Modelação de Sistemas Físicos

1ª Aula Teórica

Sumário:

- Informações. Docentes, programa, bibliografia, avaliação. Atendimento a alunos.
- Cap. 1. Física: Medição e Modelação

Bibliografia:

Guião

Serway, cap. 1

Sørenssen, cap. 3

e-learning: com as informações, notas e problemas, apresentações, testes e pautas, ...





Modelação de Sistemas Físicos

GUIÃO

2022/2023

Universidade de Aveiro
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Informações prévias aos alunos:

- 1. A leitura deste guião é imprescindível. Também a consulta do Regulamento de Estudos da Universidade de Aveiro é importante.
- 2. A inscrição é obrigatória, na plataforma digital PACO, aos 2 tipos de aulas: Teóricas-Práticas (TP) e Práticas (P).
- 3. Na plataforma digital e-learning está colocada a informação pertinente desta unidade curricular e irá sendo adicionado material de apoio, nomeadamente as apresentações das aulas (não são resumos) e listas de problemas. Porém é essencial que o estudo se faça pela consulta da bibliografia recomendada.
- 4. Nas aulas teóricas-práticas e as aulas práticas serão propostos problemas a resolver, quer por via analítica, quer por via computacional-numérica, a resolver no computador pessoal, usando a linguagem Python 3. As salas de aula que vamos usar não estão equipadas com computadores. Por isso devem ter o vosso PC portátil nas aulas TP e P.
- 5. Esclarecimento de dúvidas é efetuado nas sessões tutoriais ou no horário de atendimento do docente. Uma maneira conveniente de esclarecimento de dúvidas é colocarem as vossas questões ao docente no final das aulas. Não serão esclarecidas dúvidas via e-mail, pois será uma fonte de equívocos.
- 6. Questões sobre organização desta unidade curricular colocadas por correio eletrónico só serão respondidas se a resposta não estiver contemplada neste guião ou no e-learning.
- 7. Os testes e o exame da parte computacional são de consulta, a realizar no vosso PC, mas sem acesso à internet. Aconselho a terem os vossos ficheiros no vosso PC ou numa caneta.

Equipa Docente

```
Prof. Doutor Gareth Baxter , Coordenador gabinete 13.3.33.3, <a href="mailto:gjbaxter@ua.pt">gjbaxter@ua.pt</a>, <a href="mailto:TP1">TP1</a>, TP2, P1, P3 e P4
```

Prof. Doutor José Castanheira,

P5

Dr. Nuno Monteiro,

P2 e P6

Aulas Teóricas 2horas/semana, 2 turmas Aulas Práticas 2 horas/semana, 6 turmas

Avaliação

Existem dois regimes de avaliação:

Avaliação Discreta, por testes

Nesta modalidade, são realizados 3 testes, cada teste vale 1/3 do total. Cada teste terá aproximadamente 1/3 da matéria lecionada.

OU

Exame Final

Para quem não realizou o 1º teste, fará o exame, o qual é sobre toda a matéria.

Cada teste e o exame tem duas componentes:

Cálculo analítico - 50 %
Cálculo computacional-numérico - 50 %

Avaliação

Testes:

1º Teste 22 de Março, 16h30

2º Teste 10 de Maio, 16h30

3º Teste Dia do exame, a confirmar

Duração de cada teste:

Parte Analítica: ½ hora, Parte Computacional: 1 hora.

Aprovação: Nota média igual ou superior a 10.

Exame:

Época dos exames, data a confirmar

Duração do exame:

Parte Analítica: 1 hora,
Parte Computacional: 2 horas.

Aprovação: Nota igual ou superior a 10.

Organização da Aulas

Aulas Teórico-Práticas (TP, 2 horas por semana),

São apresentados e trabalhados os conteúdos teóricos e resolvidos exercícios tipoe

Aulas Práticas (P, 2 horas por semana),

Os alunos resolvem problemas quer usando cálculo analítico quer usando cálculo computacional-numérico.

Regime de Faltas:

Os alunos que faltem

a mais de 20% do número total de aulas práticas

ou

a mais de 30% do número total de aulas teóricas,

ficam automaticamente reprovados por faltas, não podendo apresentar-se a qualquer exame da unidade curricular durante o presente ano letivo.

Inquéritos Pedagógicos

- Relevante a participação responsável e justa no processo (refletindo previamente sobre o funcionamento da UC e desempenho do docente), através da <u>resposta aos inquéritos pedagógicos</u> e contribuição para a elaboração do relatório de discência:
- Importância para a autoavaliação do curso e consequente creditação pela Agência de Avaliação e Acreditação do Ensino Superior (A3ES)
- Importância para a melhoria da qualidade do ensino, com impacto nas competências adquiridas pelos alunos, prestígio do curso e consequente empregabilidade
- Apenas responder efetivamente caso tenham assistido à maioria das aulas (caso contrário indicar que não tem opinião)
- Classificação de 1 a 9 (alerta-se que < 5 representa uma avaliação negativa, pelo que as classificações positivas são iguais ou superiores a 5)

Modelação de Sistemas Físicos

Objetivos

- Aprender conceitos fundamentais de Física que permitam uma compreensão dos fenómenos físicos relevantes para a Engenharia Informática, numa abordagem algorítmica
- Adquirir competências no desenvolvimento de modelos computacionais com o objetivo de fazer previsões numéricas ou simulações que descrevam o comportamento de sistemas do interesse da Engenharia Informática

Outros objetivos secundários

- Desenvolver aptidão lógica e de raciocínio, medição, entendimento de causa e efeito, pensamento crítico
- Analisar problemas para desenvolver uma representação computacional

Modelação de Sistemas Físicos

- 1. Física: Medição e modelação
- 2. Movimento a uma dimensão
- 3. Forças e vetores
- 4. Movimento no plano e no espaço
- 5. Leis de Conservação: Energia e Potência
- 6. Oscilações Mecânicas e Elétricas
- 7. Osciladores Amortecido e forçados: Ressonância e Caos
- 8. Osciladores acoplados: Modos Normais e Ondas

Bibliografia recomendada

- R.A. Serway, Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics, 2008, 9a edição, Saunders College Publishing.
 Contém quase todos o conteúdo de física que vamos cobrir
 Apresenta exemplos resolvidos
- Anders Malthe-Sørenssen, Elementary Mechanics Using Python, 2016, Springer.
 Apresenta exemplos desenvolvidos e propõe problemas e projetos
 Exemplos de resolução de problemas com Python

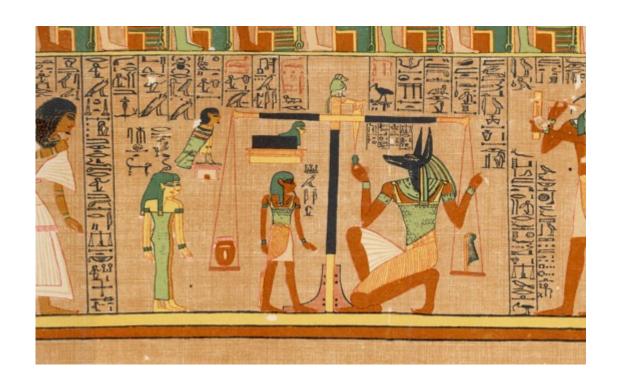
Bibliografia suplementar

- Jaime E. Villate, Dinâmica e Sistemas Dinâmicos, (2019), 5a edição, do autor.
 Disponibilizado pelo autor em https://def.fe.up.pt/dinamica/index.html
 Alguns problemas resolvidos estão em https://def.fe.up.pt/dinamica/problemas.html
- Jeffrey Elkner, Allen B. Downey, e Chris Meyers, *How to Think Like a Computer Scientist: Interactive Edition*.

 Disponível em https://runestone.academy/runestone/books/published/thinkcspy/index.html
- Allen Downey. Think Python: How to Think Like a Computer Scientist, Green Tea Press (2015), 2a edição.
 Disponível em https://greenteapress.com/wp/think-python-2e/

Cap. 1

Física: Medição e Modelação



Física:

- Procura identificar um número limitado de leis fundamentais que governam os fenómenos naturais
- Está baseada em observações experimentais e medições quantitativas

Medidas estão sempre sujeitas a uma indeterminação (erro) (a desenvolver nas aulas práticas)

Requerem

- Instrumentos de medição
- Medidas Padrão
- Sistema de unidades (e conversão entre unidades)
- Indicação das grandezas (muito grande e muito pequeno)
- A análise dos dados medidos fornecem relações matemáticas entre as quantidades medidas (ou não)

Modelação significa construir modelo: um conjunto de equações matemáticas que sejam capazes de representarem com exatidão os fenómenos naturais (em estudo).

Importante: Pode-se simular fenómenos que não sejam observados (por serem caros, ou demorados, ...)

Cada medição tem associado uma quantidade física. Por exemplo o comprimento (de um objeto).

Em Mecânica temos 3 quantidades básicas:

- Comprimento (*L*)
- Massa (*M*)
- Tempo (T)
- Todas as outras quantidades estão relacionadas com estas três.

Sistema Internacional de Unidades (1960)

Quantidades básicas

Quantidade	unidade	símbolo
Comprimento	metro	m
Massa	quilograma	kg
Tempo	segundo	S
Temperatura	kelvin	K
Corrente elétrica	ampere	А

Sistema Internacional de Unidades (1960)

Outras quantidades importantes

Quantidade	unidade	símbolo
Velocidade	metro/segundo	m/s
Aceleração	metro/segundo ²	m/s ²
Força	kilograma X metro/segundo ² = newton	$kg m/s^2 = N$
Energia	kilograma X metro ² /segundo ² = joule	$kg m^2/s^2 = J$
Potência	kilograma X metro ² /segundo ³ = watt	W

Em cálculo científico usam-se sistemas adequados, em que as constantes tomam o valor da unidade.

Assim evitam-se cálculos, propagação de erros e reduz-se o tempo de cálculo.

Ex: - Sistema astronómico (Para o sistema solar)

- Sistema atómico de unidades (Para cálculos envolvendo átomos)

Cap. 1 Física: Medição e Modelação

Para indicar múltiplos e submúltiplos usam-se:

		Fator	Prefixo	Simbolo
SUBMULTÍPLOS	10-24	= 0,000 000 000 000 000 000 000 001	yocto	у
	10-21	= 0,000 000 000 000 000 000 001	zepto	Z
	10-18	= 0,000 000 000 000 000 001	ato	a
	10-15	= 0,000000000 000 001	fento	f
	10-12	= 0,00000000001	pico	р
	10 ⁻⁹	= 0,000000001	nano	n
	10 ⁻⁶	= 0,000001	micro	μ
	10-3	= 0,001	mili	m
	10-2	= 0,01	centi	c
	10 ⁻¹	= 0,1	deci	d
MULTIPLOS	10 ⁰	= 1		
	10 ¹	= 10	deca	da
	10 ²	= 100	hecto	h
	10 ³	= 1 000	quilo	k
	10 ⁶	= 1 000 000	mega	M
	10 ⁹	= 1 000 000 000	giga	G
	1012	= 1 000 000 000 000	tera	T
	10 ¹⁵	= 1 000 000 000 000 000	peta	P
	10 ¹⁸	= 1 000 000 000 000 000 000	exa	E
	1021	= 1 000 000 000 000 000 000 000	zetta	Z
	1024	= 1 000 000 000 000 000 000 000 000	yotta	Y

Análise Dimensional

A natureza física de uma quantidade é indicada pela sua Dimensão.

Exemplo: Distância entre dois pontos ou a largura de uma mesa. Pode ser medida em metros, cm, pés, polegadas, .. Mas é sempre um comprimento (L)

- Comprimento (L)
- Massa (*M*)
- Tempo (*T*)

As equações respeitam a igualdade dimensional

Outras quantidades são compostas por estas:

- Velocidade v dimensão [v] = L/T - Área A $[A] = L^2$

Força F $[F] = ML/T^2$

A natureza física é indicada pela Dimensão da quantidade.

- Comprimento (*L*)
- Massa (*M*)
- Tempo (*T*)

As equações respeitam a igualdade dimensional

Se
$$A = B$$

Então A e B têm a mesma dimensão

Exemplo:

Movimento uniformemente acelerado $x = \frac{1}{2}a t^2$

Análise dimensional

$$[x] = [a] [t^2]$$

$$L = \frac{L}{T^2}T^2$$
 correto! $L = L$

Conversão de unidades

Muitas vezes é necessário converter unidades de sistemas diferentes ou no mesmo sistema

Exemplos:

kg em g: 1 kg = 1000 g

cm em m: 1 cm = 0.01 m

pés em cm: 1 ft = 12 in = 30,48 cm

polegadas em cm: 1 in = 2,54 cm

milhas em km: 1 mi = 1,609344 km

km/h = 0,27777... m/s

Como se converte:

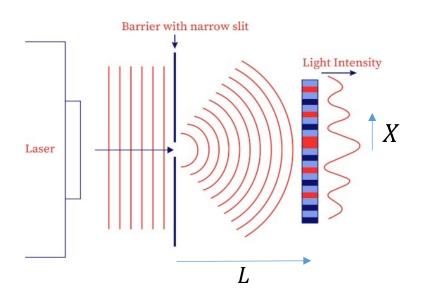
v = 60 km/h em m/s?

 $v = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 60 \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 60 \times 0.27777 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 16,6666 \text{ m/s}$

Análise de Dados experimentais (resultado de medições)

Apresentam-se numa tabela, ou em registo papel, ou ficheiro digital (que são tabelas)

Ex: Numa experiência de difração por uma fenda única de um feixe de luz, em que L é a distância da dupla fenda ao alvo e X a distância entre máximos luminosos consecutivos da figura de difração, registaram-se estas valores:



<i>L</i> (cm)	<i>X</i> (cm)
222.0	2.3
207.5	2.2
194.0	2.0
171.5	1.8
153.0	1.6
133.0	1.4
113.0	1.2
92.0	1.0

Que relação existe entre L e X?

Difícil de vislumbrar, se só olharmos para a tabela!

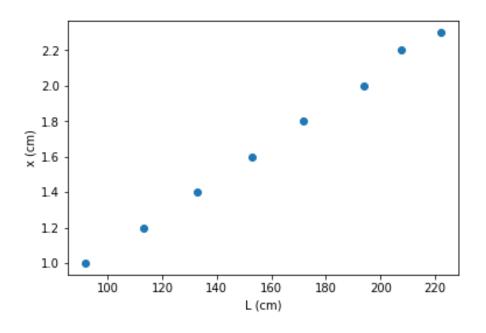
Análise de Dados experimentais (resultado de medições)

Ex: Numa experiência de difração por uma fenda única de um feixe de luz, em que L é a distância da fenda ao alvo e X a distância entre máximos luminosos consecutivos da figura de difração, registaram-se estas valores:

Que relação existe entre L e X?

<i>L</i> (cm)	<i>X</i> (cm)
222.0	2.3
207.5	2.2
194.0	2.0
171.5	1.8
153.0	1.6
133.0	1.4
113.0	1.2
92.0	1.0

E se os dados forem apresentados num gráfico:



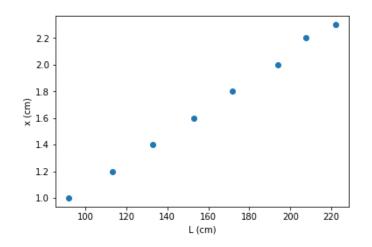
Matematicamente como se extrai as caraterísticas de uma reta deste gráfico?

Regressão linear pelo método dos mínimos quadráticos

Dados experimentais: (x_i, y_i)

Pontos da reta: (x_i, p_i) dados pela reta $p_i = mx_i + b$

não se conhece m e b



Mínimo de

$$S(m,b) = \sum_{i=1}^{N} (y_i - p_i)^2$$

soma das diferenças (ao quadrado, para ser sempre positivas) entre o valor expeimental e o valor da reta do modelo teórico)

Condições:

$$\frac{\partial S(m,b)}{\partial m} = 0$$
 e $\frac{\partial S(m,b)}{\partial b} = 0$

$$\begin{cases} \frac{\partial S(m,b)}{\partial m} = 0 \\ \frac{\partial S(m,b)}{\partial b} = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} m = \frac{N \sum_{i=1}^{N} x_i y_i - \sum_{i=1}^{N} x_i \sum_{i=1}^{N} y_i}{N \sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)^2} \\ b = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i^2 \sum_{i=1}^{N} y_i - \sum_{i=1}^{N} x_i \sum_{i=1}^{N} x_i y_i}{N \sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)^2} \end{cases}$$

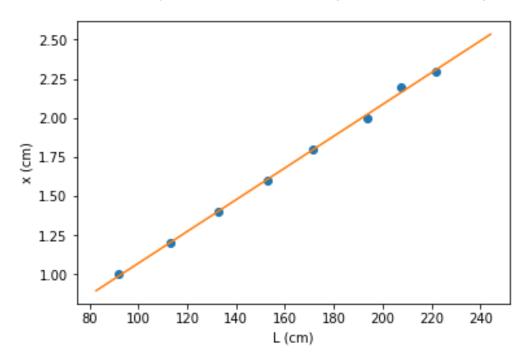
O coeficiente de determinação r^2 é tal que quando ~1 indica um ótimo ajuste, enquanto que ~ 0 indica que não o modelo não é linear

$$r^{2} = \frac{\left(N \sum_{i=1}^{N} x_{i} y_{i} - \sum_{i=1}^{N} x_{i} \sum_{i=1}^{N} y_{i}\right)^{2}}{\left[N \sum_{i=1}^{N} x_{i}^{2} - \left(\sum_{i=1}^{N} x_{i}\right)^{2}\right] \left[N \sum_{i=1}^{N} y_{i}^{2} - \left(\sum_{i=1}^{N} y_{i}\right)^{2}\right]}$$

Os erros associados são:

$$\begin{cases} \Delta m = |m| \sqrt{\frac{\frac{1}{r^2} - 1}{N - 2}} \\ \Delta b = \Delta m \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} x_i^2}{N}} \end{cases}$$

Cap. 1 Física: Medição e Modelação

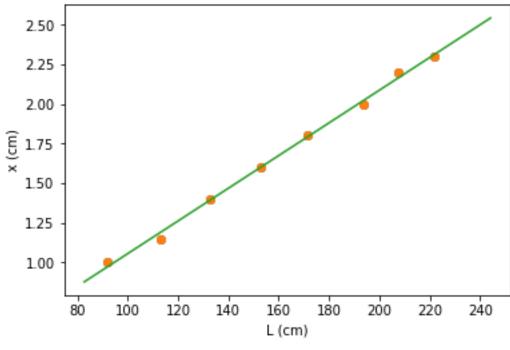


m=0.010155051683894637+-0.00016296903598678832 b=0.05507544181393875 +- 0.02713076554383449 r^2 =0.9984571397353084

$$m = 0.0102 \pm 0.0002 \frac{\text{cm}}{\text{cm}} = 0.0102 \pm 0.0002$$

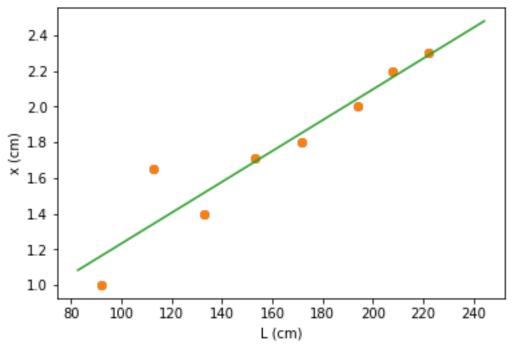
 $b = 0.06 \pm 0.03 \text{ cm}$

Cap. 1 Física: Medição e Modelação



$$r^2 = 0.993$$

 $\begin{cases} m = 0.0102 \pm 0.0002 \\ b = 0.06 \pm 0.03 \text{ cm} \end{cases}$



$$r^2 = 0.889$$
 Pior ajuste
$$\begin{cases} m = 0.0101 \pm 0.0004 \\ b = 0.08 \pm 0.06 \text{ cm} \end{cases}$$
 Os erros são maiores