

# Introdução à Arquitetura de Computadores

Pedro M. Lavrador

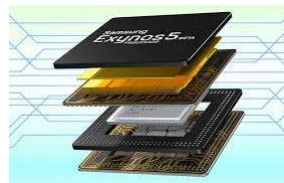
Departamento de Electrónica, Telecomunicações e Informática  
Universidade de Aveiro  
plavrador@ua.pt

## Índice

- Introdução
  - Objetivos e Programa
  - Bibliografia
  - Avaliação
  - Princípios Básicos da Arquitetura de Computadores
- Representação da Informação nos Computadores
  - O sistema binário
  - Representação de números inteiros
    - Conversão entre bases
  - Números negativos:
    - Sinal e módulo
    - Complemento para 2
  - Números reais.
    - Virgula Fixa e Virgula Flutuante
    - O standard IEEE 754
  - Outros Tipos de Dados

## Introdução

- Os microprocessadores são o componente que mais contribuiu para a revolução tecnológica do mundo em que vivemos.



13/02/2023

PML – IAC - 2023

3

## Introdução

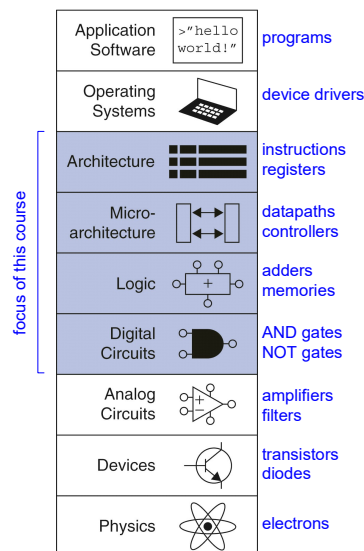
- Hardware ou Software?
  - Não vivem isolados.
  - Um é projetado em função do outro.
- Para ser especialista num dos domínios é preciso ter uma visão das capacidades e limitações do outro.

13/02/2023

PML – IAC - 2023

4

## Introdução



13/02/2023

PML – IAC - 2023

5

## Objetivos da Disciplina

- **Conhecer as formas de representação da informação nos computadores digitais**, com relevo para a representação da informação numérica e as operações aritméticas básicas.
- **Conhecer as operações lógicas** e as componentes eletrônicas que as realizam.
- **Compreender o funcionamento dos sistemas com memória e o funcionamento dos principais dispositivos de armazenamento de informação.**

13/02/2023

PML – IAC - 2023

6

## Objetivos da Disciplina

- Compreender a organização interna dos computadores digitais.
- Compreender os mecanismos de comunicação do computador com o exterior.
- Adquirir familiaridade com a arquitetura de processadores através da programação em *assembly*.

13/02/2023

PML – IAC - 2023

7

## Programa

- I – Introdução: sistemas de computação de uso geral. Microprocessadores.
- II – Representação da informação e operações básicas
  - Tipos de dados e sua representação
  - O bit como unidade de informação
  - Aritmética Binária
  - Operações lógicas e Álgebra de Boole
- III – Circuitos Lógicos
  - Portas Lógicas: NOT, OR, NOR, AND, NAND
  - Blocos Combinatórios
  - Dispositivos de Armazenamento de Informação. Registos.
  - Memórias.

13/02/2023

PML – IAC - 2023

8

## Programa

- IV – O Modelo de Von Neumann
  - Estrutura de um processador
- V – A arquitetura MIPS
  - Modelo de programação; tipos de instruções
- VI – A linguagem *assembly* e o *assembler*
- VII – Organização interna do processador
  - Unidades Operativas e de Controlo.
  - Implementação *Single* ou *Multi Cycle*
- VIII – Comunicação com o exterior: entrada e saída de dados

13/02/2023

PML – IAC - 2023

9

## Bibliografia

- D.M.Harris and S.L.Harris, *Digital Design and Computer Architecture*, 2nd. Edition, Morgan Kaufmann, 2013.
- D.A.Patterson, J.Hennessy, *Computer Organization and Design – the hardware/software interface*, Elsevier.
- Y.N. Patt, S.J.Patel, *Introduction to Computing Systems – from bits & gates to C & beyond*, 2nd edition, McGraw\_Hill Education, Indian edition.

13/02/2023

PML – IAC - 2023

10

## Avaliação

- A Nota da disciplina é obtida pela média ponderada das notas da componente teórica e prática.

$$\text{NotaFinal} = 60\% \times \text{NT} + 40\% \times \text{NP}$$

- A nota final da **Componente Teórica** obtém-se da média ponderada de dois elementos de avaliação:
  - Um teste escrito presencial (T1) com um peso de 50% na nota final, a realizar no dia **31 de Março** de 2023 (à tarde)
  - Um teste escrito presencial (T2) com um peso de 50% na nota final, na época de exames.

$$\text{Nota\_Teórica} = \text{Nota\_T1} \times 0.5 + \text{Nota\_T2} \times 0.5$$

13/02/2023

PML – IAC - 2023

11

## Avaliação

- A Nota da disciplina é obtida pela média ponderada das notas da componente teórica e prática.

$$\text{NotaFinal} = 60\% \times \text{NT} + 40\% \times \text{NP}$$

- A nota final da **Componente Prática** obtém-se da média ponderada de três elementos de avaliação:
  - Um teste escrito presencial (TP1) com um peso de 40% na nota final, a realizar nas aulas P de **30 e 31 de Março** (nas aulas P)
  - Um teste escrito presencial (TP2) com um peso de 50% na nota final, a realizar na época de exames.
  - Uma componente de Avaliação do Desempenho nas Aulas Práticas

$$\text{Nota\_Prática} = \text{AC} \times 0.1 + \text{P1} \times 0.4 + \text{P2} \times 0.5$$

13/02/2023

PML – IAC - 2023

12

## Avaliação

- Em cada uma das duas componentes de avaliação (Teórica-Prática e Prática) é necessário obter pelo menos 7.0 valores para obter aprovação à disciplina.

13/02/2023

PML – IAC - 2023

13

## Regime de Faltas

- Todos os estudantes que, não usufruindo do estatuto de trabalhador-estudante no corrente ano letivo, **faltem injustificadamente a mais de 20% das aulas práticas reprovam automaticamente** à disciplina ficando impedidos de se apresentar a qualquer prova da mesma durante o corrente ano letivo.
- A justificação de faltas deve ser entregue na secretaria do DETI, no prazo máximo de 10 dias de acordo com o regulamento de Estudos, a qual remeterá cópia para o docente coordenador da disciplina.

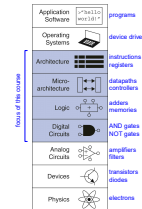
13/02/2023

PML – IAC - 2023

14

## Princípios Básicos da Arquitetura de Computadores

- **Abstração:**
  - Esconder os detalhes sempre que não são necessários;
- **Disciplina:**
  - Restringir intencionalmente as liberdades (por exemplo usando tensões digitais e não contínuas)
- **Hierarquia**
  - Dividir um sistema em módulos e sub-módulos
- **Modularidade**
  - Cada um dos módulos tem interfaces bem definidos
- **Regularidade**
  - Sempre que possível reutilizar os módulos já disponíveis.



13/02/2023

PML – IAC - 2023

15

## A abstração Digital

- A maioria das grandezas físicas são contínuas:
  - A temperatura da sala;
  - Uma frequência de oscilação;
  - A tensão num circuito;
  - A posição de um corpo;
- A abstração digital leva-nos a considerar apenas um subconjunto discreto de todos os valores possíveis.
  - Se considerarmos um conjunto suficientemente grande podemos ter aproximações boas. (vídeo e áudio).

13/02/2023

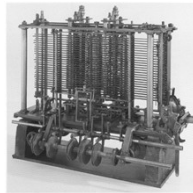
PML – IAC - 2023

16



## Um pouco de história...

- O primeiro computador...
- ... foi projetado por Charles Babbage entre 1834 e 1871.
- Foi o primeiro computador digital, construído com engrenagens mecânicas onde cada “roda” representava um valor discreto entre 0 e 9.
- A máquina consegue calcular 25 dígitos.



13/02/2023

PML – IAC - 2023

17

## Um pouco de história...

- Ao contrário da máquina de Babbage, a maioria dos computadores atuais usa uma representação binária.
- A quantidade de informação numa variável discreta com  $N$  níveis é medida em número de bits de acordo com a seguinte expressão:

$$D = \log_2 N \quad (\text{bits})$$

- Um semáforo com R, Y, G
  - 3 níveis precisa de 2 bits ( $2^2 = 4$ )
- 7 níveis -> 3 bits  $2^3$
- 0-20 -> 21 níveis  $\log_2(21) = 4.12... \rightarrow 2^5 = 32$

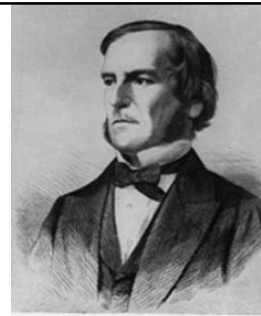
13/02/2023

PML – IAC - 2023

18

## Um pouco de história

- **George Boole (1815-1864)**
  - Filho de pais operários, aprendeu por si matemática.
  - Juntou-se depois ao Queen's College na Irlanda.
- Introduziu as variáveis binárias e os três operadores lógicos fundamentais: AND, OR e NOT
- Foi o precursor da lógica binária na qual se baseiam atualmente os sistemas digitais.



Scanned at the American  
Institute of Physics

13/02/2023

PML – IAC - 2023

19

## Índice

- **Introdução**
  - Objetivos e Programa
  - Bibliografia
  - Avaliação
- **Representação da Informação nos Computadores**
  - O sistema binário
  - Representação de números inteiros
    - Conversão entre bases
  - Números negativos:
    - Sinal e módulo
    - Complemento para 2.
  - Números reais.
    - Virgula Fixa e Virgula Flutuante
    - O standard IEEE 754
  - Outros Tipos de Dados

13/02/2023

PML – IAC - 2023

20

## Sistemas de Numeração

- O que é um número?
  - Número é uma *coleção de unidades*, Tales de Mileto, sec. VI a.c.
  - Número é a *relação entre a quantidade e a unidade*, Isaac Newton. sec. XVII.
- Importa distinguir o número da sua representação.
  - 12 é sempre “uma dúzia”
  - Quer seja 12, XII, doze, twelve,  $C_{16}$ ,  $14_8$ ,  $1100_2$ , ...

13/02/2023

PML – IAC - 2023

21

## Sistemas de Numeração: Decimal

- Sempre trabalhamos com números decimais
  - (porque temos 10 dedos!)
- Em sistemas digitais (com 0's e 1's) o sistema binário ou hexadecimal é mais conveniente.
- No sistema decimal temos 10 dígitos: 0, 1, 2, ..., 9 e o valor de cada um deles depende da posição que ocupa:



13/02/2023

PML – IAC - 2023

22

## Sistemas de Numeração: Decimal

- Qual a **gama de representação** que podemos ter num número decimal com N algarismos?
  - Por exemplo:
    - Com 2 algarismos podemos escrever 100 números diferentes: 0, 1, 2, ..., 99.
  - Com N algarismos podemos escrever  $10^N$  números distintos entre 0 e  $10^N-1$ .
  - Ao conjunto de números que podemos escrever com N algarismos chamamos **gama de representação**.

13/02/2023

PML – IAC - 2023

23

## Sistemas de Numeração: Binário

- Os bits representam dois valores possíveis e podem ser agrupados para formar números binários. (em base 2).
- Um número binário com 4 bits na forma:
 
$$b_3 b_2 b_1 b_0$$
- Tem o valor:
 
$$b_3 * 2^3 + b_2 * 2^2 + b_1 * 2^1 + b_0 * 2^0$$

13/02/2023

PML – IAC - 2023

24

## Sistemas de Numeração: Binário

- Um número binário geral com N bits na forma:

$$b_{N-1} \dots b_3 b_2 b_1 b_0$$

- Tem o valor:

$$\sum_{n=0}^{N-1} b_n 2^n$$

- A **gama de representação** de um número binário com N bits é 0, 1, ...,  $2^N - 1$ .

13/02/2023

PML – IAC - 2023

25

## Sistemas de Numeração: Binário/Decimal

- Os números decimais:

$$\begin{array}{cccc} 1000's & 100's & 10's & 1's \\ 5 & 3 & 7 & 4 \end{array}_{10}$$

- Os números binários:

$$\begin{array}{cccc} 8's & 4's & 2's & 1's \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}_2$$

13/02/2023

PML – IAC - 2023

26

## Sistemas de Numeração: Binário

- Para trabalhar fluentemente em binário é útil conhecer as potências de 2:

$2^0 =$	1
$2^1 =$	2
$2^2 =$	4
$2^3 =$	8
$2^4 =$	16
$2^5 =$	32
$2^6 =$	64
$2^7 =$	128
$2^8 =$	256
$2^9 =$	512
$2^{10} =$	1024
$2^{11} =$	2048

13/02/2023

PML - IAC - 2023

27

## Sistemas de Numeração: Conversão entre bases

- Converter para Decimal:
  - Fazer a soma de cada dígito  $b_n$  multiplicado pela potência de 2 correspondente:

$$valor = \sum_{n=0}^{N-1} b_n 2^n$$

- Converter para Binário:
  - Fazer divisões sucessivas por 2 até obter quociente 0.
  - O número em binário é o conjunto dos restos das divisões dispostos pela ordem inversa.

13/02/2023

PML - IAC - 2023

28

## Sistemas de Numeração: Conversão entre bases

- Converter para Decimal:

$10011_2$

$01101_2$

- Converter para Binário:

$47_{10}$

$21_{10}$

## Sistemas de Numeração: Hexadecimal

- Escrever longas sequências binárias é chato e muito suscetível a erros.
- Um grupo de 4 bits, representa uma de  $2^4=16$  possibilidades.
- Assim é possível e mais cómodo trabalhar num sistema de base 16, chamado hexadecimal.
- Os algarismos hexadecimais são:
  - 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

## Sistemas de Numeração: Hexadecimal

Hexadecimal	Decimal	Binário
0	0	0000
1	1	0001
2	2	0010
3	3	0011
4	4	0100
5	5	0101
6	6	0110
7	7	0111
8	8	1000
9	9	1001
A	10	1010
B	11	1011
C	12	1100
D	13	1101
E	14	1110
F	15	1111

13/02/2023

PML – IAC - 2023

31

## Sistemas de Numeração: Hexadecimal

- Conversão binária para hexadecimal:
  - $1111010_2 =$
  - $0111101_2 =$
- Conversão decimal para hexadecimal e binário:
  - $333_{10} = ?_2 = ?_{16}$

13/02/2023

PML – IAC - 2023

32



## Sistemas de Numeração: Jargão

- Um byte é um conjunto de 8 bits:
  - Pode representar  $2^8 = 256$  valores diferentes.
- Um *nibble* é um meio byte (4 bits):
  - Pode representar  $2^4 = 16$  valores diferentes.
- Um processador opera sobre conjuntos de bits chamados **palavras** (word):
  - O tamanho da palavra depende da arquitectura.  
(Atualmente a maioria dos processadores são de 64 bits o que significa que operam sobre palavras de 64 bits.)

13/02/2023

PML – IAC - 2023

33

## Sistemas de Numeração: Jargão

- Dentro de um grupo de bits chama-se **bit menos significativo** (*lsb*) ao da direita e **bit mais significativo** ao mais à esquerda (*msb*).
- Dentro de uma palavra chama-se **byte menos significativo** (*LSB*) ao da direita e **byte mais significativo** ao mais à esquerda (*MSB*).
- O prefixo grego *kilo*, que designa  $10^3$ , é reutilizado em binário para designar  $2^{10}=1024$ .  
Mega designa  $2^{20}$ ,  
Giga  $2^{30}$ ,  
e assim sucessivamente.

13/02/2023

PML – IAC - 2023

34

## Adição Binária

- A adição binária funciona do mesmo modo que a adição decimal.
  - É até mais simples de efetuar porque a tabela de somas é menor:
    - $0+0 = 0$
    - $0+1 = 1+0 = 1$
    - $1+1 = 0$  e vai 1 para a esquerda (*carry*).

$\begin{array}{r} 11 \\ 4277 \\ +5499 \\ \hline 9776 \end{array}$	$\longleftarrow \text{carry} \longrightarrow$	$\begin{array}{r} 11 \\ 1011 \\ +0011 \\ \hline 1110 \end{array}$
---	---	---

13/02/2023

PML – IAC - 2023

35

## Adição Binária

- Calcule a soma binária:
  - $0110_2 + 0101_2 =$
  - $1001_2 + 0011_2 =$
  - $1101_2 + 0101_2 =$
- Quantos bits são necessários para representar o resultado?
  - Poderá ocorrer *overflow*?

13/02/2023

PML – IAC - 2023

36

## Adição Binária: Overflow

- As máquinas digitais operam com um número fixo de bits.
- Se o resultado da soma exceder o número de bits disponível dizemos que ocorreu *overflow*.
- Por exemplo num sistema de 4 bits  $1100_2 + 0110_2$

$$\begin{array}{r}
 11 \\
 1100 \\
 +0110 \\
 \hline
 10010
 \end{array}$$

- Não é representável com 4 bits, logo origina um *overflow*.

13/02/2023

PML – IAC - 2023

37

## Índice

- Introdução
  - Objetivos e Programa
  - Bibliografia
  - Avaliação
- Representação da Informação nos Computadores
  - O sistema binário
  - Representação de números inteiros
    - Conversão entre bases
  - Números negativos:
    - Sinal e módulo
    - Complemento para 2.
  - Números reais.
    - Virgula Fixa e Virgula Flutuante
    - O standard IEEE 754
  - Outros Tipos de Dados

13/02/2023

PML – IAC - 2023

38

## Representação de Números com Sinal

- Até aqui apenas vimos a representação de números positivos (ou sem sinal).
- Se quisermos tratar números positivos e/ou negativos precisamos de um sistema de numeração diferente.
- Uma representação em Sinal e Módulo é, para nós, a mais intuitiva.
  - Porque é a que estamos habituados.
- Nesta representação o bit mais significativo representa o sinal e os restantes o módulo.
- Implicações:
  - Uma vez que bit mais significativo representa o sinal é preciso fixar o número de bits

13/02/2023

PML – IAC - 2023

39

## Representação de Números com Sinal

- Representação sinal e módulo:
  - Um número com N bits em sinal e módulo tem 1 bit (o da esquerda) para representar o sinal e N-1 bits para representar o módulo.
- Qual a representação de +3 e -3, em sinal e módulo com 4 bits?
  - $+3 = 0011$                        $-3 = 1011$
- Qual o valor mínimo e máximo que se pode representar em sinal e módulo com N bits?
  - Máximo =  $2^{N-1}-1$
  - Mínimo =  $-(2^{N-1}-1)$

13/02/2023

PML – IAC - 2023

40

## Representação de Números com Sinal

- Representação sinal e módulo:
- Vantagens:
  - Intuitiva
- Desvantagens:
  - Dupla representação para zero (+0 e -0)
  - A realização de somas não é imediata, por exemplo  $+3 + (-3)$ , não faz sentido (implica cálculos auxiliares)!

13/02/2023

PML – IAC - 2023

41

## Representação de Números com Sinal

- Representação em complemento para 2:
- A representação de um número em complemento para 2 é idêntica à representação de números sem sinal, exceto que o bit mais significativo em vez de valer  $2^{N-1}$  vale  $-2^{N-1}$ .
- Por exemplo, em complemento para 2, com 4 bits:
 

– Zero escreve-se:	0000	$0*(-2^3)+0*2^2+0*2^1+0*2^0$
– O mais positivo é:	0111	$0*(-2^3)+1*2^2+1*2^1+1*2^0$
– O mais negativo é:	1000	$1*(-2^3)+0*2^2+0*2^1+0*2^0$
– -1 escreve-se:	1111	$1*(-2^3)+1*2^2+1*2^1+1*2^0$

13/02/2023

PML – IAC - 2023

42

## Representação de Números com Sinal

- Representação em complemento para 2:
- Em complemento para 2, com N bits:
  - O mais positivo é  $2^{N-1}-1$
  - O mais negativo é  $-2^{N-1}$
- O bit mais significativo em complemento para dois pode ser visto como o sinal do número:
  - Os números positivos em complemento para dois têm o bit mais significativo 0 e os negativos têm bit mais significativo 1.

13/02/2023

PML – IAC - 2023

43

## Representação de Números com Sinal

- Representação em complemento para 2:
- O valor de um número negativo em complemento para 2 pode ser obtido num processo que chamamos **calcular o complemento para 2** que consiste em inverter todos os bits e somar 1.
  - A representação em complemento para 2 com 4 bits de -3?
 
$$3_{10} = 0011_2$$
  - O complemento para 2 de  $0011_2$  é:
 
$$1100_2 + 1$$
  - Logo -3 em complemento para 2 com 4 bits escreve-se:
 
$$1101_2$$

13/02/2023

PML – IAC - 2023

44

## Representação de Números com Sinal

- Representação em complemento para 2:
- Qual o valor de  $1001_2$  assumindo que está representado em complemento para 2 com 4 bits?
  - O bit mais significativo é 1, logo o número é negativo.
  - Então precisamos de calcular o complemento para 2, negando todos os bits e somando 1:
 
$$0110_2 + 1 = 0111_2$$

$$= 7$$
  - Concluimos que  $1001_2$  representa o -7.

13/02/2023

PML – IAC - 2023

45

## Representação de Números com Sinal

- Representação em complemento para 2:
- A **vantagem esmagadora** do complemento para 2 é que as somas funcionam de modo transparente quer se trate de números positivos quer sejam negativos.
- Exemplo  $+2_{10} + (-1_{10})$  (com 4 bits)
  - $2_{10} = 0010_2$
  - $1_{10} = 0001$  em complemento para 2:  $1110_2 + 1 = 1111_2$

Importante:

Desaparece porque estamos em 4 bits

$$\begin{array}{r}
 1110 \\
 0010 \\
 +1111 \\
 \hline
 10001
 \end{array}$$

→ ~~1~~

13/02/2023

PML – IAC - 2023

46

## Representação de Números com Sinal

- Representação em complemento para 2:
- Exemplo  $+5_{10} + (-3_{10})$  (com 4 bits)
  - $5_{10} = 0101_2$
  - $-3_{10} = 1101_2$ 
    - $3_{10} = 0011$  em complemento para 2:  $1100_2 + 1 = 1101_2$

$$\begin{array}{r}
 1101 \\
 0101 \\
 +1101 \\
 \hline
 10010
 \end{array}$$

(The leading '1' in the result '10010' is crossed out with a red 'X' in the original image.)

13/02/2023

PML – IAC - 2023

47

## Representação de Números com Sinal

- Representação em complemento para 2:
- Exemplo  $+3_{10} + (-5_{10})$  (com 4 bits)
  - $3_{10} = 0011_2$
  - $-5_{10} = 1011_2$ 
    - $5_{10} = 0101$  em complemento para 2:  $1010_2 + 1 = 1011_2$

$$\begin{array}{r}
 011 \\
 0011 \\
 +1011 \\
 \hline
 1110
 \end{array}$$

- $1110_2$  em complemento para 2 é  $0001 + 1 = 0010 = 2$
- $1110_2 = -2$

13/02/2023

PML – IAC - 2023

48



## Representação de Números com Sinal

- Representação em complemento para 2:
- Detecção de Overflow

- Exemplo  $+3_{10} + (5_{10})$  (com 4 bits)

$$- 3_{10} = 0011_2$$

$$- 5_{10} = 0101_2$$

$$\begin{array}{r} 111 \\ 0011 \\ +0101 \\ \hline 1000 \end{array}$$

- A soma de dois números positivos deu um número negativo!
  - Ocorreu overflow!

13/02/2023

PML – IAC - 2023

49

## Representação de Números com Sinal

- Representação em complemento para 2:
- Detecção de Overflow:
  - Um **overflow ocorre se a soma de dois números positivos** for maior que o máximo positivo representável ( $2^{N-1}-1$ ), ou seja **originar um número negativo**.
  - Ou se a **soma de dois números negativos** for menor que o menor número representável ( $-2^{N-1}$ ), ou seja **originar um número positivo**.
  - Nunca ocorre overflow quando somamos números de sinais diferentes. (Porquê?)
- A existência de um carry out no bit mais significativo não é indicadora de overflow.

13/02/2023

PML – IAC - 2023

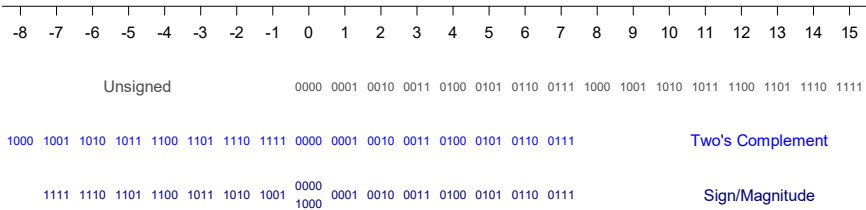
50

## Representação de Números com Sinal

- Extensão do número de bits.
- Podemos necessitar de mudar o número de bits usado na representação de um número.
- Em números sem sinal:
  - Basta acrescentar zeros à esquerda.
- Em sinal e módulo:
  - Mudamos o sinal para a esquerda e acrescentar zeros no módulo.
- Em complemento para 2:
  - Acrescenta-se o sinal à esquerda:
    - 0's se o número é positivo
    - 1's se o número é negativo

## Comparação de Representação de Números

Sistema Numeração	Gama
Sem sinal	$[0, 2^N-1]$
Sinal e Módulo	$[-(2^{N-1}-1), 2^{N-1}-1]$
Complemento para 2	$[-2^{N-1}, 2^{N-1}-1]$



## Índice

- Introdução
  - Objetivos e Programa
  - Bibliografia
  - Avaliação
- Representação da Informação nos Computadores
  - O sistema binário
  - Representação de números inteiros
    - Conversão entre bases
  - Números negativos:
    - Sinal e módulo
    - Complemento para 2.
  - Números reais.
    - Virgula Fixa e Virgula Flutuante
    - O standard IEEE 754
  - Outros tipos de Dados

13/02/2023

PML – IAC - 2023

53

Representação da Informação nos Computadores

## Representação de Números Reais

- Até aqui vimos como representar quantidades inteiras (positivas e/ou negativas).
- Podemos generalizar a representação de inteiros na base 2, para representar números reais usando a virgula, à semelhança do que fazemos em base 10:

$$\text{Parte\_Inteira, Parte\_Fracionária}$$

$$x = b_3 b_2 b_1 b_0, b_{-1} b_{-2} b_{-3}$$

$$x = b_3 2^3 + b_2 2^2 + b_1 2^1 + b_0 2^0 + b_{-1} 2^{-1} + b_{-2} 2^{-2}$$

13/02/2023

PML – IAC - 2023

54

## Representação de Números Reais

- Virgula Fixa: Gama e Erro de Representação
- O Maior (e menor) valor representável é função do número de algarismos da parte inteira
- O erro de representação (absoluto) é função do número de algarismos da parte fracionária:
  - O erro é metade do peso do último algarismo. (Porquê?)

13/02/2023

PML – IAC - 2023

55

## O erro de representação

- Qual o comprimento do segmento AB?



- E se mudarmos para uma régua mais fina?



- O erro máximo é sempre metade do valor do último dígito representado!

13/02/2023

PML – IAC - 2023

56

## Gama e Erro de representação

- Exemplo:
  - Representação decimal, com sinal mais 3 dígitos na parte inteira e 3 dígitos na parte decimal.
  - Gama de representação =
  - Erro de representação =

13/02/2023

PML – IAC - 2023

57

Representação da Informação nos Computadores

## Representação de Números Reais

- Virgula Fixa Binária
- A virgula no sistema binário funciona do mesmo modo que no sistema decimal.
  - A função da virgula é identificar as potências de 2 positivas e as potências de 2 negativas.
- Desde que a soma (subtração) seja feita com as virgulas alinhadas **somar números inteiros ou fracionários em complemento para 2 é idêntico.**

13/02/2023

PML – IAC - 2023

58

## Representação de Números Reais

- Virgula Fixa Binária
- Exemplo:
  - Representar com 8 bits, cinco inteiros e três fracionários os números:
    - $10.25_{10}$
    - $4.625_{10}$
    - $2.5_{10}$
  - Efetuar em complemento para 2 as operações:
    - $10.25_{10} + 4.625_{10}$
    - $4.625_{10} + 2.5_{10}$

13/02/2023

PML – IAC - 2023

59

## Representação de Números Reais

- Virgula Fixa Binária: Problemas.
- Representar valores muito grandes (ou muito pequenos) em virgula fixa requer uma enorme quantidade de algarismos.
- Em decimal a solução encontrada foi a notação científica:
  - $6.02 \cdot 10^{23}$
  - $1.6 \cdot 10^{-19}$
- Isto é **Virgula Flutuante**

13/02/2023

PML – IAC - 2023

60

## Representação de Números Reais

- Virgula Flutuante Binária:

$$X = \pm 1, m * 2^{exp}$$

- m: mantissa
- exp: expoente

- A mantissa determina precisão.
- O expoente determina a gama de representação.
- A representação em Virgula Flutuante expressa um compromisso entre gama de representação e precisão.

13/02/2023

PML – IAC - 2023

61

## O Formato IEEE 754

- Especifica o modo de representar números binários em virgula flutuante com:
  - Precisão simples: 32 bits
  - Precisão dupla: 64 bits
- As regras da soma, subtração, multiplicação e divisão, raiz quadrada, resto e comparação.
- As conversões entre formatos.
- Os modos de arredondamento.
- As exceções.
  - A representação de 0,  $\pm\infty$ , NaN, e valores desnormalizados.

13/02/2023

PML – IAC - 2023

62

## O Formato IEEE 754

Simplex      8 bits      23 bits  
 Dupla      11 bits      52 bits



$$X = (-1)^S * 1, MANTISSA * 2^{(EXP - BIAS)}$$

- S: sinal (0: positivo      1: negativo)
- EXP: expoente representado em excesso do *Bias*.  
 – Bias = 127 em *Single*      1023 em *Double*
- MANTISSA tem um bit escondido pois o algarismo à esquerda da virgula é sempre 1.

13/02/2023

PML – IAC - 2023

63

## O Formato IEEE 754

- Exemplo 1:
- Que número está representado em formato IEEE 754 precisão simples como:

1 011 1111 0 100 0000 0000 0000 0000 0000 (0xBF400000)

- Solução, determinar:
  - Sinal: **1**
  - Expoente: **011 1111 0**
  - Mantissa: **1,100 0000 0000 0000 0000 0000**
  - Escrever o número como no slide anterior.

$$X = (-1)^1 * 1,100 * 2^{(126 - 1)} = -1,1_2 * 2^{-1} = -0,75$$

13/02/2023

PML – IAC - 2023

64



## O Formato IEEE 754

- Exemplo 2:
- Determinar a representação em formato IEEE 754 precisão simples do número: 5.5
- Solução:
  - Escrever o número na forma canónica.
  - Agrupar cada um dos campos nos 32 bits.

$$X = (-1)^S * 1, MANTISSA * 2^{(EXP - BIA)}$$

0100 0000 1011 0000 0000 0000 0000 0000 (0x40B0 0000)

13/02/2023

PML – IAC - 2023

65

## O Formato IEEE 754

- Casos Especiais:

Número	Sinal	Expoente	Mantissa
0	X	00000000	000000000000000000000000
$\infty$	0	11111111	000000000000000000000000
$-\infty$	1	11111111	000000000000000000000000
NaN	X	11111111	Non-zero

13/02/2023

PML – IAC - 2023

66

## O Formato IEEE 754

- Adição:
  1. Extrair os bits do expoente e da mantissa.
  2. Acrescentar 1 à esquerda (o bit escondido) para obter a mantissa completa.
  3. Comparar os expoentes
  4. Deslocar à direita a mantissa do número menor para alinhar os expoentes.
  5. Somar as mantissas e ajustar o expoente se necessário.
  6. Arredondar o resultado
  7. Juntar expoente e fração no formato do standard

13/02/2023

PML – IAC - 2023

67

## O Formato IEEE 754

- Adição exemplo:
- Somar os números seguintes representados na norma IEEE 754.

$$0x3FC00000 + 0x40500000$$

- Resolução:
- Extrair os bits do exp e mant:
 
$$1,1_2 * 2^0 + 1,101_2 * 2^1$$
- Alinhar os expoentes:
 
$$0,11_2 * 2^1 + 1,101_2 * 2^1$$
- Solução (0x4098000)

13/02/2023

PML – IAC - 2023

68

## Índice

- Introdução
  - Objetivos e Programa
  - Bibliografia
  - Avaliação
- Representação da Informação nos Computadores
  - O sistema binário
  - Representação de números inteiros
    - Conversão entre bases
  - Números negativos:
    - Sinal e módulo
    - Complemento para 2.
  - Números reais.
    - Virgula Fixa e Virgula Flutuante
    - O standard IEEE 754
  - Outros Tipos de Dados

13/02/2023

PML – IAC - 2023

69

Representação da Informação nos Computadores

## Representação de Caracteres

- O código ASCII (American Standard Code for Information Interchange)
- É um código binário que codifica 128 sinais:
  - 95 Gráficos: letras do alfabeto, caracteres de pontuação e símbolos matemáticos
  - 33 Controlo: Esc, Del, mudanças de linhas, tabulações, etc.
- Podemos explorar propriedades da tabela ASCII:
  - Para determinar a ordem alfabética.
  - Para determinar a representação ASCII de um algarismo.
  - Para converter maiúsculas em minúsculas.

13/02/2023

PML – IAC - 2023

70

Representação de Caracteres: ASCII

Dec	Hex	Name	Char	Ctrl-char	Dec	Hex	Char	Dec	Hex	Char	Dec	Hex	Char
0	0	Null	NUL	CTRL-@	32	20	Space	64	40	@	96	60	`
1	1	Start of heading	SCH	CTRL-A	33	21	!	65	41	A	97	61	a
2	2	Start of text	STX	CTRL-B	34	22	"	66	42	B	98	62	b
3	3	End of text	ETX	CTRL-C	35	23	#	67	43	C	99	63	c
4	4	End of xmit	EOT	CTRL-D	36	24	\$	68	44	D	100	64	d
5	5	Enquiry	ENQ	CTRL-E	37	25	%	69	45	E	101	65	e
6	6	Acknowledge	ACK	CTRL-F	38	26	&	70	46	F	102	66	f
7	7	Bell	BEL	CTRL-G	39	27	'	71	47	G	103	67	g
8	8	Backspace	BS	CTRL-H	40	28	(	72	48	H	104	68	h
9	9	Horizontal tab	HT	CTRL-I	41	29	)	73	49	I	105	69	i
10	0A	Line feed	LF	CTRL-J	42	2A	*	74	4A	J	106	6A	j
11	0B	Vertical tab	VT	CTRL-K	43	2B	+	75	4B	K	107	6B	k
12	0C	Form feed	FF	CTRL-L	44	2C	,	76	4C	L	108	6C	l
13	0D	Carriage feed	CR	CTRL-M	45	2D	-	77	4D	M	109	6D	m
14	0E	Shift out	SO	CTRL-N	46	2E	.	78	4E	N	110	6E	n
15	0F	Shift in	SI	CTRL-O	47	2F	/	79	4F	O	111	6F	o
16	10	Data line escape	DLE	CTRL-P	48	30	0	80	50	P	112	70	p
17	11	Device control 1	DC1	CTRL-Q	49	31	1	81	51	Q	113	71	q
18	12	Device control 2	DC2	CTRL-R	50	32	2	82	52	R	114	72	r
19	13	Device control 3	DC3	CTRL-S	51	33	3	83	53	S	115	73	s
20	14	Device control 4	DC4	CTRL-T	52	34	4	84	54	T	116	74	t
21	15	Neg acknowledge	NAK	CTRL-U	53	35	5	85	55	U	117	75	u
22	16	Synchronous idle	SYN	CTRL-V	54	36	6	86	56	V	118	76	v
23	17	End of xmit block	ETB	CTRL-W	55	37	7	87	57	W	119	77	w
24	18	Cancel	CAN	CTRL-X	56	38	8	88	58	X	120	78	x
25	19	End of medium	EM	CTRL-Y	57	39	9	89	59	Y	121	79	y
26	1A	Substitute	SUB	CTRL-Z	58	3A	:	90	5A	Z	122	7A	z
27	1B	Escape	ESC	CTRL-[	59	3B	;	91	5B	[	123	7B	{
28	1C	File separator	FS	CTRL-\	60	3C	<	92	5C	\	124	7C	
29	1D	Group separator	GS	CTRL-]	61	3D	=	93	5D	]	125	7D	}
30	1E	Record separator	RS	CTRL-^	62	3E	>	94	5E	^	126	7E	~
31	1F	Unit separator	US	CTRL-~	63	3F	?	95	5F	~	127	7F	DEL

13/02/2023

PML – IAC - 2023

71

Representação de Caracteres

- O código ASCII apenas permite representar o alfabeto latino.
- Para representar outros alfabetos (chinês, cirílico, árabe, etc.) são necessários mais símbolos.
  - Logo mais bits para cada caractere.
- O standard UNICODE representa os caracteres em 8, 16 ou 32 bits. Sendo que a representação de 8 bits (UTF-8) é compatível com o código ASCII.

13/02/2023

PML – IAC - 2023

72

## Outros tipos de dados

- Imagens
  - São tratadas como arrays de pixels
    - Monocromáticas: 1 bit define se é preto ou branco
    - Cor:
      - sistema RGB com 8 bits para a intensidade de cada cor
      - Sistema HSV, etc.
- Som
  - O som é uma sequência de números armazenados que representam a amplitude sonora ao longo do tempo.

13/02/2023

PML – IAC - 2023

73

## Sumário

- Nos computadores os números são representados em **base 2**.
- Para números inteiros positivos é possível com N bits armazenar os valores entre 0 e  $2^N - 1$
- Inteiros com sinal representados em complemento para 2, com N bits podemos representar entre  $-2^{N-1}$  e  $2^{N-1} - 1$
- Os números reais são representados em vírgula flutuante (sinal, expoente e mantissa) em 32 ou 64 bits: norma IEEE 754.
- Caracteres são representados em ASCII (1 byte) ou UNICODE.

13/02/2023

PML – IAC - 2023

74

## **Próxima Aula...**

- Lógica binária. As operações lógicas básicas.
- Álgebra de Boole.