LSMC 로직 설명

1. 회귀모형

상품을 계속 보유할 때의 가치 V는 순간금리를 구성하는 $x(t)$에 대한 이차식으로 회귀모형을 구성한다. 예를 들어, 1~3개의 순간금리에 의해 그 가격이 계산되는 상품에 대하여 상품을 계속 보유할 때의 가치는 다음 식과 같은 회귀모형으로 구성한다..

1개인 경우 : $V = a_1x_1^2 + a_2x_1 + a_3$

2개인 경우 : $V = a_1x_1^2 + a_2x_1x_2 + a_3x_2^2 + a_4x_1 + a_5x_2 + a_6$

3개인 경우 : $V = a_1x_1^2 + a_2x_1x_2 + a_3x_1x_3 + a_4x_2^2 + a_5x_2x_3 + a_6x_3^2 + a_7x_1 + a_8x_2 + a_9x_3 + a_{10}$

회귀모형의 독립변수는 서로 다른 순간금리로 한다. 예를 들어, 평가하는 상품인 구조화 채권의 기준금리1이 3년만기 국채금리, 기준금리2가 LIBOR 3개월 금리, 할인금리가 국채금리이면 사용되는 금리 기간구조가 2개이다. 따라서 이 상품을 계속 보유할 때의 가치는 독립변수가 2개인 회귀모형을 이용한다

2. 관찰 주기

모듈 자체에 Accrual 시뮬레이션 관찰 주기 변수가 존재하여 입력된 일 기준으로 간격을 생성한다. 단 0입력시 (Default값) 내부에서 자동생성하며 이때의 관찰 주기는 양쪽 Leg(Structured leg, Floating leg)의 리셋일, 지급일 그리고 옵션행사일을 합친(Merge) 결과를 토대로 생성한다.

3. LSMC

Least-square method을 이용한 Monte Carlo 계산과정을 살펴보면 다음과 같다.

1) 먼저 N개의 simulated path를 생성한다. (Path별, 커브별 시뮬된 x의 값)
   (여기서 x란 short rate이 아닌 Ornstein-Uhlenbeck 확률과정임.)

$$dx(t) = -\kappa x(t)dt + \sigma(t)dW(t), \quad x(0) = 0$$

2) 금리조건에 따른 Payoff를 계산하여 각 path별로 coupon을 산정한다.

3) 2)에서 계산된 coupon과 Notional을 합산한 금액을 마지막 Call시점까지 할인하여 각 path별로 가격을 계산한다.
4) 최소자승법으로 path별로 보유가치를 계산한다.
5) 최적의 관계를 나타내는 회귀식을 도출 후 그 시점에서 각 path의 보유가치를 구한다.

   식은 다음과 같다.

$$\tilde{P} = (\widetilde{P_j}) = (A^T A)^{-1} A^T b \ \ (= Min\|Ax - b\|_2)$$

6) 그 시점의 행사 가치와 비교하여 옵션의 행사 여부를 결정한다.
   콜 옵션을 행사한다는 것은 그 시점에서 전체 상환을 한다는 의미이므로 행사 시점 이후의 path는 의미가 없으므로 콜 행사 시점을 만기로 조정한다.

발행자가 콜할 수 있는 경우 $\widetilde{P_j} > Strike\ \ Price$ 이면 콜처리가 되고 투자자가 콜 할 수 있는 경우 $\widetilde{P_j} < Strike\ \ Price$ 이면 콜처리가 된다.

7) Backward 방식으로 마지막 콜 시점에서부터 최초 콜 시점까지 순차적으로 3) ~ 6)를 반복하여 path의 만기 및 Cash Flow 조정을 한다.
8) 조정된 각 path별 Cash Flow를 현가화 시킨 후 평균하여 Callable Bond의 가치를 산출한다.