

Методы оптимизации.

Семинар 2. Выпуклые множества.

Александр Катруца

Московский физико-технический институт,
Факультет Управления и Прикладной Математики

12 сентября 2016 г.

- Предмет и задача курса
- Общая постановка задачи математического программирования
- Примеры задач оптимизации:
 - линейное программирование
 - метод наименьших квадратов
 - выпуклая оптимизация
- Чем хороши выпуклые задачи?

Аффинное множество

Выпуклое множество

Выпуклое множество

Множество C называется выпуклым, если

$$\forall x_1, x_2 \in C, \theta \in [0, 1] \rightarrow \theta x_1 + (1 - \theta)x_2 \in C.$$

Пустое множество и множество из одной точки также считаются выпуклыми.

Очевидные примеры:

- всё пространство \mathbb{R}^n
- аффинное множество
- луч
- отрезок

Операции, сохраняющие выпуклость

- Шар по норме в \mathbb{R}^n : $B(r, x_c) = \{x \mid \|x - x_c\| \leq r\}$
- Множество симметричных положительно-определённых матриц:
 $\mathbf{S}_+^n = \{\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n \times n} \mid \mathbf{X}^T = \mathbf{X}, \mathbf{X} \succeq 0\}$
- $\{\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n \times n} \mid \text{Tr}(\mathbf{X}) = 0\}$

Оболочки множеств

