

Considere a função  $f(x) = -x^4 + 4x^3 + \frac{15}{2}x^2 + 4x - \frac{1}{2}$ .

1. Verifique que  $f'(x) = -(2x+1)^2(x-4)$

2. Estude a monotonia da função

3. Utilize o Teorema de Bolzano para mostrar que a função tem um zero no intervalo  $]-\frac{1}{2}, 4[$

→ 4. Utilize o Teorema de Rolle para justificar que a função não pode ter dois zeros no intervalo  $]-\frac{1}{2}, 4[$

• A função é cont. em  $[-\frac{1}{2}, 4]$  e derivável em  $]-\frac{1}{2}, 4[$  por é polinomial

• Precisamos mostrar que  $-\frac{1}{2}$  e 4 são zeros consecutivos da derivada

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x+1=0 \vee x-4=0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \vee x=4$$

Como  $-\frac{1}{2}$  e 4 são os únicos zeros de  $f'$  são zeros consecutivos.

2. (3 valores) Considere a função definida por  $g(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ .

- (a) Enuncie o Teorema de Lagrange e mostre, usando o teorema, que existe pelo menos um ponto  $(c, f(c))$  do gráfico de  $g$ , com  $c \in ]1, 3[$ , onde a tangente ao gráfico da função é horizontal.
- (b) Determine todos os pontos do gráfico de  $g$  em que a tangente ao gráfico é horizontal.

**Exame Final**  
2021/2022

21. Seja  $f$  uma função real de variável real definida por:

Virgínia Santos

$$f(x) = \begin{cases} x \ln x & \text{se } x > 0 \\ \sin(5x) - x & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

- (a) Estude  $f$  quanto à continuidade.
- (b) Averigue se a função  $f$  é diferenciável para  $x = 0$ .
- (c) Enuncie o Teorema de Rolle. Mostre que é aplicável à função  $f$  no intervalo  $[0, 1]$  e determine o ponto  $b$  desse intervalo tal que  $f'(b) = 0$ .