

# **Paikallisuus hajautetuissa verkkoalgoritmeissa**

Juhana Laurinharju

Tieteellinen kirjoittaminen  
Helsingin Yliopisto  
Tietojenkäsittelytieteen laitos

Helsinki, 31. tammikuuta 2013

Tiedekunta — Fakultet — Faculty		Laitos — Institution — Department	
Matemaattis-luonnontieteellinen		Tietojenkäsittelytieteen laitos	
Tekijä — Författare — Author			
Juhana Laurinharju			
Työn nimi — Arbetets titel — Title			
Paikallisuus hajautetuissa verkkoalgoritmeissa			
Oppiaine — Läroämne — Subject			
Tietojenkäsittelytiede			
Työn laji — Arbetets art — Level	Aika — Datum — Month and year	Sivumäärä — Sidoantal — Number of pages	
Tieteellinen kirjoittaminen	31. tammikuuta 2013	4	
Tiivistelmä — Referat — Abstract			
Tiivistelmä.			
Avainsanat — Nyckelord — Keywords			
Säilytyspaikka — Förvaringsställe — Where deposited			
Muita tietoja — Övriga uppgifter — Additional information			

## Sisältö

1	Johdanto	3
2	Laskennan malli	3
3	Verkon väritys	3
4	Sykli	3
5	Iteroitu logaritmi $\log^*$	3
6	todo	4
7	Lähteet	4

## 1 Johdanto

Artikkelissa *Locality in Distributed Graph Algorithms* [2] Linial näyttää, ettei hajautettu algoritmi voi 3-värittää  $n$  solmun sykliä alle  $\log^* n$  kierroksessa. Tämä alaraja on tiukka, sillä Colen ja Vishkinin [1] algoritmilla  $n$ -syklin voi 3-värittää  $\log^* n$  kierroksessa.

## 2 Laskennan malli

Olkoon  $G = (V, E)$  suuntaamaton verkko. Verkon jokaisessa solmussa  $v \in V$  on tietokone. Laskenta koostuu kommunikointikierroksista. Yhden kommunikointikierroksen aikana jokainen solmu voi:

1. suorittaa mielivaltaista laskentaa
2. lähettää viestin jokaiselle naapurilleen
3. vastaanottaa naapureiden lähettämät viestit

## 3 Verkon väritys

Verkko on väritetty, jos jokaiseen solmuun  $v \in V$  on liitetty jokin väri ja kahdella vierekkäisellä solmulla ei koskaan ole samaa väriä. Tarkemmin, verkon  $G = (V, E)$  *solmuväritys* on kuvaus  $c : V \rightarrow \{1, \dots, k\}$  jollain luonnollisella luvulla  $k \in \mathbb{N}$ . Lisäksi vaaditaan, että jos verkossa on kaari solmusta  $v$  solmuun  $u$ , eli  $vu \in E$ , niin  $c(v) \neq c(u)$ .

Verkon voi värittää  $k$ :lla värillä jos löytyy yllä olevan ehdon täyttävä kuvaus  $c : V \rightarrow \{1, \dots, k\}$ . Tällaista väritystä kutsutaan  $k$ -väritykseksi.

TODO: tähän pari kuvaa väritetyistä verkoista

## 4 Sykli

Verkko on sykli, jos se on yhtenäinen ja sen jokaisella solmulla on tasan kaksi naapuria.

TODO: kuva syklistä

Syklin voi aina värittää kolmella värillä.

TODO: kuva 3-väritetystä syklistä

## 5 Iteroitu logaritmi $\log^*$

Iteroitu logaritmi  $\log^*$  kertoo kuinka monta kertaa luvusta täytyy ottaa logaritmi, kunnes lopputulos on korkeintaan yksi.

$$\log^* x = \begin{cases} 0 & , \text{ jos } x \leq 1 \\ 1 + \log^*(\log x) & , \text{ muutoin} \end{cases}$$

Esimerkiksi

$$\begin{aligned} \log^* 16 &= \log^* 2^{2^2} = 1 + \log^* 2^2 \\ &= 2 + \log^* 2 = 3 + \log^* 1 = 3 \end{aligned}$$

ja

$$\begin{aligned} \log^* 65536 &= \log^* 2^{2^{2^2}} = 1 + \log^* 16 \\ &= 4, \end{aligned}$$

mistä voi huomata, että  $\log^* n$  on arvoltaan pienempi kuin 5, kun  $n < 2^{65536}$ . Iteroitu logaritmi on siis äärimmäisen hitaasti kasvava funktio.

## 6 todo

- $\Omega(\log^* n)$  alaraja syklissä
- löytyy  $O(\log^* n)$  algoritmi
- viitteet verkkoteoreettisten termien määritelmiin?
- viite laskennan mallin määritelmän yhteyteen?

## 7 Lähteet

- [1] Cole, Richard ja Uzi Vishkin: *Deterministic coin tossing with applications to optimal parallel list ranking*. Information and Control, 70(1):32–53, 1986.
- [2] Linial, Nathan: *Locality in Distributed Graph Algorithms*. SIAM Journal on Computing, 21(1):193–201, 1992.