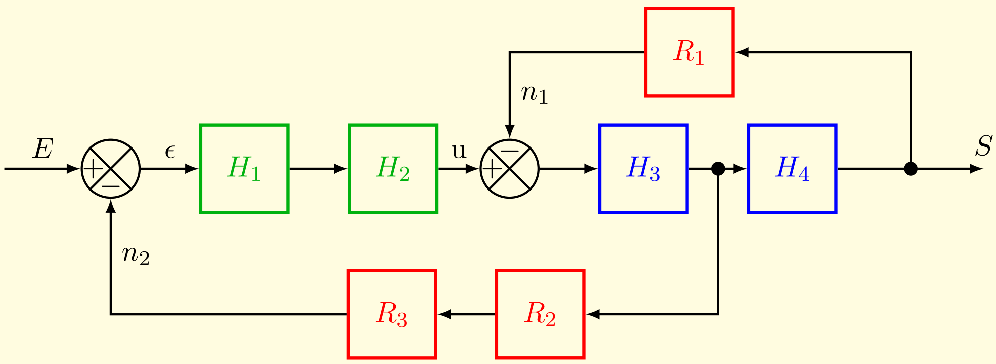
Systèmes mécaniques et automatiques

Notes de cours IngéSpé

Automatique Linéaire



Année 2019–2020

Systèmes mécaniques et automatiques

Notes de cours IngéSpé

Automatique Linéaire

Filipe Manuel Vasconcelos

écrit sous LaTeX, TikZ
version de janvier 2020.

Ce document est destiné aux étudiants du cycle prépa de l'ESME SUDRIA. En constante évolution, il ne pourra que s'améliorer avec votre concours. N'hésitez pas à me communiquer vos remarques et/ou corrections par mail : `filipe.vasconcelos@esme.fr`

Table des matières

Avant-propos

Programme

Ce cours est une introduction à l'**automatique** pour des étudiants de deuxième année de classe préparatoire scientifique.
L'objectif principal de l'automatique est de permettre le contrôle des **systèmes dynamiques** de toutes natures que ce soient : mécanique, chimique, électronique, optique, thermique, acoustique.... Tout en respectant certaines contraintes de performances (rapidité, précision, stabilité...).
Nous limiterons notre étude aux **systèmes linéaires continus et invariants.** La **modélisation** de ces systèmes passe par la mise en équation du comportement physique des systèmes sous forme d'équations différentielles. Cette étape ne fait pas à proprement parler partie d'un cours d'automatique, en effet chacunes des disciplines construisent cette modélisation en se basant sur les principes et les hypothèses les plus adaptés à un problème donné. La modélisation permet une étude systématique des équations différentielles en proposant des modèles généraux et ce quelque soit la nature du procédé.
L'**analyse** nous permettra de caractériser et d'identifier ces modèles à partir des réponses aux sollicitations et de leurs performances.
Le **contrôle** est un concept très générale permettant de regrouper toutes les méthodes et techniques permettant de commander un système dynamique. Dans ce cours nous présenterons que les principes d'asservissement et de régulation. Nous verrons comment il est possible d'élaborer une commande adaptée (corrigée) pour un procédé quelconque, notamment lorsque ceux-ci présenterons des défauts de performance.

Organisation du document

Les chapitres suivent un découpage classique autour des trois pilliers discutés précedemment que sont la **modélisation**, l'**analyse** et le **contrôle**. (c.f Figure A).
Le lecteur pourra s'appuyer sur un grand nombre d'annexes qui ont pour objectifs de rappeler et de détailler des notions prérequises ou encore approfondir quelques aspects hors programme pour une deuxième lecture.

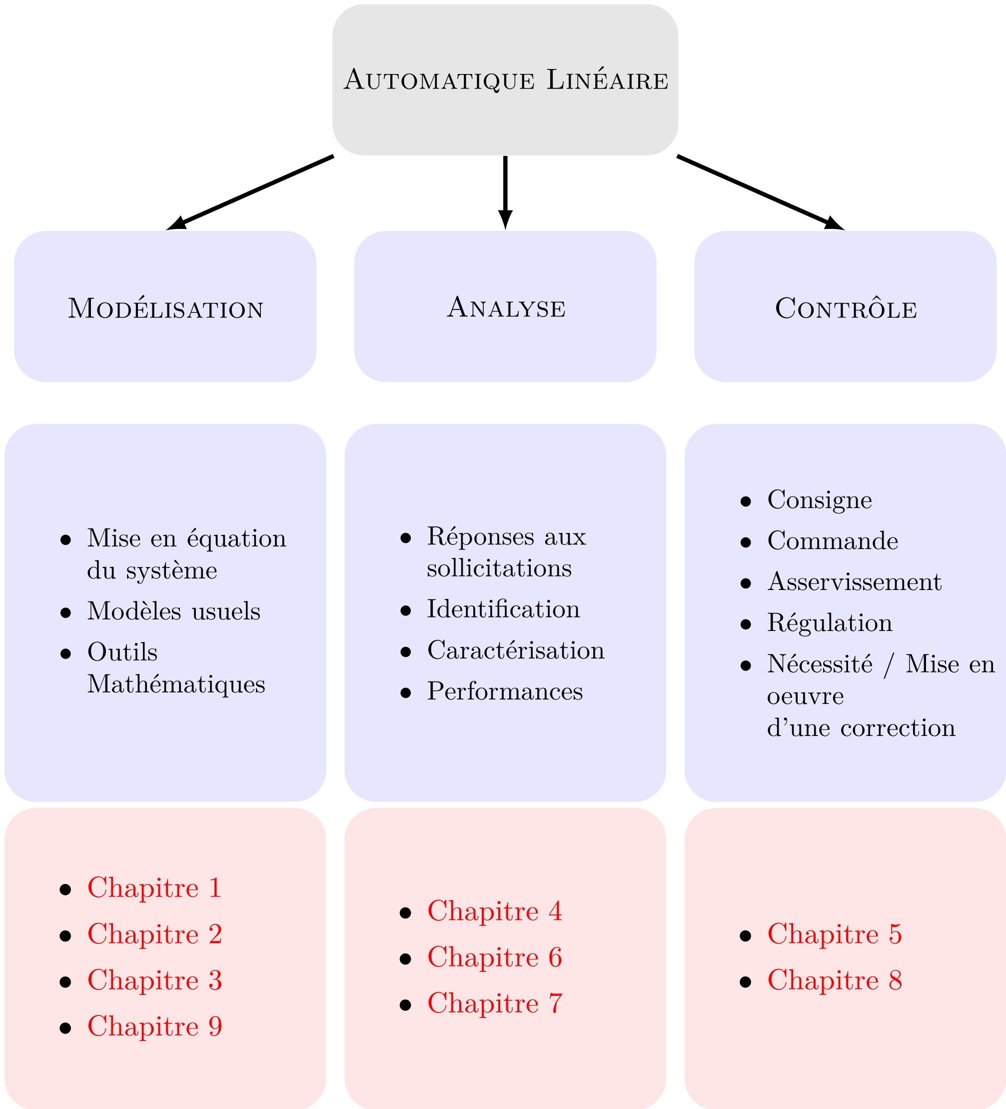


Figure A. – Organisation du document.

5. Asservissements des systèmes linéaires

Sommaire

1. Introduction

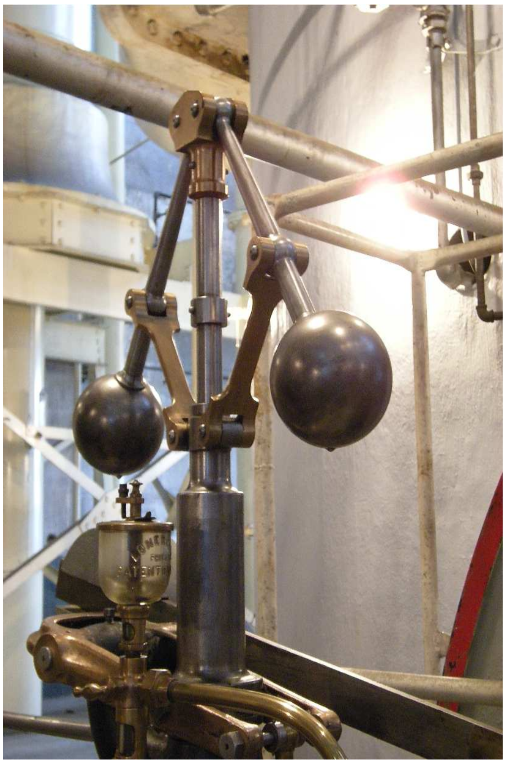
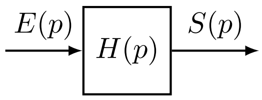


Figure 5.1. – Exemple historique de régulateur : Régulateur de vitesse de Watt (d'après [11])

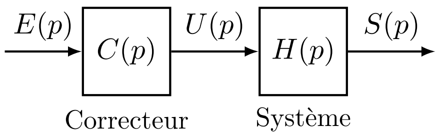
Les chapitres précédents nous ont permis de caractériser, modéliser et analyser la réponse temporelle des systèmes linéaires. Nous allons maintenant aborder la possibilité du **contrôle** de ces systèmes par l'intermédiaire de l'**asservissement** et de **régulation**. L'idée sous-jacente est de permettre le contrôle automatique d'un système sans l'intervention d'un opérateur humain dans l'établissement d'une commande d'un système.
La figure 5.1 montre un exemple historique de régulateur de vitesse (également connu comme le régulateur à boules de Watt). La particularité de ce régulateur est d'avoir était utilisé dans l'industrie du 18ème siècle bien avant les premières avancées théoriques dans le domaine de l'automatique. Dans le contexte des premières machines à vapeurs, il était important de contrôler la vitesse angulaire des turbines à vapeur. Le mécanisme de Watt permet avec un dispositif de retroaction d'agir sur la valve d'arrivée de la vapeur en fonction de la vitesse de l'axe de la turbine.

Jusqu'à présent nous nous sommes intéressés à l'étude de système linéaire « isolé » (de fonction de transfert $H(p)$) qui pour une entrée $E(p)$, élaborait une sortie $S(p)$[1]. Dans le contexte du contrôle de ces systèmes l'entrée est appelée **consigne** et la sortie est la **réponse**. Le problème de **l'asservissement** consiste à faire en sorte que la réponse suive la consigne au cours du temps.
La **régulation** est un cas particulier d'asservissement, consistant à contrôler la sortie d'un système pour une consigne fixe quelque soit les perturbations auxquelles serait soumis le système.

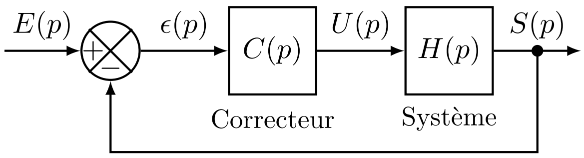


Nous avons pu caractériser la sortie en fonction de différentes critères de performances : rapidité, précision, stabilité et dépassement... pour différents systèmes linéaires modèle (c.f **??**). La question est de savoir comment agir sur le signal $E(p)$ pour contrôler la sortie $S(p)$ en fonction de ces exigences de performances choisis initialement.
Il existe deux approches pour élaborer la **commande** d'un système linéaire :

- En **boucle ouverte** : on place un correcteur $C(p)$ en amont du système pour élaborer sa commande (notée $U(p)$). Remarquons que la consigne est maintenant l'entrée du correcteur.



- En **boucle fermée** : le principe consiste à récupérer le signal de sortie pour ajuster le signal de commande. Pour celà, on place le système (corrigée ou non) dans une boucle de contre-réaction (négative). Les relations entre la sortie et la consigne dans une telle boucle ont été largement étudiées au chapitre 2.



  Le signal correspondant à la différence entre la consigne et la réponse globale du système en boucle fermée est appelée l'**écart** $\epsilon(p)$.

La rétroaction[2] est devenu incontournable dans les applications industrielles et technologiques. Par abus de langage c'est le système en boucle fermée que l'on nomme asservissement. Cependant, la définition précédente de l'asservissement s'applique très bien dans le cas de la boucle ouverte.

[1] Nous continuerons, dans ce chapitre et les suivants, de représenter les signaux et systèmes linéaires dans le domaine de Laplace. Une approche temporelle sera introduite au chapitre 9

[2] *feedback* (en anglais)

2. Organisation d'un asservissement

2.1. Schémas fonctionnels associés aux systèmes asservis

Classiquement, un asservissement se représente par le schéma fonctionnel de la figure (figure 5.2). Celui-ci comporte en générale un **régulateur** permettant de comparer l'image de la sortie obtenue par un capteur à la consigne. Ce régulateur est en générale accompagné d'un **correcteur** permettant de corriger la boucle ouverte du système linéaire.

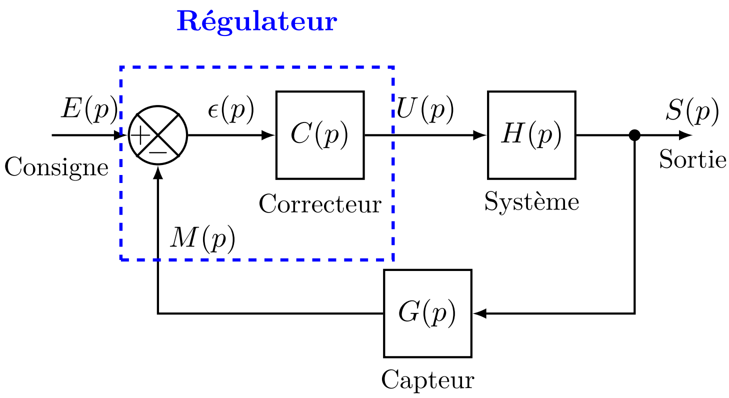


Figure 5.2. – Schéma fonctionnel classique de l'asservissement d'un système présentant un correcteur et un capteur. (c.f tableau 5.1)

La **mesure** $M(p)$ est l'image de la sortie par l'intermédiaire du capteur. Il est alors en générale nécessaire d'adapter la consigne pour que l'écart $\epsilon(p)$ soit représentatif de l'écart entre la consigne et la sortie et non de son image. Ainsi, on retrouvera très souvent un **adaptateur** permmettant d'obtenir l'image de la consigne. Le procédé/système peux nécéssité d'un **actionneur** qui agit en transmettant/convertissant l'énergie nécéssaire à son action. La figure 5.3 présente une forme augmentée de schéma fonctionnel présentant ces nouveaux constituants.

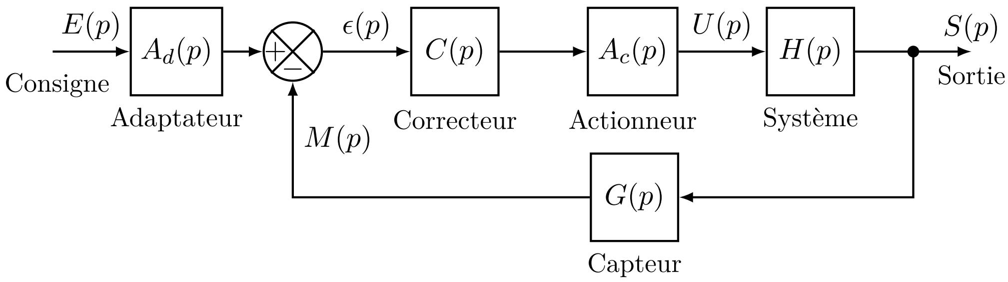


Figure 5.3. – Schéma fonctionnel de l'asservissement d'un système présentant un adaptateur et actionneur. (c.f tableau 5.1)

2.2. Présence d'une perturbation : la régulation

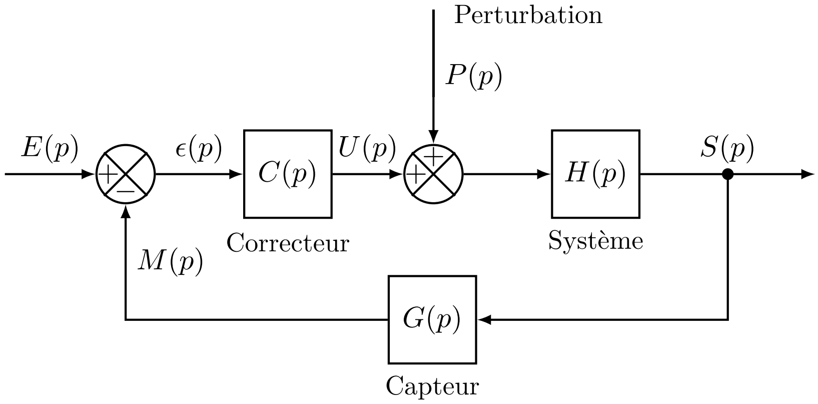


Figure 5.4. – Schéma fonctionnel de l'asservissement d'un système présentant une perturbation.

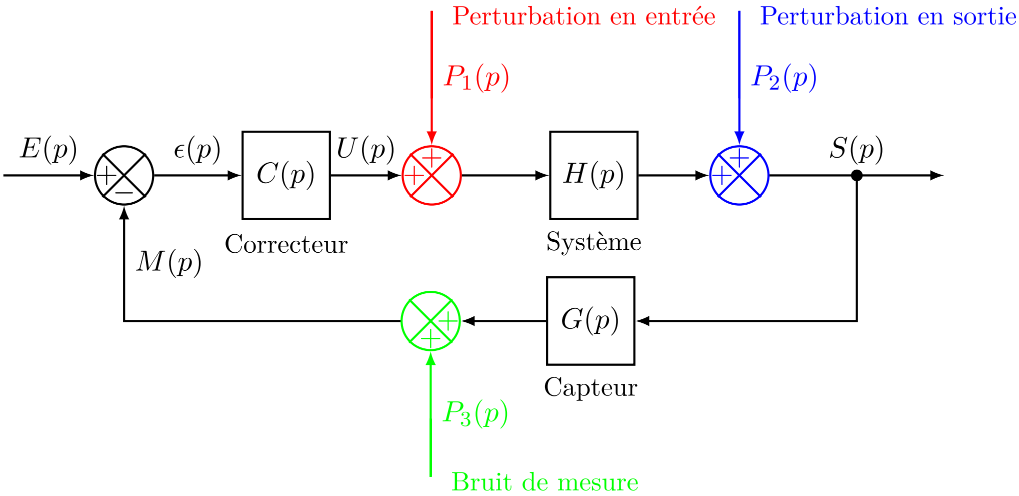


Figure 5.5. – Schéma fonctionnel de l'asservissement d'un système présentant différents types de perturbations.

2.3. Schéma fonctionnel complet

En regroupant les différents constituants d'un asservissement nous pouvons réaliser le découpage du schéma fonctionnel en chaîne d'énergie et en chaîne d'information comme présenté par la figure 5.6

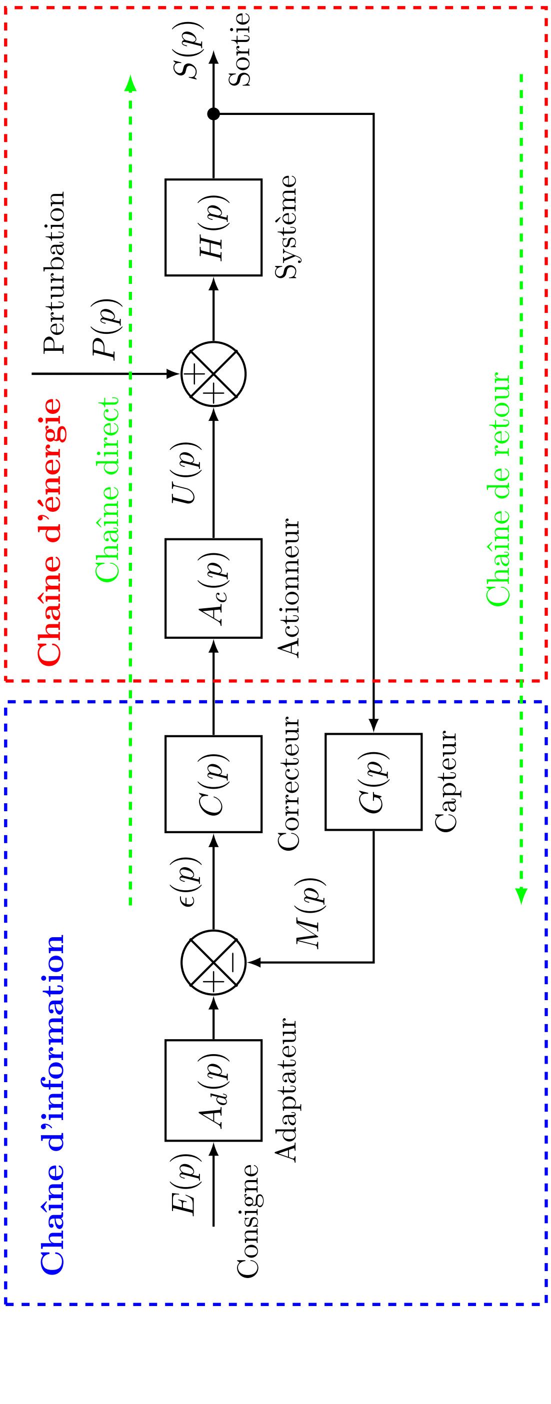


Figure 5.6. – Décomposition en chaîne d'information et chaîne d'énergie d'un schéma bloc d'asservissement complet (c.f tableau 5.1).

Composants	Description	Fonction de transfert ou signal associés
Consigne/Entrée	La valeur que l'on souhaite atteindre en sortie du système asservi. Cette consigne peut être constante ou dépendante du temps.	$E(p)$
Adaptateur	Adapte le signal de consigne à l'image de la sortie.	$A_d(p)$
Correcteur	Élabore à partir du signal d'écart $\epsilon(p)$ la commande $U(p)$ ou la grandeur réglante du système.	$C(p)$
Actionneur	L'organe d'action qui apporte l'énergie au système.	$A_c(p)$
Commande	Le signal de commande du système élaboré par l'actionneur ou le correcteur.	$U(p)$
Système	Le système que l'on souhaite contrôler et/ou asservir	$H(p)$
Régulateur	Le régulateur se compose d'un comparateur qui élabore le signal d'écart $\epsilon(p)$ à partir de la consigne et de la mesure, formellement le régulateur incorpore également le correcteur.	$\epsilon(p)$
Perturbation	Phénomène physique intervenant sur le système qui en modifie la sortie	$P(p)$
Capteur	Le capteur prélève le sortie pour en donner une image (la mesure) utile au régulateur. Intervenant dans la boucle ouverte, son étude est indispensable pour la caractérisation des performances du système asservi.	$G(p)$
Mesure	Le signal de la mesure de la sortie ou image de la sortie élaboré par le capteur.	$M(p)$
Sortie	Le signal de sortie du système que l'on souhaite régulé et/ou asservir.	$S(p)$

Tableau 5.1. – Terminologie et définition associés à l'asservissement des systèmes.

2.4. Fonctions de transferts associées à un système asservi

Chacuns des blocs du schéma fonctionnel d'un asservissement figure 5.6 permet de définir une fonction de transfert reliant localement une entrée et une sortie. Nous allons définir quelques fonctions de transferts fondamentales à l'étude d'un système asservis.

Fonction de transfert de la chaîne directe

La fonction de transfert de la chaîne directe (FTCD), que nous noterons $H_{CD}(p)$ est liée à la chaîne d'action de l'asservissement. Elle lie la sortie $S(p)$ à l'écart $\epsilon(p)$. Formellement,

$$H_{CD}(p) = \frac{S(p)}{\epsilon(p)} \tag{5.1}$$

Fonction de transfert de la chaîne de retour

La fonction de transfert de la chaîne de retour (FTCR), que nous noterons $H_{CR}(p)$ est liée à la chaîne de mesure de l'asservissement. Elle lie l'image de la sortie $M(p)$ à la sortie $S(p)$. Elle correspond essentiellement au capteur. Formellement,

$$H_{CR}(p) = \frac{M(p)}{S(p)} \tag{5.2}$$

Dans le cas d'un retour unitaire $H_{CR}(p) = 1$, c'est à dire que la sortie est la consigne sont de même nature.

Fonction de transfert en boucle ouverte

La fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO), que nous noterons $H_{BO}(p)$ correspond à la fonction de transfert du système non asservi. Elle lie l'image de la sortie $M(p)$ à l'écart $\epsilon(p)$. Formellement,

$$H_{BO}(p) = \frac{M(p)}{\epsilon(p)} = \frac{M(p)}{S(p)}\frac{S(p)}{\epsilon(p)} = H_{CR}(p)H_{CD}(p) \tag{5.3}$$

Dans le cas d'un retour unitaire on obtient $H_{BO}(p) = H_{CD}(p)$

Fonction de transfert en boucle fermée

La fonction de transfert en boucle fermée (FTBF), que nous noterons $H_{BF}(p)$ correspond explicitement à la fonction de transfert du système asservi. Elle lie la sortie du système $S(p)$ à la consigne $E(p)$. Formellement et en appliquant la réduction des schémas blocs (c.f section 3.1),

$$H_{BF}(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{H_{CD}(p)}{1 + H_{CR}(p)H_{CD}(p)} = \frac{H_{CD}(p)}{1 + H_{BO}(p)} \quad (5.4)$$

Remarquons que dans le cas d'une boucle de contre réaction unitaire (c.a.d $H_{CR}(p) = 1$), la FTBF se réduit à :

$$H_{BF}(p) = \frac{H_{BO}(p)}{1 + H_{BO}(p)}$$

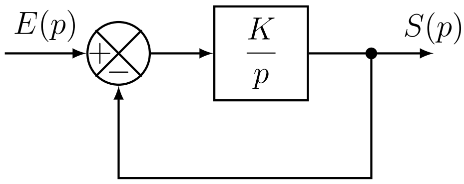
Dans le cas d'une contre réaction unitaire, la FTBF ne dépend que de la FTBO.

3. Asservissement des SLCI modèles

Dans cette partie, nous présentons les asservissements par boucle de contre-réaction unitaire par de systèmes modèles déjà introduits au chapitre 3. Nous pourrons dégager la règle générale suivante : **l'ordre n d'une fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO}(p)$ est conservé en boucle fermée par l'asservissement.**

3.1. Asservissement d'un intégrateur

Considérons un système intégrateur asservi et régi par le schéma-bloc suivant :



La fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO}(p)$ est telle que :

$$H_{BO}(p) = \frac{K}{p}$$

avec K le gain statique. La FTBF est alors donnée :

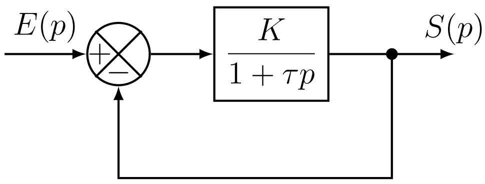
$$H_{BF}(p) = \frac{H(p)}{1 + H(p)} = \frac{K}{p + K} = \frac{1}{\tau_{BF}p + 1}$$

Remarquons qu'un intégrateur asservi devient un système du premier ordre de gain statique unité et de constante de temps $\tau_{BF} = \frac{1}{K}$ où K est le gain statique de la FTBO[3]. Au chapitre 3, nous avons pu conclure que les systèmes du premier ordre sont fondamentalement stable (du moins pour $\tau > 0$) et que les intégrateurs sont instables. Ainsi, nous observons que **l'asservissement permet de stabiliser un système intrinsèquement instable.**

[3]Un intégrateur étant un système du premier ordre particulier, nous avons bien l'ordre de $H_{BO}(p)$ qui est égal à l'ordre de $H_{BF}(p)$.

3.2. Asservissement d'un système du premier ordre

Considérons un système du premier ordre asservi et régi par le schéma-bloc suivant :



La fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO}(p)$ du procédé est alors tel que :

$$H_{BO}(p) = \frac{K}{1+\tau p}$$

où K est le gain statique et τ la constante de temps du système en boucle ouverte. La FTBF est alors donnée :

$$H_{BF}(p) = \frac{H(p)}{1+H(p)} = \frac{K}{(1+K)+\tau p}$$

Remarquons que comme attendu la FTBF reste du premier ordre. Sous sa forme canonique cette fonction de transfert devient :

$$H_{BF}(p) = \frac{\dfrac{K}{1+K}}{1+\dfrac{\tau}{1+K}p} = \frac{K_{BF}}{1+\tau_{BF}p}$$

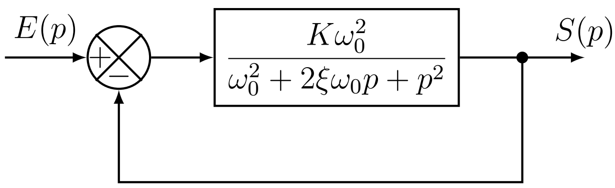
où K_{BF} est le gain statique et τ_{BF} la constante de temps du système boucle fermée. Par identification, on alors les rélations suivantes entre les paramètres du premier ordre de la FTBO et les paramètres du premier ordre de la FTBF :

$$K_{BF} = \frac{K}{1+K}$$
$$\tau_{BF} = \frac{\tau}{1+K}$$

Constatons que le gain statique en boucle ouverte K intervient dans la définition du gain statique K_{BF} et de la constante de temps τ_{BF} en boucle fermée. Ainsi en modifiant le paramètre K, il est possible de jouer sur les deux paramètres régissant la boucle fermée. Pour $K > 0$, le domaine de définition des paramètres du système en boucle fermée sont $K_{BF} \in [0,1[$ et $\tau_{BF} \in]0,\tau]$

3.3. Asservissement d'un système du second ordre

Considérons un système du second ordre asservi et régi par le schéma-bloc suivant :



La fonction de transfert en boucle ouverte du procédé $H_{BO}(p)$ est tel que :

$$H_{BO}(p) = \frac{K\omega_0^2}{\omega_0^2 + 2\xi\omega_0 p + p^2}$$

où K est le gain statique, ω_0 la pulsation propre et ξ le coefficient d'amortissement du système en boucle ouverte. La FTBF est donnée par :

$$H_{BF}(p) = \frac{H(p)}{1 + H(p)} = \frac{K\omega_0^2}{\omega_0^2(1+K) + 2\xi\omega_0 p + p^2}$$

Une nouvelle fois, nous constatons que la fonction de transfert en boucle fermée est du même ordre que celle en boucle ouverte. Sous une forme canonique la FTBF devient :

$$H_{BF}(p) = \frac{K\omega_0^2}{\omega_0^2(1+K) + 2\xi\omega_0 p + p^2} = \frac{K_{BF}\omega_{0,BF}^2}{\omega_{0,BF}^2(1+K_{BF}) + 2\xi_{BF}\omega_{0,BF} p + p^2}$$

Par identification, on alors les rélations suivantes entre les paramètres du second ordre de la FTBO et les paramètres du second ordre de la FTBF :

$$K_{BF} = \frac{K}{1+K}$$
$$\omega_{0,BF} = \omega_0\sqrt{1+K}$$
$$\xi_{BF} = \frac{\xi}{\sqrt{1+K}}$$

On remarque que influencer le gain de la boucle ouverte permet de modifier tous les paramètres du second ordre de la boucle fermée.

6. Performances des systèmes asservis

Sommaire

1. Contexte

Les performances qui vont nous interesser dans ce chapitre sont la **précision** et la **rapidité**

2. Précision

Un système est précis si l'écart que l'on note $\epsilon(t)$ entre l'entrée $e(t)$ et la sortie $s(t)$ est nul. Dans le domaine de Laplace, cet écart devient :

$$\epsilon(p) = E(p) - S(p)$$

On distingue deux cas :

- En régime permanent, cet écart ϵ_s est nommée **erreur statique.**
- En régime transitoire, cet écart $\epsilon(t) = e(t) - s(t)$ est nommée **erreur dynamique.**

L'erreur dynamique consiste à suivre l'écart défini précedemment durant le transitoire. Pour étudier l'erreur statique, on sollicite le système à différents types de signaux pour obtenir dans les différents cas :

- l'**erreur indicielle** ou l'erreur de position qui est l'erreur statique de la réponse indicielle.
- l'**erreur de poursuite** ou erreur de vitesse qui est l'erreur statique de la réponse à une rampe.
- l'**erreur en accélération** qui est l'erreur statique de la réponse à une parabole.

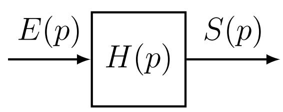
Concrétement pour étudier l'erreur statique on cherche la limite à l'infini de $\epsilon(t)$ ou encore en appliquant le théorème de la valeur finale :

$$\epsilon(\infty) = \lim_{t\to\infty} e(t) - s(t) = \lim_{p\to 0} p\big(E(p) - S(p)\big) \tag{6.1}$$

Rappelons que pour pouvoir appliquer ce théorème la valeur finale doit être finie ou en d'autre mot le système doit être stable.

2.1. Précision en boucle ouverte

Soit un système caractérisé par la fonction de transfert $H(p)$ est sollicité par l'entrée $E(p)$. La sortie $S(p)$ est alors donnée par :



L'erreur statique est alors donnée par :

$$\epsilon(\infty) = \lim_{p\to 0} p\big(E(p) - H(p)E(p)\big) = \lim_{p\to 0} p\big(1 - H(p)\big)E(p)$$

2.1.1. Exemple d'un premier ordre

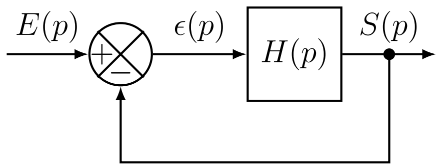
Prenons l'exemple d'un système du 1er ordre de fonction de transfert canonique $H(p) = \frac{K}{1+\tau p}$ que l'on sollicite avec un échelon d'amplitude (consigne) E_0. L'erreur statique est alors donnée par :

$$\epsilon(\infty) = \lim_{p\to 0} \left(1 - \frac{K}{1+\tau p}\right) E_0 = (1-K)E_0$$

Le système est prècis (c.a.d $\epsilon(\infty) = 0$) si $K = 1$.

2.2. Précision en boucle fermée

Considérons le cas d'un système asservi de fonction de transfert $H(p)$ par une boucle de contre-réaction à retour unitaire.



La FTBO est simplement donnée par $H(p)$. Dans le cas le plus générale, il est toujours possible d'écrire une fonction de transfert sous la forme canonique (Chapitre 1) :

$$H_{BO}(p) = \frac{K}{p^\alpha} \cdot \frac{N(p)}{D(p)}$$

avec α la classe du système en boucle ouverte, K le gain statique et $N(p)$ et $D(p)$ deux polynômes tels que $N(0) = D(0) = 1$.
Dans le domaine de Laplace l'écart $\epsilon(p)$ s'écrit :

$$\epsilon(p) = E(p) - S(p) = \left(1 - \frac{H_{BO}(p)}{1 + H_{BO}(p)}\right) E(p)$$

en remplaçant $H_{BO}(p)$ par sa représentation générale :

$$\epsilon(p) = \frac{p^\alpha D(p)}{p^\alpha D(p) + KN(p)} E(p) \tag{6.2}$$

L'erreur statique ϵ_s est alors donnée par la limite (Théorème de la valeur finale) :

$$\epsilon_s = \lim_{p\to 0} p\epsilon(p) = \lim_{p\to 0} \frac{p^\alpha D(p)}{p^\alpha D(p) + KN(p)} pE(p)$$

ou encore en utilisant les valeurs des polynômes en 0 :

$$\epsilon_s = \lim_{p \to 0} \frac{p^\alpha}{p^\alpha + K} pE(p) \tag{6.3}$$

Cette erreur dépend donc de la nature de la sollicitation (c.a.d $E(p)$) et de la classe α de la fonction de transfert en boucle ouverte.
Nous allons maintenant considérer différentes types de sollicitations pour différentes classes de système en boucle ouverte.

2.2.1. Erreur statique indicielle

L'erreur indicielle est l'erreur entre la sortie d'un système et une sollicitation en échelon $e(t) = E_0 u(t)$ de transformée de Laplace $E(p) = \frac{E_0}{p}$. Pour une telle entrée, l'erreur statique (c.f équation (6.3)) devient :

$$\epsilon_s = \lim_{p \to 0} \frac{p^\alpha}{p^\alpha + K} E_0$$

Dans le cas d'un système de classe $\alpha = 0$ en boucle ouverte :

$$\epsilon_s = \lim_{p \to 0} \frac{p^0}{p^0 + K} E_0 = \frac{E_0}{1 + K}.$$

L'erreur est finie mais les réponses indicielles des systèmes de classe $\alpha = 0$ en boucle ouverte ne sont pas précis.
Dans les autres cas $\alpha > 0$, l'erreur statique s'annule :

$$\epsilon_s = \lim_{p \to 0} \frac{p^\alpha}{p^\alpha + K} E_0 = 0$$

Les réponses indicielle des systèmes de classe $\alpha > 0$ sont donc précis.

2.2.2. Erreur statique de poursuite

L'erreur de poursuite est l'erreur statique d'un système soumis à une rampe du type $e(t) = r(t) = E_0 t u(t)$ de transformée de Laplace $E(p) = \frac{E_0}{p^2}$
Pour une telle entrée, l'erreur statique devient :

$$\epsilon_s = \lim_{p \to 0} \frac{p^\alpha}{p^\alpha + K} \frac{E_0}{p} = \frac{p^{\alpha - 1}}{p^\alpha + K} E_0$$

Dans le cas d'un système de classe $\alpha = 0$ en boucle ouverte, l'erreur devient :

$$\epsilon_s = \lim_{p \to 0} \frac{p^{-1}}{p^0 + K} E_0 = +\infty$$

Entrée	$\alpha = 0$	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$	$\alpha > 2$
$\frac{E_0}{p}$	$\frac{E_0}{1+K}$	0	0	0
$\frac{E_0}{p^2}$	$+\infty$	$\frac{E_0}{K}$	0	0
$\frac{2E_0}{p^3}$	$+\infty$	$+\infty$	$\frac{2E_0}{K}$	0

Tableau 6.1. – Résumé des erreurs statiques pour différentes sollicitations et classe de système en boucle ouverte

Le système est incapable de suivre l'entrée souhaitée.
Dans le cas d'un système de classe $\alpha = 1$ en boucle ouverte, l'erreur devient :

$$\epsilon_s = \lim_{p \to 0} \frac{p^0}{p + K} E_0 = \frac{E_0}{K}$$

Dans le cas d'un système de classe $\alpha > 1$ en boucle ouverte, l'erreur devient :

$$\epsilon_s = \lim_{p \to 0} \frac{p^{\alpha-1}}{p^\alpha + K} E_0 = 0$$

Le système est donc prècis.

2.2.3. Erreur statique d'accélération

L'erreur d'accélération est l'erreur statique d'un système soumis à un signal parabolique $e(t) = E_0 t^2 u(t)$ de transformée de Laplace $E(p) = \frac{2E_0}{p^3}$
Pour une telle entrée, l'erreur statique devient :

$$\epsilon_s = \lim_{p \to 0} \frac{p^\alpha}{p^\alpha + K} \frac{2E_0}{p^2} = \frac{p^{\alpha-2}}{p^\alpha + K} 2E_0$$

Dans le cas d'un système de classe $\alpha < 2$ en boucle ouverte, l'erreur devient :

$$\epsilon_s = +\infty$$

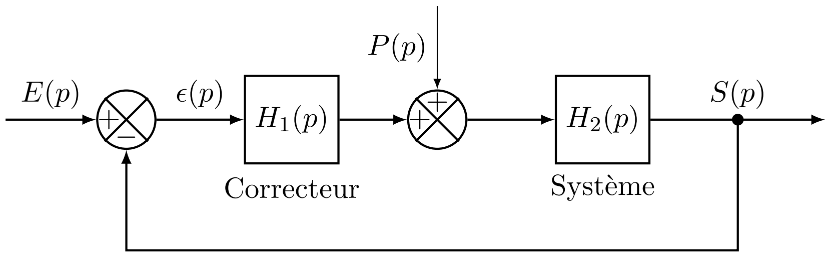
Pour un système de classe $\alpha = 2$ en boucle ouverte, l'erreur est finie :

$$\epsilon_s = \frac{2E_0}{K}$$

et s'annule pour $\alpha > 2$

2.3. Effet d'une perturbation

On considère maintenant l'effet d'une perturbation sur la précision d'un système asservis. Sans perte de généralité, on considère une perturbation en entrée (c'est à dire en amont d'un système linéaire défini par une fonction de transfert $H_2(p)$, la présence d'un correcteur $H_1(p)$ n'est pas obligatoire mais facilite l'interprétation de



3. Rapidité

3.1. Réponse temporelle

3.2. Réponse harmonique

3.3. Influence des pôles dominants

Soient $p_1, \ldots, p_n$ les pôles d'un système stable[1]. Le pôle p_i est dit dominant si la valeur absolue de sa partie réelle est largement plus petite que celle de tout autre pôles du système[2]

$$|\mathrm{Re}[p_i]| \ll |\mathrm{Re}[p_j]| \quad \forall j \neq i \tag{6.4}$$

Pour observer l'influence d'un pôle dominant sur la réponse temporelle d'un système linéaire, nous nous allons l'illustrer par l'étude d'une fonction de transfert du second ordre en régime apériodique. Une telle fonction de transfert est équivalente à deux systèmes du premier ordre en série.
Prenons l'exemple de la fonction de transfert définie par

$$H(p) = \frac{5}{(p+1)(5p+1)}$$

et de décomposition en éléments simples telle que :

$$H(p) = \frac{A}{p+1} + \frac{B}{5p+1}$$

[1] À partir des résultats obtenus dans ce chapitre il est déjà clair que la stabilité d'un système dépend également des pôles de sa fonction de transfert

[2] Dans la pratique un rapport de 5 est suffisant pour considérer une domination d'un pôle sur les autres

Par identification on peut écrire $H(p)$ en fonction de deux fonctions de transferts $H_1(p)$ et $H_2(p)$ tel que :

$$
\begin{aligned}
H(p) &= H_1(p) - H_2(p) \\
H_1(p) &= \frac{6.25}{5p+1} \\
H_2(p) &= \frac{1.25}{p+1}
\end{aligned}
$$

Par définition, le pôle dominant est donné par $H_1(p)$. Pour observer son effet traçons les réponses indicielles de ces trois fonctions de transfert.

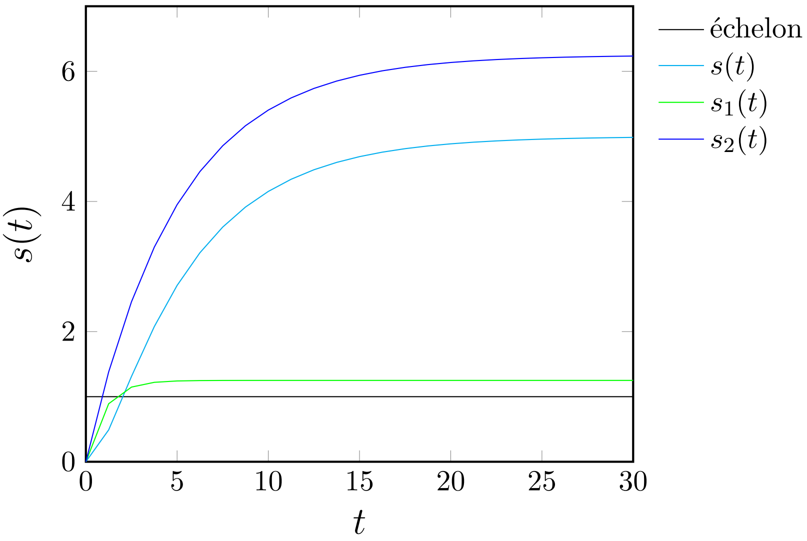


Figure 6.1.

3.4. Influence du bouclage

Annexes

A. Alphabet Grec

Nom	Minuscule	Majuscule	Correspondance latine	Usages courants
alpha	α	A	a	angles
bêta	β	B	b	angles
gamma	γ	Γ	g	angles
delta	δ	Δ	d	variations
epsilon	ϵ, ε	E	e	petite quantité
zéta	ζ	Z	z	-
êta	η	H	é (long)	rendement
thêta	θ, ϑ	Θ	th	angles
iota	ι	I	i	-
kappa	κ, $\varkappa$	K	k	-
lambda	λ	Λ	l	longueur, densité linéique
mu	μ	M	m	masse réduite
nu	ν	N	n	fréquence
ksi	ξ	Ξ	ks	coefficient sans dimension
omicron	o	O	o	-
pi	π, ϖ	Π	p	Π :plan
rhô	ρ, ϱ	P	r	densité volumique
sigma	σ, ς	Σ	s	σ : densité surfacique, Σ : Système
tau	τ	T	t	temps, durée relative
upsilon	υ	Y	u	-
phi	ϕ, φ	Φ	f,ph	angles
khi	χ	X	kh	coefficients
psi	ψ	Ψ	ps	fonction d'onde
oméga	ω	Ω	ô	vitesse angulaire, angle solide

Tableau A.1. – Lettres de l'alphabet Grec et leurs usages courants en physique (non exhaustifs)

Références

[1] Régulation automatique (analogique) (REG). http://php.iai.heig-vd.ch/~mee/.

[2] http://www.demosciences.fr/projets/scilab-xcos/-utilisation/premiers-pas.

[3] Xcos pour les vrais debutants. https://scilab.developpez.com/tutoriels/debuter/apprendre-xcos-debutant/.

[4] Denis Arzelier. Représentation et analyse des systèmes lineaires (pc7bis), 2005.

[5] B. Bayle and J. Gangloff. Systèmes et asservissements à temps continu, 2009.

[6] S. L. Campbell, J.-P. Chancelier, and R. Nikoukhah. *Modeling and Simulation in Scilab/Scicos*. Springer, 2006.

[7] H. Garnier. http://w3.cran.univ-lorraine.fr/hugues.garnier/?q=content/teaching.

[8] Y. Granjon. *Automatique : systèmes linéaires, non linéaires, à temps continu, à temps discret, représentation d'état, événements discrets*. Dunod, Paris, 2015.

[9] E. Laroche and H. Halalchi. Asservissement des systèmes lineaires à temps continu. http://eavr.u-strasbg.fr/~laroche/student.

[10] O. Le Gallo. *Automatique des systèmes mécaniques : Cours, travaux pratiques et exercices corrigés*. Sciences de l'ingénieur. Dunod, 2009.

[11] Joe Mabel. Régulateur à boules au Georgetown PowerPlant Museum à Seattle. CC BY-SA 3.0, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=5694146.

[12] B. Marx. Outils Mathématiques pour l'ingénieur - Traitement du Signal. http://w3.cran.univ-lorraine.fr/perso/benoit.marx/enseignement.html.

[13] B. Marx. Contrôle des systèmes linéaires. http://w3.cran.univ-lorraine.fr/perso/-benoit.marx/enseignement.html.

[14] F. Orieux. *Automatique : Systèmes linéaires et asservissements*. Notes de Cours, Master 2 Outils et systèmes de l'astronomie et de l'Espace, 20017-1018.

[15] E. Ostertag. *Systèmes et asservissements continus : Modélisation, analyse, synthèse des lois de commande*. Ellipses Marketing, 2004.

[16] R. Papanicola. Schéma-blocs avec PGF/TIKZ. https://sciences-indus-cpge.papanicola.info/IMG/pdf/schema-bloc.pdf.

[17] R. Papanicola. *Sciences industrielles PCSI : Mécanique et automatique*. Ellipses Marketing, 2003.

[18] R. Papanicola. *Sciences industrielles PSI : Mécanique et automatique*. Ellipses Marketing, 2010.

[19] Marsyas-Travail personnel. Clepsydre athénienne reconstituée, Musée de l'Agora antique d'Athènes. CC BY-SA 2.5, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=476174.

[20] Consortium Scilab. Introduction to Scilab. www.scilab.org/content/download/247/1702/file/introscilab.pdf.

[21] S. Steer and Y. Degré. *Scilab : De la théorie à la pratique - II. Modéliser et simuler avec Xcos*. Éditions D-BookeR, 2014.

[22] C. Sueur, P. Vanheeghe, and P. Borne. *Automatique des systèmes continus*. Editions Technip.

[23] E. Thomas. TP Scilab. http://cpgeptljg.free.fr/scenari/TP_INFO/TP_info_12_ordre/co/module_TP_1_2_ordre_5.html.

Acronyme

DES Décomposition en Éléments Simples

FTBF Fonction de Transfert en Boucle Fermée

FTBO Fonction de Transfert en Boucle Ouverte

FTCD Fonction de Transfert de la Chaîne Directe

FTCR Fonction de Transfert de la Chaîne de Retour

MEI Matière-Énergie-Information

MIMO Multiple Input Multiple Output

SISO Single Input Single Output

SLCI Système Linéaire Continu et Invariant

TL Transformée de Laplace

Glossaire

Asservissement	L'asservissment consiste à contrôler un système dynamique pour que sa réponse temporelle suive une consigne variable au cours du temps.
Régulation	La régulation est un particulier d'asservissement consistant à garder une consigne constante en présence de perturbation.

Liste des Symboles

t	Variable temporelle
p	Indéterminée de polynôme
$s(t)$	Fonction/Signal dans le domaine temporel
$S(p)$	Fonction/Signal dans le domaine de Laplace de la fonction $s(t)$
$u(t)$	Fonction échelon unité ou de Heaviside
$\delta(t)$	Distribution de Dirac
$r(t)$	Fonction rampe unité
$\mathscr{L}\left\{f(t)\right\}$	Transformation de Laplace de la fonction $f(t)$
$\mathscr{L}^{-1}\left\{F(p)\right\}$	Transformation de Laplace inverse de la fonction $F(p)$
$H(p)$	Fonction de transfert
$N(p)$	Polynôme du numérateur d'une fraction rationnelle
$D(p)$	Polynôme du dénominateur d'une fraction rationnelle
ω	Pulsation
$H(j\omega)$	Nombre complexe associé à la fonction de transfert $H(p)$
E_0	Paramètre dimensionnelle d'amplitude de l'entrée
K	Gain statique
ω_0	Pulsation propre
$\mathrm{Im}[H(j\omega)]$	Partie imaginaire du nombre complexe $H(j\omega)$
$\mathrm{Re}[H(j\omega)]$	Partie réelle du nombre complexe $H(j\omega)$
ξ	Coefficient d'amortissement

$G(\omega)$	Gain naturel de la réponse harmonique en fonction de la pulsation
$G_{dB}(\omega)$	Gain en dB de la réponse harmonique en fonction de la pulsation
$\phi(\omega)$	Déphasage de la réponse harmonique en fonction de la pulsation
D_k	k-ème dépassement
$t_{5\%}$	Temps de réponse à 5%