

Modelação de Sistemas Físicos

8ª Aula Teórica

Sumário:

Cap. 5 Lei da Conservação da energia: Trabalho realizado por forças não conservativas.
Integração numérica.

Cap. 6 lei de conservação do momento: Momento e colisões

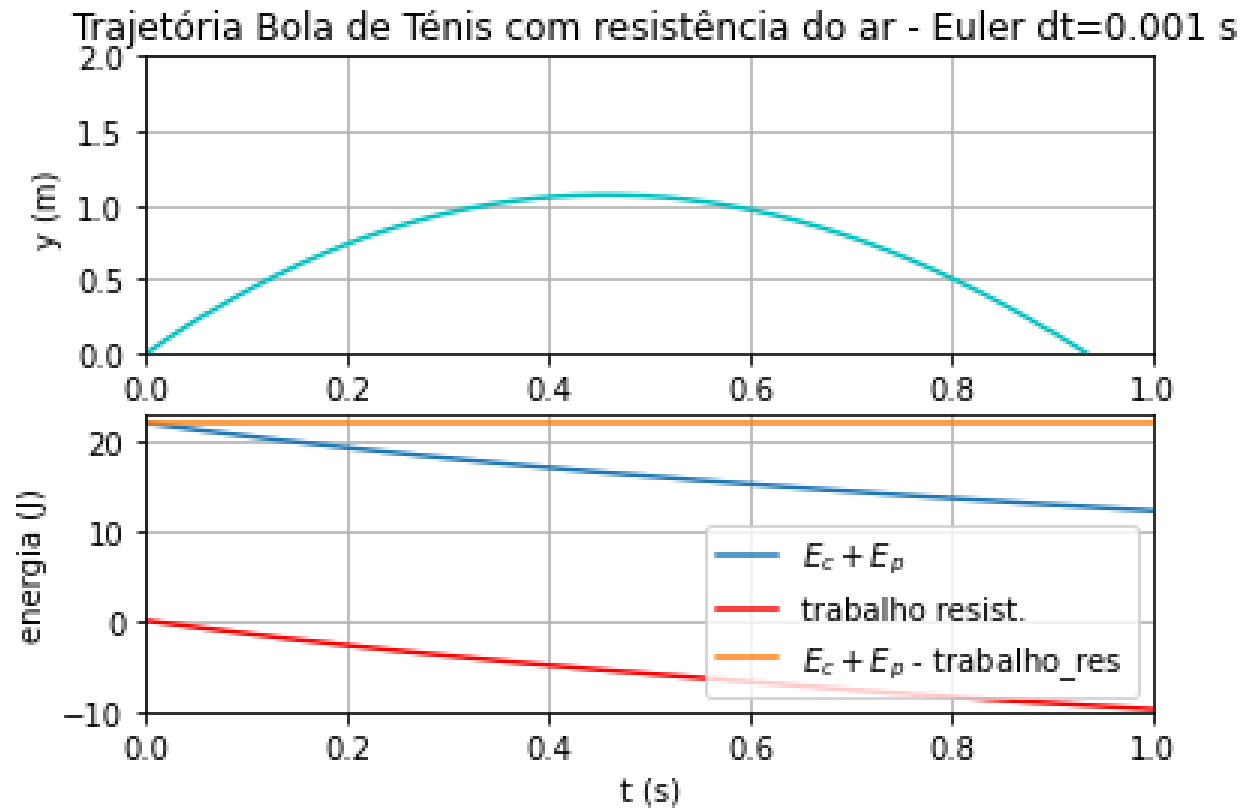
Bibliografia:

Cap. 6: Serway, cap. 9; Sørenssen, cap. 11 e 12;

Trabalho de forças não conservativas

Ex: Movimento da bola de ténis com resistência do ar

$$E(0) = \frac{1}{2}m |\vec{v}_0|^2 + E_{p0} = \frac{1}{2}m |\vec{v}_1|^2 + E_{p1} - W_{0,1}^{(\text{n\~ao conservativo})}$$



Cálculo Trabalho realizado pela força não conservativa: Força de resistência do ar

$$W = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad \text{e} \quad d\vec{r} = \vec{v} dt$$

$$W^{(res)} = \int_C \vec{F}_{res} \cdot \vec{v} dt = \int_{t_0}^{t_1} (F_{res,x} v_x dt + F_{res,yx} v_y dt + F_{res,z} v_z dt)$$

$$W^{(res)} = \int_C \vec{F}_{res} \cdot \vec{v} dt = \int_{t_0}^{t_1} F_{res,x} v_x dt + \int_{t_0}^{t_1} F_{res,yx} v_y dt + \int_{t_0}^{t_1} F_{res,z} v_z dt$$

Ex: Movimento da bola de ténis com resistência do ar (a 2 dimensões)

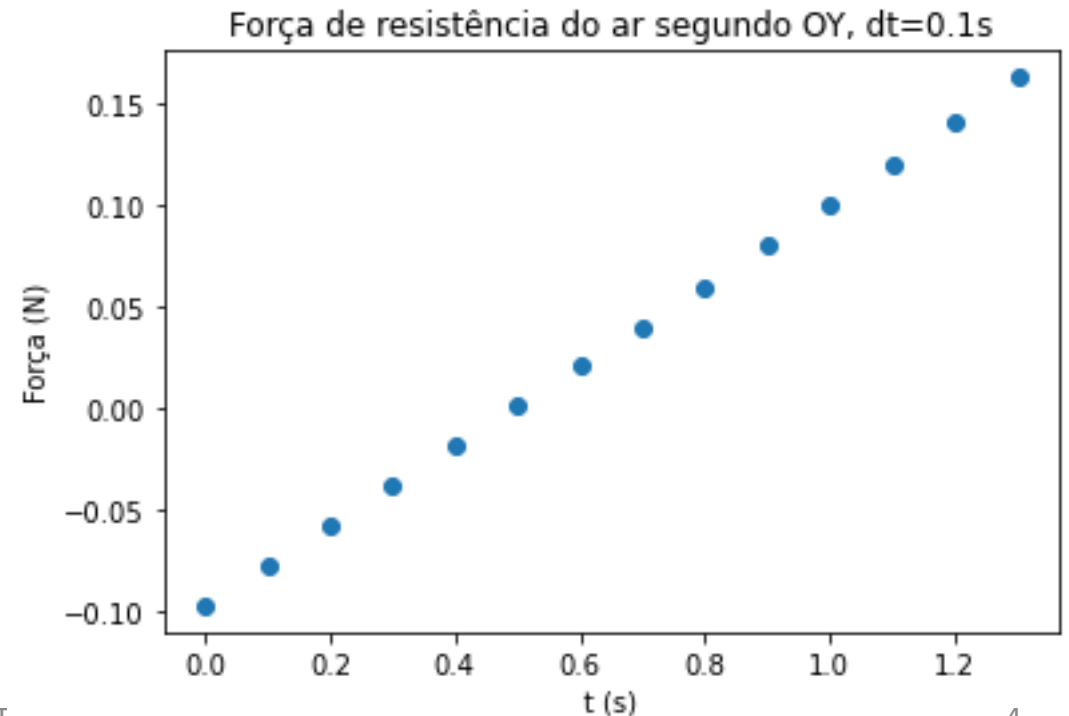
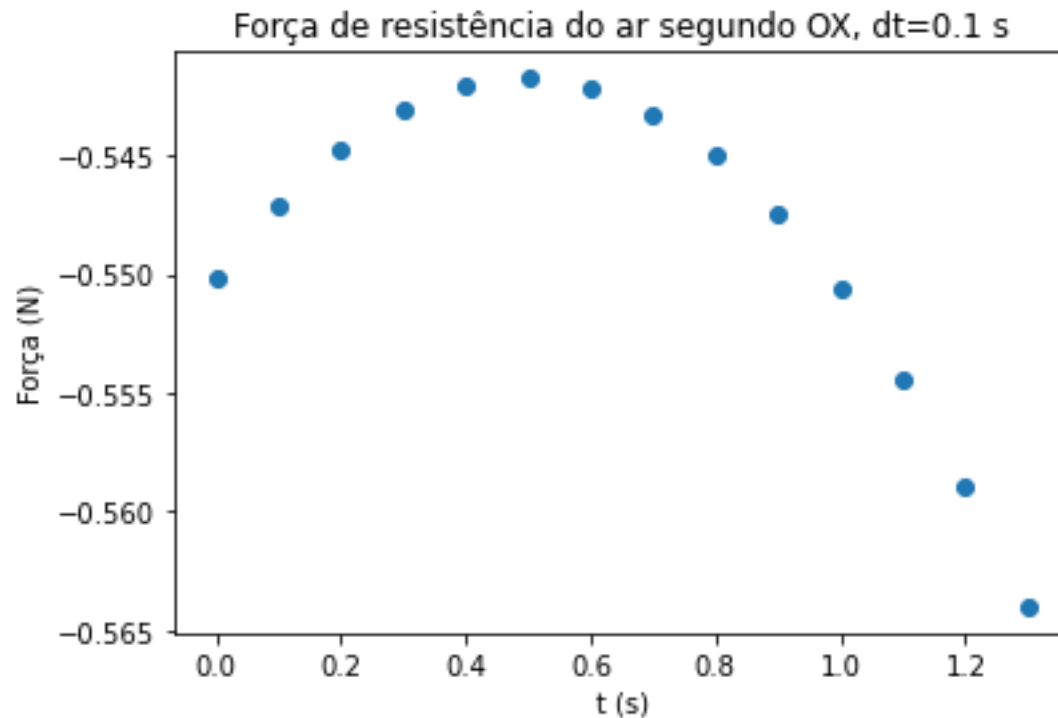
$$W^{(res)} = \int_C \vec{F}_{res} \cdot \vec{v} dt = \int_{t_0}^{t_1} F_{res,x} v_x dt + \int_{t_0}^{t_1} F_{res,yx} v_y dt$$

Cálculo Trabalho realizado pela força não conservativa: Força de resistência do ar

Problemas cap 5 Bola de Tênis

3. Uma bola de tênis é batida junto ao solo (posição inicial $y = 0$) com a velocidade 100 km/h, a fazer um ângulo de 10° com a horizontal e no sentido positivo dum eixo horizontal OX, sendo OY eixo vertical. A velocidade terminal da bola de tênis é 100 km/h. A massa da bola é 57 g.

$$W^{(res)} = \int_C \vec{F}_{res} \cdot \vec{v} dt = \int_{t_0}^{t_1} F_{res,x} v_x dt + \int_{t_0}^{t_1} F_{res,y} v_y dt$$



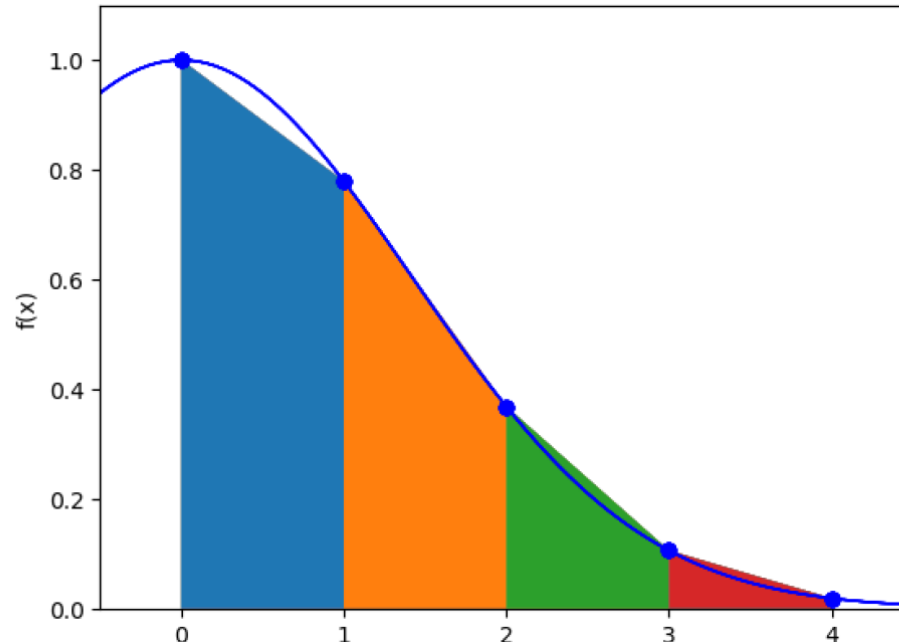
Integração numérica a 1 dimensão:

Quando temos uma função $f(x)$ expressa só em pontos x_i , de índices $i = 0, 1, 2, 3, \dots, n$, igualmente espaçados por δx , num total de $n + 1$ elementos. O integral desta função de pontos discretos, entre dois pontos a e b

$$I = \int_a^b f(x) dx$$

e onde $n = (b - a)/\delta x$ e $x_i = a + i \delta x$, obtêm-se facilmente por integração numérica.

A interpretação geométrica do integral é a área limitada pela função entre os dois pontos extremos a e b . Na figura abaixo $a = 0$ e $b = 4$.



Integração numérica

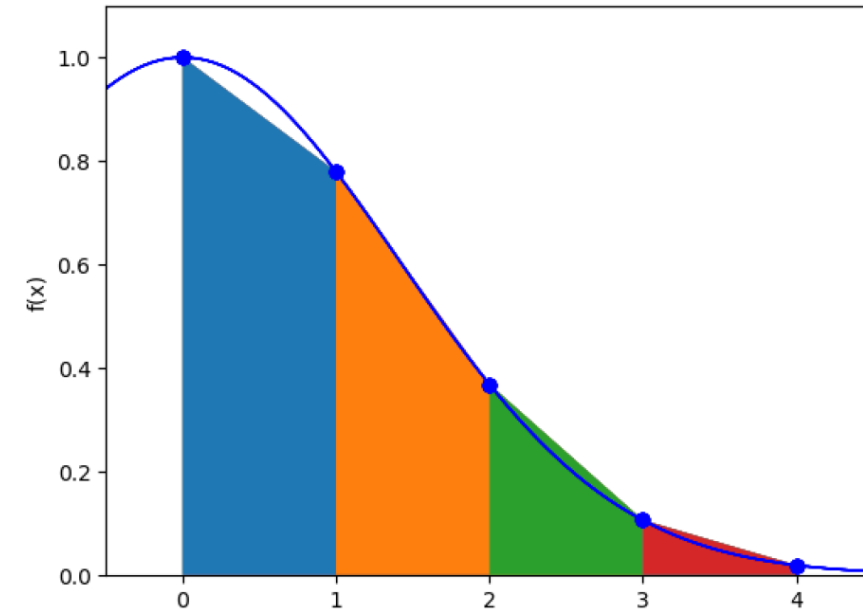
Essa **área** pode ser considerada como uma **soma de n fatias de espessura** $x_{i+1} - x_i = \delta x$, em que estamos a considerar todas as espessuras iguais.

Se dividirmos a área em n fatias de espessura

$$\delta x = (b - a)/n$$

e

$$I = \int_a^b f(x) dx = \sum_{i=0}^{n-1} \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) dx$$

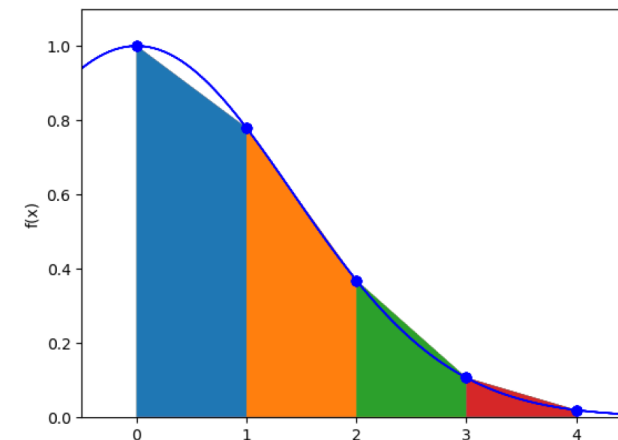


Integração numérica

Essa **área** pode ser considerada como uma **soma de n fatias de espessura $x_{i+1} - x_i = \delta x$** , em que estamos a considerar todas as espessuras iguais.

Assim $\delta x = (b - a)/n$

e
$$I = \int_a^b f(x) dx = \sum_{i=0}^{n-1} \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) dx$$



Aproximação retangular: $\int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) dx \approx f(x_i) \delta x$

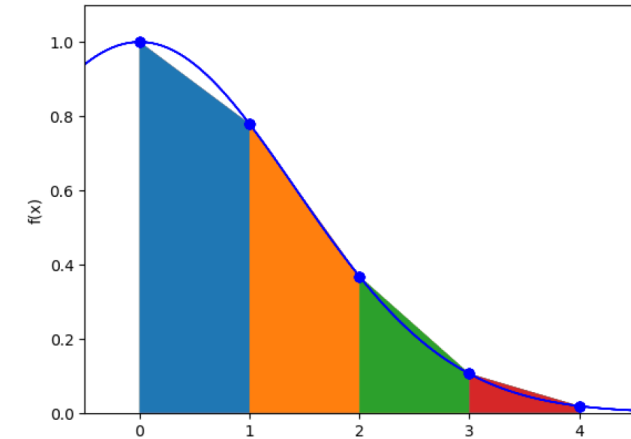
$$\begin{aligned} I = \int_a^b f(x) dx &= \sum_{i=0}^{n-1} \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) dx = \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i) \delta x = \delta x \times \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i) \\ &= \delta x \times (f(x_0) + f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) + \cdots + f(x_{n-1})) \end{aligned}$$

Integração numérica

Essa **área** pode ser considerada como uma **soma de n fatias de espessura $x_{i+1} - x_i = \delta x$** , em que estamos a considerar todas as espessuras iguais.

Assim $\delta x = (b - a)/n$

e
$$I = \int_a^b f(x) dx = \sum_{i=0}^{n-1} \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) dx$$



Aproximação retangular: $\int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) dx \approx f(x_i) \delta x$

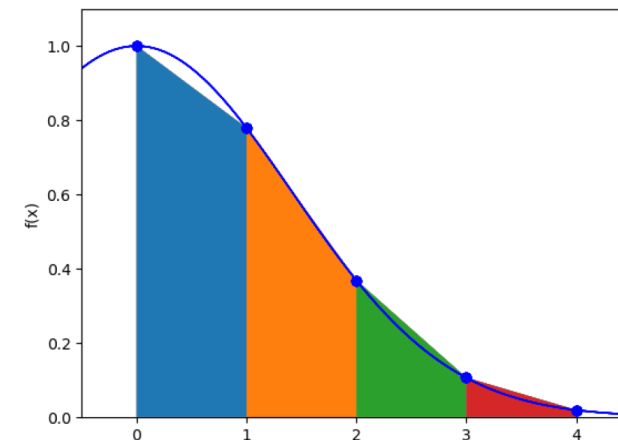
$$\begin{aligned} I &= \int_a^b f(x) dx = \sum_{i=0}^{n-1} \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) dx = \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i) \delta x = \delta x \times \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i) \\ &= \delta x \times (f(x_0) + f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) + \cdots + f(x_{n-1})) \end{aligned}$$

Integração numérica

Essa **área** pode ser considerada como uma **soma de n fatias de espessura $x_{i+1} - x_i = \delta x$** , em que estamos a considerar todas as espessuras iguais.

Assim $\delta x = (b - a)/n$

e
$$I = \int_a^b f(x) dx = \sum_{i=0}^{n-1} \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) dx$$



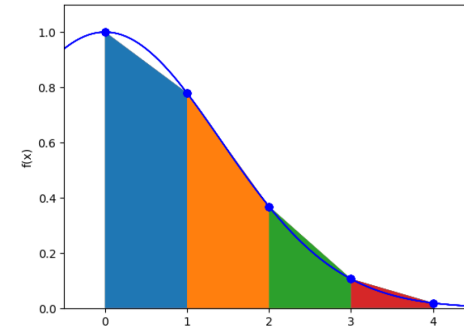
Aproximação trapezoidal: $\int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) dx \approx \frac{f(x_{i+1}) + f(x_i)}{2} \delta x$

$$\begin{aligned} I &= \int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx = \sum_{i=0}^{n-1} \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) dx = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{f(x_{i+1}) + f(x_i)}{2} \delta x = \\ &= \delta x \times \left(\frac{f(x_0)}{2} + f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) + \cdots + f(x_{n-1}) + \frac{f(x_n)}{2} \right) \end{aligned}$$

Integração numérica

Aproximação trapezoidal: $\int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) dx \approx \frac{f(x_{i+1}) + f(x_i)}{2} \delta x$

$$\begin{aligned} I &= \int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx = \sum_{i=0}^{n-1} \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) dx = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{f(x_{i+1}) + f(x_i)}{2} \delta x = \\ &= \delta x \times \left(\frac{f(x_0)}{2} + f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) + \dots + f(x_{n-1}) + \frac{f(x_n)}{2} \right) \end{aligned}$$



Em python podemos obter o integral da função $f(x)$ pela aproximação trapezoidal:

$$\text{Integral} = dx * ((f[0]+f[n])*0.5+np.sum(f[1:n]))$$

Note que temos $n + 1$ elementos da função.

Em termos da dimensão do vetor a integrar, ou seja de $n + 1 = n_{dim}$ a integração trapezoidal é calculada por

$$\text{Integral} = dx * ((f[0]+f[n_{dim}-1])*0.5+np.sum(f[1: n_{dim} - 1]))$$

Problemas cap 5 Integração numérica

Erro de truncatura (local) da aproximação trapezoidal:

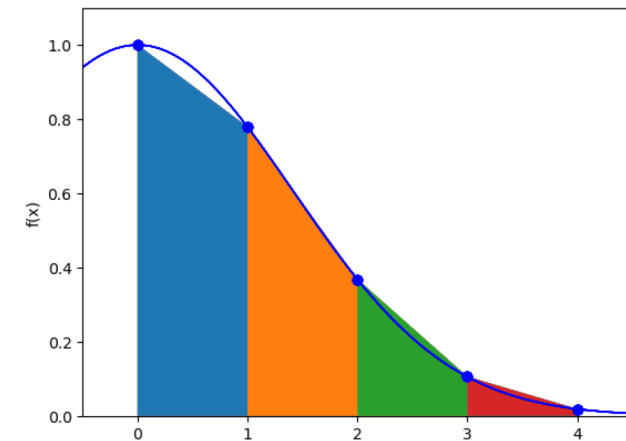
$$erro = \left| \left(\int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) dx \right)_{exato} - \left(\frac{f(x_{i+1}) + f(x_i)}{2} \delta x \right)_{ap. trap} \right|$$

A função $f(x)$ pela série de Taylor à volta de x_i

$$f(x) = f(x_i) + \frac{df}{dx} \Big|_{x=x_i} (x - x_i) + \frac{1}{2} \frac{d^2f}{dx^2} \Big|_{x=x_i} (x - x_i)^2 + \mathcal{O}((x - x_i)^3)$$

Subst. em

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) dx = \int_{x_i}^{x_{i+1}} \left[f(x_i) + \frac{df}{dx} \Big|_{x=x_i} (x - x_i) + \frac{1}{2} \frac{d^2f}{dx^2} \Big|_{x=x_i} (x - x_i)^2 + \mathcal{O}((x - x_i)^3) \right] dx$$



Problemas cap 5 Integração numérica

$$erro = \left| \left(\int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) dx \right)_{exato} - \left(\frac{f(x_{i+1}) + f(x_i)}{2} \delta x \right)_{ap. trap} \right|$$

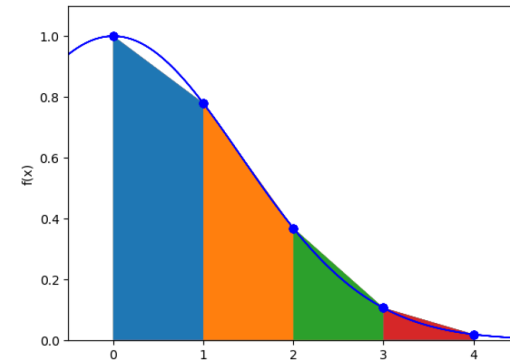
$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) dx = \int_{x_i}^{x_{i+1}} \left[f(x_i) + \frac{df}{dx} \Big|_{x=x_i} (x - x_i) + \frac{1}{2} \frac{d^2 f}{dx^2} \Big|_{x=x_i} (x - x_i)^2 + \sigma((x - x_i)^3) \right] dx$$

$$= f(x_i) (x_{i+1} - x_i) + \frac{df}{dx} \Big|_{x=x_i} \frac{(x_{i+1} - x_i)^2}{2} + \sigma((x_{i+1} - x_i)^3)$$

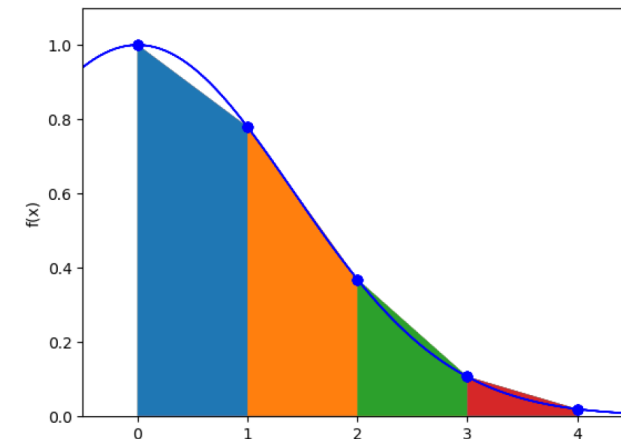
$$= f(x_i) \delta x + \frac{df}{dx} \Big|_{x=x_i} \frac{\delta x^2}{2} + \sigma(\delta x^3)$$

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + \frac{df}{dx} \Big|_{x=x_i} (x_{i+1} - x_i) + \frac{1}{2} \frac{d^2 f}{dx^2} \Big|_{x=x_i} (x_{i+1} - x_i)^2 + \sigma((x_{i+1} - x_i)^3)$$

$$\frac{f(x_{i+1}) + f(x_i)}{2} = f(x_i) + \frac{1}{2} \frac{df}{dx} \Big|_{x=x_i} \delta x + \frac{1}{4} \frac{d^2 f}{dx^2} \Big|_{x=x_i} \delta x^2 + \sigma(\delta x^3)$$



Problemas cap 5 Integração numérica



Subst. no erro que se pretende calcular

$$\begin{aligned} erro &= \left| \left(\int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) dx \right)_{\text{exato}} - \left(\frac{f(x_{i+1}) + f(x_i)}{2} \delta x \right)_{\text{ap. trap}} \right| \\ &= \left| \left(f(x_i) \delta x + \frac{df}{dx} \Big|_{x=x_i} \frac{\delta x^2}{2} + \sigma(\delta x^3) \right) - \left(\left(f(x_i) + \frac{1}{2} \frac{df}{dx} \Big|_{x=x_i} \delta x + \frac{1}{4} \frac{d^2 f}{dx^2} \Big|_{x=x_i} \delta x^2 + \sigma(\delta x^3) \right) \delta x \right) \right| \\ &= \sigma(\delta x^3) \end{aligned}$$

O erro local de truncatura de um integral de uma fatia é da $\sigma(\delta x^3)$.

O erro global do integral completo, que é um somatório de n fatias, é o acumular dos erros locais, sendo

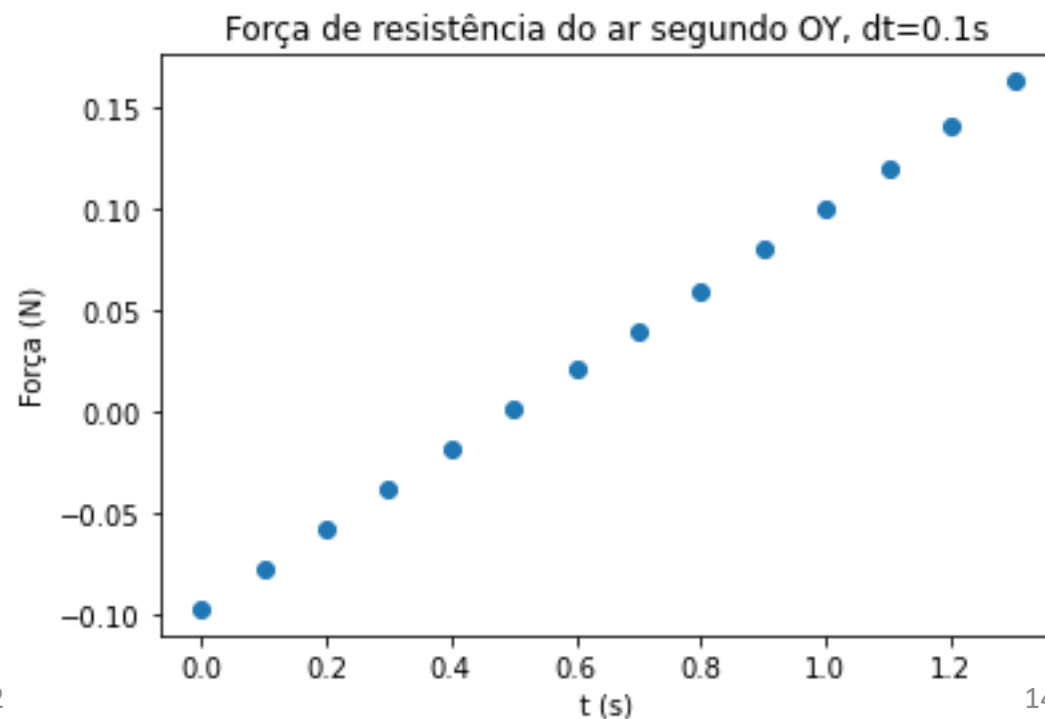
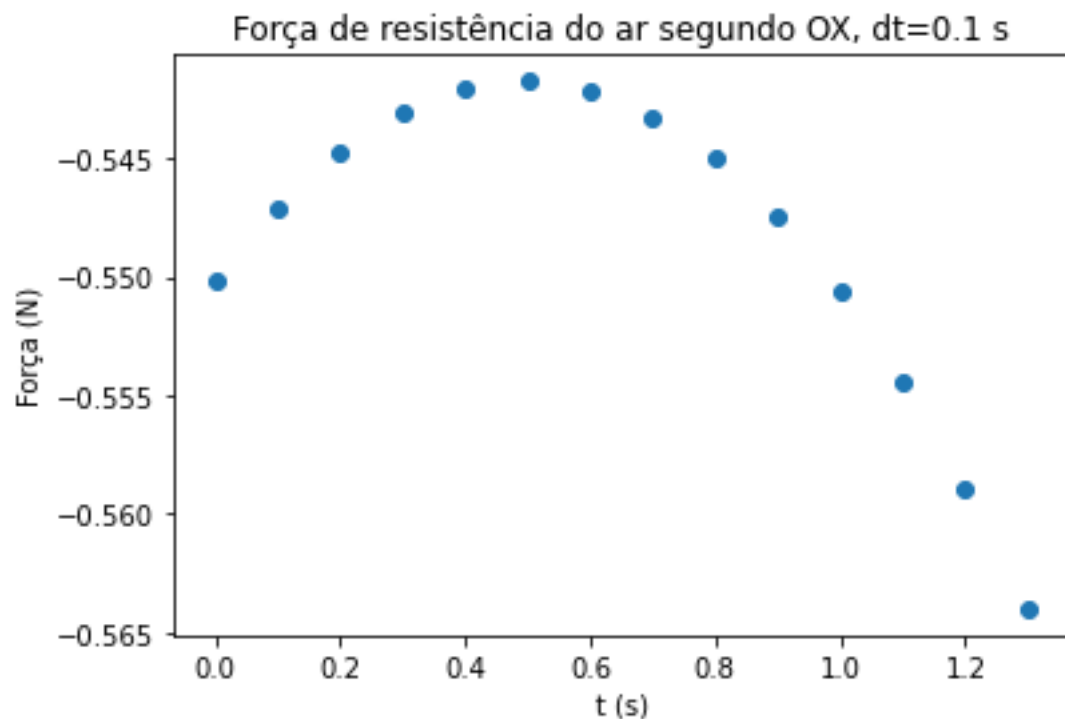
$$n \sigma(\delta x^3) = \frac{b-a}{\delta x} \sigma(\delta x^3) = \sigma(\delta x^2)$$

Problema cap 5 Cálculo Trabalho realizado pela força não conservativa: Força de resistência do ar ao movimento da Bola de Tênis

5. Uma bola de tênis é batida junto ao solo (posição inicial $y = 0$) com a velocidade 100 km/h, a fazer um ângulo de 10° com a horizontal e no sentido positivo dum eixo horizontal OX, sendo OY eixo vertical. A velocidade terminal da bola de tênis é 100 km/h. A massa da bola é 57 g.

c) Considerando a resistência do ar, calcule o trabalho realizado pela força de resistência do ar até às posições nos três instantes: $t_a = 0$, $t_b = 0.4$ s e $t_c = 0.8$ s.

$$W^{(res)} = \int_{t_0}^{t_1} F_{res,x} v_x dt + \int_{t_0}^{t_1} F_{res,y} v_y dt$$



Problema cap 5 Cálculo Trabalho realizado pela força não conservativa: Força de resistência do ar ao movimento da Bola de Tênis

5. Uma bola de tênis é batida junto ao solo (posição inicial $y = 0$) com a velocidade 100 km/h, a fazer um ângulo de 10° com a horizontal e no sentido positivo dum eixo horizontal OX, sendo OY eixo vertical. A velocidade terminal da bola de tênis é 100 km/h. A massa da bola é 57 g.

c) Considerando a resistência do ar, calcule o trabalho realizado pela força de resistência do ar até às posições nos três instantes: $t_a = 0$, $t_b = 0.4$ s e $t_c = 0.8$ s.

$$W^{(res)} = \int_{t_0}^{t_1} F_{res,x} v_x dt + \int_{t_0}^{t_1} F_{res,y} v_y dt$$

R: c) 0 J; -4.98 J; - 8.38 J

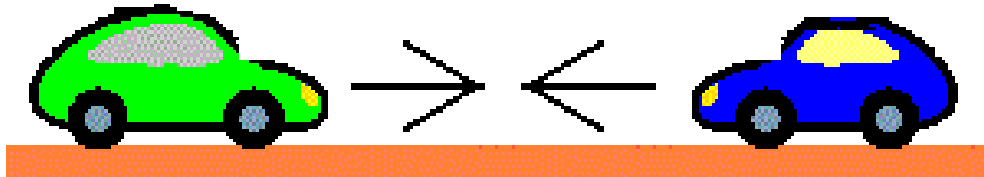
Cap. 6 Momento e colisões

BEFORE COLLISION

© Doc Brown

1000 kg car
moving at 10 m/s

500 kg car
moving at 15 m/s

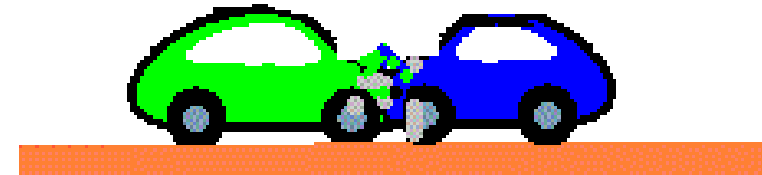


assume head-on collision

AFTER COLLISION

total mass and velocity?
final direction of motion?

result ?



crunch!!!

Cap. 6 Momento e colisões

Equação fundamental da dinâmica:

$$\vec{F}(t) = m \vec{a}(t) \quad \Rightarrow \quad \vec{a}(t) \quad \Rightarrow \quad \vec{v}(t) \quad \Rightarrow \quad \vec{r}(t)$$

obtemos a velocidade e a posição em função do tempo

Teorema Trabalho-Energia:

$$\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = \frac{1}{2} m |\vec{v}_1|^2 - \frac{1}{2} m |\vec{v}_0|^2$$

obtemos a velocidade em função da posição
e a lei de Conservação da Energia Mecânica (para sistemas só com forças conservativas)

Impulso de uma força: $\int_{t_0}^{t_1} \vec{F}(t) dt$

$$\int_{t_0}^{t_1} \vec{F}(t) dt = \vec{p}_1 - \vec{p}_0$$

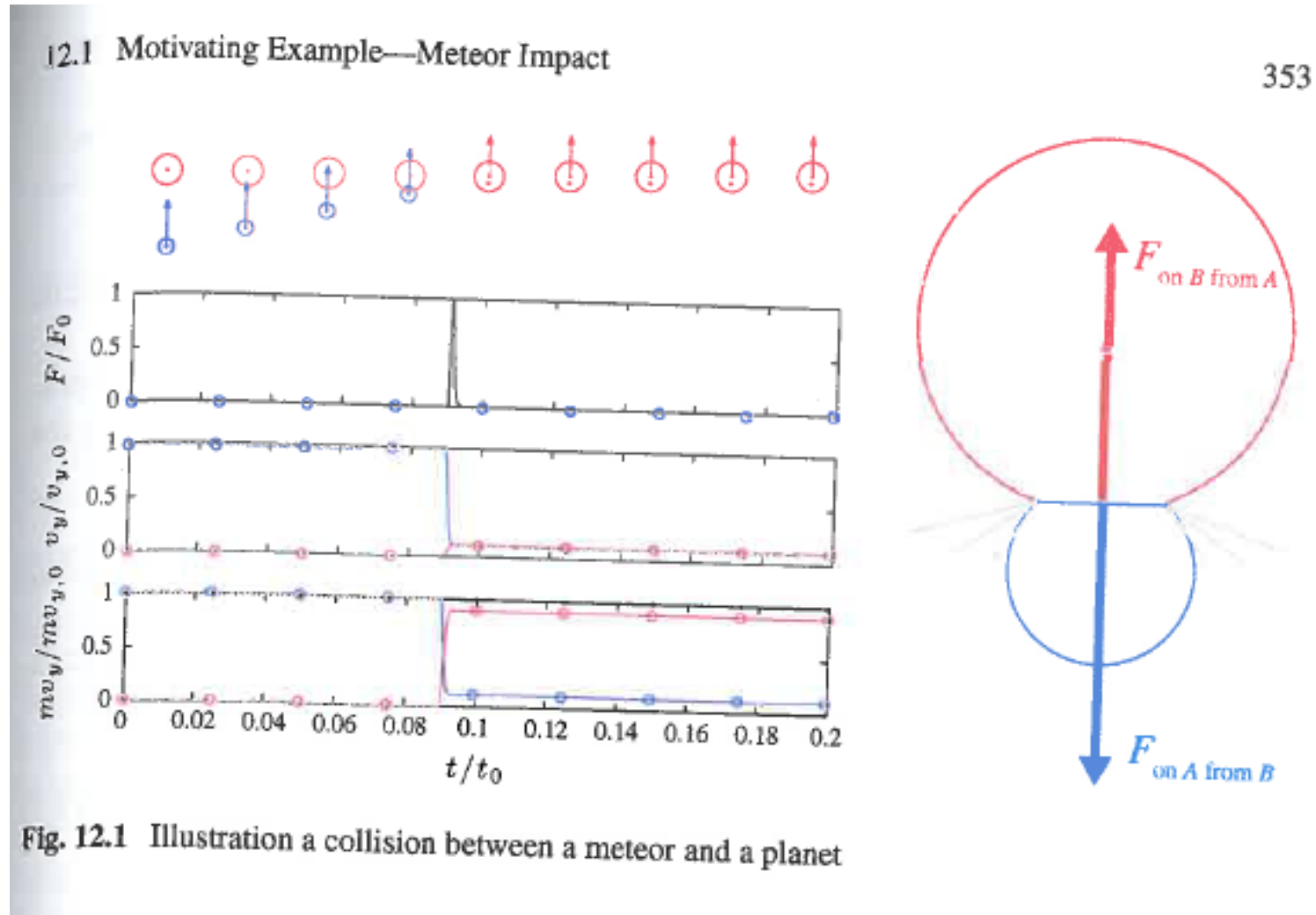
vamos obter a lei da Conservação do Momento (para sistemas isolados)

Cap. 6 Momento e colisões

Impulso de uma força:

$$\int_{t_0}^{t_1} \vec{F}(t) dt = \vec{p}_1 - \vec{p}_0$$

Exemplo de motivação:



Cap. 6 Momento e colisões

Cap. 6 Momento e colisões

Cap. 6 Momento e colisões

Cap. 6 Momento e colisões

Antes da colisão

Corpo A com massa m_A e velocidade $\vec{v}_{A,0}$
Corpo B com massa m_B e velocidade $\vec{v}_{B,0}$

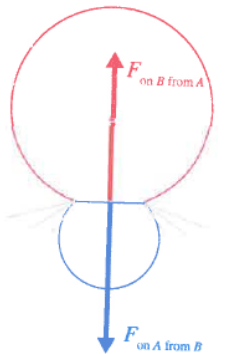
Depois da colisão

Corpo A com massa m_A e velocidade $\vec{v}_{A,1}$
Corpo B com massa m_B e velocidade $\vec{v}_{B,1}$

Depois da colisão os 2 corpos seguem juntos \vec{v}_1

Sabemos que o momento total é constante $\vec{P} = m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B$

Permite determinar a velocidade dos corpos depois da colisão



353

Antes da colisão

Corpo A com massa m_A e velocidade $\vec{v}_{A,0}$
 Corpo B com massa m_B e velocidade $\vec{v}_{B,0}$

$$P_x = m_A v_{A,0x} + m_B v_{B,0x}$$

Depois da colisão

Corpo A com massa m_A e velocidade $\vec{v}_{A,1}$
 Corpo B com massa m_B e velocidade $\vec{v}_{B,1}$

Depois da colisão os 2 corpos seguem juntos \vec{v}_1

$$P_x = m_A v_{A,1x} + m_B v_{B,1x}$$

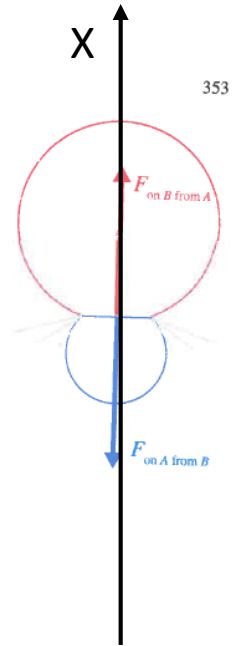
O momento total conserva-se:

$$m_A v_{A,0x} + m_B v_{B,0x} = m_A v_{A,1x} + m_B v_{B,1x}$$

$$m_A v_{A,0x} + m_B v_{B,0x} = m_A v_{1x} + m_B v_{1x}$$

$$m_A v_{A,0x} + m_B v_{B,0x} = (m_A + m_B) v_{1x}$$

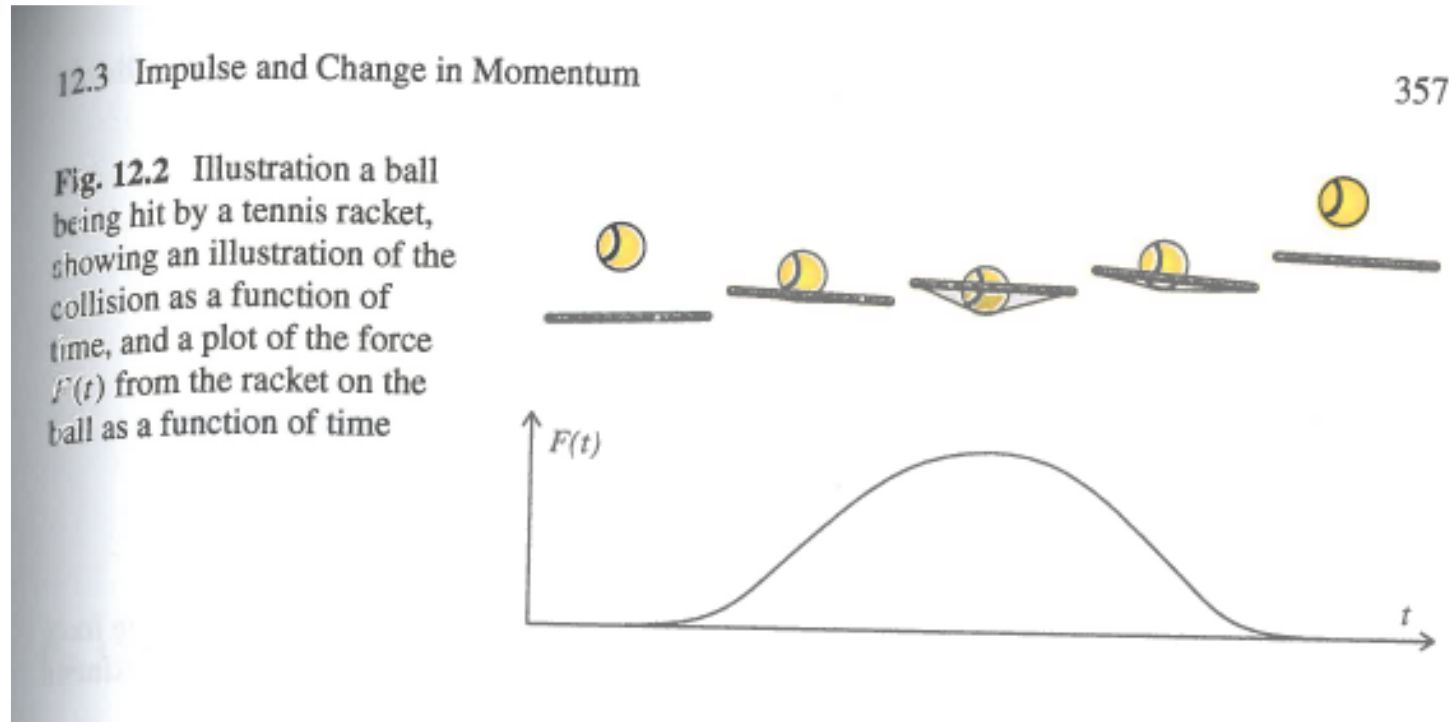
$$v_{1x} = \frac{m_A v_{A,0x} + m_B v_{B,0x}}{m_A + m_B}$$



Cap. 6 Momento e colisões

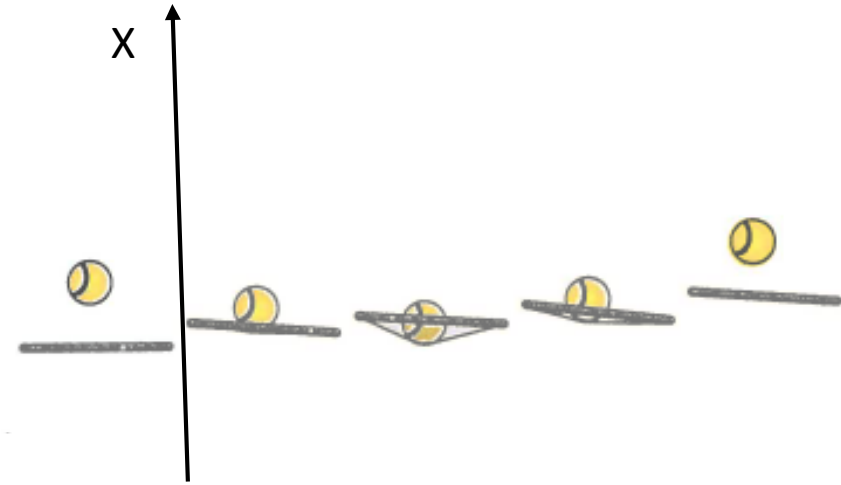
- Impulso e mudança do momento

Estimativa da força de colisão:



Impulso de uma força:

$$\int_{t_0}^{t_1} \vec{F}(t) dt = \vec{p}_1 - \vec{p}_0$$



Impulso de uma força:

$$\int_{t_0}^{t_1} \vec{F}(t) dt = \vec{p}_1 - \vec{p}_0$$

A 1D

$$\int_{t_0}^{t_1} F_x(t) dt = p_{1x} - p_{0x}$$

Se soubermos p_{1x} e p_{0x} , calculamos $\int_{t_0}^{t_1} F_x(t) dt$

Estimativa da força F_x $\int_{t_0}^{t_1} F_x(t) dt = \bar{F}_x (t_1 - t_0)$

$$\bar{F}_x = \frac{\int_{t_0}^{t_1} F_x(t) dt}{(t_1 - t_0)} = \frac{p_{1x} - p_{0x}}{(t_1 - t_0)}$$

Impulso de uma força:

$$\int_{t_0}^{t_1} \vec{F}(t) dt = \vec{p}_1 - \vec{p}_0$$

Estimativa da força F_x

$$\int_{t_0}^{t_1} F_x(t) dt = \bar{F}_x (t_1 - t_0)$$

$$\bar{F}_x = \frac{\int_{t_0}^{t_1} F_x(t) dt}{(t_1 - t_0)} = \frac{p_{1x} - p_{0x}}{(t_1 - t_0)}$$

Problema:

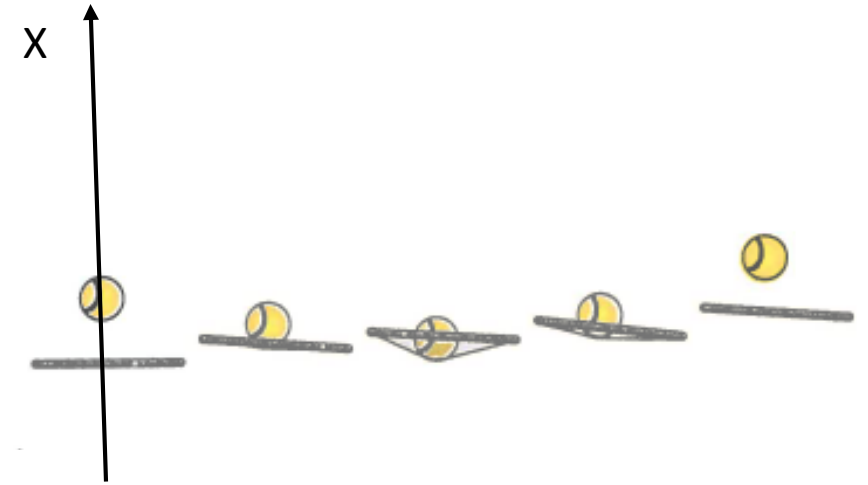
Se

$$m = 0.057$$

$$\vec{v}_0 = -30 \hat{i} \text{ km/h}$$

$$\vec{v}_1 = 30 \hat{i} \text{ km/h}$$

Qual a força média do impacto que durou 0.06 s?



Impulso de uma força:

$$\int_{t_0}^{t_1} \vec{F}(t) dt = \vec{p}_1 - \vec{p}_0$$

Estimativa da força F_x

$$\int_{t_0}^{t_1} F_x(t) dt = \bar{F}_x (t_1 - t_0)$$

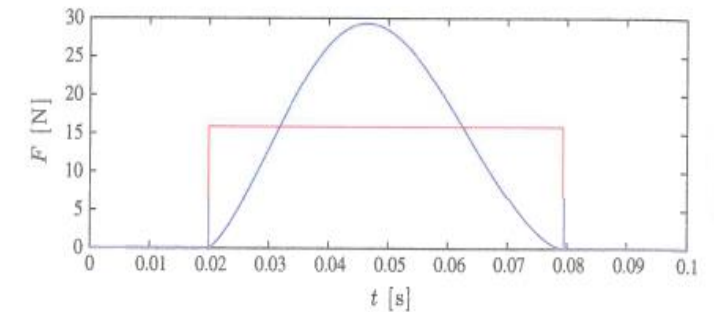
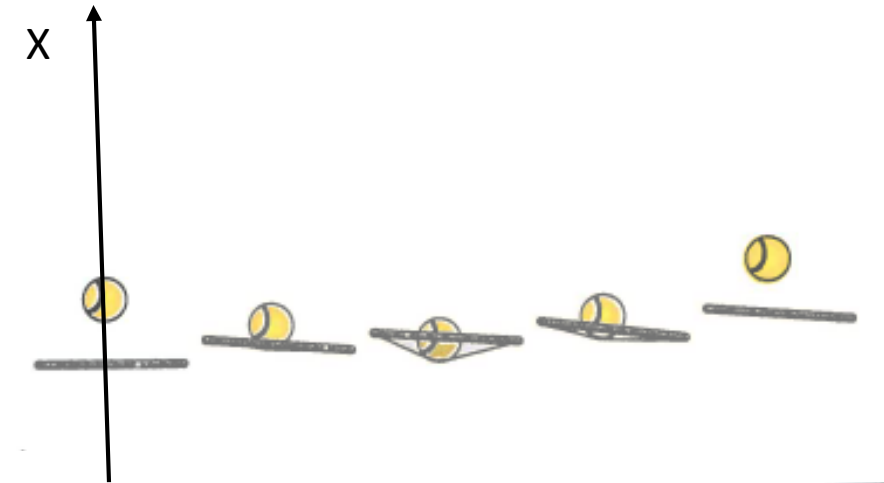
$$\bar{F}_x = \frac{\int_{t_0}^{t_1} F_x(t) dt}{(t_1 - t_0)} = \frac{p_{1x} - p_{0x}}{(t_1 - t_0)}$$

Problema 6.1:

Se $m = 0.057$
 $\vec{v}_0 = -30 \hat{i} \text{ km/h}$
 $\vec{v}_1 = 30 \hat{i} \text{ km/h}$

Qual a força média do impacto que durou 0.06 s?

$$\text{R: } \bar{F}_x = \frac{\int_{t_0}^{t_1} F_x(t) dt}{(t_1 - t_0)} = \frac{0.057 \times 30/3.6 - 0.057 \times (-30/3.6)}{0.06} = 15.8 \text{ N} = 1.61 \text{ kgf}$$



O gráfico da força, F_x , em função do tempo que durou a colisão, e a força média, \bar{F}_x .

Problema 6.4:

Um carro segue a 60 km/h. Sofre um acidente e o carro para em 0.2 s.

O condutor não tem o cinto colocado e embate no volante do carro.

- a) Se o condutor tiver a massa de 75 kg, qual a força média que sofre (no torax) durante o acidente?
- b) Qual a função do 'airbag'? O que muda no acidente?

Problema 6.4:

Um carro segue a 60 km/h. Sofre um acidente e o carro para em 0.2 s.

O condutor não tem o cinto colocado e embate no volante do carro.

a) Se o condutor tiver a massa de 75 kg, qual a força média que sofre (no torax) durante o acidente?

b) Qual a função do 'airbag'? O que muda no acidente?

R:

$$\bar{F}_x = \frac{\int_{t_0}^{t_1} F_x(t) dt}{(t_1 - t_0)} = \frac{57 \times 60/3.6 - 57 \times (0)}{0.2} = 4750 \text{ N} = 486 \text{ kgf}$$

Sistema de 2 corpos

Existem fenómenos com forças complicadas.

O Impulso é difícil ou impossível de ser calculado.

Corpo A com massa m_A e velocidade \vec{v}_A

Corpo B com massa m_B e velocidade \vec{v}_B

Que forças existem entre os 2 corpos?

Forças internas: forças entre os corpos do sistema (sistema Terra-Sol: força gravítica de atração)

Forças externas: forças entre os corpos do sistema e o meio ambiente

2ª Lei de Newton:

Corpo A $\sum \vec{F}_A^{ext} + \vec{F}_A^{(B)} = \frac{d\vec{p}_A}{dt}$

Corpo B $\sum \vec{F}_B^{ext} + \vec{F}_B^{(A)} = \frac{d\vec{p}_B}{dt}$

Somarmos: $\sum \vec{F}_A^{ext} + \sum \vec{F}_B^{ext} + \vec{F}_A^{(B)} + \vec{F}_B^{(A)} = \frac{d\vec{p}_A}{dt} + \frac{d\vec{p}_B}{dt}$

$$\sum \vec{F}_A^{ext} + \sum \vec{F}_B^{ext} + \vec{F}_A^{(B)} + \vec{F}_B^{(A)} = \frac{d}{dt}(\vec{p}_A + \vec{p}_B)$$

$$\sum \vec{F}_A^{ext} + \sum \vec{F}_B^{ext} = \frac{d}{dt}(\vec{p}_A + \vec{p}_B)$$

Generalização da 2ª Lei de Newton para o sistema de 2 corpos

$$\sum \vec{F}^{ext} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

3ª Lei de Newton:

$$\vec{F}_B^{(A)} = -\vec{F}_A^{(B)}$$

$$\sum \vec{F}_A^{ext} + \sum \vec{F}_B^{ext} = \sum \vec{F}^{ext}$$

$$\vec{p}_A + \vec{p}_B = \vec{P}$$

= momento total
do sistema de 2 corpos

Sistema de 2 corpos

Se todas as forças externas forem nulas $\sum \vec{F}^{ext} = 0$

Temos um sistema de 2 corpos isolado

$$\sum \vec{F}^{ext} = \frac{d\vec{P}}{dt} \quad \text{implica} \quad \frac{d\vec{P}}{dt} = 0$$

Num sistema de 2 corpos isolado o momento total conserva-se

Generalização para sistema de muitos corpos (N)

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i$$

$\sum \vec{F}^{ext} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^N \vec{p}_i$ Se o sistema for isolado temos a conservação do momento total

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i$$

Colisões

Processo que envolve forças muito grandes entre os corpos durante um intervalo de tempo muito curto

Num sistema de 2 corpos isolado, em que o momento total conserva-se.

Antes da colisão

Corpo A com massa m_A e velocidade $\vec{v}_{A,0}$

Corpo B com massa m_B e velocidade $\vec{v}_{B,0}$

Depois da colisão

Corpo A com massa m_A e velocidade $\vec{v}_{A,1}$

Corpo B com massa m_B e velocidade $\vec{v}_{B,1}$

Colisões: Num sistema de 2 corpos isolado, em que o momento total conserva-se.

Antes da colisão

Corpo A com massa m_A e velocidade $\vec{v}_{A,0}$

Corpo B com massa m_B e velocidade $\vec{v}_{B,0}$

Depois da colisão

Corpo A com massa m_A e velocidade $\vec{v}_{A,1}$

Corpo B com massa m_B e velocidade $\vec{v}_{B,1}$

A 1 dimensão, o momento total é:

$$m_A v_{A,0x} + m_B v_{B,0x}$$

$$m_A v_{A,1x} + m_B v_{B,1x}$$

Pela conservação do momento total

$$m_A v_{A,0x} + m_B v_{B,0x} = m_A v_{A,1x} + m_B v_{B,1x}$$

também é em qualquer instante da colisão

Se soubermos as quantidades antes da colisão (massa e velocidades)

Temos 1 equação com 2 incógnitas

$v_{A,1x}$ e $v_{B,1x}$ (será preciso mais uma equação para serem calculadas)

Colisões: Num sistema de 2 corpos isolado, em que o momento total conserva-se.

Se só atuarem forças conservativas,
a energia mecânica total também se conserva (mais uma equação)

Quando acontece chama-se Colisão Elástica

Quando não há conservação da energia mecânica, chama-se Colisão Ineslática

Cap. 6 Momento e colisões

Dinâmica de 1 corpo

Equação fundamental da dinâmica:

$$\vec{F}(t) = m \vec{a}(t) = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\Rightarrow \vec{a}(t) \Rightarrow \vec{v}(t) \Rightarrow \vec{r}(t)$$

obtemos a velocidade e a posição em função do tempo

Teorema Trabalho-Energia:

$$\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = \frac{1}{2} m |\vec{v}_1|^2 - \frac{1}{2} m |\vec{v}_0|^2$$

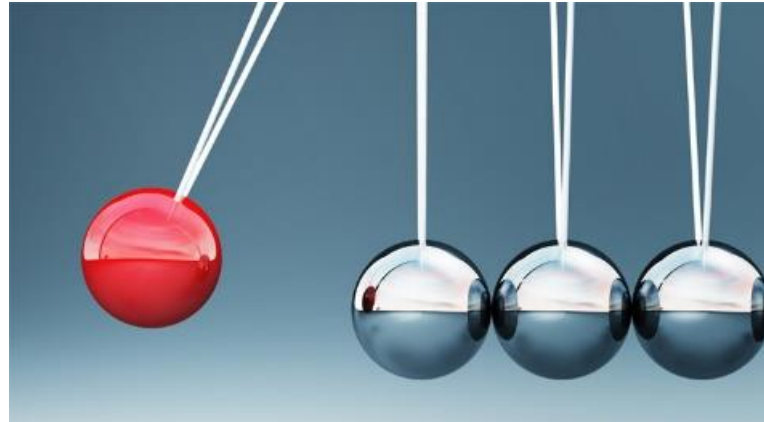
obtemos a velocidade em função da posição

e a lei de Conservação da Energia Mecânica (para sistemas só com forças conservativas)

Impulso de uma força:

$$\int_{t_0}^{t_1} \vec{F}(t) dt = \vec{p}_1 - \vec{p}_0$$

vamos obter a lei da Conservação do Momento (para sistemas isolados)



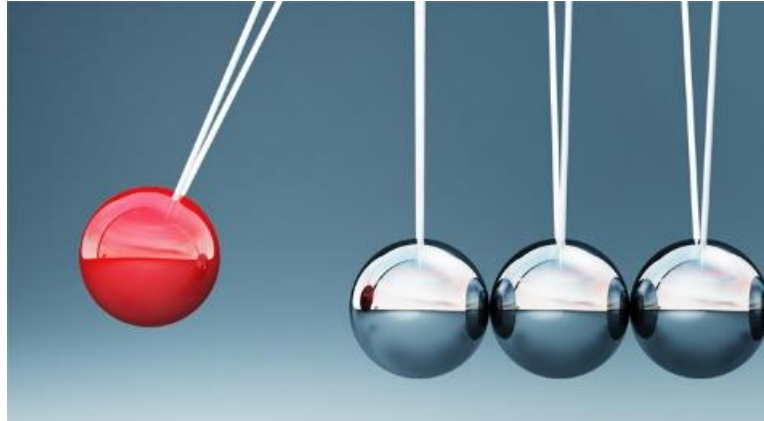
O que se segue?

Lei de conservação do momento
<https>

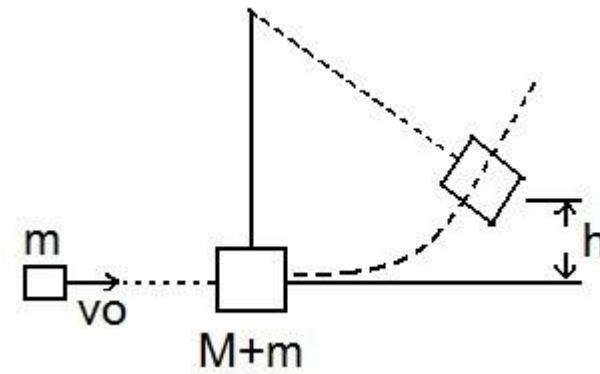
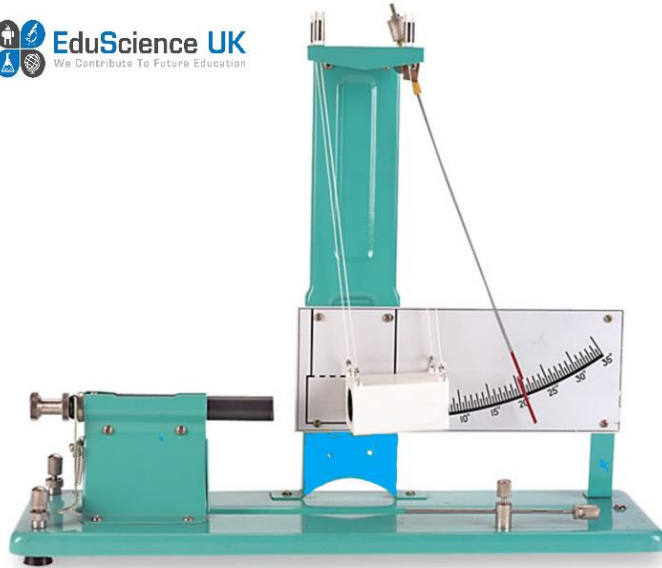
Lei de conservação do momento:

Antes o momento proveniente da bola que vai colidir

Depois da colisão há várias possibilidades de combinações entre as várias massa e velocidades.
Mas só uma emerge de todo o conjunto?



Lei de conservação do momento e da energia



A energia mecânica conserva-se?