

Modelação de Sistemas Físicos

7ª aula Prática

Sumário:

Realização e resolução de problemas sobre:

- Movimento a 3 D

Problemas cap 4 Bola de Ténis

4. Numa partida de ténis, muitas vezes a bola é batida de modo a adquirir rotação, num eixo horizontal e perpendicular à velocidade. Calcule a trajetória da bola, quando parte da posição inicial $(-10,1,0)$ com a velocidade 130 km/h, a fazer um ângulo de 10° com a horizontal e no sentido positivo dum eixo horizontal OX. A bola de ténis tem a massa 57 g, o diâmetro 67 mm e no ar tem a velocidade terminal 100 km/h. Calcule a altura máxima e o alcance (quando bate em $y=0$) da trajetória da bola, quando

- a) A rotação é nula.
- b) A rotação é descrita por $\vec{\omega} = (0, 0, +100)$ rad/s
- c) A rotação é descrita por $\vec{\omega} = (0, 0, -100)$ rad/s

Considere as forças peso, força de resistência do ar, e em rotação, a força de Magnus.

(Considere o eixo OY como vertical)

Problemas cap 4 Bola de Ténis

4. Numa partida de ténis, muitas vezes a bola é batida de modo a adquirir rotação, num eixo horizontal e perpendicular à velocidade. Calcule a trajetória da bola, quando parte da posição inicial $(-10,1,0)$ com a velocidade 130 km/h, a fazer um ângulo de 10° com a horizontal e no sentido positivo dum eixo horizontal OX. A bola de ténis tem a massa 57 g, o diâmetro 67 mm e no ar tem a velocidade terminal 100 km/h. Calcule a altura máxima e o alcance (quando bate em $y=0$) da trajetória da bola, quando

a) A rotação é nula.

δt (s)	Altura máxima (m)	Alcance (m)
0.1	2.987	28.912
0.01	2.728	27.472
0.001	2.704	27.218
0.0001	2.701	27.209
0.00001	2.701	27.209

altura máxima =2.70 m; alcance 27.21 m;

Problemas cap 4 Bola de Ténis

4. Numa partida de ténis, muitas vezes a bola é batida de modo a adquirir rotação, num eixo horizontal e perpendicular à velocidade. Calcule a trajetória da bola, quando parte da posição inicial $(-10,1,0)$ com a velocidade 130 km/h, a fazer um ângulo de 10° com a horizontal e no sentido positivo dum eixo horizontal OX. A bola de ténis tem a massa 57 g, o diâmetro 67 mm e no ar tem a velocidade terminal 100 km/h. Calcule a altura máxima e o alcance (quando bate em $y=0$) da trajetória da bola, quando

b) A rotação é descrita por $\vec{\omega} = (0, 0, +100)$ rad/s

Resolução – parte importante -: temos de considerar a Força de Magnus $\vec{F}_{Magnus} = \frac{1}{2} A \rho_{ar} r \vec{\omega} \times \vec{v}$

1. $\vec{\omega} \times \vec{v} \perp \vec{\omega}$ ou $\perp \hat{k}$ só tem componentes segundo OX e OY.

todas as forças estão no plano inicial do movimento OXY

$$2. \vec{\omega} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & \omega_z \\ v_x & v_y & 0 \end{vmatrix} = -\omega_z v_y \hat{i} + \omega_z v_x \hat{j}$$

δt (s)	Altura máxima (m)	Alcance (m)
0.1	3.902	40.701
0.01	3.647	39.489
0.001	3.622	39.310
0.0001	3.620	39.296
0.00001	3.619	39.294

altura máxima 3.62 m e alcance 39.29 m

Problemas cap 4 Bola de Ténis

4. Numa partida de ténis, muitas vezes a bola é batida de modo a adquirir rotação, num eixo horizontal e perpendicular à velocidade. Calcule a trajetória da bola, quando parte da posição inicial $(-10,1,0)$ com a velocidade 130 km/h, a fazer um ângulo de 10° com a horizontal e no sentido positivo dum eixo horizontal OX. A bola de ténis tem a massa 57 g, o diâmetro 67 mm e no ar tem a velocidade terminal 100 km/h. Calcule a altura máxima e o alcance (quando bate em $y=0$) da trajetória da bola, quando

c) A rotação é descrita por $\vec{\omega} = (0, 0, -100)$ rad/s

δt (s)	Altura máxima (m)	Alcance (m)
0.1	2.519	22.172
0.01	2.267	19.889
0.001	2.242	19.635
0.0001	2.240	19.625
0.00001	2.240	19.623

altura máxima 2.24 m e alcance 19.62 m

Problemas cap 4 Movimento oscilatório harmónico simples

6. Uma mola exerce uma força $F_x = -k x(t)$, em que k é a constante elástica da mola, num corpo de massa m . Considere $k = 1 \text{ N/m}$ e $m = 1 \text{ kg}$.
- a) Mostre que a lei do $x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$, com $\omega = \sqrt{k/m}$, é solução da equação dinâmica de Newton do sistema mola-corpo. Qual a lei de velocidade do corpo ligado à mola?
 - b) Calcule numericamente a lei da velocidade usando o método de Euler, e compare com o resultado analítico. Considere nula a velocidade inicial e a posição inicial 4 m.
 - c) Calcule numericamente a lei do movimento nas condições da alínea anterior. Compare com o resultado analítico.
 - d) Repite alíneas b) e c) usando o método de Euler-Cromer. Qual método funciona melhor?