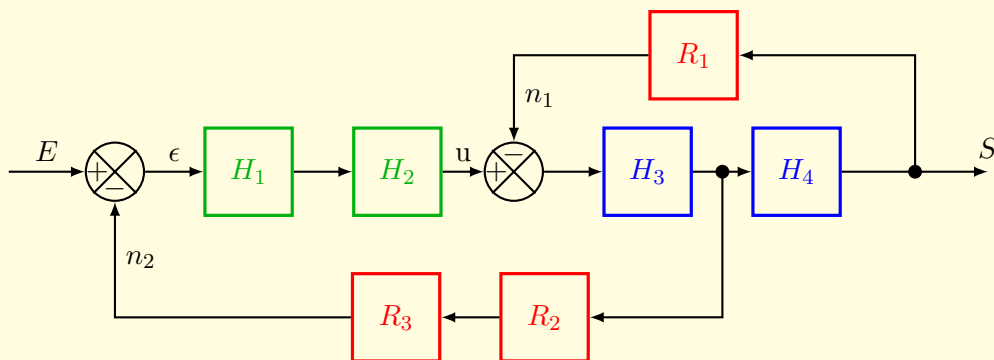


Systèmes mécaniques et automatiques

Notes de cours IngéSpé

Automatique Linéaire



ANNÉE 2019–2020

Systèmes mécaniques et automatiques

Notes de cours IngéSpé

Automatique Linéaire

Filipe Manuel Vasconcelos

écrit sous L^AT_EX, TikZ
version de janvier 2020.

Ce document est mis à disposition selon les termes de la licence
Creative Commons “Attribution - Partage dans les mêmes conditions 4.0 International”.



Ce document est destiné aux étudiants du cycle prépa de l'ESME SUDRIA. En constante évolution, il ne pourra que s'améliorer avec votre concours. N'hésitez pas à me communiquer vos remarques et/ou corrections par mail : filipe.vasconcelos@esme.fr

Table des matières

Table des matières	5
Avant-propos	11
Chapitre 1 Systèmes linéaires, continus...	13
1. Introduction	14
2. Définition SLCI	15
2.1. Système	15
2.2. Système à temps continu	16
2.3. Système linéaire	16
2.4. Système causal	16
2.5. Système invariant	17
2.6. Système stable	17
2.7. Modélisation d'un système linéaire continu et invariant	17
3. Modélisation d'un signal	19
3.1. Propriétés générales des signaux continus (analogiques)	20
3.2. Signaux usuels rencontrés...	22
4. La transformée de Laplace	28
4.1. Définition	28
4.2. Propriétés	28
4.3. Transformées des signaux usuels	32
4.4. Application de la transformée de Laplace	34
5. Fonction de Transfert	39
5.1. Définition	39
5.2. Fonction de transfert et réponse impulsionnelle	39
5.3. Représentation de la fonction de transfert	39
Chapitre 2 Schéma fonctionnels	45
1. Introduction	46
2. Éléments de base des schémas fonctionnels	46
3. Transformation des schémas fonctionnels	48
3.1. Réduction de schéma-bloc	48
3.2. Manipulation de schéma-bloc	51
4. Cas d'entrées multiples	52
5. Réduction de schéma-bloc de grande taille	53
5.1. Exemple à entrée simple	54
5.2. Exemple à entrées multiples	56
6. Graphe de fluence	58
6.1. Définitions	58

6.2.	Algèbre des graphes de fluences	59
6.3.	Règle de Mason	62
Chapitre 3	Modélisation des SLCI	65
1.	Introduction	66
2.	Système du premier ordre	67
2.1.	Définition d'un système du premier ordre	67
2.2.	Fonction de transfert d'un système du premier ordre	67
2.3.	Pôle de la fonction de transfert du premier ordre	67
2.4.	Réponses temporelles d'un système du premier ordre	67
3.	Système du second ordre	72
3.1.	Définition d'un système du second ordre	72
3.2.	Fonction de transfert d'un système du second ordre	72
3.3.	Pôles de la fonction de transfert du second ordre	72
3.4.	Réponses temporelles d'un système du second ordre	74
3.5.	Cas particulier de l'oscillateur harmonique	89
4.	Autres modèles particuliers	90
4.1.	Gain pur	90
4.2.	Intégrateur pur	90
4.3.	Dérivateur pur	91
4.4.	Retard pur	91
5.	Généralisation des modèles de SLCI	92
5.1.	Systèmes d'ordre supérieur à 2	92
5.2.	Exemple d'une fonction de transfert d'ordre 3	93
6.	Identification d'un modèle de comportement	94
6.1.	Formule de Bureau	94
6.2.	Modèle de Strejc	94
Chapitre 4	Analyse fréquentielle	95
1.	Réponse harmonique	96
1.1.	Exemple de réponse harmonique dans le domaine temporel	98
2.	Représentation graphique de la réponse harmonique	99
2.1.	Diagramme de Bode	100
2.2.	Diagramme de Nyquist	101
2.3.	Diagramme de Black-Nichols	101
3.	Analyse fréquentielle des modèles usuels	102
3.1.	Diagrammes de Bode : méthodologie générale	102
3.2.	Diagrammes de Nyquist : méthodologie générale	119
3.3.	Diagrammes de Black : méthodologie générale	128
4.	Etude du transitoire de la réponse harmonique	128
4.1.	Exemple d'un système du premier ordre	128
4.2.	Exemple d'un système du second ordre	129
Chapitre 5	Asservissements des systèmes linéaires	131
1.	Introduction	132

2.	Organisation d'un asservissement	134
2.1.	Schémas fonctionnels associés aux systèmes asservis	134
2.2.	Présence d'une perturbation : la régulation	135
2.3.	Schéma fonctionnel complet	135
2.4.	Fonctions de transferts associées à un système asservi	138
3.	Asservissement des SLCI modèles	139
3.1.	Asservissement d'un intégrateur	139
3.2.	Asservissement d'un système du premier ordre	140
3.3.	Asservissement d'un système du second ordre	140
Chapitre 6	Performances des systèmes asservis	143
1.	Introduction	144
2.	Précision	144
2.1.	Précision en boucle ouverte	144
2.2.	Précision en boucle fermée	145
2.3.	Effet d'une perturbation	148
3.	Rapidité	152
3.1.	Réponse temporelle	152
3.2.	Réponse harmonique	158
3.3.	Influence des pôles dominants	158
Chapitre 7	Stabilité des systèmes asservis	161
1.	Contexte et critère de stabilité fondamentale	162
2.	Critère algébrique de Routh	164
2.1.	Tableau de Routh	165
2.2.	Exemple d'application du critère de Routh-Hurwitz	167
3.	Critère graphique du revers	169
3.1.	Critère du revers dans le plan de Nyquist	172
3.2.	Critère du revers dans le plan de Black	173
3.3.	Critère du revers dans le plan de Bode	174
4.	Critère de Nyquist	175
Chapitre 8	Correction des systèmes asservis	181
1.	Nécessité de la correction	182
2.	Correcteur P, I et D	182
3.	Correcteur PI et PD	182
4.	Correcteur PID	182
Chapitre 9	Initiation à la représentation d'état	183
Annexes		187
Annexe A	Alphabet Grec	187
Annexe B	Unités du Système International	189
Annexe C	Pierre-Simon de Laplace	191
Annexe D	Transformation de Laplace	193
1.	Définitions	193
2.	Propriétés	193
3.	Table des transformées de Laplace	195

Annexe E	Rappel sur les nombres complexes	197
Annexe F	Équations différentielles à coefficients constants	203
1.	Résolution équation différentielle du premier ordre	203
1.1.	Sans second membre	203
Annexe G	Décomposition en éléments simples	207
1.	Contexte	207
2.	Fractions rationnelles rencontrées en automatique	207
3.	Décomposition en éléments simples	208
4.	Détermination des coefficients de la DES	209
4.1.	Par identification	209
Annexe H	Systèmes du second ordre	211
1.	Abaques de la réponse temporelle	212
2.	Analyse fréquentielle	217
Annexe I	Initiation à Scilab	217
1.	Présentation générale	217
2.	Syntaxe : console	218
3.	Polynômes et fractions rationnelles	219
4.	Vecteurs et matrices	221
5.	Tracer de figures	225
6.	Programmation	226
7.	SLCI avec Scilab	228
7.1.	Définition d'un système linéaire	228
7.2.	Simulation temporelle d'un système linéaire	229
7.3.	Système du premier ordre	230
7.4.	Carte des pôles et zéros	233
7.5.	Asservissement	233
8.	Scilab-Xcos	234
8.1.	Lancer Xcos	234
8.2.	Diagramme simple	234
8.3.	Simulation	234
8.4.	Blocs « To Workspace » ou « From Workspace »	235
Annexe J	Échelle logarithmique et le décibel	237
1.	Rappel sur le logarithme décimal	237
2.	Échelle logarithmique décimale	237
3.	Le décibel	239
4.	Diagramme de Bode	239
5.	Tracé d'un diagramme de Bode avec Scilab	242
Annexe K	Transformée de Laplace inverse	243
1.	Contexte	243
2.	Méthode de Gaver-Stehfest	243
3.	Méthode de Talbot fixe	243
	Références	245
	Acronymes	249

Glossaire	251
Liste des Symboles	253

Avant-propos

Programme

Ce cours est une introduction à l'**automatique** pour des étudiants de deuxième année de classe préparatoire scientifique.

L'objectif principal de l'automatique est de permettre le contrôle des **systèmes dynamiques** de toutes natures que ce soient : mécanique, chimique, électronique, optique, thermique, acoustique. . . . Tout en respectant certaines contraintes de performances (rapidité, précision, stabilité. . .).

Nous limiterons notre étude aux **systèmes linéaires continus et invariants**. La **modélisation** de ces systèmes passe par la mise en équation du comportement physique des systèmes sous forme d'équations différentielles. Cette étape ne fait pas à proprement parler partie d'un cours d'automatique, en effet chacune des disciplines construisent cette modélisation en se basant sur les principes et les hypothèses les plus adaptés à un problème donné. La modélisation permet une étude systématique des équations différentielles en proposant des modèles généraux et ce quelque soit la nature du procédé.

L'**analyse** nous permettra de caractériser et d'identifier ces modèles à partir des réponses aux sollicitations et de leurs performances.

Le **contrôle** est un concept très générale permettant de regrouper toutes les méthodes et techniques permettant de commander un système dynamique. Dans ce cours nous présenterons que les principes d'asservissement et de régulation. Nous verrons comment il est possible d'élaborer une commande adaptée (corrigée) pour un procédé quelconque, notamment lorsque ceux-ci présenteront des défauts de performance.

Organisation du document

Les chapitres suivent un découpage classique autour des trois piliers discutés précédemment que sont la **modélisation**, l'**analyse** et le **contrôle**. (c.f **Figure A**).

Le lecteur pourra s'appuyer sur un grand nombre d'annexes qui ont pour objectifs de rappeler et de détailler des notions prérequis ou encore approfondir quelques aspects hors programme pour une deuxième lecture.

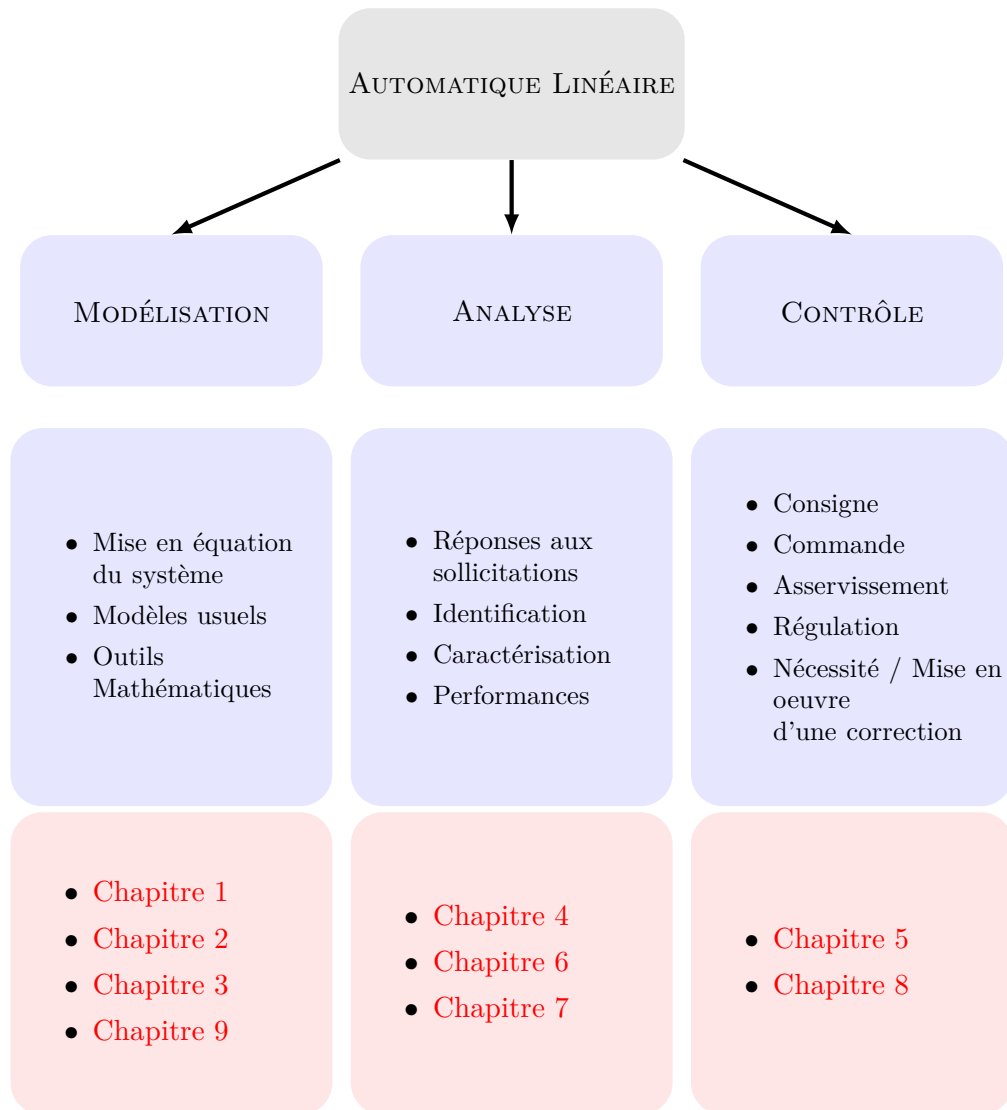


Figure A. – Organisation du document.

Annexes

A. Alphabet Grec

Nom	Minuscule	Majuscule	Correspondance latine	Usages courants
alpha	α	A	a	angles
bêta	β	B	b	angles
gamma	γ	Γ	g	angles
delta	δ	Δ	d	variations
epsilon	ϵ, ε	E	e	petite quantité
zéta	ζ	Z	z	-
êta	η	H	é (long)	rendement
thêta	θ, ϑ	Θ	th	angles
iota	ι	I	i	-
kappa	κ, \varkappa	K	k	-
lambda	λ	Λ	l	longueur, densité linéique
mu	μ	M	m	masse réduite
nu	ν	N	n	fréquence
ksi	ξ	Ξ	ks	coefficient sans dimension
omicron	o	O	o	-
pi	π, ϖ	Π	p	Π : plan
rhô	ρ, ϱ	P	r	densité volumique
sigma	σ, ς	Σ	s	σ : densité surfacique, Σ : Système
tau	τ	T	t	temps, durée relative
upsilon	υ	Y	u	-
phi	ϕ, φ	Φ	f,ph	angles
khi	χ	X	kh	coefficients
psi	ψ	Ψ	ps	fonction d'onde
oméga	ω	Ω	ô	vitesse angulaire, angle solide

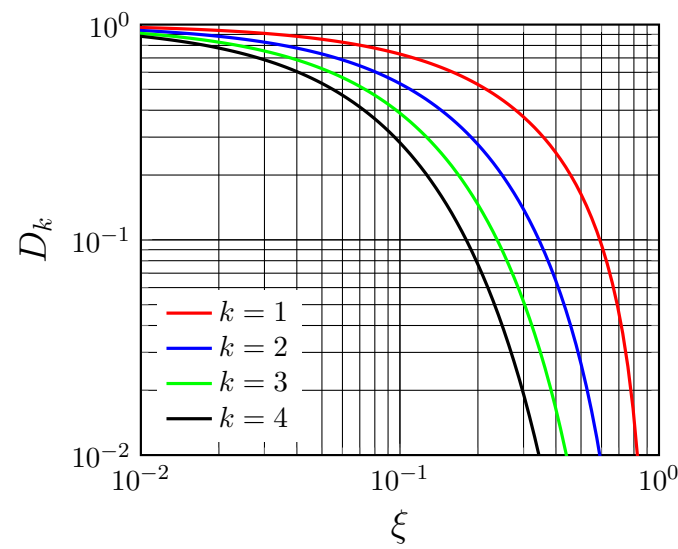
Tableau A.1. – Lettres de l'alphabet Grec et leurs usages courants en physique (non exhaustifs)

H. Systèmes du second ordre

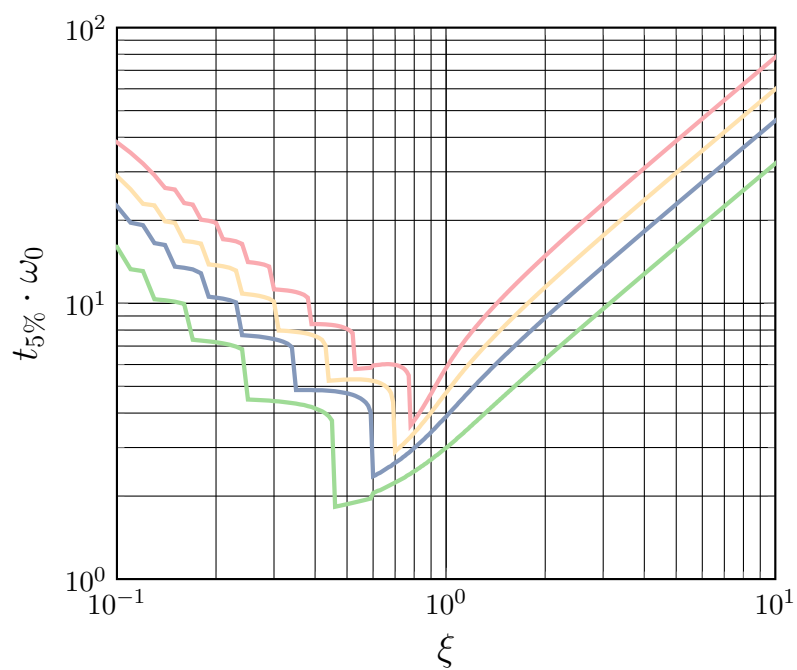
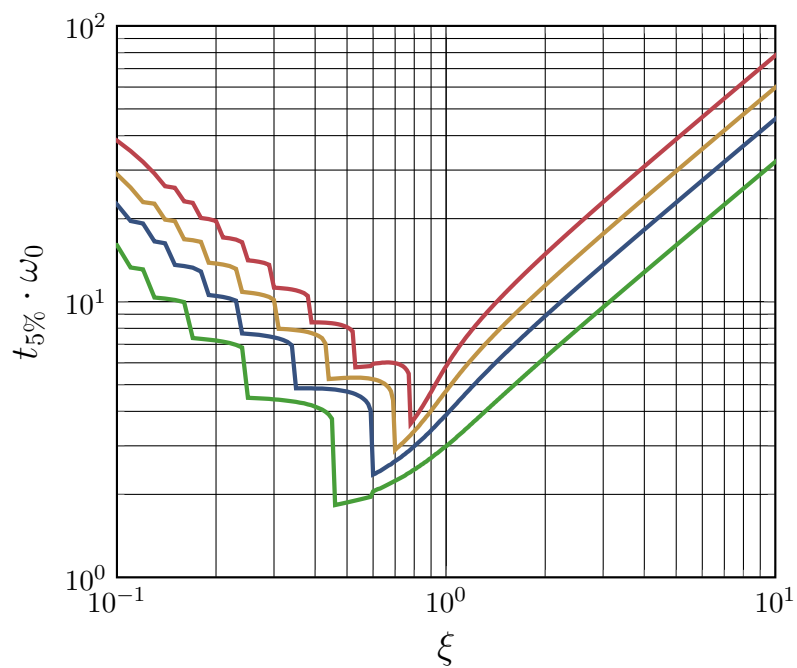
Nous regroupons dans cette annexe les différents résultats obtenus lors de l'étude des systèmes linéaires du second ordre. Ces ré

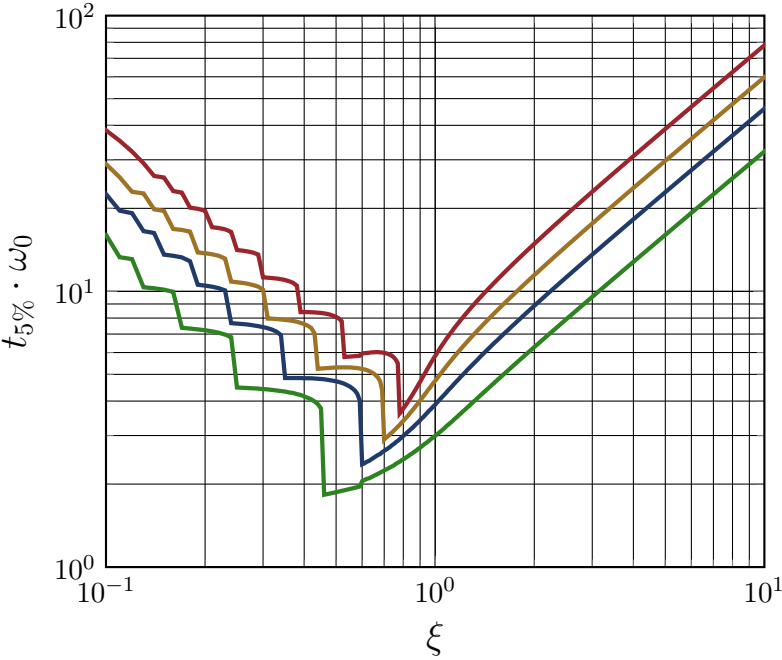
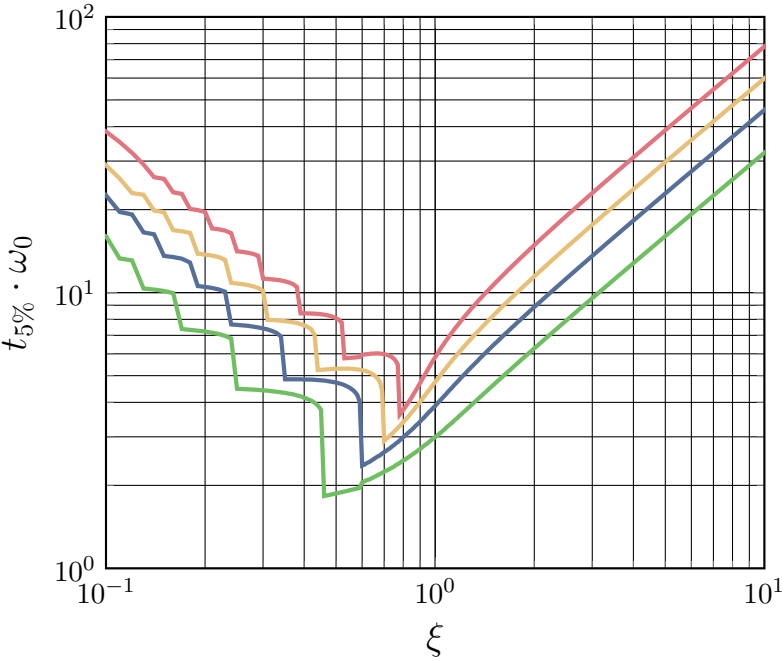
1. Abaques de la réponse temporelle

Dépassement



Temps de réponse à 5%





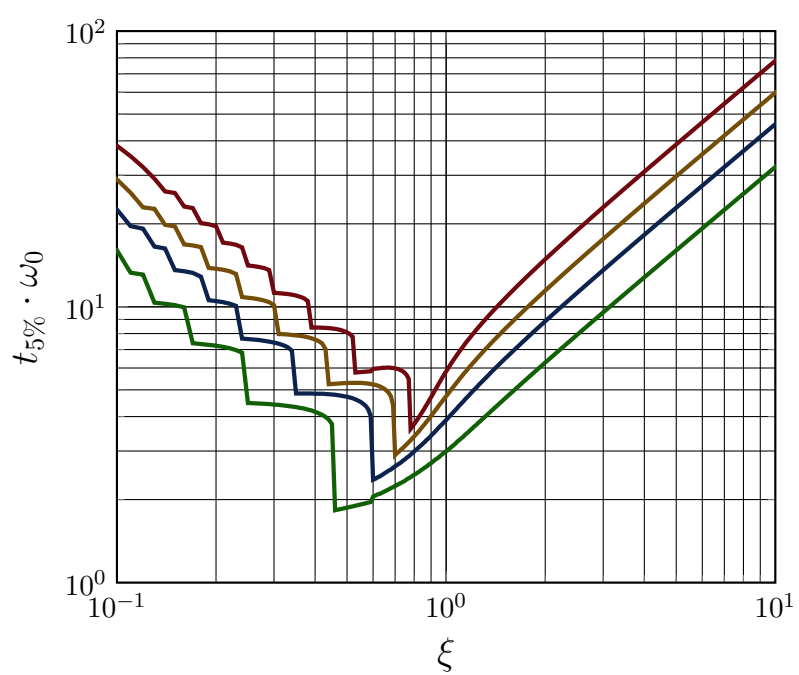
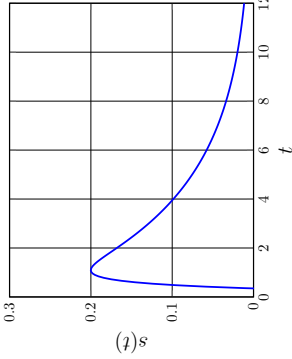
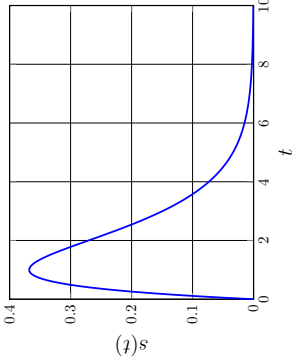
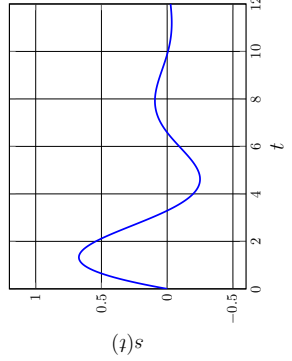
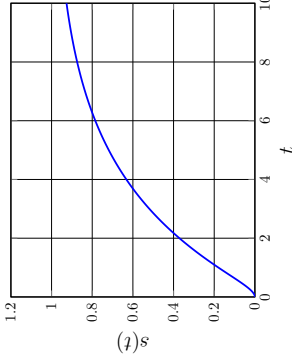
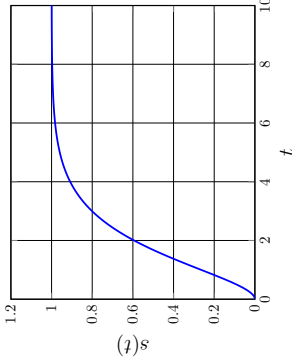
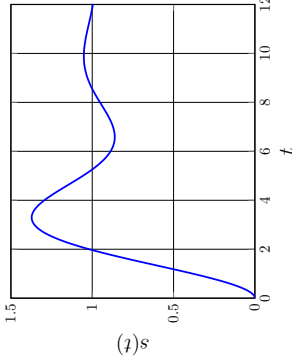
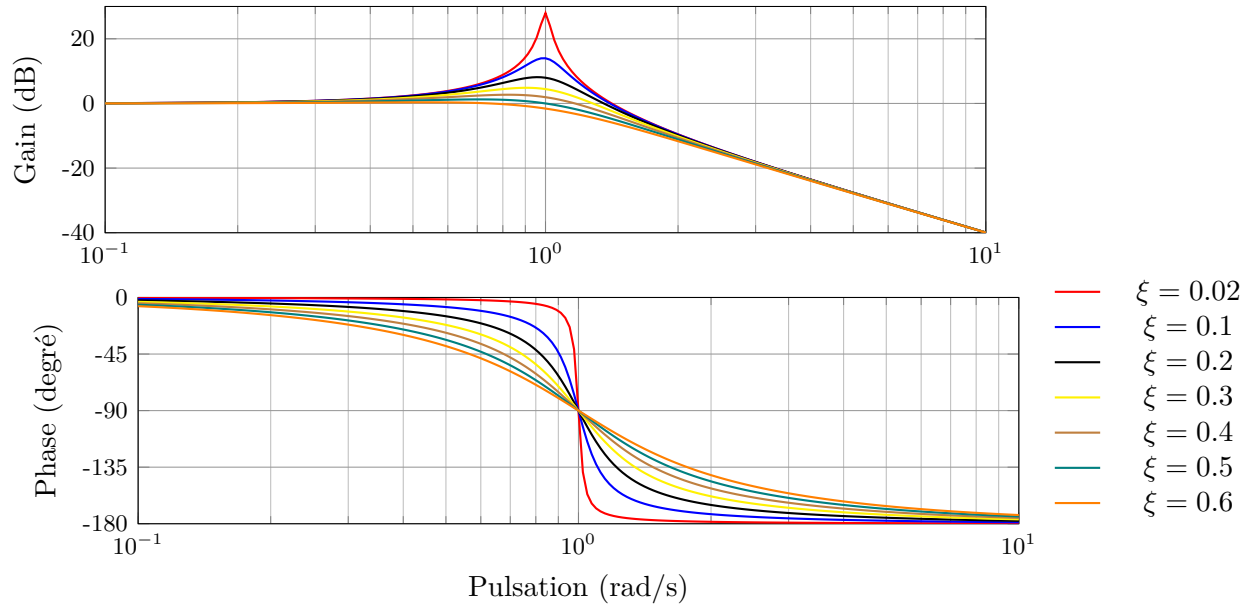


Tableau H.1. – Réponses temporelles d'un système du 2nd ordre pour les différents régimes.

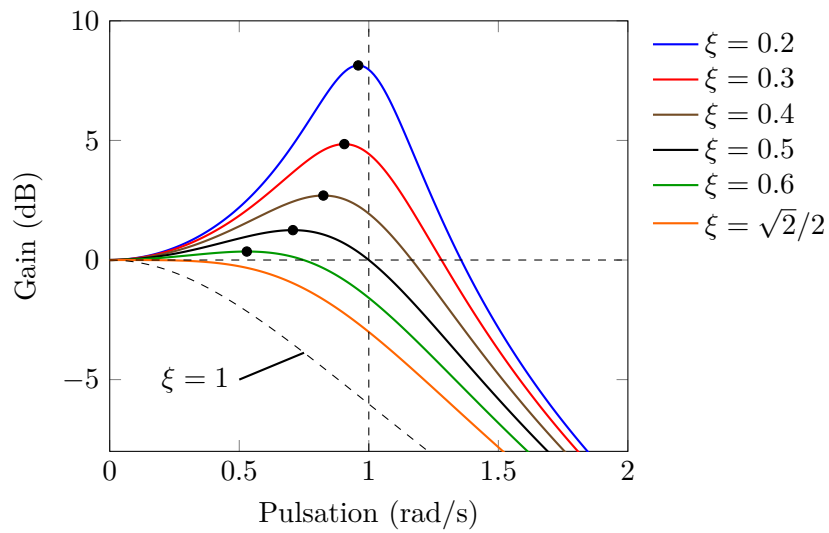
Réponse	Régime apériodique ($\xi > 1$)	Régime critique ($\xi = 1$)	Régime pseudo-périodique ($0 < \xi < 1$)
Réponse impulsionnelle	 $s(t) = \frac{1}{\tau_1 - \tau_2} \left(e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right)$	 $s(t) = \frac{t}{\tau^2} e^{-\frac{t}{\tau}}$	 $s(t) = \frac{\omega_d}{1 - \xi^2} e^{-\xi \omega_0 t} \sin \omega_d t$
Réponse indicielle	 $s(t) = 1 + \frac{1}{\tau_1 - \tau_2} \left(\tau_2 e^{-\frac{t}{\tau_2}} - \tau_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}} \right)$	 $s(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{t}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$	 $s(t) = 1 - \frac{e^{-\xi \omega_0 t}}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin(\omega_d t + \phi)$
Paramètres : (pour tous) $K = 1$, $E_0 = 1$ (apériodique) $\xi = 2$, $\omega_0 = 1$ (ie $\tau_1 = 3.73$ et $\tau_2 = 0.26$) (critique) $\xi = 1$, $\omega_0 = 1$ (ie $\tau = 1$) (pseudo-périodique) $\xi = 0.3$ et $\omega_0 = 1$			

2. Analyse fréquentielle

Diagramme de Bode



Phénomène de résonance



Références

- [1] Régulation automatique (analogique) (REG). <http://php.iai.heig-vd.ch/~mee/>.
- [2] <http://www.demosciences.fr/projets/scilab-xcos/-utilisation/premiers-pas>.
- [3] Xcos pour les vrais debutants. <https://scilab.developpez.com/tutoriels/debuter/apprendre-xcos-debutant/>.
- [4] Denis Arzelier. Représentation et analyse des systèmes lineaires (pc7bis), 2005.
- [5] B. Bayle and J. Gangloff. Systèmes et asservissements à temps continu, 2009.
- [6] S. L. Campbell, J.-P. Chancelier, and R. Nikoukhah. *Modeling and Simulation in Scilab/Scicos*. Springer, 2006.
- [7] H. Garnier. <http://w3.cran.univ-lorraine.fr/hugues.garnier/?q=content/teaching>.
- [8] Y. Granjon. *Automatique : systèmes linéaires, non linéaires, à temps continu, à temps discret, représentation d'état, événements discrets*. Dunod, Paris, 2015.
- [9] E. Laroche and H. Halalchi. Asservissement des systèmes lineaires à temps continu. <http://eavr.u-strasbg.fr/~laroche/student>.
- [10] O. Le Gallo. *Automatique des systèmes mécaniques : Cours, travaux pratiques et exercices corrigés*. Sciences de l'ingénieur. Dunod, 2009.
- [11] Joe Mabel. Régulateur à boules au Georgetown PowerPlant Museum à Seattle. CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=5694146>.
- [12] B. Marx. Outils Mathématiques pour l'ingénieur - Traitement du Signal. <http://w3.cran.univ-lorraine.fr/perso/benoit.marx/enseignement.html>.
- [13] B. Marx. Contrôle des systèmes linéaires. <http://w3.cran.univ-lorraine.fr/perso/-benoit.marx/enseignement.html>.
- [14] F. Orioux. *Automatique : Systèmes linéaires et asservissements*. Notes de Cours, Master 2 Outils et systèmes de l'astronomie et de l'Espace, 20017-1018.
- [15] E. Ostertag. *Systèmes et asservissements continus : Modélisation, analyse, synthèse des lois de commande*. Ellipses Marketing, 2004.
- [16] R. Papanicola. Schéma-blocs avec PGF/TIKZ. <https://sciences-indus-cpge.papanicola.info/IMG/pdf/schema-bloc.pdf>.
- [17] R. Papanicola. *Sciences industrielles PCSI : Mécanique et automatique*. Ellipses Marketing, 2003.

- [18] R. Papanicola. *Sciences industrielles PSI : Mécanique et automatique*. Ellipses Marketing, 2010.
- [19] Marsyas-Travail personnel. Clepsydre athénienne reconstituée, Musée de l'Agora antique d'Athènes. CC BY-SA 2.5, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=476174>.
- [20] Consortium Scilab. Introduction to Scilab. www.scilab.org/content/download/247/1702/file/introscilab.pdf.
- [21] S. Steer and Y. Degré. *Scilab : De la théorie à la pratique - II. Modéliser et simuler avec Xcos*. Éditions D-BookeR, 2014.
- [22] C. Sueur, P. Vanheeghe, and P. Borne. *Automatique des systèmes continus*. Editions Technip.
- [23] E. Thomas. TP Scilab. http://cpgeptljg.free.fr/scenari/TP_INFO/TP_info_12_ordre/co/module_TP_1_2_ordre_5.html.

Acronymes

DES Décomposition en Éléments Simples

FTBF Fonction de Transfert en Boucle Fermée

FTBO Fonction de Transfert en Boucle Ouverte

FTCD Fonction de Transfert de la Chaîne Directe

FTCR Fonction de Transfert de la Chaîne de Retour

MEI Matière-Énergie-Information

MIMO Multiple Input Multiple Output

SISO Single Input Single Output

SLCI Système Linéaire Continu et Invariant

TL Transformée de Laplace

Glossaire

Asservissement	L'asservissement consiste à contrôler un système dynamique pour que sa réponse temporelle suive une consigne variable au cours du temps.
Régulation	La régulation est un particulier d'asservissement consistant à garder une consigne constante en présence de perturbation.

Liste des Symboles

t	Variable temporelle
p	Indéterminée de polynôme
$s(t)$	Fonction/Signal dans le domaine temporel
$S(p)$	Fonction/Signal dans le domaine de Laplace de la fonction $s(t)$
$u(t)$	Fonction échelon unité ou de Heaviside
$\delta(t)$	Distribution de Dirac
$r(t)$	Fonction rampe unité
$\mathcal{L}\{f(t)\}$	Transformation de Laplace de la fonction $f(t)$
$\mathcal{L}^{-1}\{F(p)\}$	Transformation de Laplace inverse de la fonction $F(p)$
$H(p)$	Fonction de transfert
$N(p)$	Polynôme du numérateur d'une fraction rationnelle
$D(p)$	Polynôme du dénominateur d'une fraction rationnelle
ω	Pulsation
$H(j\omega)$	Nombre complexe associé à la fonction de transfert $H(p)$
E_0	Paramètre dimensionnelle d'amplitude de l'entrée
K	Gain statique
ω_0	Pulsation propre
$\text{Im}[H(j\omega)]$	Partie imaginaire du nombre complexe $H(j\omega)$
$\text{Re}[H(j\omega)]$	Partie réelle du nombre complexe $H(j\omega)$
ξ	Coefficient d'amortissement

$G(\omega)$	Gain naturel de la réponse harmonique en fonction de la pulsation
$G_{dB}(\omega)$	Gain en dB de la réponse harmonique en fonction de la pulsation
$\phi(\omega)$	Déphasage de la réponse harmonique en fonction de la pulsation
D_k	k-ème dépassement
$t_{5\%}$	Temps de réponse à 5%

