

《机器人学》第 4 次课后作业

习题 2 某平面 3 自由度机械臂型如图 1 所示，该机器人由 3 个关节和 3 个连杆组成（除基座外），连杆 1~连杆 3 的长度依次表示为 $l_1 \sim l_3$ 。

基坐标系和末端工具坐标系分别为 $\{x_0 y_0 z_0\}$ 和 $\{x_e y_e z_e\}$ ，机器人所有关节轴均与 z_0 轴平行。定义关节位置变量为 $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2, \theta_3]^T$ ，末端位姿变量为 $\mathbf{x}_e = [p_{ex}, p_{ey}, \psi_e]^T$ ，其中 (p_{ex}, p_{ey}) 为末端点在基坐标系中的坐标（即末端位置矢量 $\mathbf{p}_e = [p_{ex}, p_{ey}]^T$ ）， ψ_e 为 x_0 轴绕 z_0 轴旋转后与 x_e 重合所需的转角。根据前述条件，完成下面的作业：

- （1）推导该机器人的位置级正运动学方程，建立从关节变量 $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ 到机器人末端位姿 (p_{ex}, p_{ey}, ψ_e) 的函数关系；
- （2）推导该机器人的位置级逆运动学方程，建立从末端位姿 (p_{ex}, p_{ey}, ψ_e) 到关节变量 $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ 的函数关系。

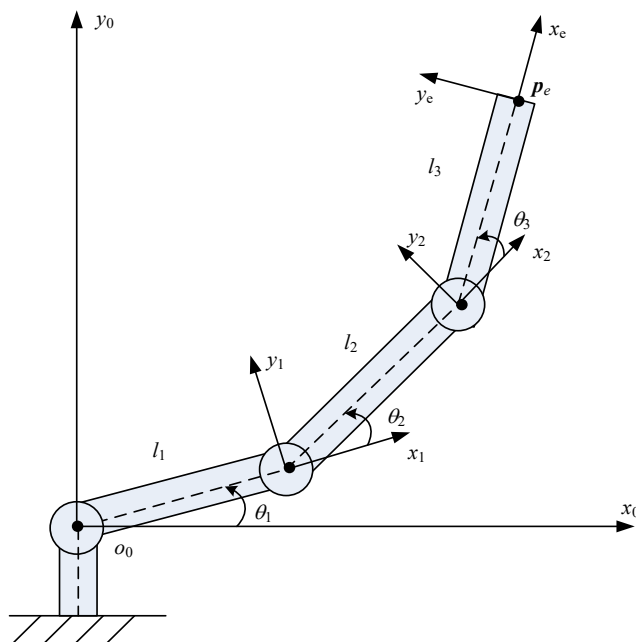


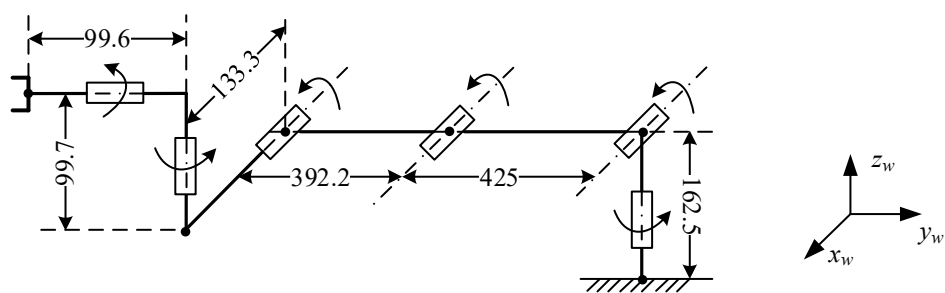
图 1 平面 3DOF 机械臂构型

习题 2 UR5e 机器人有 6 个关节，其 3D 模型及关节配置如图 1 所示（图中的长度单位为 mm）。请完成下面的作业：

- （1）建立该机器人的 D-H 坐标系并给出 D-H 参数表。
- （2）根据建立的坐标系和参数表，给出 0T_1 、 1T_4 、 4T_6 的表达式。
- （3）当关节变量为 $[16^\circ, -124^\circ, 63^\circ, 152^\circ, 88^\circ, -166^\circ]$ 时，计算末端齐次变换矩阵 0T_6 ，并给出位置矢量和姿态角（动轴 xyz 欧拉角）。



(a) UR5e 机器人 3D 模型



(b) UR5e 机器人关节配置

图 2 UR5e 机器人 3D 模型及关节配置