最近读完了叶峰老师的《一阶逻辑与一阶理论》，但是其中的一阶理论部分的习题时，遇到了一些困惑的地方，希望向老师请教，非常感谢！辛苦老师了（《一阶逻辑与一阶理论》附在附件中）

分别是以下：

1. 第168页习题12.

设A是L的所有结构组成的类。又设L的一个结构类A1，使得A1与A - A1都是初等类，证明，A1与A – A1都是可有限公理化的。

目前想法是：作一个简单的观察，若结构A1是可有限公理化的，则A – A1也是可有限公理化的（设刻画A1的公理集合为Φ，因为Φ是有限的，所以可以取Φ中的公式的合取作为一个单独公式φ，则刻画A – A1的公理为¬φ）。所以要证明所求，可以证明若A1不可有限公理化（只可无限公理化），则A – A1不可公理化，即不是初等类，得到矛盾从而得证。设刻画A1的语句集为Φ，其为{φ1，φ2，……}（可是若Φ是不可数无穷的，我就不知道了），则任一结构B∈A – A1 当且仅当 B ∈ Mod(φ1) 或 B ∈ Mod(φ2) 或……。为了得到矛盾，假设A – A1是初等类，刻画它的语句集是Ψ。由上述知Mod(φ1)，Mod(φ2)等被A – A1所包含，所以φ1 |=Ψ，φ2|=Ψ……，而且Ψ不能是有限的。但是接下来如何，我还没有想到。

1. 第168页习题13.

设A是L的一个结构类，使得对任意L结构AA、B，如AA ∈ A，且B初等等价于AA，则B∈ A。试证明，A是L的初等类，当且仅当对L的任意语句集Φ，如Φ的每个有限子集都有一个模型在A中，则Φ也有一个模型在A中。

目前的想法是：从左推到右：设A是初等类，刻画A的语句集是Ψ。因为Φ的每个有限子集都有一个模型在A中，所以对Φ的任意有限子集θ，θ∪Ψ都有模型，由紧致性定理，Φ∪Ψ也有模型，该模型也是满足Ψ的模型，所以也在A中。可是从右推到左如何推，我还没有想到。

1. 第171夜习题3.

证明，对任一语言L，可找到L的一个语句集Φ，使得Φ有模型，但没用基数小于L的基数的模型。

1. 第185页习题1

证明，L的理论T是完备的，当且仅当对任意L语句φ，ψ，φ∨ψ∈ T蕴含φ∈ T或ψ∈ T。

两个方向都是容易的。可是叶峰老师书上对完备的定义（第184页定义5.7）有一条是T是一致的，可是“对任意L语句φ，ψ，φ∨ψ∈ T蕴含φ∈ T或ψ∈ T”蕴含T的一致性吗？

5．第185页练习2.

证明：设L是这样一个一阶语言，它有可数无穷个常量符号C0,C1,C2,…..，没有其它的非逻辑符号，令Φ={Cm≠Cn|m≠n, m, n = 0, 1, 2, ……}，则L的理论T=Th(Φ)不是阿列夫0范畴的，但对于任何一个不可数基数α，它都是α范畴的。

1. 第185页练习3.

证明，有左端点而无右端（有两个端点）的稠密线性序理论是完备的。

除了还不会做之外，我的困惑之处还在于“有两个端点”一句，这是指“没有两个端点，而只有一个端点”吗？还是指“右端不只有一个端点，而有两个不同端点”呢（可是这种情况与线性序这一条件相违背）？

1. 第185页习题5.

设L只有有限个非逻辑符号，又设L的理论T是范畴的，试证明，T是可有限公理化的