

Laboratorio 1 - Errori

```
// Gruppo:  
// Dellepiane Emanuele - 4876072  
// Manini Filippo - 4798004  
// Miggiano Davide - 4840761
```

Esercizio 1:

Seguendo i passaggi indicati sul testo arriviamo ad ottenere i seguenti dati

SO: windows 10 64 bit

Ubuntu 64 bit

Compiler: g++

g++

```
d0: 7  
d1: 2  
b: 3e+020  
c: -3e+020  
a[0]: 8  
(a + b) + c: 0  
a + (b + c): 8  
a[1]: 80  
(a + b) + c: 64  
a + (b + c): 80  
a[2]: 800  
(a + b) + c: 800  
a + (b + c): 800  
a[3]: 8000  
(a + b) + c: 8000  
a + (b + c): 8000  
a[4]: 80000  
(a + b) + c: 80000  
a + (b + c): 80000  
a[5]: 800000  
(a + b) + c: 800000  
a + (b + c): 800000  
a[6]: 8e+006  
(a + b) + c: 8e+006  
a + (b + c): 8e+006
```

```
d0: 7  
d1: 2  
b: 3e+20  
c: -3e+20  
a[0]: 8  
(a + b) + c: 0  
a + (b + c): 8  
a[1]: 80  
(a + b) + c: 0  
a + (b + c): 80  
a[2]: 800  
(a + b) + c: 0  
a + (b + c): 800  
a[3]: 8000  
(a + b) + c: 0  
a + (b + c): 8000  
a[4]: 80000  
(a + b) + c: 65536  
a + (b + c): 80000  
a[5]: 800000  
(a + b) + c: 786432  
a + (b + c): 800000  
a[6]: 8e+06  
(a + b) + c: 7.99539e+06  
a + (b + c): 8e+06
```

I calcoli vengono svolti in doppia precisione, in C++ linguaggio utilizzato per il programma, abbiamo utilizzato come variabili per gli elementi da calcolare i double.

Osserviamo come su windows 10 per valori sotto le centinaia i valori divergono nei primi due cicli (a[0] e a[1])

L'approssimazione si osserva meglio su Ubuntu dove i valori divergono maggiormente proprio per come un calcolatore approssima i valori di macchina.

Vediamo qualche formula utile vista a lezione per comprendere meglio i dati:

Troncamento: =

$$\tilde{f} = \sum_{i=1}^t d_i B^{-i}$$

Arrotondamento:

$$d_{t+1} < B/2 \rightarrow \tilde{f} = \sum_{i=1}^t d_i B^{-i}$$

$$d_{t+1} \geq B/2 \rightarrow \tilde{f} = \sum_{i=1}^t d_i B^{-i} + B^{-t}$$

Precisione di Macchina

$$|\tilde{f} - f| \leq B/2 B^{-(t+1)} = \frac{1}{2} B^{-t}$$

$$x = \pm f B^p \rightarrow \tilde{x} = \pm \tilde{f} B^p$$

Esercizio 2:

Nel secondo esercizio, dati in input, il punto x ed il grado N (intero positivo), era necessario implementare due algoritmi che confrontassero i risultati ottenuti per $f_N(x)$ con i valori restituiti per $f(x)$ dalla funzione “exp” della libreria “math.h”, attraverso il calcolo dell’errore assoluto e relativo.

Com’era stato consigliato dal testo dell’esercizio abbiamo implementato la tecnica del “Polinomio di Taylor”, utile ad approssimare funzioni $f(x)$ difficili da trattare.

La funzione di partenza, con l’aumentare del grado N , verrà approssimata sempre meglio.

Errore Assoluto: $\delta = \tilde{x} - x$

Tecnica per misurare un errore, è il risultato della differenza tra il valore effettivamente calcolato \tilde{x} (versione perturbata) ed un valore x “esatto/teorico”.

Errore Relativo: $\varepsilon = \frac{\tilde{x} - x}{x}$

Dipende dall’errore assoluto e dal valore “esatto/teorico” e viene calcolato dal loro rapporto.

- Algoritmo 1 -

1-Algoritmo 1 2-Algoritmo 2 0-Termina 1 Inserisci il grado: 3 Inserisci il punto: 0.5 Risultato Funzione exp: 1.64872 Errore assoluto: 0.00288794 Errore relativo: 0.00175162 ----- Scegli quale algoritmo eseguire: 1-Algoritmo 1 2-Algoritmo 2 0-Termina 1 Inserisci il grado: 3 Inserisci il punto: 30 Risultato Funzione exp: 1.06865e+13 Errore assoluto: 1.06865e+13 Errore relativo: 1 ----- Scegli quale algoritmo eseguire: 1-Algoritmo 1 2-Algoritmo 2 0-Termina 1 Inserisci il grado: 3 Inserisci il punto: -0.5 Risultato Funzione exp: 0.606531 Errore assoluto: 0.00236399 Errore relativo: 0.00389757 ----- Scegli quale algoritmo eseguire: 1-Algoritmo 1 2-Algoritmo 2 0-Termina 1 Inserisci il grado: 3 Inserisci il punto: -30 Risultato Funzione exp: 9.35762e-14 Errore assoluto: 4079 Errore relativo: 4.35901e+16	2-Algoritmo 2 0-Termina 1 Inserisci il grado: 10 Inserisci il punto: 0.5 Risultato Funzione exp: 1.64872 Errore assoluto: 1.27627e-11 Errore relativo: 7.74096e-12 ----- Scegli quale algoritmo eseguire: 1-Algoritmo 1 2-Algoritmo 2 0-Termina 1 Inserisci il grado: 10 Inserisci il punto: 30 Risultato Funzione exp: 1.06865e+13 Errore assoluto: 1.06862e+13 Errore relativo: 0.999978 ----- Scegli quale algoritmo eseguire: 1-Algoritmo 1 2-Algoritmo 2 0-Termina 1 Inserisci il grado: 10 Inserisci il punto: -0.5 Risultato Funzione exp: 0.606531 Errore assoluto: 1.17416e-11 Errore relativo: 1.93586e-11 ----- Scegli quale algoritmo eseguire: 1-Algoritmo 1 2-Algoritmo 2 0-Termina 1 Inserisci il grado: 10 Inserisci il punto: -30 Risultato Funzione exp: 9.35762e-14 Errore assoluto: 1.21255e+08 Errore relativo: 1.29579e+21	0-Termina 1 Inserisci il grado: 50 Inserisci il punto: 0.5 Risultato Funzione exp: 1.64872 Errore assoluto: 4.44089e-16 Errore relativo: 2.69354e-16 ----- Scegli quale algoritmo eseguire: 1-Algoritmo 1 2-Algoritmo 2 0-Termina 1 Inserisci il grado: 50 Inserisci il punto: 30 Risultato Funzione exp: 1.06865e+13 Errore assoluto: 3.18471e+09 Errore relativo: 0.000298013 ----- Scegli quale algoritmo eseguire: 1-Algoritmo 1 2-Algoritmo 2 0-Termina 1 Inserisci il grado: 50 Inserisci il punto: -0.5 Risultato Funzione exp: 0.606531 Errore assoluto: 1.11022e-16 Errore relativo: 1.83045e-16 ----- Scegli quale algoritmo eseguire: 1-Algoritmo 1 2-Algoritmo 2 0-Termina 1 Inserisci il grado: 50 Inserisci il punto: -30 Risultato Funzione exp: 9.35762e-14 Errore assoluto: 8.78229e+08 Errore relativo: 9.38517e+21
---	--	--

```
2-Algorithm 2
0-Termina
1
Inserisci il grado: 100
Inserisci il punto: 0.5
Risultato Funzione exp: 1.64872
Errore assoluto: 4.44089e-16
Errore relativo: 2.69354e-16

-----
Scegli quale algoritmo eseguire:
1-Algorithm 1
2-Algorithm 2
0-Termina
1
Inserisci il grado: 100
Inserisci il punto: 30
Risultato Funzione exp: 1.06865e+13
Errore assoluto: 0.00390625
Errore relativo: 3.65532e-16

-----
Scegli quale algoritmo eseguire:
1-Algorithm 1
2-Algorithm 2
0-Termina
1
Inserisci il grado: 100
Inserisci il punto: -0.5
Risultato Funzione exp: 0.606531
Errore assoluto: 1.11022e-16
Errore relativo: 1.83045e-16

-----
Scegli quale algoritmo eseguire:
1-Algorithm 1
2-Algorithm 2
0-Termina
1
Inserisci il grado: 100
Inserisci il punto: -30
Risultato Funzione exp: 9.35762e-14
Errore assoluto: 4.82085e-06
Errore relativo: 5.15179e+07
```

```
2-Algorithm 2
0-Termina
1
Inserisci il grado: 150
Inserisci il punto: 0.5
Risultato Funzione exp: 1.64872
Errore assoluto: 4.44089e-16
Errore relativo: 2.69354e-16

-----
Scegli quale algoritmo eseguire:
1-Algorithm 1
2-Algorithm 2
0-Termina
1
Inserisci il grado: 150
Inserisci il punto: 30
Risultato Funzione exp: 1.06865e+13
Errore assoluto: 0.00390625
Errore relativo: 3.65532e-16

-----
Scegli quale algoritmo eseguire:
1-Algorithm 1
2-Algorithm 2
0-Termina
1
Inserisci il grado: 150
Inserisci il punto: -0.5
Risultato Funzione exp: 0.606531
Errore assoluto: 1.11022e-16
Errore relativo: 1.83045e-16

-----
Scegli quale algoritmo eseguire:
1-Algorithm 1
2-Algorithm 2
0-Termina
1
Inserisci il grado: 150
Inserisci il punto: -30
Risultato Funzione exp: 9.35762e-14
Errore assoluto: 4.82086e-06
Errore relativo: 5.1518e+07
```

- Algoritmo 2 -

```
Inserisci il grado: 3
Inserisci il punto: 0.5
Risultato Reciproco del Polinomio di Taylor: 1.65517
Errore assoluto: 0.00645114
Errore relativo: 0.0106778
```

Scegli quale algoritmo eseguire:

1-Algoritmo 1
2-Algoritmo 2
0-Termina
2

```
Inserisci il grado: 3
Inserisci il punto: 30
Risultato Reciproco del Polinomio di Taylor: -0.000245158
Errore assoluto: 1.06865e+13
Errore relativo: -2.61988e+09
```

Scegli quale algoritmo eseguire:

1-Algoritmo 1
2-Algoritmo 2
0-Termina
2

```
Inserisci il grado: 10
Inserisci il punto: 0.5
Risultato Reciproco del Polinomio di Taylor: 1.64872
Errore assoluto: 3.19171e-11
Errore relativo: 5.26225e-11
```

Scegli quale algoritmo eseguire:

1-Algoritmo 1
2-Algoritmo 2
0-Termina
2

```
Inserisci il grado: 10
Inserisci il punto: 30
Risultato Reciproco del Polinomio di Taylor: 8.24709e-09
Errore assoluto: 1.06865e+13
Errore relativo: 88132.3
```

```
Inserisci il grado: 50
Inserisci il punto: 0.5
Risultato Reciproco del Polinomio di Taylor: 1.64872
Errore assoluto: 2.22045e-16
Errore relativo: 3.6609e-16
```

Scegli quale algoritmo eseguire:

1-Algoritmo 1
2-Algoritmo 2
0-Termina
2

```
Inserisci il grado: 50
Inserisci il punto: 30
Risultato Reciproco del Polinomio di Taylor: 1.13865e-09
Errore assoluto: 1.06865e+13
Errore relativo: 12168.2
```

Scegli quale algoritmo eseguire:

1-Algoritmo 1
2-Algoritmo 2
0-Termina
2

```
Inserisci il grado: 100
Inserisci il punto: 0.5
Risultato Reciproco del Polinomio di Taylor: 1.64872
Errore assoluto: 2.22045e-16
Errore relativo: 3.6609e-16
```

Scegli quale algoritmo eseguire:

1-Algoritmo 1
2-Algoritmo 2
0-Termina
2

```
Inserisci il grado: 100
Inserisci il punto: 30
Risultato Reciproco del Polinomio di Taylor: -207432
Errore assoluto: 1.06865e+13
Errore relativo: -2.21672e+18
```

Scegli quale algoritmo eseguire:

1-Algoritmo 1
2-Algoritmo 2
0-Termina
2

```
Inserisci il grado: 150
Inserisci il punto: 0.5
Risultato Reciproco del Polinomio di Taylor: 1.64872
Errore assoluto: 2.22045e-16
Errore relativo: 3.6609e-16
```

Scegli quale algoritmo eseguire:

1-Algoritmo 1
2-Algoritmo 2
0-Termina
2

```
Inserisci il grado: 150
Inserisci il punto: 30
Risultato Reciproco del Polinomio di Taylor: -207432
Errore assoluto: 1.06865e+13
Errore relativo: -2.21671e+18
```

Esercizio 3:

Nel terzo esercizio abbiamo, grazie alla teoria vista a lezione, potuto determinare la precisione di macchina *eps* (sia in singola che in doppia precisione) tramite semplice un programma scritto in C++

Preso Γ , l'insieme di ???, abbiamo che $\Gamma(B,t,m,M) = \{x = \pm \sum_{i=1}^t d_i B^{-i} B^p \mid d_i \in \{0, \dots, B-1\}, -m \leq p \leq M\}$

Dove:

- B = base
- t = mantissa (ovvero il numero di cifre che seguono lo 0)
- m = minimo esponente
- M = massimo esponente

Per la singola precisione abbiamo $\Gamma(2,23,128,127)$, mentre per la doppia precisione $\Gamma(2,52,1024,1023)$

Output su Windows 64 bit

```
Singola precisione: 64  
Doppia precisione: 64
```

Output su Linux 64 bit (Ubuntu 20.04)

```
davide@davide:~/Uni/ALAN/1-Errori$ ./es3  
Singola precisione: 24  
  
Doppia precisione: 53
```