Problema multistadio stocastico per il design di una catena di approvvigionamento

con decisioni finanziarie e gestione del rischio

Business Analytics

Scaramozzino Filippo 312856,

Longo Maria Antonietta 308756

May 29, 2023

Politecnico di Torino

Tratteremo un problema multistadio stocastico per il design di una catena di approvvigionamento costituita da centri di distribuzione e clienti.
In particolare :

- L'orizzonte di tempo è finito e suddiviso in periodi
- I centri di distribuzione servono i clienti con diversi prodotti
- E' possibile fare investimenti o chiedere prestiti
- Assumiamo incertezza sulla domanda e sui tassi di rendimento

Ogni **periodo** può essere suddiviso in due sottoperiodi. Nella prima metà bisogna decidere:
(i) dove posizionare i centri di distribuzione;
(ii) quali investimenti fare;
(iii) se prendere in considerazione dei prestiti.

Nella seconda metà, dopo aver osservato la domanda bisogna decidere
(iv) come spedire i prodotti dai centri di distribuzione ai clienti.

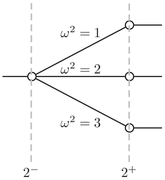

Figura 1: Periodo del tree.

Si potrebbe decidere di non soddisfare tutta la domanda, pertanto imponiamo un **livello di servizio per ogni cliente** (α_c) come funzione del rapporto tra la quantità spedita al cliente nell'arco di tutto l'orizzonte temporale e la quantità totale richiesta.
I motivi per cui non imponiamo che il livello di servizio sia il 100% sono i seguenti :

- la **domanda è incerta** , quindi pianificare per il massimo della domanda può portare a fare grossi investimenti non remunerativi sulla capacità operativa
- l'azienda potrebbe essere interessata ad **investimenti alternativi**

I possibili **investimenti** sono di tre tipi:

- **diretti**, ovvero gli investimenti nella struttura fisica della rete, per esempio acquistare terreni o affittarli
- **indiretti**, ovvero quelli che potrebbero avere una influenza nella performance del sistema anche se difficile da quantificare, per esempio acquistare macchinari o operazioni di marketing
- **altri investimenti**, ovvero bonds o speculativi(mercato azionario)

Assumiamo che, all'inizio di ogni periodo, l'azienda abbia una quantità limitata da investire che include un budget esogeno e i rendimenti degli investimenti precedenti. Quando ciò non basta, consideriamo la possibilità di richiedere **prestiti**.
L'azienda ha un obiettivo di rendimento(ROI).

Table of Contents

Insiemi

1 Notazione

Usiamo la convenzione secondo cui ogni elemento in grassetto è una variabile aleatoria

$\mathcal{DC}$ insieme dei centri di distribuzione;
$\mathcal{C}$ insieme dei clienti;
$\mathcal{T}$ insieme dei periodi nell'orizzonte temporale di pianificazione $\mathcal{T} = \{1, 2, ..., T\}$;
$\mathcal{P}$ insieme dei prodotti;
$\mathcal{I}^t$ insieme dei potenziali investimenti disponibili a partire dal periodo $t \in \mathcal{T}$;
$\mathcal{B}^t$ insieme dei potenziali prestiti disponibili a partire dal periodo $t \in \mathcal{T}$;
$\boldsymbol{\Omega}^t$ spazio degli eventi possibili, con $\boldsymbol{\Omega}^0$ spazio di eventi non soggetti a decisione all'inizio dell'orizzonte

Parametri deterministici

F_f^t costo fisso per rendere operativo il centro $f \in \mathcal{DC}$, al tempo $t \in \mathcal{T}$;
$V_{f,c,p}^t$ costo unitario per la spedizione di $p \in \mathcal{P}$ al cliente $c \in \mathcal{C}$ dal centro f;
$R_{c,p}^t$ guadagno unitario per il prodotto p;
$\bar{K}_f^t$ capacità massima del centro f;
$\underline{K}_f^t$ minimo d'ordine per il centro f;
μ_p fattore di capacità di spazio occupato dal prodotto p;
M^t budget esogeno disponibile all'inizio del periodo t;
η^t vettore che contiene i tassi di interesse per i prestiti richiesti al periodo $\tau \leq t$
ROI rendimento target per gli investimenti, al di sotto del quale non si vuole scendere;
β_c peso che misura l'importanza del cliente c;
$\gamma \leq 0$ peso del downside risk;
ω^t evento che si realizza al periodo t, con ω^0 realizzazione corrente non più modificabile;
$P(\boldsymbol{\Omega}^t = \omega^t)$ probabilità che si verifichi l'evento ω^t, con $P(\boldsymbol{\Omega}^0 = \omega^0) = 1$

Parametri stocastici

1 Notazione

$\boldsymbol{\rho^t}(\boldsymbol{\Omega^t})$ vettore che contiene, in posizione i, il tasso di interesse per l'investimento $i \in \mathcal{I}^\tau$;
ρ^t vettore delle realizzazioni di $\boldsymbol{\rho_i^t}(\boldsymbol{\Omega^t})$;
$\boldsymbol{D^t}(\boldsymbol{\Omega^t})$ vettore composto da variabili aletorie del tipo $\boldsymbol{D_{c,p}^t}(\boldsymbol{\Omega^t})$ che rappresentano la domanda del prodotto $p \in P$ per il cliente $c \in C$ al tempo $t \in \mathcal{T}$,
mentre $D_{c,p}^t = D_{c,p}^t(\omega^t)$ è una realizzazione di $\boldsymbol{D_{c,p}^t}(\boldsymbol{\Omega^t})$,
D^t è il vettore che contiene tutte queste realizzazioni.

Le decisioni da prendere riguardano investimenti, spedizioni, livello di servizio e rischio di cadere al di sotto del ROI. Formalmente:

$$\mathrm{u}_f^t(\omega^0, \dots, \omega^{t-1}) = \begin{cases} 1 & \text{se } f \in \mathcal{DC} \text{ è } attivo, \; dati\ \omega^0 \in \boldsymbol{\Omega^0}, \dots, \omega^{t-1} \in \boldsymbol{\Omega^{t-1}} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$r^t(\omega^0, \dots, \omega^{t-1})$ vettore che contiene la quantità di denaro speso negli investimenti;
$l^t(\omega^0, \dots, \omega^{t-1})$ vettore che contiene la quantità di denaro ottenuto dai prestiti richiesti;
$x^t(\omega^0, \dots, \omega^{t-1})$ vettore che contiene $x^t_{f,c,p}(\omega^0, \dots, \omega^{t-1})$, cioè la quantità di p spediti a c partendo da f;
$\alpha_c(\omega^0, \dots, \omega^{t-1})$ livello di servizio per c;
$d(\omega^0, \dots, \omega^{t-1})$ rischio di cadere al di sotto del target dato il verificarsi degli eventi $\omega^1 \in \boldsymbol{\Omega^1}, \omega^t \in \boldsymbol{\Omega^t}$

Table of Contents

Rappresentazione dell'albero degli scenari

Assumiamo che il set di scenari, e le informazioni riguardo i dati rilevanti (costi di apertura dei centri di distribuzione, investimenti), siano disponibili e perfettamente conosciute.

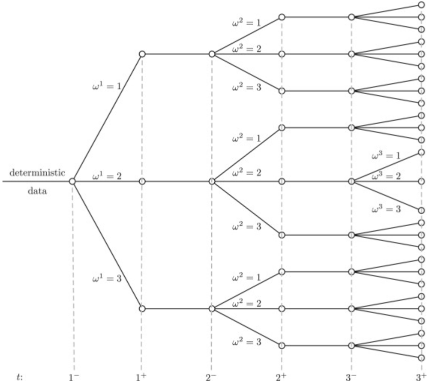

Figura 2: Tree con tre periodi e tre possibili eventi per ogni periodo.

Formulazione mista-intera multi-stadio del problema di programmazione lineare

All'inizio del periodo 1

Conosciamo i valori dei parametri iniziali e le probabilità degli scenari. Dobbiamo massimizzare il valore atteso del profitto alla fine del periodo e all'inizio del successivo, decidendo le location e gli investimenti.

$$\max_{u^1, r^1, l^1} \sum_{\omega \in \boldsymbol{\Omega^1}} P(\boldsymbol{\Omega^1} = \omega^1)[Q^{1^+}(u^1, D^1) + Q^{2^-}(r^1, l^1, \rho^2)]$$

$$\text{s.t.} \quad M^1 - \sum_{f \in \mathcal{DC}} F_f^1 u_f^1 - \sum_{i \in \mathcal{I}^1} r_i^1 + \sum_{i \in \mathcal{B}^1} l_i^1 \geq 0$$

$$u_f^1 \in \{0; 1\} \; \forall f \in \mathcal{DC}, \quad r_i^1 \geq 0 \; \forall i \in \mathcal{I}^1 \;\; , l_i^1 \geq 0 \; \forall i \in \mathcal{B}^1$$

Alla fine del periodo 1

Dopo la realizzazione della domanda possiamo spedire i prodotti dai centri di distribuzione aperti all'inizio del periodo.

$$Q^{1+}(u^1, D^1) = \max_{x^1_{f,c,p}} \sum_{f \in \mathcal{DC}} \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{p \in \mathcal{P}} (R^1_{c,p} - V^1_{f,c,p}) x^1_{f,c,p} (1 + ROI)^{T-1}$$

s.t. $$\sum_{p \in \mathcal{P}} \mu_p \sum_{c \in \mathcal{C}} x^1_{f,c,p} \le \bar{K}^1_f u^1_f, \quad \forall f \in \mathcal{DC}$$

$$\sum_{p \in \mathcal{P}} \mu_p \sum_{c \in \mathcal{C}} x^1_{f,c,p} \ge \underline{K}^1_f u^1_f, \quad \forall f \in \mathcal{DC}$$

$$\sum_{f \in \mathcal{DC}} x^1_{f,c,p} \le D^1_{c,p} \quad \forall c \in \mathcal{C}, \forall p \in \mathcal{P}$$

$$x^1_{f,c,p} \ge 0, \quad \forall f \in \mathcal{DC}, \quad \forall c \in \mathcal{C}, \quad \forall p \in \mathcal{P}$$

Periodo $t \in \{2, ..., T-1\}$

All'inizio dei periodi intermedi i rendimenti degli investimenti diventano noti.

Subproblema iniziale:

$$Q^{t-}(r^1, ..., r^{t-1}, l^1, ..., l^{t-1}, \rho^{t-1}) =$$
$$\max_{u^t, r^t, l^t} \sum_{\omega^t \in \boldsymbol{\Omega^t}} P(\boldsymbol{\Omega^t} = \omega^t)[Q^{t^+}(u^t, D^t) + Q^{(t+1)^-}(r^t, l^t, \rho^t)]$$

$$\text{s.t.} \quad M^t - \sum_{f \in \mathcal{DC}} F_f^t u_f^t - \sum_{i \in \mathcal{I}^t} r_i^t + \sum_{i \in \mathcal{B}^t} l_i^t + \sum_{\tau=1}^{t-1} \left(\sum_{i \in \mathcal{I}^t} \rho_i^{t-1} r_i^\tau - \sum_{i \in \mathcal{B}^t} \eta_i^{t-1} l_i^\tau \right) \geq 0$$

$$u_f^t \in \{0; 1\} \; \forall f \in \mathcal{DC}, \quad r_i^t \geq 0, \forall i \in \mathcal{I}^t \quad l_i^t \geq 0, \forall i \in \mathcal{B}^t$$

Soddisfiamo la domanda al termine del periodo t.
Subproblema finale:

$$Q^{t+}(u^t, D^t(\omega^t)) = \max_{x^t_{f,c,p}} \sum_{f \in \mathcal{DC}} \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{p \in \mathcal{P}} \left(R^t_{c,p} - V^t_{f,c,p} \right) x^t_{f,c,p} \, (1 + ROI)^{T-t}$$

s.t.
$$\sum_{p \in \mathcal{P}} \mu_p \sum_{c \in \mathcal{C}} x^t_{f,c,p} \leq \bar{K}^t_f u^t_f, \quad \forall f \in \mathcal{DC}$$

$$\sum_{p \in \mathcal{P}} \mu_p \sum_{c \in \mathcal{C}} x^t_{f,c,p} \geq \underline{K}^t_f u^t_f, \quad \forall f \in \mathcal{DC}$$

$$\sum_{f \in \mathcal{DC}} x^t_{f,c,p} \leq D^t_{c,p} \quad \forall c \in \mathcal{C}, \forall p \in \mathcal{P}$$

$$x^t_{f,c,p} \geq 0, \quad \forall f \in \mathcal{DC}, \quad \forall c \in \mathcal{C}, \quad \forall p \in \mathcal{P}$$

Periodo T

All'inizio dell'ultimo periodo la struttura è la stessa.
Subproblema iniziale:

$$Q^{T-}(r^1,\dots,r^{T-1},l^1,\dots,l^{T-1},\rho^{T-1}) = \max_{u^T,r^T,l^T} \sum_{\omega^T\in\boldsymbol{\Omega^T}} P(\boldsymbol{\Omega^T}=\omega^T)Q^{T^+}(u^T,D^T)$$

$$\text{s.t.}\quad M^T - \sum_{f\in\mathcal{DC}} F_f^T u_f^T - \sum_{i\in\mathcal{I}^T} r_i^T + \sum_{i\in\mathcal{B}^T} l_i^T + \sum_{\tau=1}^{T-1}\left(\sum_{i\in\mathcal{I}^T}\rho_i^{T-1}r_i^\tau - \sum_{i\in\mathcal{B}^T}\eta_i^{T-1}l_i^\tau\right) \geq 0$$

$$u_f^T \in \{0;1\}\ \forall f\in\mathcal{DC},\quad r_i^T\geq 0,\forall i\in\mathcal{I}^T\quad l_i^T\geq 0,\forall i\in\mathcal{B}^T$$

Alla fine dell'ultimo periodo la funzione obiettivo contiene i termini riguardanti: i tassi di interesse, il livello di servizio e il downside risk (su cui abbiamo una restrizione).

Subproblema finale:

$$Q^{T+}(u^T, D^T) =$$

$$\max_{x^T_{f,c,p},\alpha_c,d} \sum_{f\in\mathcal{DC}} \sum_{c\in\mathcal{C}} \sum_{p\in\mathcal{P}} \left(R^T_{c,p} - V^T_{f,c,p}\right) x^T_{f,c,p} + \sum_{c\in\mathcal{C}} \beta_c\alpha_c + \gamma d + \sum_{\tau=1}^{T} \left(\sum_{i\in\mathcal{I}^t} \rho^T_i r^\tau_i - \sum_{i\in\mathcal{B}^t} \eta^T_i l^\tau_i\right)$$

$$\text{s.t.} \quad d \geq 1 - \frac{\sum\limits_{t\in\mathcal{T}} \left(\sum\limits_{i\in\mathcal{I}^t} \rho^T_i r^\tau_i - \sum\limits_{i\in\mathcal{B}^t} \eta^T_i l^t_i + \sum\limits_{f\in\mathcal{DC}} \sum\limits_{c\in\mathcal{C}} \sum\limits_{p\in\mathcal{P}} \left(R^t_{c,p} - V^t_{f,c,p}\right) x^t_{f,c,p} (1+ROI)^{T-t}\right)}{\sum\limits_{t\in\mathcal{T}} M^t (1+ROI)^{T-t+1}}$$

$$\sum_{p\in\mathcal{P}} \mu_p \sum_{c\in\mathcal{C}} x^T_{f,c,p} \leq \bar{K}^T_f u^t_f, \quad \forall f \in \mathcal{DC}$$

Vincoliamo anche il livello di servizio per ogni cliente sull'intero orizzonte di tempo.

$$\sum_{p\in\mathcal{P}} \mu_p \sum_{c\in\mathcal{C}} x^T_{f,c,p} \geq \underline{K}^T_f u^T_f, \quad \forall f \in \mathcal{DC}$$

$$\sum_{f\in\mathcal{DC}} x^T_{f,c,p} \leq D^T_{c,p} \quad \forall c \in \mathcal{C}, \forall p \in \mathcal{P}$$

$$\sum_{t\in\mathcal{T}} \sum_{f\in\mathcal{DC}} \sum_{p\in\mathcal{P}} x^T_{f,c,p} \geq \alpha_c \sum_{t\in\mathcal{T}} \sum_{p\in\mathcal{P}} D^t_{c,p}, \quad \forall c \in \mathcal{C}$$

$$x^T_{f,c,p} \geq 0, \quad \forall f \in \mathcal{DC}, \quad \forall c \in \mathcal{C}, \quad \forall p \in \mathcal{P}$$

$$\alpha_c \in [0,1] \quad \forall c \in C$$

$$d \geq 0$$

In questo problema è evidente una forte relazione tra tutte le variabili in ogni periodo, per esempio le decisioni di locazione all'inizio del periodo determinano le decisioni di spedizione al termine. Le ultime, insieme alle decisioni degli investimenti, limiteranno il budget disponibile nel seguente intervallo per le decisioni future di locazione e degli investimenti. Questo forte legame si nota nel downside risk che dipende da tutte le decisioni fatte dal primo intervallo di tempo all'ultimo.

La formulazione presentata fin ora ha il vantaggio di evidenziare la struttura del problema e le relazioni tra le decisioni.
Presentiamo una seconda formulazione più compatta, cercando di sfruttare la struttura del problema, basata sui possibili cammini dell'albero degli scenari.

Table of Contents
3 Seconda formulazione

Formulazione path-based

Questa formulazione è basata sui cammini nell'albero degli scenari.

Consideriamo,in parte, una nuova notazione:

$S^t = \Omega^1 x \Omega^2 x ... x \Omega^t$, set di cammini nell'albero degli scenari dalla radice ad un nodo nel periodo t, $s^t \in S^t = (w^1, ..., w^t)$ è un cammino specifico.

$\mathcal{I}'^t = \mathcal{I}^t \cup \mathcal{B}^t$ è l'insieme degli investimenti disponibili al tempo t, ora includono anche i prestiti.

$r_i'^t(s^{t-1})$ quantità di budget speso o ottenuto per un investimento.

l_i^t tasso di interesse per un investimento i al termine del periodo t.

$G_{f,c,p}^t$ profitto unitario per aver spedito una unità di prodotto p dal centro di distribuzione f al cliente c.

A budget esogeno alla fine dell'orizzonte di pianificazione.

$$P(\boldsymbol{S^t} = s^t) = \prod_{\tau=1}^{t} P(\Omega^\tau = \omega^\tau), t \in \mathcal{T}$$

$$G^t_{f,c,p} = (R^t_{c,p} - V^t_{f,c,p})(1 + ROI)^{T-t},\ \ p \in \mathcal{P},\ \ f \in \mathcal{DC},\ \ c \in \mathcal{C},\ \ t \in \mathcal{T}$$

$$A = \sum_{t=1}^{T} M^t (1 + ROI)^{T-t+1}$$

Possiamo formulare quindi il problema :

$$\max_{u,r',x,\alpha,d} \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{s^t \in \boldsymbol{S^t}} P(\boldsymbol{S^t} = s^t)\Big(\sum_{f \in \mathcal{DC}} \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{p \in \mathcal{P}} G^t_{f,c,p} x^t_{f,c,p}(s^t)\Big) +$$

$$+ \sum_{s^T \in \boldsymbol{S^T}} P(\boldsymbol{S^T} = s^T) \left(\sum_{c \in \mathcal{C}} (\beta_c \alpha_c(s^T)) + \gamma d(s^T) + \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{s^{t-1} \in subpath_{s^T}} \Big(\sum_{i \in \mathcal{I}'^t} l_i^{T+1}(s^T) r_i'^t(s^{t-1}) \Big) \right)$$

$$\text{s.t} \quad M^1 - \sum_{f \in \mathcal{DC}} F_f^1 u_f^1(s^0) - \sum_{i \in \mathcal{I}'^1} r_i'^1(s^0) \geq 0$$

$$M^t - \sum_{f \in \mathcal{DC}} F_f^t u_f^t(s^{t-1}) - \sum_{i \in \mathcal{I}'^t} r_i'^t(s^{t-1}) + \sum_{\tau=1}^{t-1} \sum_{i \in \mathcal{I}'^\tau} l_i^t(s^{t-1}) r_i'^\tau(s^{\tau-1}) \geq 0,$$

$$\forall t \in \{T\} \setminus 1, \ \ \forall s^{t-1} \in \boldsymbol{S^{t-1}}, \ \ s^\tau \in subpath_{s^{t-1}}$$

$$Ad(s^T) \geq A - \sum_{t \in \mathcal{T}} \left(\sum_{i \in \mathcal{I}'^t} l_i^{T+1}(s^T) r_i'^t(s^{t-1}) + \sum_{f \in \mathcal{DC}} \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{p \in \mathcal{P}} G_{f,c,p}^t x_{f,c,p}^t(s^t) \right),$$

$$\forall s^T \in \boldsymbol{S^T}, \ \ s^t \in subpath_{s^T}$$

$$\sum_{t\in\mathcal{T}}\sum_{f\in\mathcal{DC}}\sum_{p\in\mathcal{P}} x^t_{f,c,p}(s^t) \geq \alpha_c(s^T)\sum_{t\in\mathcal{T}}\sum_{p\in\mathcal{P}} D^t_{c,p}(s^t), \quad \forall s^T \in \boldsymbol{S^T}, \;\; \forall c \in \mathcal{C}, \;\; s^t \in subpath_{s^T}$$

$$\sum_{p\in\mathcal{P}} \mu_p \sum_{c\in\mathcal{C}} x^t_{f,c,p}(s^t) \leq \bar{K}^t_f u^t_f(s^{t-1}), \quad \forall t \in \mathcal{T}, \;\; \forall s^t \in \boldsymbol{S^t}, \;\; \forall f \in \mathcal{DC}, s^{t-1} \in subpath_{s^t}$$

$$\sum_{p\in\mathcal{P}} \mu_p \sum_{c\in\mathcal{C}} x^t_{f,c,p}(s^t) \geq \underline{K}^t_f u^t_f(s^{t-1}), \quad \forall t \in \mathcal{T}, \;\; \forall s^t \in \boldsymbol{S^t}, \;\; \forall f \in \mathcal{DC}, s^{t-1} \in subpath_{s^t}$$

$$\sum_{f\in\mathcal{DC}} x^t_{f,c,p}(s^t) \leq D^t_{c,p}(s^t), \quad \forall t \in \mathcal{T}, \;\; \forall s^t \in \boldsymbol{S^t}, \;\; \forall c \in \mathcal{C}, \;\; \forall p \in \mathcal{P}$$

$$u_f^t(s^{t-1}) \in \{0;1\}, \quad \forall t \in \mathcal{T}, \ \forall s^{t-1} \in \boldsymbol{S^{T-1}}, \ \forall f \in \mathcal{DC}$$

$$r_i'^{t}(s^{t-1}) \geq 0, \quad \forall t \in \mathcal{T}, \ \forall s^{t-1} \in \boldsymbol{S^{t-1}}, \ \forall i \in \mathcal{I}'^{t}$$

$$x_{f,c,p}^t(s^t) \geq 0, \quad \forall t \in \mathcal{T}, \ \forall s^t \in \boldsymbol{S^t}, \ \forall f \in \mathcal{DC}, \ \forall c \in \mathcal{C}, \ \forall p \in \mathcal{P}$$

$$\alpha_c(s^T) \in [0,1], \quad \forall s^t \in \boldsymbol{S^T}, \ \forall c \in \mathcal{C}$$

$$d(s^T) \geq 0, \quad \forall s^t \in \boldsymbol{S^T}$$

Formulazione path-based deterministica

Se il problema dovesse essere modellato come deterministico, sostituiamo le variabili aleatorie con i loro valori attesi.

$$\max_{u,r,x,\alpha,d} \sum_{t\in\mathcal{T}} \sum_{f\in\mathcal{DC}} \sum_{c\in\mathcal{C}} \sum_{p\in\mathcal{P}} G^t_{f,c,p} x^t_{f,c,p} + \sum_{c\in\mathcal{C}} \beta_c \alpha_c + \gamma d + \sum_{t\in\mathcal{T}} \sum_{i\in\mathcal{I}'^t} E[l^t_i(S^t)] r'^t_i$$

$$\text{s.t. } M^1 - \sum_{f\in\mathcal{DC}} F^1_f u^1_f - \sum_{i\in\mathcal{I}'^t} r'^1_i \geq 0$$

$$M^t - \sum_{f\in\mathcal{DC}} F^t_f u^t_f - \sum_{i\in\mathcal{I}'^t} r'^t_i + \sum_{\tau=1}^{t-1} \sum_{i\in\mathcal{I}'^\tau} E[l^t_i(S^t)] r'^\tau_i \geq 0, \quad \forall t \in \mathcal{T} \setminus 1$$

$$Ad \geq A - \sum_{t\in\mathcal{T}} \left(\sum_{i\in\mathcal{I}'^t} E[l^t_i(S^t)] r'^t_i + \sum_{f\in\mathcal{DC}} \sum_{c\in\mathcal{C}} \sum_{p\in\mathcal{P}} G^t_{f,c,p} x^t_{f,c,p} \right)$$

$$\sum_{t\in\mathcal{T}}\sum_{f\in\mathcal{DC}}\sum_{p\in\mathcal{P}} x^t_{f,c,p} \geq \alpha_c \sum_{t\in\mathcal{T}}\sum_{p\in\mathcal{P}} E[D^t_{c,p}(S^t)], \quad \forall c \in \mathcal{C}$$

$$\sum_{p\in\mathcal{P}} \mu_p \sum_{c\in\mathcal{C}} x^t_{f,c,p} \leq \bar{K}^t_f u^t_f, \quad \forall t \in \mathcal{T}, \quad \forall f \in \mathcal{DC}$$

$$\sum_{p\in\mathcal{P}} \mu_p \sum_{c\in\mathcal{C}} x^t_{f,c,p} \geq \underline{K}^t_f u^t_f, \quad \forall t \in \mathcal{T}, \ \forall f \in \mathcal{DC}$$

$$\sum_{f\in\mathcal{DC}} x^t_{f,c,p} \leq E[D^t_{c,p}(S^t)], \quad \forall t \in \mathcal{T}, \ \forall c \in \mathcal{C}, \ \forall p \in \mathcal{P}$$

$$u_f^t \in \{0;1\}, \quad \forall t \in \mathcal{T}, \ \forall f \in \mathcal{DC}$$

$$r_i'^t \geq 0, \quad \forall t \in \mathcal{T}, \ \forall i \in \mathcal{I}'^t$$

$$x_{f,c,p}^t \geq 0, \quad \forall t \in \mathcal{T}, \ \forall f \in \mathcal{DC}, \ \forall c \in \mathcal{C}, \ \forall p \in \mathcal{P}$$

$$\alpha_c \in [0,1], \quad \forall c \in \mathcal{C}$$

$$d \geq 0$$

Table of Contents

4 Conclusioni

Path-based stocastico vs deterministico

La funzione obiettivo della prima formulazione è una combinazione di funzioni non convesse e non differenziabili, mentre la seconda ha una struttura tale per cui è più semplice costruire procedure su misura al fine di trovare una soluzione al problema.
Focalizzando la nostra attenzione sulla formulazione path-based cerchiamo di valutare l'importanza di utilizzare un approccio stocastico rispetto ad uno deterministico.

Confronto tra soluzione stocastica e deterministica quando
$|\mathcal{T}| = 3, \quad |\mathcal{DC}| = 5, \quad |\mathcal{C}| = 20, \quad |\mathcal{I}| = 8, \quad |\mathcal{B}| = \emptyset, \quad |\mathbf{\Omega}| = 3$
In questo caso i cammini possibili dall'origine alla destinazione sono 27

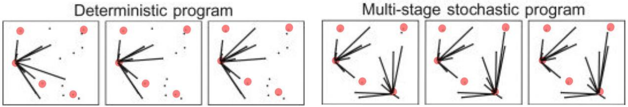

Figura 3:Confronto tra i diversi scenari del primo periodo, per caso deterministico e stocastico

La soluzione stocastica tende ad aprire più centri di distribuzione e a soddisfare la domanda nel primo periodo, questo a causa dell’incertezza sulla domanda.

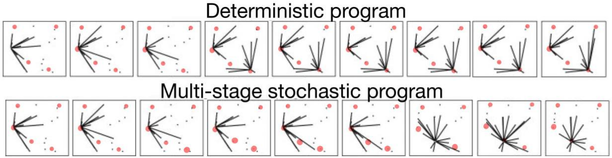

Figura 4:Confronto tra i diversi scenari del secondo periodo, per caso deterministico e stocastico

Nel caso deterministico la maggior parte della domanda sarà soddisfatta nel secondo periodo perchè il valore atteso della domanda è più grande degli altri periodi. Notiamo che nel secondo periodo vengono aperti meno centri di distribuzione nel caso stocastico.

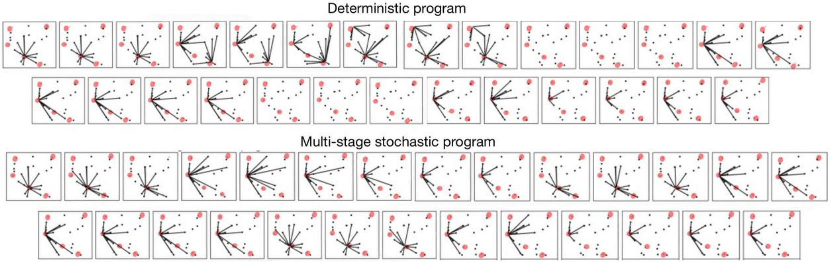

Figura 5: Confronto tra i diversi scenari del terzo periodo, per caso deterministico e stocastico

Problema multistadio stocastico per il design di una catena di approvvigionamento