

HW_Calibration 로직 설명서

빠른 Calibration, Levenberg-marquardt 알고리즘 두 가지 사용 가능

| | | |
|---|-----------|----------------|
| Swaption/Cap Flag Kappa고정Flag Kappa고정값 | | 1 0 0.01 |
| 빠른 Calibration levenberg-marquardt Calibration | | Error |
| 오후 2:56:23 오후 2:56:24 | | |
| 커브1 Information | | |
| Result HW | | |
| kappa | 0.0108 | |
| Term | Vol | |
| 0.50 | 0.0037600 | |
| 1.00 | 0.0039600 | |
| 1.50 | 0.0035800 | |
| 2.00 | 0.0039600 | |
| 3.00 | 0.0039600 | |
| 4.00 | 0.0032800 | |
| 5.00 | 0.0039800 | |
| 7.00 | 0.0037200 | |
| 10.00 | 0.0077600 | |
| Zero Rate | | |
| Index | Term입력 | Rate |
| 1 | 0.00 | 0.0131 |
| 2 | 0.25 | 0.0149 |
| 3 | 0.50 | 0.0155 |
| 4 | 0.75 | 0.0166 |
| 5 | 1.00 | 0.0178 |
| 6 | 2.00 | 0.0207 |
| 7 | 3.00 | 0.0217 |
| 8 | 4.00 | 0.0220 |
| 9 | 5.00 | 0.0222 |
| 10 | 7.00 | 0.0222 |
| 11 | 10.00 | 0.0221 |
| 12 | 12.00 | 0.0241 |
| 13 | 15.00 | 0.0246 |
| 14 | 20.00 | 0.0251 |
| 15 | | |
| 16 | | |
| Cap Info | | |
| Cap Frequency | 3 | |
| Index | Term입력 | Vol입력 |
| 1 | 1.00 | 0.1496 |
| 2 | 2.00 | 0.1509 |
| 3 | 3.00 | 0.1497 |
| 4 | 4.00 | 0.1473 |
| 5 | 5.00 | 0.1489 |
| 6 | 7.00 | 0.1430 |
| 7 | 10.00 | 0.1421 |
| 8 | | |
| 9 | | |
| 10 | | |
| 11 | | |
| 12 | | |
| 13 | | |
| 14 | | |
| 15 | | |
| 16 | | |
| ATM Swaption Info | | |
| Swap Frequency | 3 | |
| 옵션만기 | 소입만기 | |
| 0.50 | 1.00 | 2.00 |
| 1.00 | 13.15% | 14.05% |
| 1.50 | 13.55% | 14.15% |
| 2.00 | 14.30% | 14.80% |
| 3.00 | 15.40% | 15.55% |
| 4.00 | 16.25% | 15.65% |
| 5.00 | 15.90% | 15.55% |
| 7.00 | 16.30% | 15.55% |
| 10.00 | 15.10% | 14.85% |
| | 15.10% | 14.95% |
| | | 14.60% |

1. Levenberg-marquardt

$$(\kappa^*, \sigma_t^*) = \underset{\kappa, \sigma}{\operatorname{argmin}} \sum_i \{BLACKPRICE_i^{mkt} - HWPRICE(\kappa, \sigma_t)\}^2$$

$$P_{k+1} = P_k - (J^T J + \mu_k I)^{-1} J^T R(p_k)$$

(간혹 $\mu_k I$ 대신에 $\mu_k (J^T J)$ 를 사용하기도 함)

$$\text{여기서 } J = \begin{bmatrix} \frac{\delta r_1(p)}{\delta p_1} & \dots & \frac{\delta r_1(p)}{\delta p_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\delta r_n(p)}{\delta p_1} & \dots & \frac{\delta r_n(p)}{\delta p_m} \end{bmatrix}, \quad R(p) = \begin{bmatrix} r_1(p) \\ \vdots \\ r_n(p) \end{bmatrix}$$

2. 빠른 Calibration

1-1 빠른 Calibration 방법론

κ 는 0.002부터 0.1까지 0.002간격으로,

σ_t 는 0.001부터 0.04까지 0.001간격으로 넣고 Swaption 및 Cap Pricing을 한다.

for($\kappa = 0.002$ to 0.1 ; $d\kappa = 0.002$)

for($\sigma = 0.001$ to 0.04 ; $d\sigma = 0.001$)

$$\text{Error}(\kappa, \sigma) = P(\kappa, \sigma) - P(\text{black})$$

Find Min Error Point(κ^*, σ^*)

찾아낸 κ, σ 근방에서 위의 로직을 한 번 더 실행함

for($\kappa = \hat{\kappa} - 0.001$ to $\hat{\kappa} + 0.001$; $d\hat{\kappa} = 0.0002$)

for($\sigma = \hat{\sigma} - 0.001$ to $\hat{\sigma} + 0.001$; $d\hat{\sigma} = 0.0001$)

Error(κ, σ) = $P(\kappa, \sigma) - P(\text{black})$

Find Min Error Point(κ, σ)

1-2 Calibration 예시

Example) 다음과 같이 Swaption Vol이 주어진다고 가정하자.

| | Swapmat= 1 | Swapmat= 2 | Swapmat= 3 |
|-------------|------------|------------|------------|
| Optmat= 0.5 | 10% | 12% | 14% |
| Optmat= 1 | 11% | 13% | 15% |
| Optmat= 1.5 | 12% | 14% | 16% |

Calibration은 다음과 같이 실행된다.

for(optmat = 0.5 to 1.5)

for($\kappa = 0.002$ to 0.1; $d\kappa = 0.002$)

for($\sigma = 0.001$ to 0.04; $d\sigma = 0.001$)

{

Error₁(κ, σ) = $P(\kappa, \sigma) - P(\text{black}, \text{Vol}_1)$

Error₂(κ, σ) = $P(\kappa, \sigma) - P(\text{black}, \text{Vol}_2)$

Error₃(κ, σ) = $P(\kappa, \sigma) - P(\text{black}, \text{Vol}_3)$

Error = Error₁ + Error₂ + Error₃

}

Find Min Error Point($\kappa, \sigma_{\text{optmat}}$)

찾아낸 κ, σ 근방에서 위의 로직을 한 번 더 실행함