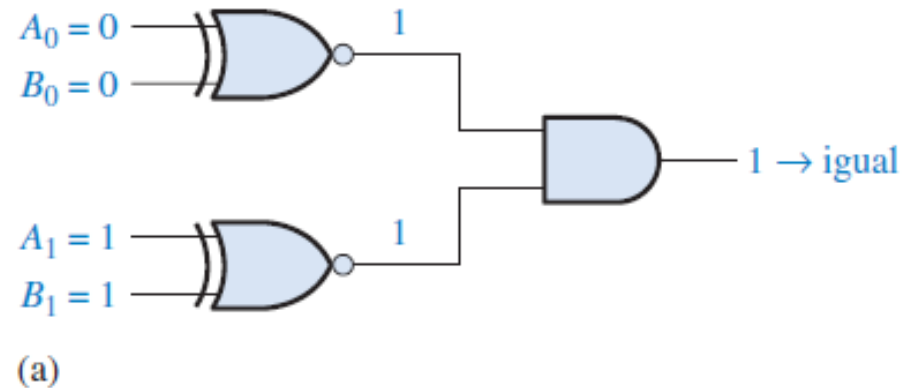
Exemplo



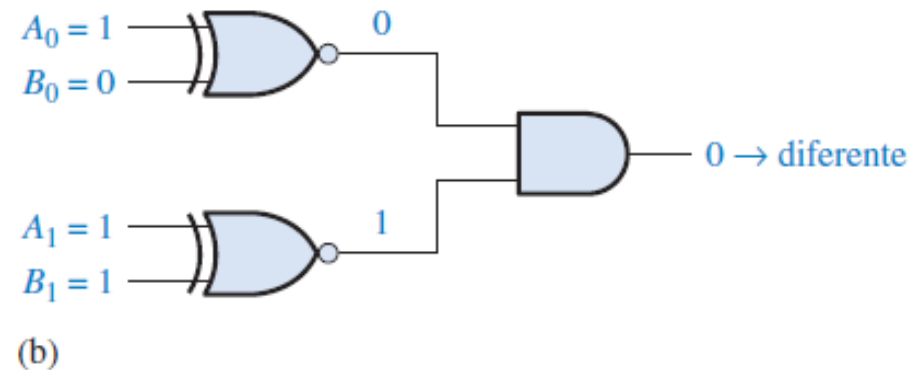
Instituto Superior
de Engenharia

Politécnico de Coimbra

- (a) A saída é nível 1 para as entradas 10 e 10.



- (b) A saída é nível 0 para as entradas 11 e 10.



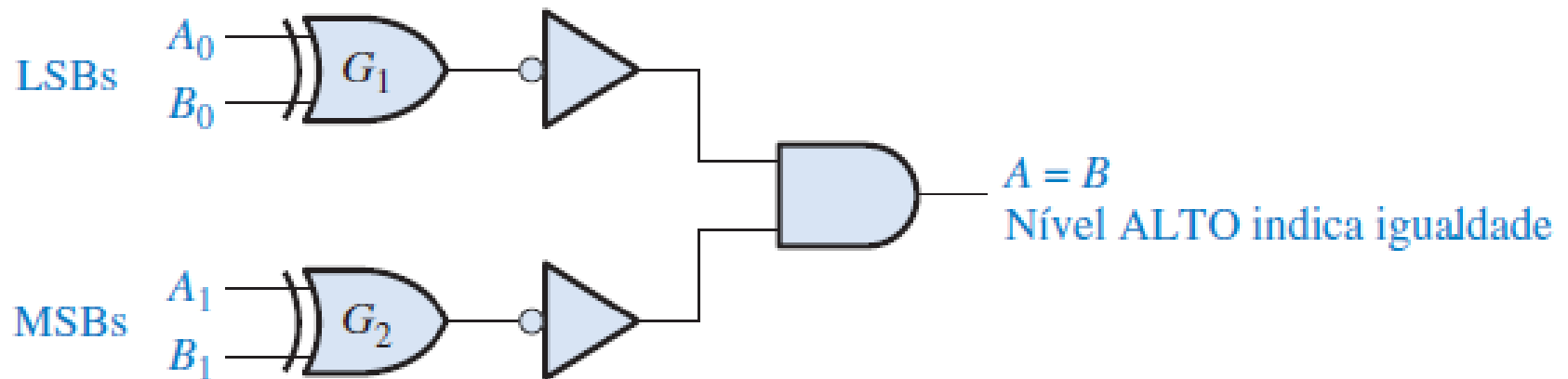
Exercícios



Instituto Superior
de Engenharia

Politécnico de Coimbra

5. Repita o processo para as entradas binárias 01 e 10.



Formato geral: Número binário $A \rightarrow A_1A_0$
Número binário $B \rightarrow B_1B_0$

Comparadores



Instituto Superior
de Engenharia

Politécnico de Coimbra

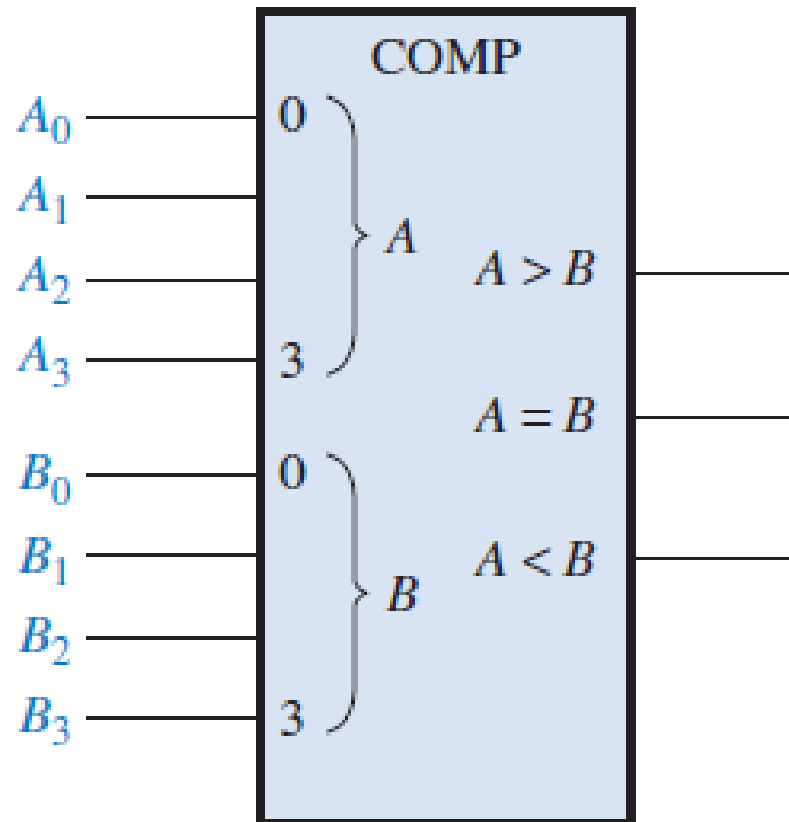
- Além da saída de igualdade, muitos CIs comparadores têm saídas adicionais que indicam qual dos dois números binários comparados é maior.
- Assim, **existe uma saída que indica quando o número A é maior que o número B ($A > B$) e uma saída que indica quando o número A é menor que o número B ($A < B$)**, como mostra o símbolo lógico para um comparador de 4 bits

Comparadores



Instituto Superior
de Engenharia

Politécnico de Coimbra



Comparadores

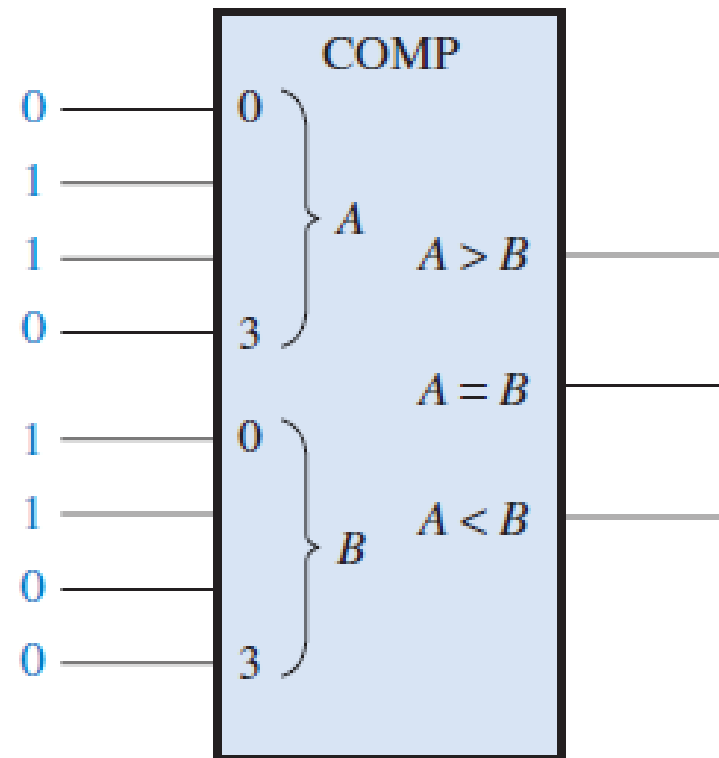


Instituto Superior
de Engenharia
Politécnico de Coimbra

- Para determinar uma desigualdade dos números binários A e B, temos que examinar primeiro o bit mais significativo de cada número. As seguintes condições são possíveis:
 1. Se $A_3 = 1$ e $B_3 = 0$, o número A é maior que o número B.
 2. Se $A_3 = 0$ e $B_3 = 1$, o número A é menor que o número B.
 3. Se $A_3 = B_3$, então temos que examinar a desigualdade do próximo bit da posição mais inferior.
- Essas três operações são válidas para a posição de cada bit nos números.

Exemplo

- Determine as saídas $A = B$, $A > B$ e $A < B$ para os números de entradas mostrados no comparador visto na Figura:
- O número nas entradas A é 0110 e o número nas entradas B é 0011.
- A saída $A > B$ é nível ALTO e as outras saídas são nível BAIXO.



Exercícios

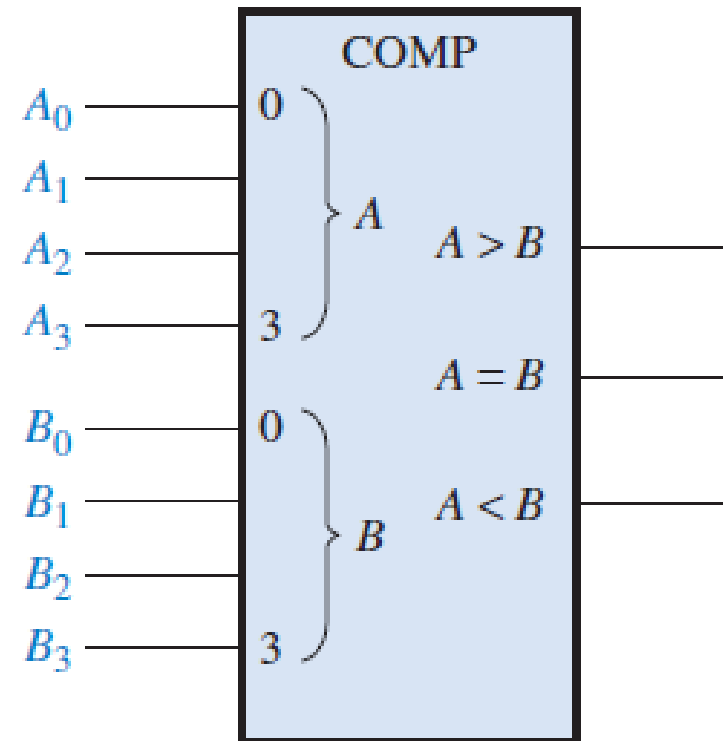


Instituto Superior
de Engenharia

Politécnico de Coimbra

6. Quais são as saídas do comparador quando

$$A_3A_2A_1A_0 = 1001 \text{ e } B_3B_2B_1B_0 = 1010?$$





**Instituto Superior
de Engenharia**

Politécnico de Coimbra

Questions?