

Slovenská Technická Univerzita – Fakulta Elektrotechniky a Informatiky

Ilkovičova 3, 812 19 Bratislava

Zadanie č.2

Dynamický model dvojramenného manipulátora

ROB

Filip Dubovský

2024

OBSAH

1. ZADANIE	3
2. ROZBOR	4
2.1. Postup riešenia.....	4
2.1.1. Lagrange-ové rovnice druhého druhu:	4
2.1.2. Výpočet Kinetickej a Potenciálnej energie:.....	4
2.1.3. Výpočet dynamických vlastností ramien	5
2.1.4. Výpočet obmedzeného momentu a rýchlosti.....	7
3. Zhodnotenie	8
3.1. Prvá simulácia (skušobná).....	8
3.2. Druhá simulácia (skutočná).....	9
4. KÓD.....	10
4.1. Kód aplikácie	10
4.2. Simulink schéma	13
4.2.1. Prvá simulácia	13
4.2.2. Druhá simulácia.....	13
4.2.3. Podsystemi simulinku	14
5. ZÁVER	16
6. ZDROJE	17

1. ZADANIE

Vytvorte dynamický model dvojramenného manipulátora a navrhните riadenie polohovania robota. V simuláciu si vytvoríte pomocou diferenciálnych rovníc odvodených na cvičení. Na tomto type zadania by ste si mali precvičiť implementáciu Lagrangeových rovníc a zafixovať tak preberané učivo.

Parametre manipulátora:

$$l_1 = 1m, l_2 = 1m$$

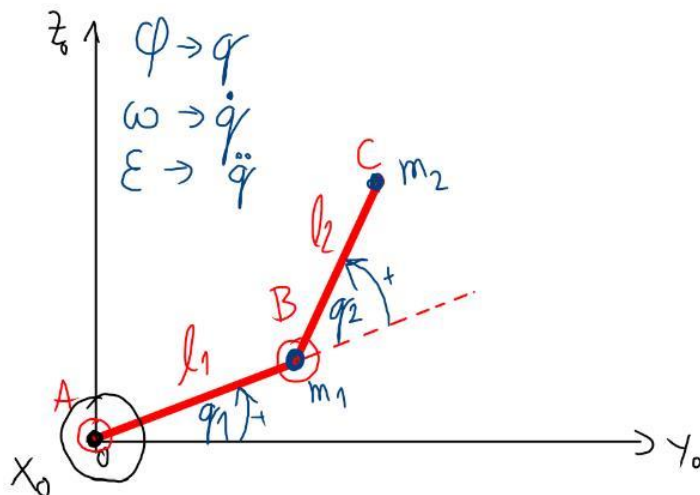
$$m_1 = 5kg, m_2 = 5kg$$

$$B_1 = 2kgm^{-1}, B_2 = 2kgm^{-1}$$

$$g = 9.812ms^{-2}$$

V rámci riešenia zadania sa zamerajte na nasledovné úlohy:

1. Vytvorte simulačný model dvojramenného robota (detailne popíšte jednotlivé časti schémy, ako vznikli jednotlivé bloky, čo predstavujú).
2. Overte funkčnosť modelu (vykresliť priebehy: uhlov, rýchlostí)
3. Nájdite na internete konkrétny typ motora+prevodovky, ktorý by bol vhodný pre manipulátor. Vypíšte z katalógu jeho dôležité parametre.
4. Navrhните polohové riadenie pre obe osi manipulátora. Popíšte riadiacu štruktúru. Uvedte, ako ste hľadali vhodné parametre riadiacej štruktúry.
5. Overte navrhnuté riešenie pre ľubovoľné polohy (uhly) ramena - vyskúšajte viac zmien (malé, veľké) .
6. Experimentujte s obmedzením akčného zásahu regulátora (pridajte blok saturácie, ktorý zohľadní reálne obmedzenie momentov motor, prípadne aj rýchlosti).
7. Vykreslite grafy (uhly, momenty). Grafy by mali byť dobre čitateľné a vhodné na tlač.



Obrázok 1 - Schéma dvojramenného manipulátora

2. ROZBOR

Cieľom tohto projektu bolo odsimulovať dynamické vlastnosti manipulátora (Obrázok 1) pomocou vypočítaných rovníc.

2.1. Postup riešenia

2.1.1. Lagrange-ové rovnice druhého druhu:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_1} = Q_i$$

Rovnica 1 – Lagrange-ove rovnice

$$L = E_k - E_p$$

$$Q_i = \tau_i - B'_i \dot{q}_i$$

Rovnica 2 – Zovšeobecnené hnacie momenty, sily

Dosadením sme získali:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k - E_p}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial E_k - E_p}{\partial q_1} = \tau_i - B'_i \dot{q}_i$$

Rovnica 3 – Výsledné Lagrange-ove rovnice

2.1.2. Výpočet Kinetickej a Potenciálnej energie:

$$E_k = E_{k1} + E_{k2}$$

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (\dot{q}_i \cdot l)^2$$

Rovnica 4 – Všeobecný výpočet Kinematickej energie

Odvodením pre konkrétne prípady sme získali:

$$E_{k1} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2$$

$$E_{k2} = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot (\dot{q}_2 \cdot l_2)^2$$

Rovnica 5 – Vzorce pre jednotlivé ramená

Z obrázka boli odvodené rovnice pre polohy.

$$\begin{aligned} y_c &= l_1 \cdot \cos(q_1) + l_2 \cdot \cos(q_1 + q_2) \\ z_c &= l_1 \cdot \sin(q_1) + l_2 \cdot \sin(q_1 + q_2) \end{aligned}$$

Rovnica 6 – Rovnice polohy

Deriváciou týchto rovníc boli získané rovnice na výpočet rýchlostí.

$$\begin{aligned}\dot{y}_c &= -l_1 \cdot \sin(q_1) \cdot \dot{q}_1 - l_2 \cdot \sin(q_1 + q_2) \cdot (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ \dot{z}_c &= l_1 \cdot \cos(q_1) \cdot \dot{q}_1 + l_2 \cdot \cos(q_1 + q_2) \cdot (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)\end{aligned}$$

Rovnica 7 – Rovnice rýchlostí

Výsledný vektor bol získaný pomocou pytagorovej vety:

$$v_2^2 = (\dot{y}_c^2 + \dot{z}_c^2)$$

Rovnica 8 – Všeobecná rovnica na výpočet vektoru rýchlosti

$$v_2^2 = l_1^2 \dot{q}_1^2 (\sin^2(q_1) + \cos^2(q_1)) + l_2^2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 + 2 l_1 l_2 \dot{q}_1 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \cdot \cos(q_2)$$

Rovnica 9 – Výsledná rovnica na výpočet vektoru rýchlosti

2.1.3. Výpočet dynamických vlastností ramien

Následne bol tento vektor dosadení:

$$E_k = \frac{1}{2} m \cdot l_1^2 \dot{q}_1^2 (\sin^2(q_1) + \cos^2(q_1)) + l_2^2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 + 2 l_1 l_2 \dot{q}_1 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \cdot \cos(q_2)$$

Rovnica 10 – Výsledná rovnica na výpočet Kinetickej energie

$$E_p = E_{p1} + E_{p2} = m_1 \cdot g \cdot [l_1 \cdot \sin(q_1) + l_2 \cdot \sin(q_1 + q_2)]$$

Rovnica 11 – Výsledná rovnica na výpočet Potenciálnej energie

Všetky rovnice boli dosadené do Rovnica 3 – Výsledné Lagrange-ove rovnice a úpravou sme získali:

$$\begin{aligned}& [m_1 l_1^2 + m_2 l_1^2 + m_2 l_2^2 + 2 m_2 l_1 l_2 \cos(q_2)] \ddot{q}_1 + [m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 \cos(q_2)] \ddot{q}_2 = \tau_1 - B'_{11} \dot{q}_1 + \\ & + m_2 l_1 l_2 \cdot \dot{q}_2 \cdot \sin(q_2) (2 \dot{q}_1 + \dot{q}_2) - m_1 l_1 g \cdot \cos(q_1) - m_2 g \cdot [l_1 \cdot \cos(q_1) + l_2 \cdot \cos(q_1 + q_2)]\end{aligned}$$

Rovnica 12 – Rovnica polohy prvého ramena

$$\begin{aligned}& (m_2 l_1 l_2 \cdot \cos(q_2) + m_2 l_2^2) \ddot{q}_2 = \\ & = \tau_2 - B'_{22} \dot{q}_2 - (m_2 l_1 l_2 \cdot \dot{q}_2^2 \cdot \sin(q_2)) - m_2 l_2 g \cdot \cos(q_1 + q_2)\end{aligned}$$

Rovnica 13 – Rovnica polohy druhého ramena

Jednotlivé členy rovníc boli nahradené:

$$j11 = [m_1 l_1^2 + m_2 l_1^2 + m_2 l_2^2 + 2m_2 l_1 l_2 \cos(q_2)]$$

$$j12 = [m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 \cos(q_2)]$$

$$c1 = [m_2 l_1 l_2 \cdot \dot{q}_2 \cdot \sin(q_2)(2\dot{q}_1 + \dot{q}_2)]$$

$$g1 = [-m_1 l_1 g \cdot \cos(q_1) - m_2 g \cdot [l_1 \cdot \cos(q_1) + l_2 \cdot \cos(q_1 + q_2)]]$$

Rovnica 14 – Členy prvej rovnice

$$j21 = [m_2 l_1 l_2 \cdot \cos(q_2) + m_2 l_2^2]$$

$$j22 = [m_2 l_2^2 \cdot \ddot{q}_2]$$

$$c2 = [m_2 l_1 l_2 \cdot \dot{q}_2^2 \cdot \sin(q_2)]$$

$$g2 = [m_2 l_2 g \cdot \cos(q_1 + q_2)]$$

Rovnica 15 – Členy druhej rovnice

Týmto spôsobom sme získali tieto rovnice:

$$\ddot{q}_1 = \frac{\tau_1 - B'_1 \dot{q}_1 + c1(q, \dot{q}) - g1(q) - j12(q) \cdot \ddot{q}_2}{j11(q)}$$

Rovnica 16 – Rovnica pre výpočet Dynamických vlastností prvého ramena

$$\ddot{q}_2 = \frac{\tau_2 - B'_2 \dot{q}_2 + c2(q, \dot{q}) - g2(q) - j21(q)}{j22(q)}$$

Rovnica 17 – Rovnica pre výpočet Dynamických vlastností druhého ramena

2.1.4. Výpočet obmedzeného momentu a rýchlosti

Katalógové hodnoty: [3.][4.]

Hnací moment: $M = 3.6 \text{ Nm}$

Rýchlosť: $v = 2875/3450 \text{ rpm}$

Prevodový pomer: $i = 100$

Vypočítali sme obmedzený hnací moment, teda maximálne hodnoty:

$$M_{red} = M \cdot i = 3.6 \cdot 100 = 360 \text{ Nm}$$

Rovnica 18 – Výpočet maximálneho momentu

Rovnako sme vypočítali obmedzenú zmenu rýchlosti:

$$v_{red} = \frac{v}{i} = \frac{3000}{100} = 30 \text{ rpm}$$

Rovnica 19 – Výpočet maximálnej rýchlosti

Zmenu rýchlosti sme previedli na radiány za sekundu:

$$v_{12} = v_{red} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60} = \pi \text{ rad/s}$$

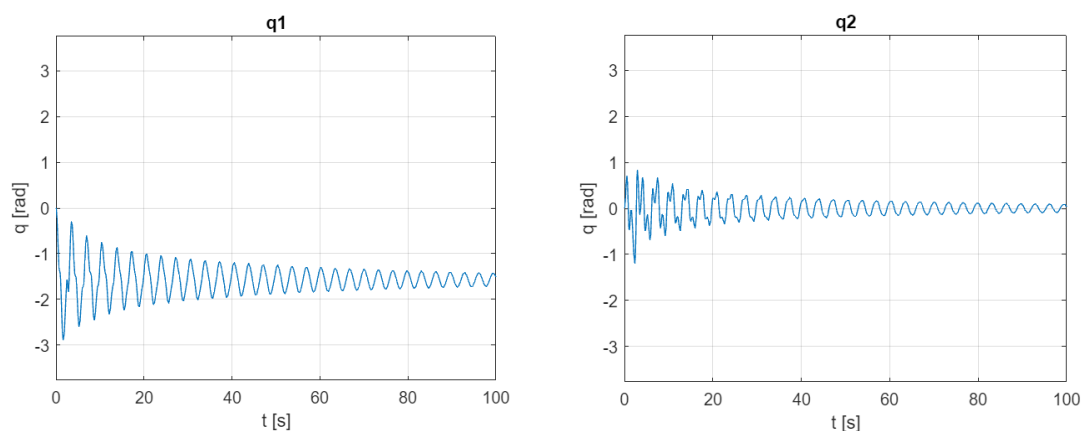
Rovnica 20 - Výsledná maximálna rýchlosť v radiánoch

Získané rovnice sme následne vložili do simulačného programu (Matlab) aby sme overili ich funkčnosť.

3. Zhodnotenie

3.1. Prvá simulácia (skúšobná)

Začali sme tzv. "prázdnu" simuláciou (Obrázok 5), pri ktorej sme na vstupe privedené momenty nastavili na hodnotu 0 a všetko ostatné sme tiež zanedbali, aby sme videli, čo sa stane s ramenom vplyvom gravitačných síl.



Obrázok 2 – Prechodové charakteristiky polohy ramien skúšobnej simulácie

Z grafov sme videli, že nám prvé rameno padlo zvislo dole a druhé tiež. Rameno nám kmitalo a ustálilo sa po veľmi dlhom čase.

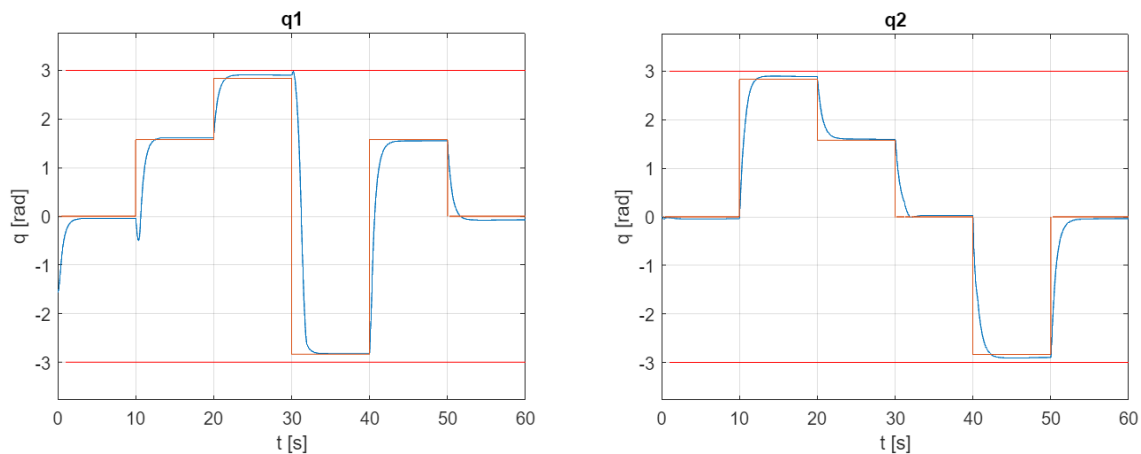
3.2. Druhá simulácia (skutočná)

Zadefinovali sme maximálne hodnoty otáčania ramena a berieme ich do úvahy aby rameno nenabúrало samo do seba.

$$q_1 = \langle -0.9\pi; 0.9\pi \rangle$$

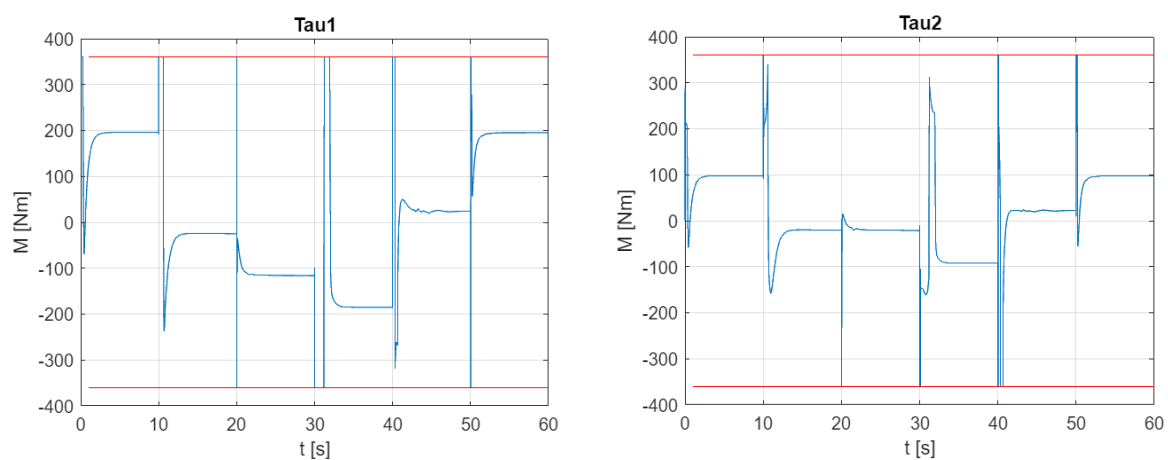
$$q_2 = \langle -0.9\pi; 0.9\pi \rangle$$

Následne sme upravili schému (Obrázok 6) a spustili sme ju s rôznymi hodnotami q_1 a q_2 . PID hodnoty sme upravili tak, aby sa nám ramená ustálili čo najrýchlejšie bez zbytočného kmitania.



Obrázok 3 – Prechodové charakteristiky polohy ramien skutočnej simulácie

Pomocou bloku “Saturation” sme zabezpečili maximálne hodnoty momentov aby sme prevodovku nezničili.



Obrázok 4 – Momenty na jednotlivých ramenách

4. KÓD

4.1. Kód aplikácie

Na začiatku kódu boli zadefinované zadané hodnoty. Následne boli z vybranej prevodovky a motora odčítané hodnoty, ktoré boli potom prepočítané na maximálne.

```
l1 = 1;  
l2 = 2;  
m1 = 5;  
m2 = 5;  
B1 = 2;  
B2 = 2;  
g = 9.81;  
  
Mr = 3.6*100;  
vr = 3000/100;  
v12 = vr * (2*pi/60);  
k = 1.2*pi;
```

Bola spustená prvá simulácia bez vstupných parametrov na otestovanie základnej funkčnosti ramien.

```
simTime = 100;  
sim1 = sim("rob_zadanie2_sim1.slx", 'StopTime', num2str(simTime));  
  
figure;  
plot(sim1.tout, sim1.q1)  
grid on;  
title('q1');  
ylim([-k, k]);  
xlabel('t [s]');  
ylabel('q [rad]');  
  
figure;  
plot(sim1.tout, sim1.q2)  
grid on;  
title('q2');  
ylim([-k, k]);  
xlabel('t [s]');  
ylabel('q [rad]');
```

Nastavili sme vstupné hodnoty a maximálne hodnoty.

```
maxq = ones(1,60)*3  
maxM = ones(1,60)*Mr  
z1 = [0 1/2 0.9 -0.9 1/2 0]*pi;  
z2 = [0 0.9 1/2 0 -0.9 0]*pi;  
t = 0:10:50;  
q1z = transpose([t;z1])  
q2z = transpose([t;z2])
```

Boli nastavené hodnoty PID regulátorov a začiatkové polohy ramien.

```
% Starting positions  
sp1 = -1/2*pi;  
sp2 = 0;  
  
% PID 1  
P1 = 3400;  
I1 = 40;  
D1 = 1800;  
N1 = 250;  
  
% PID 2  
P2 = 2000;  
I2 = 60;  
D2 = 1200;  
N2 = 250;
```

Následne bola spustená druhá simulácia a sledoval sa vývoj našich ramien.

```
simTime = 60;  
sim2 = sim("rob_zadanie2_sim2.slx", 'StopTime', num2str(simTime));  
  
figure;  
plot(sim2.tout,sim2.q1)  
hold on;  
plot(sim2.tout,sim2.q1z)  
plot(maxq,'Color','red')  
plot(-maxq,'Color','red')  
grid on;  
title('q1');  
ylim([-k, k]);  
xlabel('t [s]');  
ylabel('q [rad]');
```

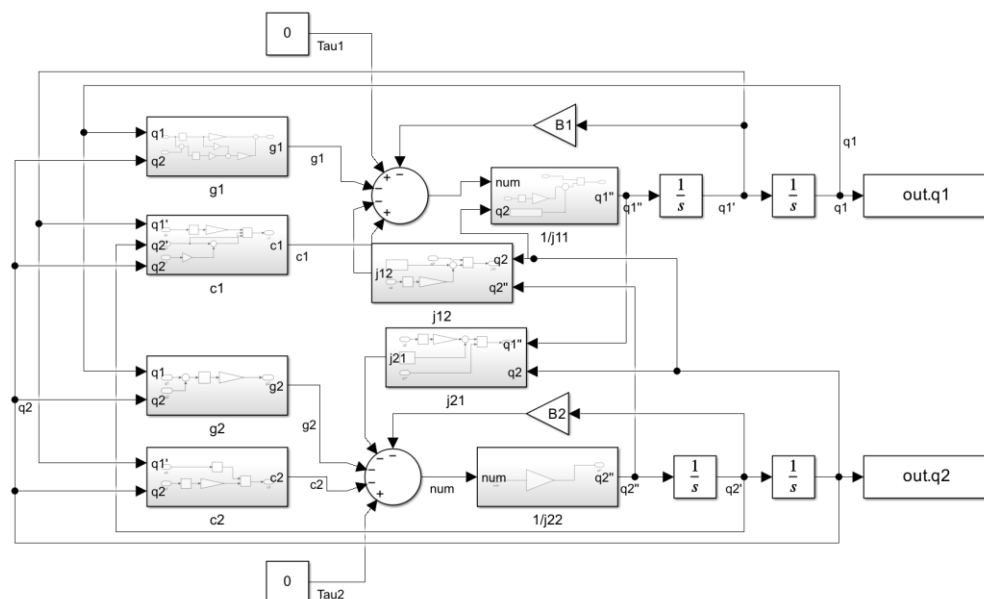
```
figure;
plot(sim2.tout,sim2.q2)
hold on;
plot(sim2.tout,sim2.q2z)
plot(maxq,'Color','red')
plot(-maxq,'Color','red')
grid on;
title('q2');
ylim([-k, k]);
xlabel('t [s]');
ylabel('q [rad]');
figure;
plot(sim2.tout,sim2.Tau1)
hold on;
plot(maxM,'Color','red')
plot(-maxM,'Color','red')
grid on;
title('Tau1');
xlabel('t [s]');
ylabel('M [Nm]');
```

```
figure;
plot(sim2.tout,sim2.Tau2)
hold on;
plot(maxM,'Color','red')
plot(-maxM,'Color','red')
grid on;
title('Tau2');
xlabel('t [s]');
ylabel('M [Nm]');
```

4.2. Simulink schéma

4.2.1. Prvá simulácia

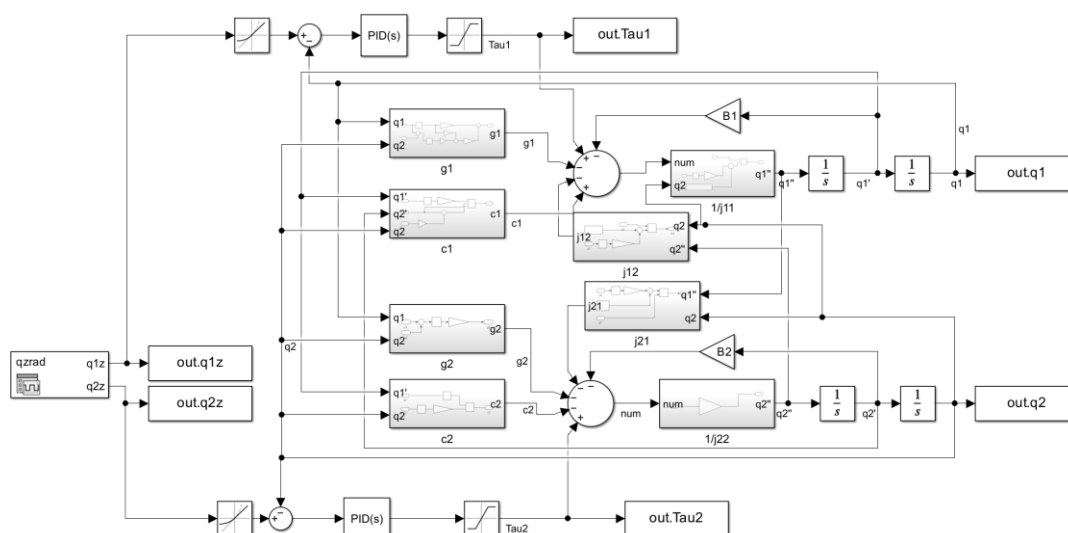
Simulink schému sme navrhovali na základe získaných rovníc (Rovnica 16 Rovnica 17). Namiesto Momentov a spätnej väzby sme priviedli na vstup 0.



Obrázok 5 – Simulink prvej simulácie

4.2.2. Druhá simulácia

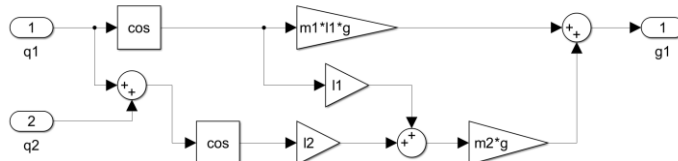
Simulink schému sme navrhovali na základe získaných rovníc (Rovnica 16 Rovnica 17).



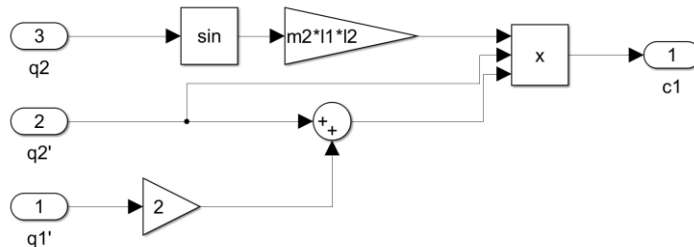
Obrázok 6 – Simulink druhej simulácie

4.2.3. Podsystemy simulinku

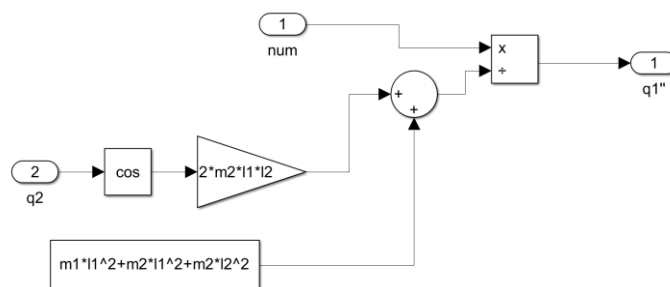
Simulink podsystemy sme navrhovali na základe získaných rovníc (Rovnica 16, Rovnica 14, Rovnica 15).



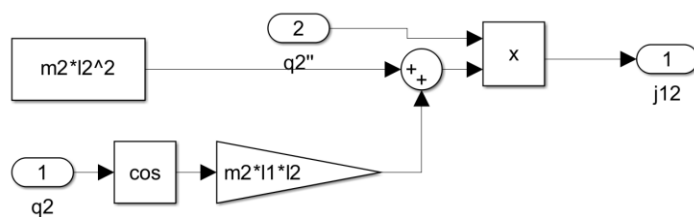
Obrázok 7 – Podsystem g1



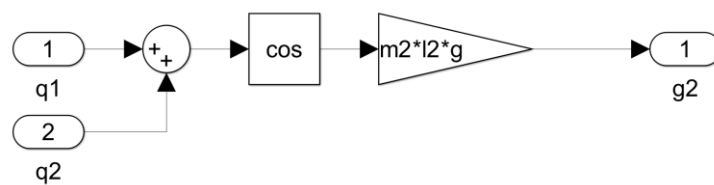
Obrázok 8 – Podsystem c1



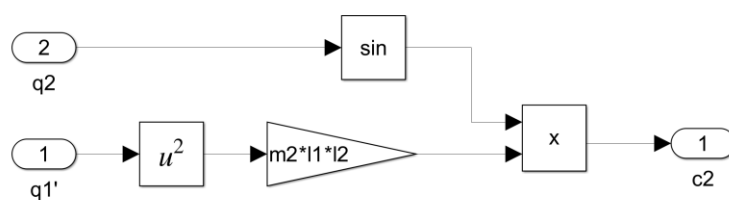
Obrázok 9 – Podsystem 1/j11



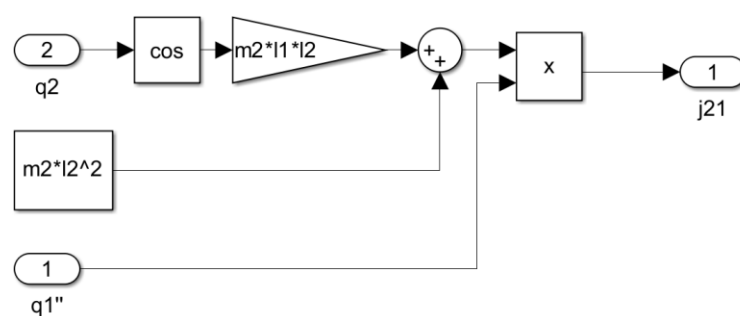
Obrázok 10 – Podsystem j12



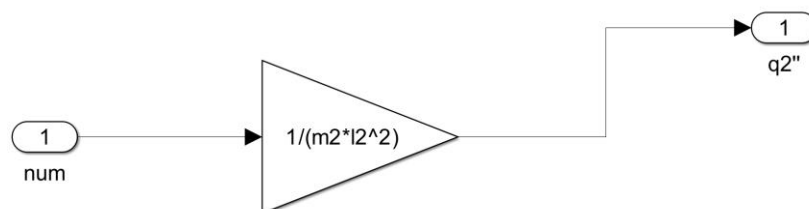
Obrázok 11 – Podsystem g2



Obrázok 12 – Podsystem c2



Obrázok 13 – Podsystem j21



Obrázok 14 – Podsystem 1/j22

5. ZÁVER

Cieľom tohto projektu bolo odsimulovať dynamické vlastnosti manipulátora, čo sme úspešne dosiahli. Z grafov je vidieť, že po správnom nastavení PID regulátora dosiahneme žiadaný priebeh.

V zadaní sme však zanedbali hmotnosti motorov a prevodovky z dôvodu jednoduchosti, avšak tieto faktory by výrazne ovplyvnili naše zadanie. Pre úplnosť by bolo vhodné zohľadniť aj tieto hmotnosti. Výsledky by sa mohli ďalej zlepšiť precíznejším vybratím hodnôt pre PID regulátor a vhodnejšími motormi alebo prevodovkami.

„Zadanie som vypracoval sám. Čestne prehlasujem, že som ho neskopíroval a nikomu inému neposkytol. Nech mi je Isaac Asimov svedkom.“

6. ZDROJE

- [1.] MathWorks. (n.d.). MATLAB Documentation. Dostupné z:
<https://www.mathworks.com/help/matlab/>
- [2.] OpenAI. (n.d.). ChatGPT: A State-of-the-Art Conversational AI. Dostupné z:
<https://openai.com/chatgpt/>
- [3.] Elektromotory.sk. (n.d.). Sneková elektropřevodovka WGM130. [Online]. Dostupné z:
<https://www.elektromotory.sk/obchod/snekova-elektroprevodovka-wgm130/>
- [4.] Elektromotory.sk. (n.d.). Elektromotor 1.1kW 2875RPM 1 AL 80 M/2. [Online]. Dostupné z:
<https://www.elektromotory.sk/obchod/elektromotor-1-1kw-2875rpm-1-al-80-m-2/>