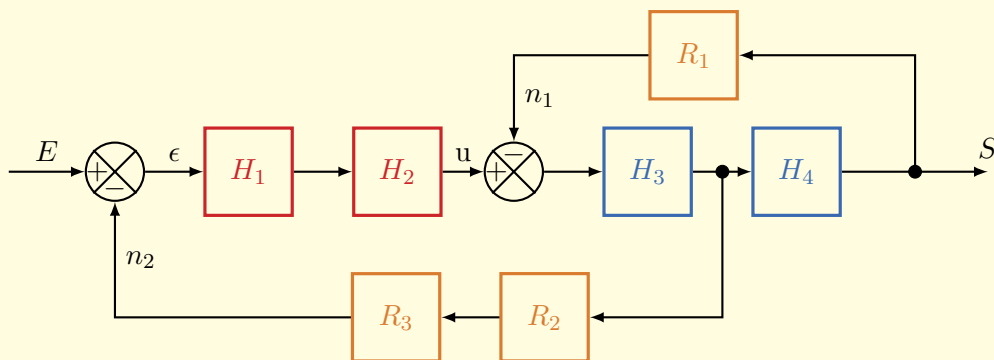


# Systèmes mécaniques et automatiques

*Notes de cours IngéSpé*

*Automatique Linéaire*



ANNÉE 2019–2020



# Systèmes mécaniques et automatiques

*Notes de cours IngéSpé*

*Automatique Linéaire*

Filipe Manuel Vasconcelos

écrit sous L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, TikZ  
version de mars 2020.

Ce document est mis à disposition selon les termes de la licence  
Creative Commons “Attribution - Partage dans les mêmes conditions 4.0 International”.



Ce document est destiné aux étudiants du cycle prépa de l'ESME SUDRIA. En constante évolution, il ne pourra que s'améliorer avec votre concours. N'hésitez pas à me communiquer vos remarques et/ou corrections par mail : [filipe.vasconcelos@esme.fr](mailto:filipe.vasconcelos@esme.fr)

# Table des matières

<b>Table des matières</b>	<b>5</b>
<b>Avant-propos</b>	<b>11</b>
<b>Chapitre 1 Systèmes linéaires, continus...</b>	<b>13</b>
1. Introduction	14
2. Définition SLCI	15
2.1. Système	15
2.2. Système à temps continu	16
2.3. Système linéaire	16
2.4. Système causal	16
2.5. Système invariant	17
2.6. Système stable	17
2.7. Modélisation d'un système linéaire continu et invariant	17
3. Modélisation d'un signal	19
3.1. Propriétés générales des signaux continus (analogiques)	20
3.2. Signaux usuels rencontrés...	22
4. La transformée de Laplace	28
4.1. Définition	28
4.2. Propriétés	28
4.3. Transformées des signaux usuels	32
4.4. Application de la transformée de Laplace	34
5. Fonction de Transfert	39
5.1. Définition	39
5.2. Fonction de transfert et réponse impulsionnelle	39
5.3. Représentation de la fonction de transfert	39
<b>Chapitre 2 Schéma fonctionnels</b>	<b>45</b>
1. Introduction	46
2. Éléments de base des schémas fonctionnels	46
3. Transformation des schémas fonctionnels	48
3.1. Réduction de schéma-bloc	48
3.2. Manipulation de schéma-bloc	51
4. Cas d'entrées multiples	52
5. Réduction de schéma-bloc de grande taille	53
5.1. Exemple à entrée simple	54
5.2. Exemple à entrées multiples	56
6. Graphe de fluence	58
6.1. Définitions	58

6.2.	Algèbre des graphes de fluences . . . . .	59
6.3.	Règle de Mason . . . . .	62
<b>Chapitre 3</b>	<b>Modélisation des SLCI</b>	<b>65</b>
1.	Introduction . . . . .	66
2.	Système du premier ordre . . . . .	67
2.1.	Définition d'un système du premier ordre . . . . .	67
2.2.	Fonction de transfert d'un système du premier ordre . . . . .	67
2.3.	Pôle de la fonction de transfert du premier ordre . . . . .	67
2.4.	Réponses temporelles d'un système du premier ordre . . . . .	67
3.	Système du second ordre . . . . .	72
3.1.	Définition d'un système du second ordre . . . . .	72
3.2.	Fonction de transfert d'un système du second ordre . . . . .	72
3.3.	Pôles de la fonction de transfert du second ordre . . . . .	72
3.4.	Réponses temporelles d'un système du second ordre . . . . .	74
3.5.	Cas particulier de l'oscillateur harmonique . . . . .	88
4.	Autres modèles particuliers . . . . .	90
4.1.	Gain pur . . . . .	90
4.2.	Intégrateur pur . . . . .	90
4.3.	Dérivateur pur . . . . .	91
4.4.	Retard pur . . . . .	91
5.	Généralisation des modèles de SLCI . . . . .	92
5.1.	Systèmes d'ordre supérieur à 2 . . . . .	92
5.2.	Exemple d'une fonction de transfert d'ordre 3 . . . . .	93
6.	Identification d'un modèle de comportement . . . . .	94
6.1.	Formule de Bureau . . . . .	94
6.2.	Modèle de Strejc . . . . .	94
<b>Chapitre 4</b>	<b>Analyse fréquentielle</b>	<b>95</b>
1.	Réponse harmonique . . . . .	96
1.1.	Exemple de réponse harmonique dans le domaine temporel . . . . .	98
2.	Représentation graphique de la réponse harmonique . . . . .	99
2.1.	Diagramme de Bode . . . . .	100
2.2.	Diagramme de Nyquist . . . . .	101
2.3.	Diagramme de Black-Nichols . . . . .	101
3.	Analyse fréquentielle des modèles usuels . . . . .	102
3.1.	Diagrammes de Bode : méthodologie générale . . . . .	102
3.2.	Diagrammes de Nyquist : méthodologie générale . . . . .	120
3.3.	Diagrammes de Black : méthodologie générale . . . . .	129
4.	Etude du transitoire de la réponse harmonique . . . . .	129
4.1.	Exemple d'un système du premier ordre . . . . .	129
4.2.	Exemple d'un système du second ordre . . . . .	130
<b>Chapitre 5</b>	<b>Asservissements des systèmes linéaires</b>	<b>131</b>
1.	Introduction . . . . .	132

2.	Organisation d'un asservissement . . . . .	134
2.1.	Schémas fonctionnels associés aux systèmes asservis . . . . .	134
2.2.	Présence d'une perturbation : la régulation . . . . .	135
2.3.	Schéma fonctionnel complet . . . . .	135
2.4.	Fonctions de transferts associées à un système asservi . . . . .	138
3.	Asservissement des SLCI modèles . . . . .	139
3.1.	Asservissement d'un intégrateur . . . . .	139
3.2.	Asservissement d'un système du premier ordre . . . . .	140
3.3.	Asservissement d'un système du second ordre . . . . .	140
<b>Chapitre 6</b>	<b>Performances des systèmes asservis</b>	<b>143</b>
1.	Introduction . . . . .	144
2.	Précision . . . . .	144
2.1.	Précision en boucle ouverte . . . . .	144
2.2.	Précision en boucle fermée . . . . .	145
2.3.	Effet d'une perturbation . . . . .	148
3.	Rapidité . . . . .	152
3.1.	Réponse temporelle . . . . .	152
3.2.	Réponse harmonique . . . . .	158
3.3.	Influence des pôles dominants . . . . .	158
<b>Chapitre 7</b>	<b>Stabilité des systèmes asservis</b>	<b>161</b>
1.	Contexte et critère de stabilité fondamentale . . . . .	162
2.	Critère algébrique de Routh . . . . .	164
2.1.	Tableau de Routh . . . . .	165
2.2.	Exemple d'application du critère de Routh-Hurwitz . . . . .	167
3.	Critère graphique du revers . . . . .	169
3.1.	Critère du revers dans le plan de Nyquist . . . . .	172
3.2.	Critère du revers dans le plan de Black . . . . .	173
3.3.	Critère du revers dans le plan de Bode . . . . .	174
4.	Marge de stabilité . . . . .	175
4.1.	Marge de phase . . . . .	175
4.2.	Marge de gain . . . . .	175
5.	Critère de Nyquist . . . . .	175
<b>Chapitre 8</b>	<b>Correction des systèmes asservis</b>	<b>181</b>
1.	Nécessité de la correction . . . . .	182
2.	Correcteur P, I et D . . . . .	182
3.	Correcteur PI et PD . . . . .	182
4.	Correcteur PID . . . . .	182
<b>Chapitre 9</b>	<b>Initiation à la représentation d'état</b>	<b>183</b>
<b>Annexes</b>		<b>187</b>
<b>Annexe A</b>	<b>Alphabet Grec</b>	<b>187</b>
<b>Annexe B</b>	<b>Unités du Système International</b>	<b>189</b>
<b>Annexe C</b>	<b>Pierre-Simon de Laplace</b>	<b>191</b>

<b>Annexe D</b>	<b>Transformation de Laplace</b>	<b>193</b>
1.	Définitions . . . . .	193
2.	Propriétés . . . . .	193
3.	Table des transformées de Laplace . . . . .	195
<b>Annexe E</b>	<b>Rappel sur les nombres complexes</b>	<b>197</b>
<b>Annexe F</b>	<b>Équations différentielles à coefficients constants</b>	<b>203</b>
1.	Résolution équation différentielle du premier ordre . . . . .	203
1.1.	Sans second membre . . . . .	203
<b>Annexe G</b>	<b>Décomposition en éléments simples</b>	<b>207</b>
1.	Contexte . . . . .	207
2.	Fractions rationnelles rencontrées en automatique . . . . .	207
3.	Décomposition en éléments simples . . . . .	208
4.	Détermination des coefficients de la DES . . . . .	209
4.1.	Par identification . . . . .	209
<b>Annexe H</b>	<b>Systèmes du second ordre</b>	<b>211</b>
1.	Abaques de la réponse temporelle . . . . .	212
2.	Analyse fréquentielle . . . . .	214
<b>Annexe I</b>	<b>Initiation à Scilab</b>	<b>217</b>
1.	Présentation générale . . . . .	217
2.	Syntaxe : console . . . . .	218
3.	Polynômes et fractions rationnelles . . . . .	219
4.	Vecteurs et matrices . . . . .	221
5.	Tracer de figures . . . . .	225
6.	Programmation . . . . .	226
7.	SLCI avec Scilab . . . . .	228
7.1.	Définition d'un système linéaire . . . . .	228
7.2.	Simulation temporelle d'un système linéaire . . . . .	229
7.3.	Système du premier ordre . . . . .	230
7.4.	Carte des pôles et zéros . . . . .	233
7.5.	Asservissement . . . . .	233
8.	Scilab-Xcos . . . . .	234
8.1.	Lancer Xcos . . . . .	234
8.2.	Diagramme simple . . . . .	234
8.3.	Simulation . . . . .	235
8.4.	Blocs « To Workspace » ou « From Workspace » . . . . .	235
<b>Annexe J</b>	<b>Échelle logarithmique et le décibel</b>	<b>237</b>
1.	Rappel sur le logarithme décimal . . . . .	237
2.	Échelle logarithmique décimale . . . . .	237
3.	Le décibel . . . . .	239
4.	Diagramme de Bode . . . . .	239
5.	Tracé d'un diagramme de Bode avec Scilab . . . . .	242



---

<b>Annexe K</b>	<b>Transformée de Laplace inverse</b>	<b>243</b>
1.	Contexte . . . . .	243
2.	Méthode de Gaver-Stehfest . . . . .	243
3.	Méthode de Talbot fixe . . . . .	243
<b>Références</b>		<b>245</b>
<b>Index</b>		<b>247</b>
<b>Acronymes</b>		<b>249</b>
<b>Glossaire</b>		<b>251</b>
<b>Liste des Symboles</b>		<b>253</b>



# Avant-propos

## Programme

Ce cours est une introduction à l'**automatique** pour des étudiants de deuxième année de classe préparatoire scientifique.

L'objectif principal de l'automatique est de permettre le contrôle des **systèmes dynamiques** de toutes natures que ce soient : mécanique, chimique, électronique, optique, thermique, acoustique. . . . Tout en respectant certaines contraintes de performances (rapidité, précision, stabilité. . . ).

Nous limiterons notre étude aux **systèmes linéaires continus et invariants**. La **modélisation** de ces systèmes passe par la mise en équation du comportement physique des systèmes sous forme d'équations différentielles. Cette étape ne fait pas à proprement parler partie d'un cours d'automatique, en effet chacune des disciplines construisent cette modélisation en se basant sur les principes et les hypothèses les plus adaptés à un problème donné. La modélisation permet une étude systématique des équations différentielles en proposant des modèles généraux et ce quelque soit la nature du procédé.

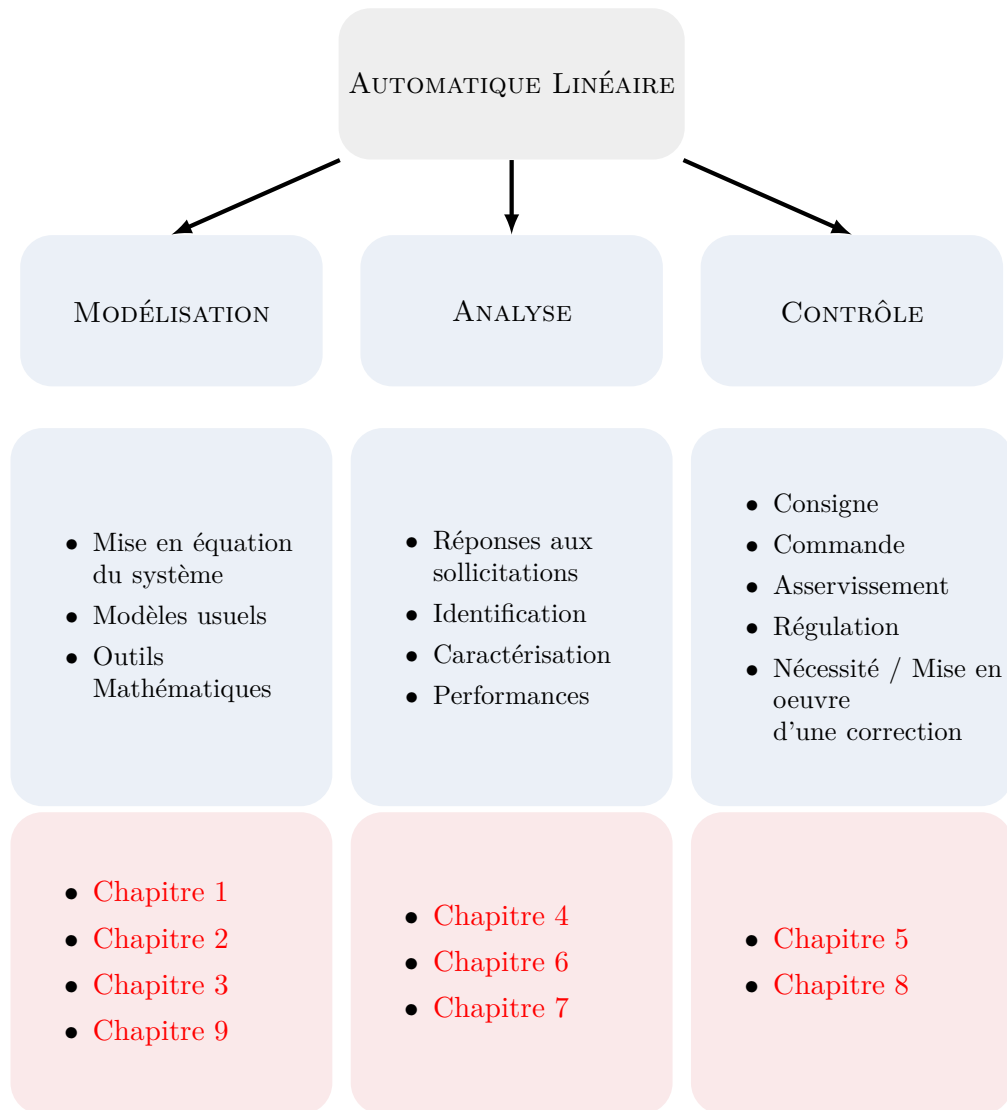
L'**analyse** nous permettra de caractériser et d'identifier ces modèles à partir des réponses aux sollicitations et de leurs performances.

Le **contrôle** est un concept très générale permettant de regrouper toutes les méthodes et techniques permettant de commander un système dynamique. Dans ce cours nous présenterons que les principes d'asservissement et de régulation. Nous verrons comment il est possible d'élaborer une commande adaptée (corrigée) pour un procédé quelconque, notamment lorsque ceux-ci présenteront des défauts de performance.

## Organisation du document

Les chapitres suivent un découpage classique autour des trois piliers discutés précédemment que sont la **modélisation**, l'**analyse** et le **contrôle**. (c.f **Figure A**).

Le lecteur pourra s'appuyer sur un grand nombre d'annexes qui ont pour objectifs de rappeler et de détailler des notions prérequis ou encore approfondir quelques aspects hors programme pour une deuxième lecture.



**Figure A.** – Organisation du document.

## 7. Stabilité des systèmes asservis

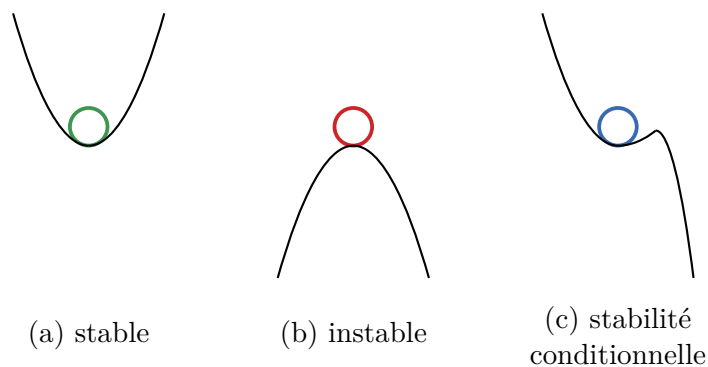
### Sommaire

---

<b>1.</b>	<b>Contexte et critère de stabilité fondamentale</b>	<b>162</b>
<b>2.</b>	<b>Critère algébrique de Routh</b>	<b>164</b>
2.1.	Tableau de Routh	165
2.2.	Exemple d'application du critère de Routh-Hurwitz	167
<b>3.</b>	<b>Critère graphique du revers</b>	<b>169</b>
3.1.	Critère du revers dans le plan de Nyquist	172
3.2.	Critère du revers dans le plan de Black	173
3.3.	Critère du revers dans le plan de Bode	174
<b>4.</b>	<b>Marge de stabilité</b>	<b>175</b>
4.1.	Marge de phase	175
4.2.	Marge de gain	175
<b>5.</b>	<b>Critère de Nyquist</b>	<b>175</b>

---

## 1. Contexte et critère de stabilité fondamentale



**Figure 7.1.** – Représentation schématique de la stabilité

Un système est dit stable si à une entrée bornée le système produit une sortie bornée<sup>1</sup>

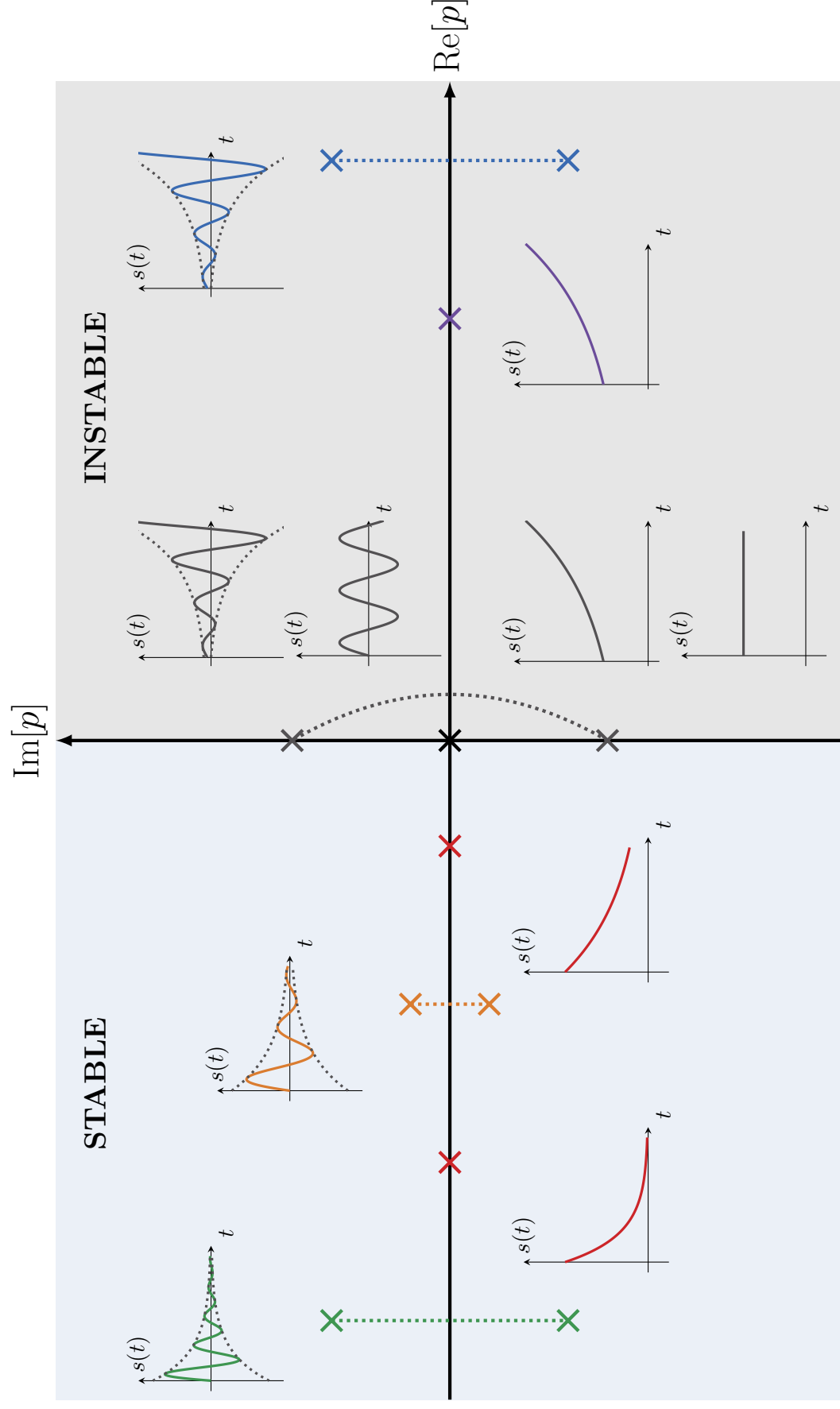
Un système est dit stable lorsque écarté de sa position d'équilibre, il tend à y revenir

Rappel sur les réponses temporelles du premier ordre et du second ordre ... à compléter...

### Condition fondamentale de stabilité

Un système est stable si sa fonction de transfert ne possède aucun pôles à partie réelle positive.

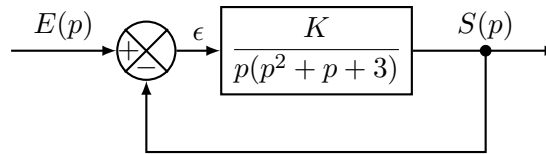
<sup>1</sup>Chez nos collègues anglo-saxons, on rencontre le concept de BIBO (« bounded input bounded output »)



**Figure 7.2.** – Stabilité d'un SLCI d'après la carte des pôles de sa fonction de transfert et de leurs réponses impulsionnelles. (Vert) Deux pôles complexes conjugués. (Rouge) Pôle à partie réel négative. (Gris) Deux pôles complexes conjugués à partie réelle nulle. (Noir) Pôle nul. (Bleu) Deux pôles complexes conjugués à partie réelle positive. (Orange) Pôle à partie réel positive.

### Notion de pôles dominants

#### Système asservi



$$H_{BF}(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{a_m p^m + a_{m-1} p^{m-1} + \dots + a_1 p + a_0}{b_n p^n + b_{n-1} p^{n-1} + \dots + b_1 p + b_0}$$

#### Condition de stabilité d'un système asservi (1)

Un système asservi est stable si sa fonction de transfert en boucle fermée ne possède aucun pôles à partie réelle positive.

#### Inconvénients de la condition fondamentale

## 2. Critère algébrique de Routh

Le critère de Routh<sup>2</sup> est dit algébrique car il s'établit directement sur la fonction de transfert en boucle fermée du système asservi.

Pour appliquer le critère fondamentale de stabilité à cette fonction de transfert, il nous faut étudier le **polynôme caractéristique** :

$$D(p) = 0$$

$$b_n p^n + b_{n-1} p^{n-1} + \dots + b_1 p + b_0 = 0 \quad (7.1)$$

pour déterminer si ce polynôme possède des racines toutes à partie réelle strictement négative. Les polynômes de ce type sont dits en mathématiques de Hurwitz<sup>3,4</sup>. C'est pourquoi le critère suivant est également connu sous le nom de **critère de Routh-Hurwitz**.

Il est possible de conclure sur la nature des racines d'un polynôme en étudiant ses coefficients. Le critère de Routh-Hurwitz se base sur cette propriété en posant deux conditions pour établir qu'un polynôme est un polynôme de Hurwitz. Dans le cas de l'application de la stabilité des systèmes linéaires asservis, la première condition s'énonce de la façon suivante :

<sup>2</sup>Edward John Routh (1831-1907), mathématicien anglais.

<sup>3</sup>Adolf Hurwitz (1859-1919), mathématicien allemand.

<sup>4</sup>Un polynôme de Hurwitz est un polynôme à coefficients réels dont les racines sont toutes à partie réelle strictement négative.



**Condition nécessaire de Routh-Hurwitz**

Un système asservi d'ordre  $n$  est stable en boucle fermée si tous les coefficients ( $b_i \forall i \neq n$ ) de son équation caractéristique sont de même signe que  $b_n$ .

Cette condition nécessaire s'avère suffisante si le système est du premier ou du second ordre. Pour un ordre supérieur il faut construire le tableau de Routh à partir des coefficients de  $D(p)$ , pour appliquer une condition supplémentaire.

**2.1. Tableau de Routh**

Dans le cas où la condition nécessaire est respectée et  $n > 2$ , il faut construire le **tableau de Routh** à partir des coefficients de l'équation caractéristique de la fonction de transfert en boucle fermée.

Le tableau de Routh est constitué de  $n$  lignes et de  $k$  colonnes où  $k = n/2 + 1$ <sup>5</sup>. L'élément  $A_{ij}$  correspond à l'élément de la  $i$ -ème ligne et  $j$ -ème colonne.

$$\begin{array}{c|cccccc} p^n & A_{11} & A_{12} & A_{13} & \cdots & A_{1(k-1)} & A_{1k} \\ p^{n-1} & A_{21} & A_{22} & A_{23} & \cdots & A_{2(k-1)} & A_{2k} \\ p^{n-2} & A_{31} & A_{32} & A_{33} & \cdots & A_{3(k-1)} & A_{3k} \\ p^{n-3} & A_{41} & A_{42} & A_{43} & \cdots & A_{4(k-1)} & A_{4k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & A_{ij} & \vdots & \vdots \\ p^1 & A_{(n-1)1} & A_{(n-1)2} & A_{(n-1)3} & \cdots & A_{(n-1)(k-1)} & A_{(n-1)k} \\ p^0 & A_{n1} & A_{n2} & A_{n3} & \cdots & A_{n(k-1)} & A_{nk} \end{array}$$

Les deux premières lignes du tableau sont directement construites à partir des coefficients de  $D(p)$ .

$$\text{paire} \quad \begin{array}{c|cccccc} p^n & b_n & b_{n-2} & b_{n-4} & \cdots & b_2 & b_0 \\ p^{n-1} & b_{n-1} & b_{n-3} & b_{n-5} & \cdots & b_1 & 0 \\ \hline \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{array}$$

si  $n$  est impaire la dernière colonne de la seconde ligne est non-nulle :

$$\text{impaire} \quad \begin{array}{c|cccccc} p^n & b_n & b_{n-2} & b_{n-4} & \cdots & b_3 & b_1 \\ p^{n-1} & b_{n-1} & b_{n-3} & b_{n-5} & \cdots & b_2 & b_0 \\ \hline \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{array}$$

Les éléments de la troisième ligne sont construits à partir du déterminant<sup>6</sup> des éléments

<sup>5</sup>On réalise ici une division entière. Par exemple si  $n = 5$ ,  $k = 2 + 1 = 3$  et si  $n = 6$ ,  $k = 3 + 1 = 4$

<sup>6</sup>Le déterminant d'une matrice  $2 \times 2$  est tel que  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

des deux premières lignes.

$$\begin{array}{c|cccccc} p^n & b_n & b_{n-2} & b_{n-4} & \cdots & b_3 & b_1 \\ p^{n-1} & b_{n-1} & b_{n-3} & b_{n-5} & \cdots & b_2 & b_0 \\ \hline p^{n-2} & A_{31} & A_{32} & A_{33} & \cdots & \cdots & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{array} \Rightarrow A_{31} = -\frac{1}{b_{n-1}} \begin{vmatrix} b_n & b_{n-2} \\ b_{n-1} & b_{n-3} \end{vmatrix}$$

$$\begin{array}{c|cccccc} p^n & b_n & b_{n-2} & b_{n-4} & \cdots & b_3 & b_1 \\ p^{n-1} & b_{n-1} & b_{n-3} & b_{n-5} & \cdots & b_2 & b_0 \\ \hline p^{n-2} & A_{31} & A_{32} & A_{33} & \cdots & \cdots & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{array} \Rightarrow A_{32} = -\frac{1}{b_{n-1}} \begin{vmatrix} b_n & b_{n-4} \\ b_{n-1} & b_{n-5} \end{vmatrix}$$

On construit de la même manière la quatrième ligne :

$$\begin{array}{c|cccccc} p^n & b_n & b_{n-2} & b_{n-4} & \cdots & b_3 & b_1 \\ p^{n-1} & b_{n-1} & b_{n-3} & b_{n-5} & \cdots & b_2 & b_0 \\ \hline p^{n-2} & A_{31} & A_{32} & A_{33} & \cdots & \cdots & \cdots \\ p^{n-3} & A_{41} & A_{42} & A_{43} & \cdots & \cdots & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{array} \Rightarrow A_{41} = -\frac{1}{A_{31}} \begin{vmatrix} A_{21} & A_{22} \\ A_{31} & A_{32} \end{vmatrix}$$

$$\begin{array}{c|cccccc} p^n & b_n & b_{n-2} & b_{n-4} & \cdots & b_3 & b_1 \\ p^{n-1} & b_{n-1} & b_{n-3} & b_{n-5} & \cdots & b_2 & b_0 \\ \hline p^{n-2} & A_{31} & A_{32} & A_{33} & \cdots & \cdots & \cdots \\ p^{n-3} & A_{41} & A_{42} & A_{43} & \cdots & \cdots & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{array} \Rightarrow A_{42} = -\frac{1}{A_{31}} \begin{vmatrix} A_{21} & A_{23} \\ A_{31} & A_{33} \end{vmatrix}$$

Et ainsi de suite jusque la dernière ligne du tableau.

La formule générale pour obtenir l'élément  $A_{ij}$  est alors :

$$A_{ij} = -\frac{1}{A_{(i-1)1}} \begin{vmatrix} A_{(i-2)1} & A_{(i-2)(j+1)} \\ A_{(i-1)1} & A_{(i-1)(j+1)} \end{vmatrix} \quad (7.2)$$

Le critère s'applique sur la première colonne ainsi construit dite **colonne des pivots** du tableau de Routh.

$$\begin{array}{c|cccccc} p^n & b_n & b_{n-2} & b_{n-4} & \cdots & b_2 & b_0 \\ p^{n-1} & b_{n-1} & b_{n-3} & b_{n-5} & \cdots & b_1 & 0 \\ p^{n-2} & A_{31} & A_{32} & A_{33} & \cdots & A_{3(n-1)} & 0 \\ p^{n-3} & A_{41} & A_{42} & A_{43} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 \\ p^1 & A_{(n-1)1} & A_{(n-1)2} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ p^0 & b_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{array}$$

**Critère de Routh-Hurwitz**

Un système asservi est stable en boucle fermée si tous les termes de la colonne des pivots du tableau de Routh du polynôme caractéristique de la fonction de transfert en boucle fermée sont de même signes.

**Remarques :**

Le nombre de changement de signe, nous donne le nombre de pôles à partie réelle positives (instables) de la fonction de transfert en boucle fermée.

**Propriétés du tableau de Routh**

Nous énonçons ici quelques propriétés du tableau de Routh pour faciliter ou permettre l'application du critère dans des cas particuliers [15].

- Pour simplifier les calculs, il est possible de factorisée par un entier une ligne du tableau.
- Dans le cas où le tableau présente un zéro dans la première colonne, il est possible de remplacer par une variable  $\epsilon$ , et de prendre la limite lorsque  $\epsilon \rightarrow 0^+$  ou  $\epsilon \rightarrow 0^-$  selon le signe de la colonne des pivots qui respecterait le critère.
- Une ligne de zéros pour les coefficients de l'avant-dernière ligne du tableau de Routh indique que le polynôme du dénominateur de la fonction de transfert possède une paire de pôles, qui sont racines de l'équation auxiliaire :

$$Ap^2 + B = 0$$

où  $A$  et  $B$  sont les coefficients de la ligne précédente du tableau. On peut alors continuer le tableau en remplaçant la ligne de coefficients nuls par les coefficients de la dérivée de l'équation auxiliaire.

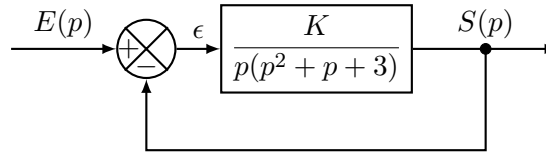
Une ligne de zéro implique la présence d'une paire de racines imaginaires pures donnant lieu à une forme sinusoïdale dans la réponse transitoire. Le système diverge en oscillant s'il y a au moins une racine à partie réelle positive, ou il converge vers des oscillations entretenues si les autres racines ont toutes une partie réelle négative.

**2.2. Exemple d'application du critère de Routh-Hurwitz**

La particularité du critère de Routh-Hurwitz est de permettre d'étudier les conditions de stabilité d'un système en fonction des paramètres de la fonction de transfert en boucle ouverte.

Dans l'exemple ci-dessous, nous allons considérer un système asservi caractérisé par fonction de transfert en boucle ouverte défini par un gain  $K$  dont l'on souhaite déterminer la valeur pour assurer la stabilité du système en boucle fermée.

Soit un système asservi défini par le schéma-bloc suivant :



La fonction de transfert en boucle fermée  $H_{BF}(p)$  s'écrit :

$$H_{BF}(p) = \frac{H_{BO}(p)}{1 + H_{BO}(p)} = \frac{K}{p^3 + p^2 + 3p + K}.$$

L'équation caractéristique  $D(p)$  de  $H_{BF}$  est donc

$$D(p) = p^3 + p^2 + 3p + K,$$

Nous constatons que le système est d'ordre 3 de coefficients :

$$b_3 = 1$$

$$b_2 = 1$$

$$b_1 = 3$$

$$b_0 = K$$

Le critère nécessaire de Routh est donc respecté pour  $K > 0$ . L'équation caractéristique étant d'ordre 3, il nous faut construire le tableau de Routh, afin de vérifier le critère supplémentaire :

$$\begin{array}{c|cc} p^3 & 1 & 3 \\ p^2 & 1 & K \\ \hline p^1 & A_{31} & 0 \\ p^0 & A_{41} & 0 \end{array}$$

$$A_{31} = - \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & K \end{vmatrix} = 3 - K$$

$$A_{41} = - \frac{1}{A_{31}} \begin{vmatrix} 1 & K \\ A_{31} & 0 \end{vmatrix} = K$$

$$\begin{array}{c|cc} p^3 & 1 & 3 \\ p^2 & 1 & K \\ p^1 & 3 - K & 0 \\ p^0 & K & 0 \end{array}$$

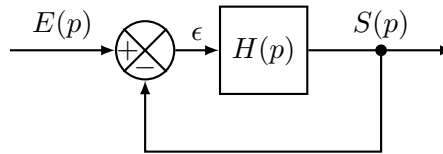
La colonne des pivots sont tous de même signe si  $3 - K > 0$  et  $K > 0$  (déjà établie par la condition nécessaire de Routh). La condition sur  $K$  pour que le système soit stable en boucle fermée est donc :

$$0 < K < 3$$

### 3. Critère graphique du revers

Routh s'applique sur la fonction de transfert en boucle fermée. Les critères graphiques que nous allons maintenant établir permettent d'étudier la stabilité du système en boucle fermée en considérant le système en boucle ouverte.

Pour cela considérons la boucle de contre réaction unitaire pour l'asservissement d'un système de fonction de transfert  $H(p)$ , telle que :



la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{BO}(p)$  est simplement donné par  $H(p)$ , et comme nous l'avons déjà rencontré à plusieurs occasions, la fonction de transfert en boucle fermée  $H_{BF}(p)$  est égale à

$$H_{BF}(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{H_{BO}(p)}{1 + H_{BO}(p)},$$

Étudier les pôles de l'équation caractéristique  $D(p) = 0$  est équivalent à étudier l'équation  $1 + H_{BO}(p) = 0$ , ou encore

$$D(p) = 0 \Leftrightarrow 1 + H_{BO}(p) = 0 \Leftrightarrow H_{BO}(p) = -1$$

Il est alors possible d'étudier la fonction de transfert en boucle ouverte par rapport au **point critique** du plan complexe  $(-1, 0)$  de  $H_{BO}(p)$ . Remarquons que les zéros de  $1 + H_{BO}(p)$  sont les pôles de la fonction de transfert en boucle fermée  $H_{BF}(p)$  et que les pôles de  $1 + H_{BO}(p)$  coïncident avec les pôles de  $H_{BO}(p)$ . Il est donc possible de réinterpréter la condition stabilité d'un système asservi :

#### Condition de stabilité d'un système asservi (2)

**Un système asservi est stable en boucle fermée si sa fonction de transfert en boucle ouverte ne possède aucun zéros à partie réelle positive.**

Nous allons établir un critère que nous pourrions appliquer sur la réponse harmonique et ses différentes représentations graphiques.

Supposons le système asservi précédent décrit par la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{BO}(p)$ . Par définition cette fonction de transfert est le rapport de la sortie  $S(p)$  sur l'écart  $\epsilon(p)$  que l'on souhaite minimiser.

$$S(p) = H_{BO}(p)\epsilon(p)$$

Considérons une entrée  $e(t)$  sinusoïdale de la forme :

$$e(t) = E_0 \sin \omega t$$

au premier instant, on a alors

$$\epsilon(t) = E_0 \sin \omega t$$

en régime permanent la sortie est alors de la forme (c.f [chapitre 4](#)) :

$$s(t) = E_0 |H_{BO}(j\omega)| \sin(\omega t + \phi)$$

l'écart  $\epsilon(t) = e(t) - s(t)$  est maximum pour une sortie en opposition de phase. Il existe donc une pulsation  $\omega_p$  pour laquelle :

$$\begin{aligned} \phi &= \arg H_{BO}(j\omega_p) = -\pi \\ |H_{BO}(j\omega_p)| &= K \end{aligned}$$

Pour cette pulsation et ce déphasage :

$$S(p) = -K\epsilon(p)$$

on a alors :

$$H_{BO}(p) = -K$$

L'écart dans le domaine de Laplace devient :

$$\begin{aligned} \epsilon(p) &= E(p) - S(p) \\ \epsilon(p) &= E(p) + K\epsilon(p) \end{aligned}$$

Remplaçons à nouveau  $\epsilon(p)$  par sa définition (pour simuler une deuxième boucle) :

$$\epsilon(p) = E(p) + K(E(p) - S(p)) = E(p)(1 + K) + K^2\epsilon(p)$$

et ainsi de suite :

$$\epsilon(p) = E(p)(1 + K) + K^2(E(p) - S(p)) = E(p)(1 + K + K^2) + K^3\epsilon(p)$$

on obtient après  $n$  substitutions :

$$\epsilon(p) = E(p) \sum_{i=0}^n K^i + K^n \epsilon(p)$$

La somme diverge si  $K \leq 1$  et converge si  $K < 1$ . Autrement dit le système est stable en boucle fermée pour  $|H_{BO}(j\omega)| < 1$ .

Nous pouvons donc énoncer le critère de stabilité dit du revers :

**Critère de stabilité du revers**

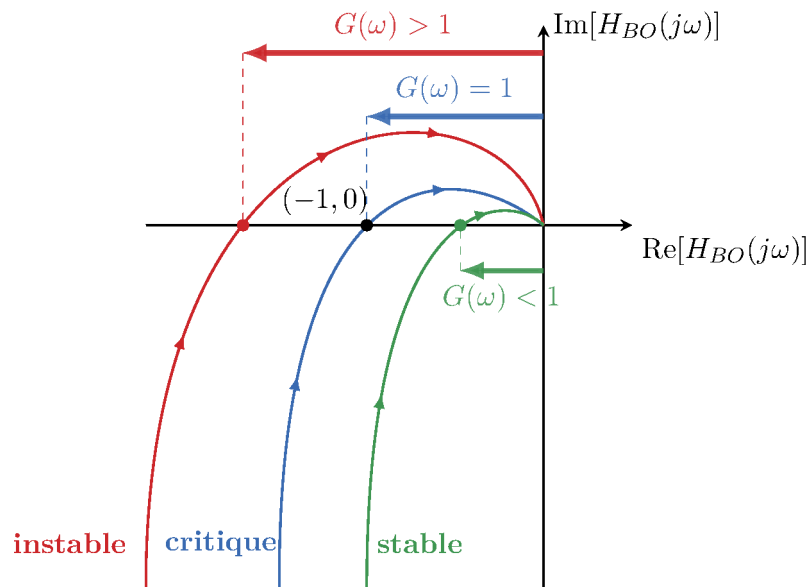
**Un système est stable en boucle fermée si lorsque le déphasage en boucle ouverte est de  $-180^\circ$  le module  $|H_{BO}(j\omega)|$  est strictement inférieur à 1.** Pour  $\omega_p$  telle que  $\phi = \arg(H_{BO}(j\omega_p)) = -\pi$  stable si  $|H_{BO}(j\omega_p)| < 1$  ou  $20 \log |H_{BO}(j\omega_p)| < 0$

Dans le plan complexe, un déphasage de  $-180^\circ$  et un module de 1 correspond au point critique de coordonnées  $(1, 0)$ .

Nous allons maintenant voir comment appliquer ce critère aux différentes représentations graphiques de la réponse harmonique.

### 3.1. Critère du revers dans le plan de Nyquist

Pour énoncer le critère du revers dans le plan de Nyquist. Il nous faut tracer le lieu de Nyquist de la fonction de transfert en boucle ouverte et observer comment il se comporte par rapport au point critique de coordonnées  $(-1,0)$  dans le plan complexe de  $H_{BO}(j\omega)$ . La figure 7.3 présente les lieux de Nyquist de trois systèmes : stable, instable et critique. Observons que dans le cas stable, le lieu de déphasage  $\phi = -\pi$  (c.a.d lorsque le lieu coupe l'axe des réels négatifs), le module ou le gain naturel  $G(\omega)$  (ou encore la distance à l'origine) est inférieur à 1. Dans le cas instable ce gain est supérieur à 1. Nous appellerons critique le système dont le lieu de Nyquist passe par le point critique de coordonnées  $(-1,0)$ .



**Figure 7.3.** – Représentation schématique de lieux de Nyquist de la fonction de transfert en boucle ouverte de trois systèmes asservis : stable, critique et instable.

Nous pouvons maintenant formuler le critère du revers de Nyquist :

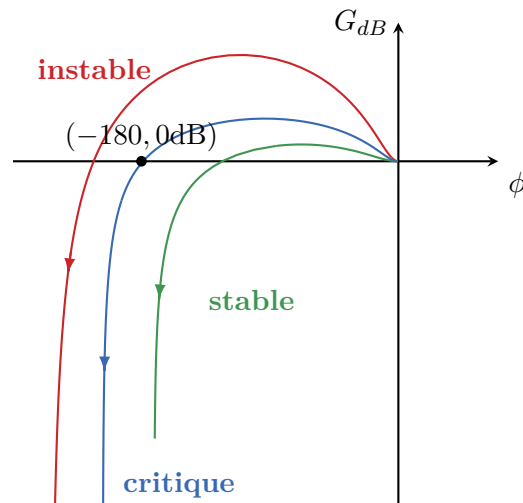
#### Critère du revers de Nyquist

Un système est stable en boucle fermée si lorsque parcourant le lieu de Nyquist de la boucle ouverte dans le sens des pulsations croissantes, on laisse le point critique sur la *gauche*.



## 3.2. Critère du revers dans le plan de Black

à compléter...



**Figure 7.4.** – Représentation schématique de lieux de Black de la fonction de transfert en boucle ouverte de trois systèmes asservis : stable, critique et instable.

**Critère du revers de Black**

Un système est stable en boucle fermée si lorsque parcourant le lieu de Black de la boucle ouverte dans le sens des pulsations croissantes, on laisse le point critique sur la *droite*.

### 3.3. Critère du revers dans le plan de Bode

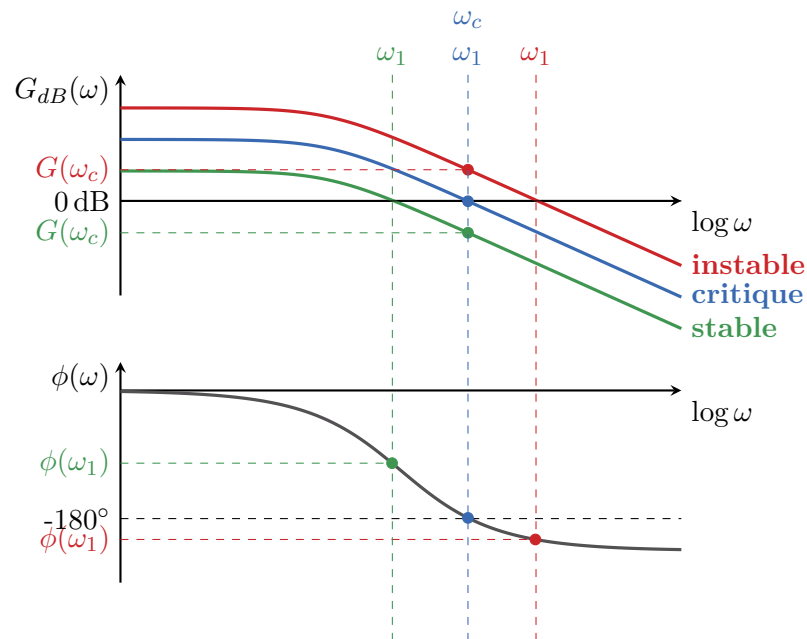
Il est possible d'appliquer le critère du revers au lieu de transfert de Bode en boucle ouverte. Le point critique dans le plan de Bode est représenté par deux verticales coupant les deux graphes en gain et en déphasage. De ce fait il faut vérifier deux conditions pour respecter le critère du revers dans le plan de Bode

#### Critère du revers de Bode (1)

Un système est stable en boucle fermée si, pour la pulsation  $\omega_1$  telle que le module de la fonction de transfert en boucle ouverte est égal à 1 (c.a.d  $H_{BO}(\omega_1) = 1$  ou 0 dB), le déphasage  $\phi(\omega_1)$  est supérieur à  $-180^\circ$

#### Critère du revers de Bode (2)

Un système est stable en boucle fermée si, pour la pulsation  $\omega_c$  (pulsation critique) telle que l'argument de la fonction de transfert en boucle ouverte (déphasage) est égale à  $-180^\circ$  (c.a.d  $\phi(\omega_c) = -180^\circ$ ), le gain  $G_{dB}(\omega_c)$  est négatif.



**Figure 7.5.** – Représentation schématique de lieux de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte de trois systèmes asservis : stable, critique et instable.

## 4. Marge de stabilité

Les critères de stabilité graphiques sont des critères qualitatifs, c'est à dire que l'on peut s'assurer qu'un système est stable ou instable (ou à la limite de la stabilité). Pour quantifier, la distance à la limite de stabilité c'est à dire au point critique, nous définissons les marges de stabilité (en phase et en gain). Ces marges de stabilités sont en générales imposées par le cahier des charges.

### 4.1. Marge de phase

La marge de phase  $M_\phi$  est définie par  $M_\phi = \pi + \arg H_{BO}(j\omega_{c0})$  où  $\omega_{c0}$  est la pulsation de coupure pour laquelle le gain naturel  $G(\omega_{c0}) = |H_{BO}(j\omega_{c0})| = 1$   $G_{dB}(\omega_{c0}) = 20 \log |H_{BO}(j\omega_{c0})| = 0$  dB

### 4.2. Marge de gain

La marge de gain  $M_G$  est définir par  $M_G = -20 \log |H(j\omega_\pi)|$  où  $\omega_\pi$  est la pulsation pour laquelle le déphasage vaut  $-180^\circ$   $\phi(\omega_\pi) = \arg(H_{BO}(j\omega_{c0})) = -\pi$  ou autrement l'argument du point critique dans le plan complexe.

## 5. Critère de Nyquist

Le critère de Nyquist généralise le critère du revers. Il s'appuie sur le principe de l'argument de Cauchy<sup>7 8</sup>. Nous suivrons la présentation « graphique » de ce théorème et du critère de Nyquist donné par [1].

### 5.0.1. Principe de l'argument de Cauchy

Soit un contour  $\mathcal{C}$  parcourant le plan complexe de la variable  $p$  dans le sens des aiguilles d'une montre et  $F(p)$  une fonction rationnelle ne possédant ni pôle ni zéro sur  $\mathcal{C}$ . Le théorème du principe de l'argument de Cauchy permet de relier, le nombre de pôles  $P$  et de zéros  $Z$  entourées par le contour  $\mathcal{C}$  au comportement de la courbe  $F(\mathcal{C})$  image  $F(p)$  de  $\mathcal{C}$ .

#### Énoncé du principe de l'argument de Cauchy

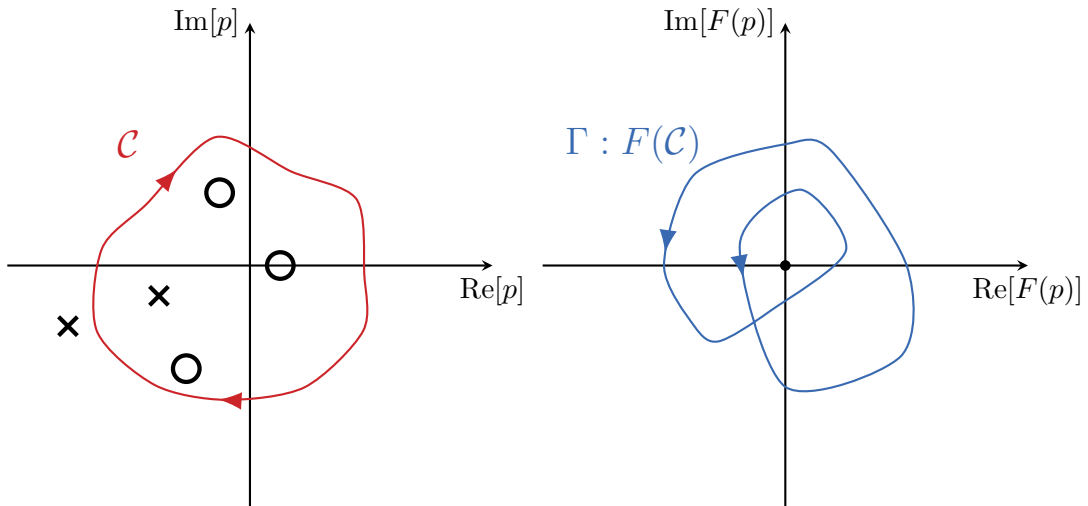
Si un contour  $\mathcal{C}$  contient  $Z$  zéros et  $P$  pôles d'une fonction analytique  $F(p)$  sans en traverser aucun, alors quand on le parcourt dans le sens anti-trigonométrique, le contour  $\Gamma = F(\mathcal{C})$  fait un nombre de tours  $N$  autour de l'origine dans le sens trigonométrique égal à,

$$N = Z - P$$

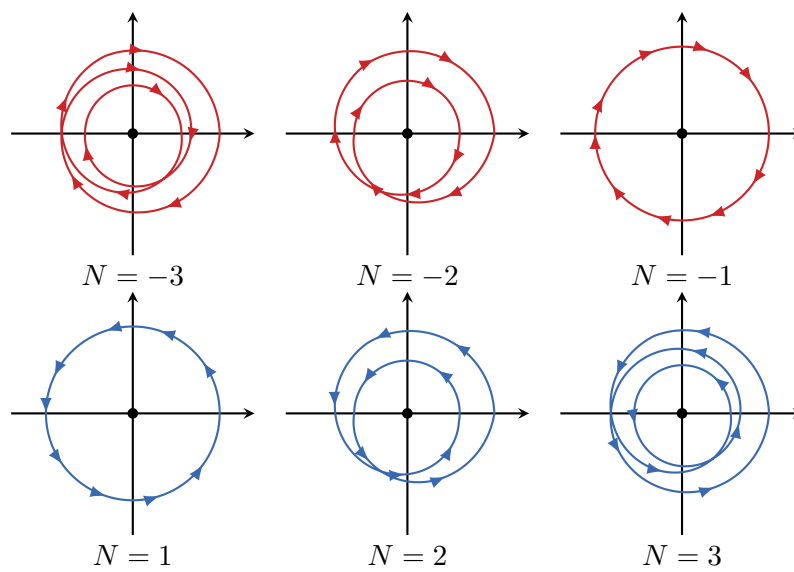
<sup>7</sup>Augustin Louis Cauchy (1789-1857), mathématicien français (X1807)

<sup>8</sup>Nous ne donnerons qu'une présentation élémentaire et sans démonstration de ce théorème. Un cours d'analyse complexe permettra de compléter cette présentation. On trouvera dans [4, 1], une introduction plus détaillée ainsi qu'une bibliographie très fournie sur le sujet.

On se rapportera à la [figure 7.6](#) pour un exemple d'application de ce principe. Dans cet exemple la fonction analytique  $F(p)$  possède 2 pôles et 3 zéros. Le contour entoure  $Z = 3$  zéros et  $P = 1$  pôle. Le contour  $\Gamma = F(\mathcal{C})$  fait alors  $N = Z - P = 2$  tours autour de l'origine dans le sens trigonométrique ( $N > 0$ ). Remarquons que les tours sont comptés positivement dans le sens trigonométrique (c.f [figure 7.7](#)).



**Figure 7.6.** – Représentation de la transformation d'un contour  $\mathcal{C}$  en son image par une fonction analytique  $F(p)$ . Dans cet exemple, on observe (droite) que  $\mathcal{C}$  entoure  $Z = 3$  zéros et  $P = 1$  pôle (gauche) l'image fait alors  $N = 3 - 1 = 2$  tours autour de l'origine.



**Figure 7.7.** – Représentation schématique du nombre de tours autour de l'origine de l'image d'une fraction rationnelle d'un contour fermé. Le sens positif est celui du sens trigonométrique.

### 5.0.2. Contours de Nyquist et de Bromwich

Pour pouvoir appliquer le critère de Nyquist par l'intermédiaire du principe de l'argument de Cauchy, il nous faut définir le contour orienté dans le plan  $p$  qui entoure la zone instable (c.a.d le demi-plan à partie réelle positive). Nous présentons deux types de contours le contour de Nyquist et ceux de Bromwich<sup>9</sup>

La figure 7.8 présente les contours classiques pour l'application du critère de Nyquist. Ces contours sont composés de tout l'axe des imaginaires, d'un demi cercle de rayon infini centré sur l'origine et dans le cas où  $p = 0$  est un pôle ou un zéro de la fonction de transfert en boucle ouverte, le contour est également composé d'un cercle de rayon  $r \rightarrow 0$  centré sur les pôles nuls.

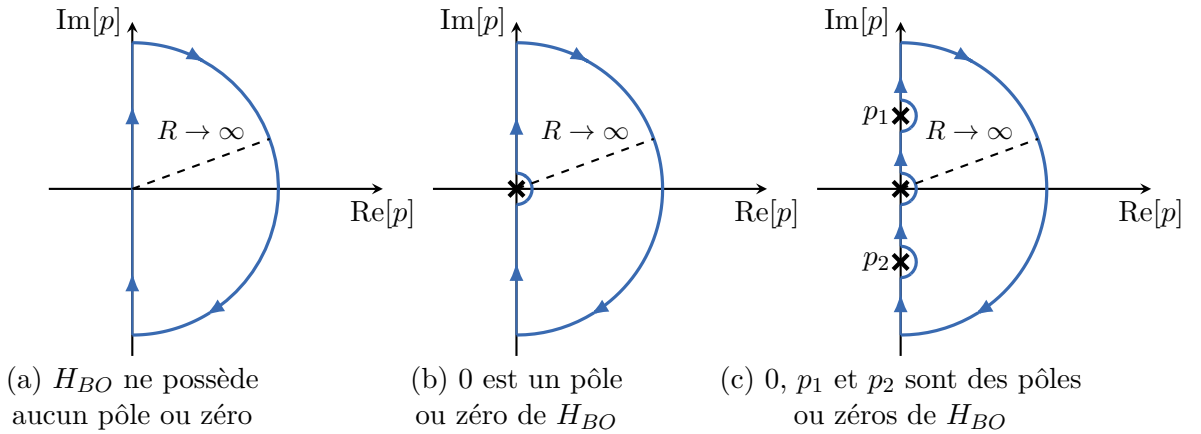


Figure 7.8. – (a) Contour de Nyquist et (b,c) contours de Bromwich.

#### Contour de Nyquist

La figure 7.8 (a) présente le contour de Nyquist. Celui-ci est composé de 3 portions :

- **I** : l'axe des imaginaires positifs pour laquelle  $p = j\omega$  avec  $\omega \in [0, \infty[$ ,
- **II** : un demi-cercle de rayon  $R$  entourant tout le demi-plan complexe de partie réelle positive et pour lequel  $p = Re^{j\theta}$  avec  $R \rightarrow \infty$  et  $\theta \in [0, \pi/2]$ ,
- **III** : l'axe des imaginaires négatifs pour laquelle  $p = -j\omega$  avec  $\omega \in ]-\infty, 0]$ , symétrique de **I**

L'image de la portion **I** est donné par  $H_{BO}(\mathbf{I}) = H_{BO}(j\omega)$ , ce qui correspond au lieu de Nyquist pour  $\omega \in [0, \infty[$ . L'image de la portion **II** est l'origine du plan en 0. L'image de la portion **III** peut être déterminé à partir de l'image de la portion **I** par symétrie par rapport à l'axe des réels<sup>10</sup>.

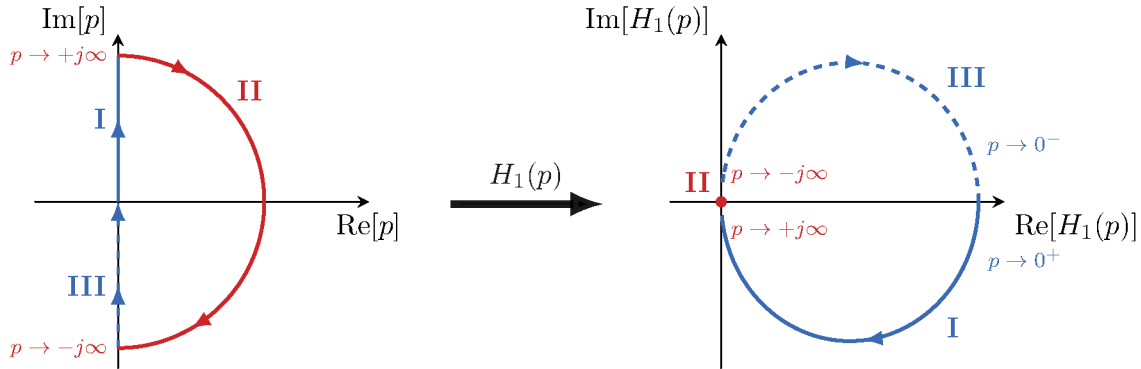
<sup>9</sup>Thomas John l'Anson Bromwich (1875-1929), mathématicien anglais.

<sup>10</sup>On notera en effet que  $H_{BO}(-j\omega) = \text{Re}[H_{BO}(j\omega)] - \text{Im}[H_{BO}(j\omega)]$

**Exemple**

Déterminons l'image par le contour de Bromwich de la fonction de transfert suivante :

$$H_1(p) = \frac{1}{1+p}$$



**Figure 7.9.** – Exemple de représentation d'un lieu complet de Nyquist d'une fonction de transfert  $H_1(p)$  par l'image du contour de Nyquist.

**Contour de Bromwich**

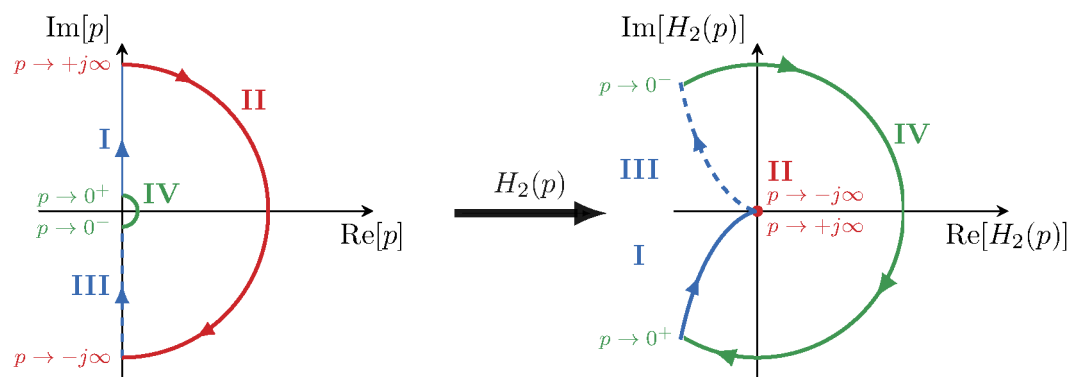
La **figure 7.8** (b) présente un contour de Bromwich dans le cas  $p = 0$  est pôle de la fonction de transfert. Celui-ci est composé de 4 portions :

- **I** : l'axe des imaginaires positifs pour laquelle  $p = j\omega$  avec  $\omega \in [0, \infty[$ ,
- **II** : un demi cercle de rayon  $R$  entourant tout le demi-plan complexe de partie réelle positive et pour lequel  $p = Re^{j\theta}$  avec  $R \rightarrow \infty$  et  $\theta \in [0, \pi/2]$ ,
- **III** : l'axe des imaginaires négatifs pour laquelle  $p = -j\omega$  avec  $\omega \in ]-\infty, 0]$ , symétrique de **I**
- **IV** : un demi cercle de rayon  $r$  contournant l'origine pour lequel  $p = re^{j\theta}$  avec  $r \rightarrow 0$  et  $\omega \in ]-\infty, 0]$ .

**Exemple**

Déterminons l'image par le contour de Bromwich de la fonction de transfert suivante :

$$H_2(p) = \frac{1}{p(1+p)}$$



**Figure 7.10.** – Exemple de représentation d'un lieu complet de Nyquist d'une fonction de transfert  $H_2(p)$  possédant un pôle nul par l'image du contour de Bromwich.





# Annexes



## **A. Alphabet Grec**

Nom	Minuscule	Majuscule	Correspondance latine	Usages courants
alpha	$\alpha$	A	a	angles
bêta	$\beta$	B	b	angles
gamma	$\gamma$	$\Gamma$	g	angles
delta	$\delta$	$\Delta$	d	variations
epsilon	$\epsilon, \varepsilon$	E	e	petite quantité
zéta	$\zeta$	Z	z	-
êta	$\eta$	H	é (long)	rendement
thêta	$\theta, \vartheta$	$\Theta$	th	angles
iota	$\iota$	I	i	-
kappa	$\kappa, \varkappa$	K	k	-
lambda	$\lambda$	$\Lambda$	l	longueur, densité linéique
mu	$\mu$	M	m	masse réduite
nu	$\nu$	N	n	fréquence
ksi	$\xi$	$\Xi$	ks	coefficient sans dimension
omicron	o	O	o	-
pi	$\pi, \varpi$	$\Pi$	p	$\Pi$ : plan
rhô	$\rho, \varrho$	P	r	densité volumique
sigma	$\sigma, \varsigma$	$\Sigma$	s	$\sigma$ : densité surfacique, $\Sigma$ : Système
tau	$\tau$	T	t	temps, durée relative
upsilon	$\upsilon$	Y	u	-
phi	$\phi, \varphi$	$\Phi$	f,ph	angles
khi	$\chi$	X	kh	coefficients
psi	$\psi$	$\Psi$	ps	fonction d'onde
oméga	$\omega$	$\Omega$	ô	vitesse angulaire, angle solide

**Tableau A.1.** – Lettres de l'alphabet Grec et leurs usages courants en physique (non exhaustifs)



# Références

- [1] Régulation automatique (analogique) (REG). <http://php.iai.heig-vd.ch/~mee/>.
- [2] <http://www.demosciences.fr/projets/scilab-xcos/-utilisation/premiers-pas>.
- [3] Xcos pour les vrais debutants. <https://scilab.developpez.com/tutoriels/debuter/apprendre-xcos-debutant/>.
- [4] Denis Arzelier. Représentation et analyse des systèmes lineaires (pc7bis), 2005.
- [5] B. Bayle and J. Gangloff. Systèmes et asservissements à temps continu, 2009.
- [6] S. L. Campbell, J.-P. Chancelier, and R. Nikoukhah. *Modeling and Simulation in Scilab/Scicos*. Springer, 2006.
- [7] H. Garnier. <http://w3.cran.univ-lorraine.fr/hugues.garnier/?q=content/teaching>.
- [8] Y. Granjon. *Automatique : systèmes linéaires, non linéaires, à temps continu, à temps discret, représentation d'état, événements discrets*. Dunod, Paris, 2015.
- [9] E. Laroche and H. Halalchi. Asservissement des systèmes lineaires à temps continu. <http://eavr.u-strasbg.fr/~laroche/student>.
- [10] O. Le Gallo. *Automatique des systèmes mécaniques : Cours, travaux pratiques et exercices corrigés*. Sciences de l'ingénieur. Dunod, 2009.
- [11] Joe Mabel. Régulateur à boules au Georgetown PowerPlant Museum à Seattle. CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=5694146>.
- [12] B. Marx. Outils Mathématiques pour l'ingénieur - Traitement du Signal. <http://w3.cran.univ-lorraine.fr/perso/benoit.marx/enseignement.html>.
- [13] B. Marx. Contrôle des systèmes linéaires. <http://w3.cran.univ-lorraine.fr/perso/-benoit.marx/enseignement.html>.
- [14] F. Orioux. *Automatique : Systèmes linéaires et asservissements*. Notes de Cours, Master 2 Outils et systèmes de l'astronomie et de l'Espace, 20017-1018.
- [15] E. Ostertag. *Systèmes et asservissements continus : Modélisation, analyse, synthèse des lois de commande*. Ellipses Marketing, 2004.
- [16] R. Papanicola. Schéma-blocs avec PGF/TIKZ. <https://sciences-indus-cpge.papanicola.info/IMG/pdf/schema-bloc.pdf>.
- [17] R. Papanicola. *Sciences industrielles PCSI : Mécanique et automatique*. Ellipses Marketing, 2003.

- [18] R. Papanicola. *Sciences industrielles PSI : Mécanique et automatique*. Ellipses Marketing, 2010.
- [19] Marsyas-Travail personnel. Clepsydre athénienne reconstituée, Musée de l'Agora antique d'Athènes. CC BY-SA 2.5, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=476174>.
- [20] Consortium Scilab. Introduction to Scilab. [www.scilab.org/content/download/247/1702/file/introscilab.pdf](http://www.scilab.org/content/download/247/1702/file/introscilab.pdf).
- [21] S. Steer and Y. Degré. *Scilab : De la théorie à la pratique - II. Modéliser et simuler avec Xcos*. Éditions D-BookeR, 2014.
- [22] C. Sueur, P. Vanheeghe, and P. Borne. *Automatique des systèmes continus*. Editions Technip.
- [23] E. Thomas. TP Scilab. [http://cpgeptljg.free.fr/scenari/TP\\_INFO/TP\\_info\\_12\\_ordre/co/module\\_TP\\_1\\_2\\_ordre\\_5.html](http://cpgeptljg.free.fr/scenari/TP_INFO/TP_info_12_ordre/co/module_TP_1_2_ordre_5.html).



# Index

Critère de stabilité

    Critère de Nyquist, 175

Hurwitz, Adolf, 164

Point critique, 169

Principe de l'argument de Cauchy, 175

Routh, Edward, 164



# Acronymes

**DES** Décomposition en Éléments Simples

**FTBF** Fonction de Transfert en Boucle Fermée

**FTBO** Fonction de Transfert en Boucle Ouverte

**FTCD** Fonction de Transfert de la Chaîne Directe

**FTCR** Fonction de Transfert de la Chaîne de Retour

**MEI** Matière-Énergie-Information

**MIMO** Multiple Input Multiple Output

**SISO** Single Input Single Output

**SLCI** Système Linéaire Continu et Invariant

**TL** Transformée de Laplace



# Glossaire

<b>Asservissement</b>	L'asservissement consiste à contrôler un système dynamique pour que sa réponse temporelle suive une consigne variable au cours du temps.
<b>Régulation</b>	La régulation est un particulier d'asservissement consistant à garder une consigne constante en présence de perturbation.



# Liste des Symboles

$t$	Variable temporelle
$p$	Indéterminée de polynôme
$s(t)$	Fonction/Signal dans le domaine temporel
$S(p)$	Fonction/Signal dans le domaine de Laplace de la fonction $s(t)$
$u(t)$	Fonction échelon unité ou de Heaviside
$\delta(t)$	Distribution de Dirac
$r(t)$	Fonction rampe unité
$\mathcal{L}\{f(t)\}$	Transformation de Laplace de la fonction $f(t)$
$\mathcal{L}^{-1}\{F(p)\}$	Transformation de Laplace inverse de la fonction $F(p)$
$H(p)$	Fonction de transfert
$N(p)$	Polynôme du numérateur d'une fraction rationnelle
$D(p)$	Polynôme du dénominateur d'une fraction rationnelle
$\omega$	Pulsation
$H(j\omega)$	Nombre complexe associé à la fonction de transfert $H(p)$
$E_0$	Paramètre dimensionnelle d'amplitude de l'entrée
$K$	Gain statique
$\omega_0$	Pulsation propre
$\text{Im}[H(j\omega)]$	Partie imaginaire du nombre complexe $H(j\omega)$
$\text{Re}[H(j\omega)]$	Partie réelle du nombre complexe $H(j\omega)$
$\xi$	Coefficient d'amortissement

$G(\omega)$	Gain naturel de la réponse harmonique en fonction de la pulsation
$G_{dB}(\omega)$	Gain en dB de la réponse harmonique en fonction de la pulsation
$\phi(\omega)$	Déphasage de la réponse harmonique en fonction de la pulsation
$D_k$	k-ème dépassement
$t_{5\%}$	Temps de réponse à 5%





