老师，

您好！

我是华南师范大学哲学系的一名大一学生，名叫曾千里。最近读完了老师的《数理逻辑：证明及其限度（第二版）》（郝兆宽，杨睿之，杨跃《数理逻辑：证明及其限度（第二版）》，复旦大学出版社，2020），但是在其中遇到了一些困惑的地方，在下面，希望向老师请教，非常感谢！辛苦老师了（如果有些乱码烦请参阅附件，非常感谢！）

**1.第117页，**

“**子情形5：**φ为∃xψ(x)。根据构造，会处理φ无穷多次，在每次处理它时，j-最小的那个还不在p中的ψ()被添进p中。”

**可是，在第116页，处理φ为∃xψ(x)的情况时的定义是：**

“(∃) Γ = 若干原子公式，∃xψ(x)，Δ，则Γ’ = 同样原子公式，ψ()，Δ，其中为，…中第一个迄今为止没有用来当成∃xψ(x)证据的变元。”

**在这里，自下往上的处理时，在Γ’中 Γ中的∃xψ(x)就被替换成了ψ()，为什么∃xψ(x)会被处理无穷多次呢？非常抱歉我没有看出来，还望指教，非常感谢！**

**2.第126页，定理7.1.13的叙述中**

“0≤≤n”

**或应改为**

**“0≤n”**

**3.第169页**，

“根据以上对非标准模型的分析，我们不能用乌什-沃特判别法。”

**在169页的“以上的分析”中，说明了普莱斯伯格算术的模型的Z链部分（如果有的话），必然是稠密无断点的。可是可能是因为我的愚钝，我没有从这中直接看出为什么普莱斯伯格对于所有无穷基数， 都不是λ-范畴的，因为其上的序反而变得不能任意了。希望能够指教，非常感谢！**

**4.第172页定理8.5.3，**

“定理 8.5.3 集合X ⊆ N在结构中是可定义的当且仅当X是最终周期的，即：存在自然数M和p，使得对任意的n>M，都有n X当且仅当n+pX。”

**这里“存在自然数”是否应该为“存在正整数”呢？否则取p为0，那么就有“nX当且仅当n + 0 X”了，而这是一定能够达成的，因而任何N的子集合X在结构中都能够定义了。而这显然是不对的。**

**5.第174页习题8.5.5，**

“**8.5.5** 证明普莱斯伯格算术不能被有穷公理化。”

**我给出的普莱斯伯格算术的公理是带有归纳公理模式的。一个简单的想法是：如果理论T是可有穷公理化的，且被公理集合Γ公理化，那么一定有其中的有穷子集Γ’公理化了T。但是在想要证明归纳公理模式的有穷子集不能推出整个归纳公理模式时，我遇上了无从入手的境地。还望赐教，非常感谢！**

**6.第203页习题9.4.1，**

“**9.4.1** 证明集合是一个集合。”

**我似乎有点眉目，但是如何似乎一个集合所处在算术分层中所处的位置是根据定义其的在算术分层中的位置最小的公式决定的，可是如何说明的定义公式就是定义其的公式中在算术分层所处的位置中最小的呢？而“ω-一致的”的定义中的“n”中的标准自然数N又如何形式化呢？**

**7.第216页，**

“考察归纳情形。假定满足对所有的，。令和，则*l*与*m*互素（留给读者练习）。根据欧几里得引理，存在x和y，使得。”

**第二不完全性定理的证明繁难，我没有完全去follow，但是在此遇到一个疑惑不解之处，m(x)为一可证递归函数，如何依此得出其参数为小于n的值时的值之最小公倍数与其参数为n时的值互素呢？**

**且其下言曰：**

“同非形式化的中国剩余定义（定义9.1.18）相比，首先在叙述中避免了有穷序列和。在证明中一直没有离开自然数，即：避免用到任何整数Z的性质，而且是在PA中进行的。”

**可是“根据欧几里得引理，存在x和y，使得”一句，其中的x和y根据欧几里得引理可能是整数而非自然数，这算不算用到了整数的性质呢？**

**8.第234页，习题10.4.4，**

“**10.4.4** 证明形式化的演绎定理：令**T’**=T+φ，则

”

**似有误，或应改为：“**

**”**

**而这如何证明呢（如何把非形式化的变为形式化的，和如何处理跨系统的可证性谓词）？我遇到了些困难，还望赐教，非常感谢！**

**9.第240页，**

“模型论的参考书有***Model Theory***（**Chang and Keisler，1900**）”

**时间或有误。**