第13次作业

2018年6月4日

（因临近期末，此次作业不用交。下次习题课助教会讲评。）

**1. （长期资产可以提前变现情况下的DD模型）**考虑一个包含*t=0, 1, 2*三个时刻的模型。模型中仅存在一种消费品，既可以用来消费，也可以用来投资。在*t=0*的时刻，每位消费者均有1单位的消费品禀赋。在*t=1, 2*时刻，消费者不再获得新的禀赋。在各个时刻之间，消费者的主观贴现因子均为1。

经济中存在两种资产可被用来做投资。其中，短期资产（流动性资产）是一种储藏技术。它可以将*t*时刻的1单位消费品转化为*t+1*时刻的1单位消费品（*t=0,1*）。另一种是长期资产（非流动性资产）。在*t=0*时刻将1单位消费品投资到长期资产上，在*t=2*的时刻可以产生*R*（*>1*）单位的消费品。我们假设在*t=1*时刻可以提前变现长期资产，获得*r*的回报（*0<r<1*）。

消费者在消费时间的偏好上存在不确定性。消费者有*λ*的概率是一个“前期消费者”（无耐心），只能够通过1时刻的消费获得效用。消费者还有*1-λ*的概率是一个“后期消费者”（有耐心），只能通过2时刻的消费获得效用。消费者的效用函数为



**（a）**在自给自足状况下，消费者0时刻的期望效用是多少？

**（b）**如果有中央计划者来优化配置资源，消费者0时刻的期望效用是多少？

**（c）**如果在1时刻存在一个市场让两类消费者相互交易资产，消费者0时刻的期望效用是多少？

**（d）**如果经济中又存在银行，又存在1时刻的市场，消费者0时刻的期望效用是多少？

**2.** 模型中有三个时期，*t=1,2,3*。经济中存在一种总供给量为1的资产。该资产在时期1和2没有支付（payoff），但在时期3会确定性地带来支付*100*。经济中存在两种投资者：噪声交易者（noise traders）与风险中性的套利者（arbitrageurs）。在时期3，两类投资者都清楚无误的知道资产的支付为*100*。在时期1和2，噪声交易者存在认知偏差，会认为时期3的资产支付为*V-St*（*t=1, 2*）。在1和2时刻，噪声交易者对资产的总需求为



在时期1，噪声交易者的认知偏差为*S1=30*。套利者在时期1知道当期噪声交易者的认知偏差，并在做时期1的投资决策时可以利用这一信息。但是，套利者在时期1时并不清楚时期2噪声交易者的认知偏差*S2*会是多少，而只知道*S2*有如下的概率分布



在时期1，套利者初始拥有的资金量为*F1=30*。它可以选择将其中的一部分、或是全部投入到资产上。当然，套利者也可以完全不投资于资产。没有投资在资产上的资金将会被如数带到下一时期（这部分资金产生1的总回报率）。

在时期2，基于套利资金在时期1的投资绩效，套利者所能掌管的资金量将会发生变化。具体来说，套利者时期2可用来投资的资金量为*F2=F1×[1+2×(R-1)]*。其中的*R*为时期1投资的总回报率。

**（a）**请列出套利者在1期的优化目标函数；

**（b）**请计算，套利者在时期1应该将多少资金投在资产上，结果保留至小数点后一位（注意讨论角点解情况）；

**（c）**请计算出时期1和时期2的资产价格，结果保留至小数点后一位。