

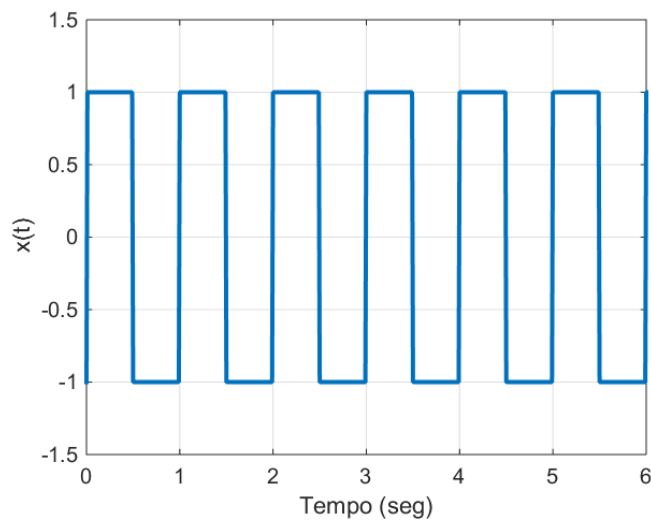
Sistemas Multimédia

2023/2024

Guião 03

I. Decomposição de Sinais em Série de Fourier

1. Determine as expressões de a_k e b_k correspondentes à representação do seguinte sinal em Série de Fourier:



Relembra-se que

$$x(t) = \sum_{k=0}^K A_k \cos(k\omega_0 t + \varphi_k) = \sum_{k=0}^K a_k \cos(k\omega_0 t) + \sum_{k=1}^K b_k \sin(k\omega_0 t)$$

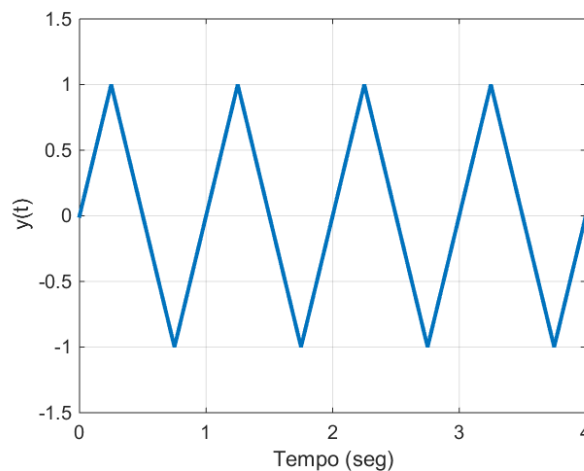
Para $k > 0$

$$a_k = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} x(t) \cos(k\omega_0 t) dt \quad \text{e} \quad b_k = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} x(t) \sin(k\omega_0 t) dt, \quad \text{com } T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}.$$

Para $k=0$

$$a_0 = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} x(t) dt$$

2. Desenvolva uma função em MATLAB que produza o sinal resultante da série de Fourier que é gerada a partir da seguinte informação:
- T_a : Período de amostragem, em segundos;
 - f_0 : Frequência do sinal composto, em Hz;
 - N_p : Número de períodos a considerar para o sinal resultante;
 - a_k : Vetor ($K \times 1$) com os valores de a_k da série;
 - b_k : Vetor ($K \times 1$) com os valores de b_k da série.
- Experimente esta função para os valores dos coeficientes da pergunta 1, e veja como progressivamente o resultado se vai aproximando do sinal representado nessa pergunta.
3. Desenvolva uma função em MATLAB que calcule os coeficientes a_k e b_k de um sinal periódico $x(n)$. Essa função deverá receber como argumentos de entrada:
- T_a : Período de amostragem, em segundos;
 - T_0 : Período do sinal, em segundos;
 - x : Vetor ($N \times 1$) com as amostras sucessivas do sinal a decompor (deverá ser passado um número inteiro de períodos deste sinal, não devendo o último período ficar truncado);
 - K : Número de harmônicas a considerar na decomposição.
4. Teste a função desenvolvida na pergunta 3 para decompor o seguinte sinal (e, depois, reconstrua este sinal usando a função desenvolvida na pergunta 2):



Exercício extra para casa:

5. Considere agora a série exponencial de Fourier dada por,

$$x(t) = \sum_{k=-K}^K C_k e^{j2\pi k f_0 t}$$

$$C_k = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} x(t) e^{-j2\pi k f_0 t} dt$$

Repetia a alínea 1), mas agora calculando teoricamente os C_k . Verifique que

$$C_k = \frac{a_k - jb_k}{2}, k = 1, 2, ..$$

$$C_{-k} = \frac{a_k + jb_k}{2}, k = 1, 2, ..$$

$$C_0 = \frac{a_0}{2}$$

De seguida desenvolva uma função em MATLAB que produza o sinal resultante da série exponencial de Fourier que é gerada a partir da seguinte informação:

- T_a : Período de amostragem, em segundos;
- f_0 : Frequência do sinal composto, em Hz;
- N_p : Número de períodos a considerar para o sinal resultante;
- C_k : Vetor ($K \times 1$) com os valores de c_k da série;

Experimente esta função para os valores dos coeficientes C_k calculados em cima, e veja como progressivamente o resultado também se vai aproximando do sinal representado na alínea 1).