

2024-2025 - IngéSUP - Systèmes Techniques  
*Midterm - Systèmes Mécaniques - Cinématique*  
Durée : 2 heures

ESME Bordeaux-Lille-Lyon-Paris



**Documents non autorisés.**

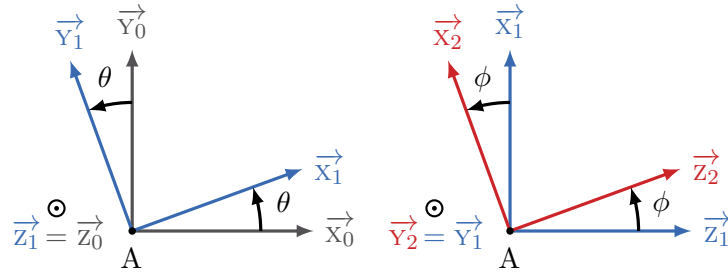
**Moyens de calculs non autorisés.**

**Le ou la candidate qui décèle ce qu'il ou elle pense être une erreur d'énoncé doit indiquer toutes les dispositions et initiatives qu'il ou elle est amené à prendre pour poursuivre son travail.**



## Exercice 1 : Dérivation Vectorielle (5 pts)

On considère trois repères de bases  $(R_0, R_1, R_2)$  déduits les uns des autres par rotation comme le précisent les deux figures planes de calcul suivantes :



On se donne le vecteur  $\overrightarrow{AP}$  tel que :

$$\overrightarrow{AP} = \rho(t)\vec{x}_2$$

L'objectif de cet exercice est d'appliquer les règles de calculs de la dérivation vectorielle pour déterminer la variation de ce vecteur dans la base 0.

**Q1.** Donner le vecteur vitesse de rotation  $\overrightarrow{\Omega}_{1/0}$  et  $\overrightarrow{\Omega}_{2/1}$  [1 pt]

**Q2.** Déterminer le vecteur vitesse de rotation  $\overrightarrow{\Omega}_{2/0}$  [1 pt]

**Q3.** Donner la dérivée du vecteur unitaire  $\vec{x}_2$  par rapport aux vecteurs de base  $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ . [1.5 pts]

**Q4.** À partir des résultats précédents, déterminer la dérivée du vecteur  $\left[ \frac{d\overrightarrow{AP}}{dt} \right]_{R_0}$ . [1.5 pts]

## Exercice 2 : Cinématique d'un moulin à farine (10 pts)

Le dispositif utilisé pour écraser les graines de céréales comporte trois solides principaux, présentés sur l'ébauche de schéma ci-dessous :

- Au bâti **1** est associé le repère  $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ .
- L'arbre **2** est lié au bâti 1 par une liaison pivot glissant d'axe  $(O, \vec{z}_1)$ . On lui associe le repère  $R_2(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ , tel que  $\vec{z}_2 = \vec{z}_1$ ; on pose  $\alpha = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$  et  $\vec{OB} = \mu \vec{z}_1$ . La distance  $OB$  n'est pas fixe pour permettre au mécanisme de fonctionner.
- La meule **3**, de rayon  $R$ , est liée à l'arbre **2** par une liaison pivot d'axe  $(B, \vec{x}_2)$ . On lui associe le repère  $R_3(B, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ , tel que  $\vec{x}_3 = \vec{x}_2$  et on pose  $\beta = (\vec{y}_2, \vec{y}_3)$ .
- Finalement, la meule **3** est en contact avec le bâti par une liaison linéaire rectiligne (ou dites encore cylindre/plan) d'axe  $(B, \vec{x}_3)$

Soit  $I$  l'un des points de contact appartenant au segment de la tranche de la meule, on pose  $\vec{OI} = \lambda \vec{x}_2$ .

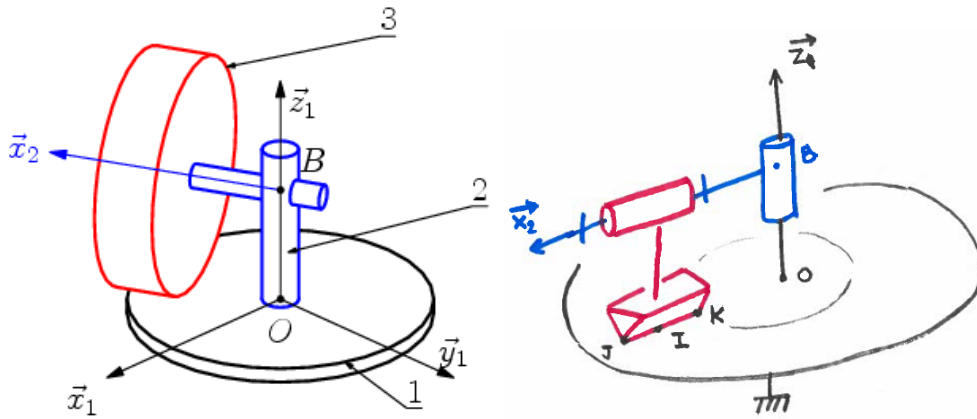


FIGURE 1 – (à gauche) Ebauche d'un moulin à farine (à droite) et son schéma cinématique.

- Q1.** Tracer le graphe de liaison de ce mécanisme [1pt]
- Q2.** Tracer les figures planes permettant de représenter les paramètres d'orientation. [2 pts]
- Q3.** Donner les torseurs cinématiques associés aux mouvements des solides 2/1 et 3/2 au point B (c'est à dire ceux associés aux pivots). *Attention la distance  $OB$  n'est pas fixe :  $\vec{OB} = \mu(t) \vec{z}_1$*  [2 pts]
- Q4.** Déterminer les vitesses  $\vec{V}_{I \in 2/1}$  et  $\vec{V}_{I \in 3/2}$ . [2 pts]
- Q5.** Déterminer la vitesse  $\vec{V}_{I \in 3/1}$  par composition du mouvement. [1 pt]
- Q6.** Dans quel cas cette vitesse est orthogonal à  $\vec{z}_1$  ? Autrement dit, déterminer la condition pour que  $\vec{V}_{I \in 3/1} \cdot \vec{z}_1 = 0$ . [1 pt]
- Q7.** Que devient la vitesse  $\vec{V}_{I \in 3/1}$  pour  $\mu = 0$  ? Et dans ce cas, déterminer une relation pour que  $\vec{V}_{I \in 3/1} = \vec{0}$  [1 pt]