I. Physikalisches Anfängerpraktikum



${\bf Protokoll\ zum\ Versuch} \\ {\bf Schallgeschwindigkeit}$

(Versuch 26)

Autor: Finn Zeumer (hz334)

Versuchspatnerin: Annika Künstle

Versuchsbegleiter: Adrian Karl Emanuel Hondyk

Datum der Ausführung: 23.09.2025

Abgabedatum: 30.09.2025



Inhaltsverzeichnis

I.	Einle	eitung	3
	1.1.	Aufgabe/Motivation	3
		Physikalische Grundlage	3
		1.2.1. Schallausbreitung in Gasen	3
		1.2.2. Stehende Wellen im Quincke'schen Rohr	3
		1.2.3. Laufzeitmessung einer fortschreitenden Schallwelle	4
		1.2.4. Signalverarbeitung mittels Lock-In-Verstärker	4
M	essda	ten	5
Π.	Dure	chführung	8
Ш	. Ausı	wertung	10
	3.1.	Bestimmung der theoretischen Schallgeschwindigkeit	11
	3.2.	4 0 m 2 m 0 m 1 0 m 1 m 1 0 m 1 m 1 0 m 1 m 1 m	11
		3.2.1. Luft	12
		3.2.2. Kohlenstoffdioxid	12
		3.2.3. Signifikanz	12
		3.2.4. Verhältnis der Schallgeschwindigkeiten	13
	3.3.	Bestimmung der Schallgeschwindigkeit via Laufzeitmessung	13
		3.3.1. Y-t Modus	13
		3.3.2. X-Y Modus	14
		3.3.3. Vergleich der Modi	14
		3.3.4. Gesamtvergleich	15
	3.4.	Aufgenommene Stimme	15
	3.5.	Invarianz der Frequenz	15
IV			17
	4.1.	Zusammenfassung	17
	4.2.	Diskussion	17
	4.3.	Kritik	18

I. Einleitung

1.1. Aufgabe/Motivation

Ziel des vorliegenden Versuchs ist die Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in verschiedenen Gasen, insbesondere in Luft und Kohlenstoffdioxid, unter Verwendung zweier unabhängiger Messmethoden. Im ersten Teil des Experiments wird die Schallgeschwindigkeit mithilfe eines Quincke'schen Rohres über die Analyse stehender Wellen ermittelt. Im zweiten Teil erfolgt eine Bestimmung der Schallgeschwindigkeit über die direkte Messung der Laufzeit einer fortschreitenden Welle mittels eines Oszilloskops. Durch den Vergleich beider Verfahren sollen Unterschiede in der Genauigkeit und Empfindlichkeit der Methoden herausgearbeitet werden.

1.2. Physikalische Grundlage

[Dem17, Wag25a]

1.2.1. Schallausbreitung in Gasen

Schall breitet sich in Gasen als longitudinale mechanische Welle aus. Es handelt sich um eine Druckwele, bei der die Schwingungsrichtung der Teilchen entlnag der Ausbreitungsrichtung verläuft. Da Gase im Vergleich zu Festkörpern nur geringe Kopplungskräfte zwischen den Teilchen aufweisen, treten in ihnen keine Transversalwellen auf. Die Geschwindigkeit c einer Schallwelle in einem idealen Gas ist abhängig von den Eigenschaften des Mediums und lässt sich theoretisch durch die folgende Beziehung berechnen:

$$c = \sqrt{\frac{\kappa RT}{M}} \tag{1}$$

Hierbei ist κ der Adiabatenkoeffizient, R die allgemeine Gaskonstante, T die absolute Temperatur und M die molare Masse des betrachteten Gases.

Für den Vergleich der gemessenen Werte mit Literaturwerten unter Normalbedingungen kann eine Temperaturkorrektur mittels

$$\frac{c_0}{c} = \sqrt{\frac{T_0}{T}} \tag{2}$$

durchgeführt werden, wobei c_0 die Schallgeschwindigkeit bei Temperatur T_0 und c die bei Versuchstemperatur T gemessene Geschwindigkeit bezeichnet.

1.2.2. Stehende Wellen im Quincke'schen Rohr

Im ersten Versuchsteil wird ein Quincke'sches Rohr verwendet, um stehende Wellen zu erzeugen und deren Eigenschaften zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit zu nutzen. Der Aufbau besteht aus einem vertikal ausgerichteten Rohr mit einem Lautsprecher am oberen Ende und einer verstellbaren Wassersäule am unteren Ende, die als reflektierendes Medium dient. Die vom Lautsprecher emittierte Schallwelle wird an der Wasseroberfläche reflektiert und interferiert mit der einfallenden Welle, wodurch es bei geeigneter Resonanzbedingung zur Ausbildung einer stehenden Welle kommt.

Da sich am Lautsprecher ein Schwingungsbauch und an der Wasseroberfläche ein Schwingungsknoten ausbildet, ergibt sich für den Abstand h zwischen Lautsprecher und Wasseroberfläche im Resonanzfall:

$$h = \frac{2n+1}{4}\lambda \quad \text{mit} \quad n \in \mathbb{N}$$
 (3)

Zur Bestimmung der Wellenlänge λ misst man die Abstände h_i bei mehreren aufeinanderfolgenden Lautstärkemaxima und berechnet die Differenz zwischen zwei benachbarten Maxima:

$$\lambda = 2(h_{i+1} - h_i) \tag{4}$$

Schließlich lässt sich die Schallgeschwindigkeit c über den bekannten Zusammenhang zwishen Frequenz ν und Wellenlänge λ berechnen:

$$c = \nu \lambda \tag{5}$$

Die Gleichung 3 und Gleichung 4 werden dabei genutzt, um λ zu bestimmen und anschließend in Gleichung 5 einzusetzen.

1.2.3. Laufzeitmessung einer fortschreitenden Schallwelle

Im zweiten Teil des Experiments wird die Schallgeschwindigkeit über die direkte Laufzeitmessung einer fortschreitenden Welle bestimmt. Hierzu wird ein Sinusgenerator verwendet, der ein elektrisches Signal sowohl an einen Lautsprecher als auch an Kanal 1 eines Oszilloskops überträgt. Der Lautsprecher wandelt das Signal in eine Schallwelle um, die sich über die Strecke h zum Mikrofon ausbreitet. Dort wird sie wieder in ein elektrisches Signal umgewandelt und an Kanal 2 des Oszilloskops weitergegeben.

Die Signale auf beiden Kanälen weisen eine Phasenverschiebung auf, die durch die endliche Laufzeit τ der Schallwelle verursacht wird. Diese ergibt sich aus dem Verhältnis von Abstand h und Schallgsechwindigkeit c:

$$\tau = \frac{h}{c} \tag{6}$$

Aus dieser Beziehung kann durch Messung von τ und h die Schallgeschwindigkeit bestimmt werden. Alternativ lässt sich λ über die bestimmung der Abstände zwischen Punkten gleicher Phasenverschiebung ermitteln, um

wiederum über Gleichung 5 den Wert von c zu berechnen.

1.2.4. Signalverarbeitung mittels Lock-In-Verstärker

Zur Verbesserung der Signalqualität im ersten Versuchsteil wird ein digital implementierter Lock-In-Verstärker verwendet. Dieser ermöglicht die selektive Messung von Signalen mit gleicher Frequenz wie das Referenz Signal durch Multiplikation des Eingangssignals mit dem Referenzsignal und anschließende Tiefpassfilterung. Dabei bleibt nur der Gleichanteil des gewünschten Signals erhalten, während Fremdsignale und Rauschen mit anderen Frequenzanteilen unterdrückt werden. Das Ausgangssignal ist im Idealfall proportional zur Amplitude und Phasendifferenz des gemessenen Signals relativ zum Referenzsignal.

Dies erlaubt eine zuverlässige Detektion der Lautstärkemaxima, die zur Bestimmung der Resonanzbedingungen nach Gleichung 3 notwendig sind. Die gemessene Spannung am Ausgang des Lock-In-Verstärkers wird über ein analoges Multimeter abgelesen.

Finn Ecomer, Amilia Ucastle

26 - Schallgeschumdigkeit

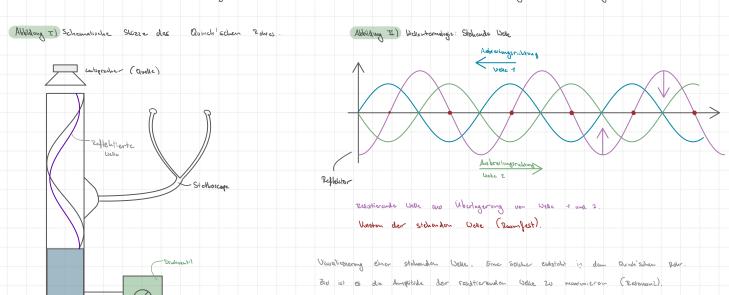
Eid des healigen Versudues of die Bestimmung der Schollgeschwindigkeit cs. Herrio gibt es zwei verschiedene Außswirten, die jewrils zur Bestimmung von cz gedacht sind, jedoch auf verschiedene Messverfohren berohen.

Aufgobe 1)

In diese Affaile wollon ein Cs in soci Verschiederen Utdlen (Liph-Gar-Gamissh und COp (g)) bostminen, ein mitten daßer ein Ounds'sches Rehr.

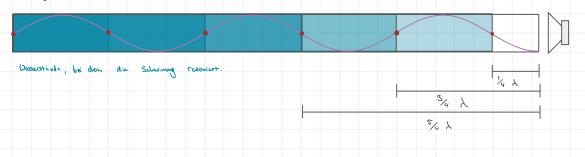
The sist eine Tite dar Höhe h', on desson theren Ende ein Cartsprecher ist (Scholl-Onle). An unteren ende ist bisson ab Refishor, desson Hönneraut verändertich ist.

Die effektive Höhe h des Robers (der Implieg der Schollwelle) ist olann die Gesamthähe h' - den Dosser geget (als Absollbetrag).



Schematischer Auffau der Ovichtschen Röhre und ührer Vongenanten.

Abbilding II) Resonanz



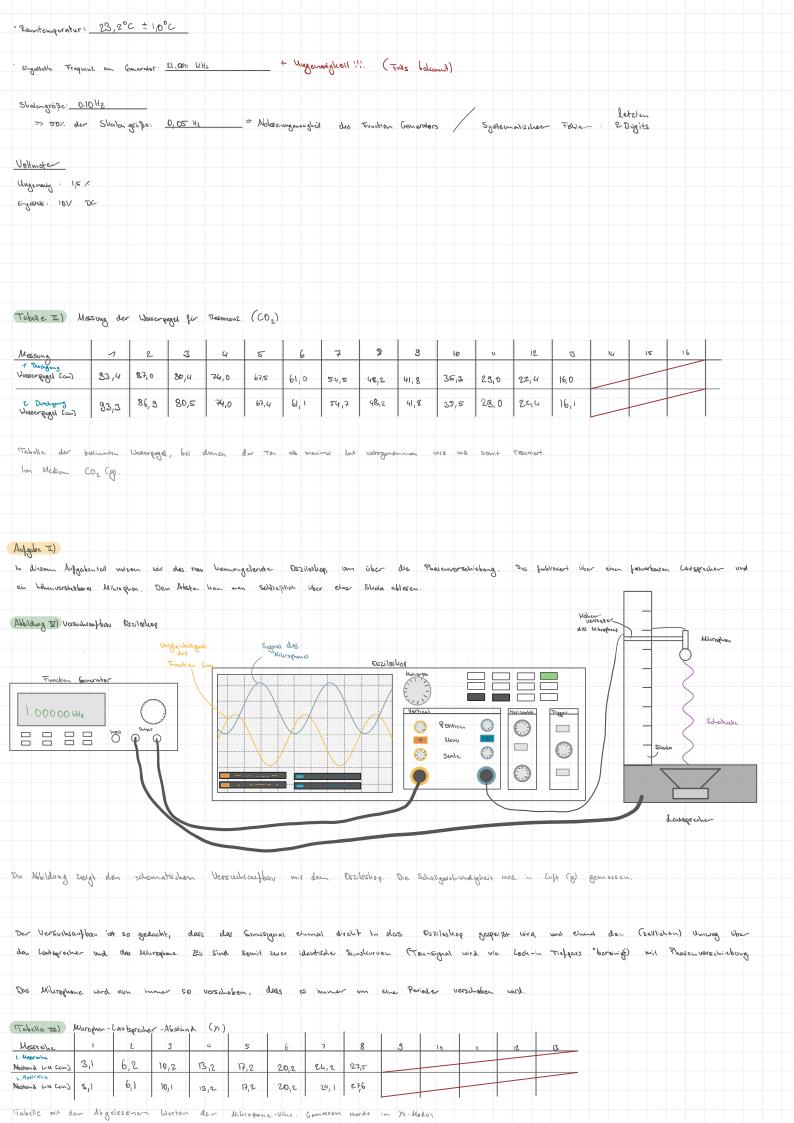
Personaugoulete such immen erroricht, won der Woverpege auf der Höhre eines Undens ist, die wird als manimalen Torpogen erhanntlich.

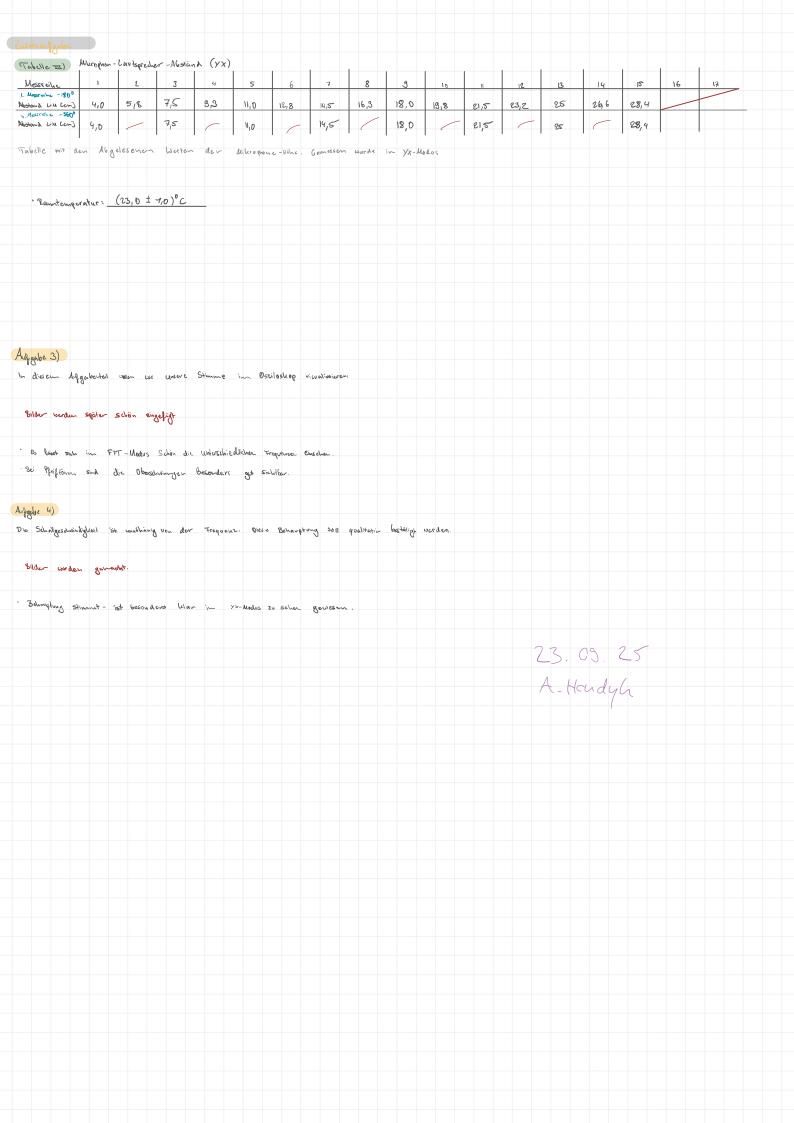
Tabelle I) Mossbyg der Wasserpegel für Resonanz (duft)

Messona	1	2	3	4	5	6	7	8	3	10	u,	12	ß	14	15	16	
1. Durdyang Wosser Regal Com)	35,0	86,7	78,6	72,0	62,0	53 ₁ 3	45,6	37,4	23,1	20,3	12,6						
2 Durchgung Wosserpegul Com)	35,1	86,4	78,3	72,3	62,0	53,8	45,5	37,4	28,1	20,3	12,8						

Tabelle der bestimmten Wasserpogel, bei denen der Ton als maximal lant volltigenommen wird und Somit resonant.

Im Medium duft (g).





II. Durchführung

Im ersten Teil des Experiments wurde die Schallgeschwindigkeit mit einem Quincke'schen Rohr bestimmt. Der Versuchsaufbau bestand aus einem vertikal montierten Rohr, das am oberen Ende mit einem Lautsprecher verbunden war und am unteren Ende eine verstellbare Wassersäule enthielt. Über einen Sinusgenerator wurde der Lautsprecher mit einer sinusförmigen Wechselspannung gespeist. Das Ausgangssignal des Generators wurde zusätzlich über einen digitalen Lock-In-Verstärker geführt, dessen Ausgangsspannung auf einem analogen Multimeter im 10-V-Bereich abgelesen wurde. Die Wassersäule diente als reflektierende Grenzfläche, deren Höhe über ein Ausgleichsgefäß präzise eingestellt werden konnte. Für Messungen in Kohlendioxid wurde das Rohr zusätzlich über eine Gasflasche mit Reduzierventil, Drucktastenventil und Zuleitungsschlauch mit CO₂ gefüllt. Ein brennendes Streichholz diente zur Überprüfung, ob das Gas die Luft vollständig verdrängt hatte.

Im zweiten Versuchsteil wurde die Schallgeschwindigkeit über die direkte Laufzeitmessung einer fortschreitenden Schallwelle bestimmt. Hierzu befanden sich ein Lautsprecher und ein verschiebbares Mikrofon in einem schallgedämmten Kasten. Das vom Sinusgenerator erzeugte Signal wurde gleichzeitig an den Lautsprecher und an Kanal 1 des Oszilloskops aneglegt. Das Mikrofon wandelte die ankommende Schallwelle wieder in ein elektrisches Signal um, das an Kanal 2 des Oszilloskops weitergegeben wurde. Durch Vergleich der beiden Signale konnte die Phasenverschiebung und damit die Laufzeit bestimmt werden. Eine schematische Darstellung beider Aufbauten befindet sich im Protokoll.

Aufgabe 1: Messung mit dem Quincke'schen Rohr

Zu Beginn der Messung wurde das Rohr mit Luft gefüllt. Die Frequenz des Sinus Generators wurde auf einen Wert zwischen 2 und 3 kHz eingestellt und die Ausgangsspannung so gewählt, dass das multimeter etwa 8 V anzeigte. Werte oberhalb von 12 V wurden vermieden, um Übersteuerungen des Digital-Analog-Wandlers zu verhindern. Da der Lock-In-Verstärker sehr empfindlich reagierte, war der Ton nur schwach hörbar. Entscheidend war das Spannungsmaximum am Multimeter, das auf Resonanzbedingungen hinwies.

Zur Ermittlung der Wellenlänge wurde der Wasserstand im Rohr langsam verändert, bis ein Lautstärkemaximum erreicht wurde. Die Höhe der Wassersäule wurde notiert und der Vorgang mehrfach wiederholt, um die Abstände h_i zwischen aufeinanderfolgenden Resonanzhöhen zu bestimen. Aus den Differenzen der Höhen ließ sich die Wellenlänge λ nach Gleichung 4 berehenen. Die Frequenz wurde vor und nach jeder Messreihe überprüft, um eventuelle Schwankungen zu erfassen. Anschließend wurde die Messung mit CO₂ wiederholt. Dazu wurde das Rohr durch vorsichtiges Einleiten von CO₂ von unten nach oben befüllt, bis das Gas die Luft vollständig verdrängt hatte. Ein erlöschendes Streichholz an der Öffnung diente als Kontrolle. Der Lautsprecher wurde wieder eingesetzt, und die Resonanzmessung erfolgte analog zur Luftmessung. Nach jeder Absenkung des Wasserstandes wurde gegebenenfalls weiteres CO₂ zugeführt. Am Ende der Messung wurden Temperatur und Gasdruck notiert, um die Werte später auf Normalbedingungen umzurechnen. Danach wurde das Hauptventil der

Gasflasche geschlossen und das Wasser vollständig abgelassen.

Aufgabe 2: Messung der Laufzeit einer fortschreitenden Welle

Im zweiten Versuchsteil wurde die Schall Geshwindigkeit durch direkte Laufzeitmessung bestimmt. Der Sinusgenerator wurde auf eine frequenz von 10 kHz eingestellt. Das Ausgangssignal wurde gleichzeitig an den Lautspreheer und an Kanal 1 des Oszilloskops gelegt, während das Mikrofonsignal an Kanal 2 angeschlossen wurde. Beim Einschalten des Signals erschienen auf dem Oszilloskopschirm zwei sinusförmige Spannungen, die eine Phasenverschiebung aufwiesen. Durch Verschieben des Mikrofons entlang der Ausbreitungsrichtung der Schallwelle änderte sich der Abstand h zwischen Lautsprecher und Mikrofon, was eine Veränderung der Phasenlage bewirkte. Die Laufzeit τ konnte über die Phasenverschiebung gemäß Gleichung 6 bestimmt werden.

Für die Auswertung wurden alle Positionen ermittelt, bei denen sich das Signal auf dem Oszilloskop um genau eine Periode, also um eine Phasenverschiebung von 360°, verschoben hatte. Die Messung wurde zweimal wiederholt. Aus den Differenzen der gemessenen Abstände ergab sich die Wellenlänge λ , und mithilfe von Gleichung 5 konnte die Schallgeschwindigkeit berechnet werden. Zur Kontrolle wurde die Periodendauer T der Generatorfrequenz am Oszilloskop gemessen, woraus eine Frequenz von $10\,\mathrm{kHz}$ bestimmt wurde.

Aufgabe 3: Zusatzmessungen

Zum Abschluss wurde das Frequenzspectrum der menschlichen Stimme betrachtet. Hierzu wurde der Deckel des schallgedämmten Kastens geöffnet, und die Stimme wurde in Richtung des Mikrofons gesprochen. Auf dem Oszilloskop konnten die Frequenzanteile qualitativ beobachtet werden. Zusätzlich wurde über-

prüft, ob die Schallgeschwindigkeit frequenzunabhängig ist, indem Messungen bei 2 kHz und 5 kHz durchgeführt wurden. Dazu wurden für jede Frequenz zwei Mikrofonpositionen mit bekanntem Phasenunterschied bestimmt. Die Ergebnisse bestätigten, dass die Schallgeschwindigkeit unabhängig von der Anregungsfrequenz ist.

Die gemessenen Daten dienten als Grundlage für die anschließende Auswertung. Zur Umrechnung auf Normalbedingungen wurde Gleichung 2 verwendet, während theoretische Vergleichswerte über Gleichung 1 bestimmt wurden.

III. Auswertung

Fehlerrechnung

Für die statistische Auswertung von n Messwerten x_i werden folgende Größen definiert [Wag25b]:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$$
 Arithmetisches Mittel (1)

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$$
 Variation (2)

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$$
 Standardabweichung (3)

$$\Delta \bar{x} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n} (\bar{x} - x_i)^2} \quad \text{Fehler des Mittelwerts}$$
 (4)

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\Delta y\right)^2} \qquad \text{Gauß'sches Fehlerfortpflanzungsgesetz für } f(x,y) \quad (5)$$

$$\Delta f = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$$
 Fehler für $f = x + y$ (6)

$$\Delta f = |a|\Delta x$$
 Fehler für $f = ax$ (7)

$$\frac{\Delta f}{|f|} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2} \qquad \text{relativer Fehler für } f = xy \text{ oder } f = x/y \tag{8}$$

$$\sigma = \frac{|a_{lit} - a_{gem}|}{\sqrt{\Delta a_{lit}^2 + \Delta a_{gem}^2}}$$
 Berechnung der signifikanten Abweichung (9)

3.1. Bestimmung der theoretischen Schallgeschwindigkeit

Es soll die Schallgeschwindigkeit in Luft und Kohlenstoffdioxid bei den im Versuch herrschenden Bedingungen bestimmt werden. Dazu wird Gleichung 1 verwendet. Die Adiabatenkoeffizienten von Liuft und Kohlenstoffdioxid sind dem Skript [Wag25a] entnommen und betragen:

$$\kappa_{Luft} = 1, 4 \tag{10}$$

$$\kappa_{CO_2} = 1, 3 \tag{11}$$

Die molaren Massen ergeben sich aus den Atomgewichten der beteiligten Elemente:

$$M_{Luft} = 29 \frac{g}{mol} \tag{12}$$

$$M_{CO_2} = 44 \frac{g}{mol}$$
 (13)

R ist die ideale Gaskonstante mit $R=8,314\frac{J}{mol\ K}$. Die Temperatur wird auf den Idealwert von $T=273,15\ K\ (0^{\circ}\text{C})$ bestimmt. Damit ergeben sich die theoretischen Schallgeschwindigkeiten zu:

$$c_{Luft} = 331, 11 \frac{m}{s} \tag{14}$$

$$c_{CO_2} = 259, 03 \frac{m}{s}$$
 (15)

Das Verhältnis der Schallgeschwindigkeiten beträgt:

$$\boxed{\frac{c_{Luft}}{c_{CO_2}} = 1,278} \tag{16}$$

3.2. Bestimmung der Schallgeschwindigkeit mit dem Quincke'schen Rohr

Die Messdaten für die Bestimmung der Schallgeschwindigkeit mit dem Quincke'schen Rohr

sind den Tabellen 1 (Luft) und 2 (Kohlenstoffdioxid) des Protokolls zu entnehmen. Die Frequenz des Generators beträgt ($\nu=21\,000\pm0.5)\,Hz$. Über diese soll die Schallgeschwindigkeit in den beiden Medien bestimmt werden. Dazu werden außerdem die Abstände zwischen aufeinanderfolgenden Resonanzstellen benötigt. Mit dieser wird die Wellenlänge über Gleichung 4 bestimmt, welche nachfolgend als d bezeichnet wird. Die Schallgeschwindigkeit ergibt sich dann über Gleichung 5. Die Ungenauigkeit der Differenz wird über die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung (5) bstimmt:

$$\Delta d_{sys} = 2 \cdot \sqrt{(\Delta h_{i+1})^2 + (\Delta h_i)^2}.$$
 (17)

Die Ablesegenauigkeit wird auf $\Delta h = 0,25\,cm$ geschätzt.

Dazu wird die statistische Ungenauigkeit d_{stat} über die Standardabweichung des Mittelwerts (4) bestimmt.

Der gesamte Fehler der Differenz ergibt sich dann über:

$$\Delta d = \sqrt{(\Delta d_{sys})^2 + (\Delta d_{stat})^2}.$$
 (18)

Daraus lässt sich die Ungenauigkeit der Wellenlänge bestimmen:

$$\Delta \lambda = 2 \cdot \Delta d. \tag{19}$$

Die Unsicherheit der Schallgeschwindigkeit ergibt sich ebenfalls über die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta c = \sqrt{(\nu \cdot \Delta \lambda)^2 + (\lambda \cdot \Delta \nu)^2}.$$
 (20)

Die gemessene Raumtemperatur beträgt $T_{gem} = (23, 0 \pm 1, 0)^{\circ}C = (296, 2 \pm 1, 0) K$. Mit dieser wird die Schallgeschwindigkeit auf Normalbedingungen umgerechnet. Dazu wird Gleichung 2 verwendet, wobei $T_0 = 273, 15 K$ die Normaltemperatur ist. Die Unsicherheit der Schallgeschwindigkeit bei Normalbedingungen wird über die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung bestimmt:

$$\Delta c_0 = \sqrt{\left(\frac{\Delta T}{2T}\right)^2 + \left(\frac{\Delta c}{c}\right)^2} \cdot c_0. \tag{21}$$

Aus den zwei Messreihen wird das arithmetische Mittel (1) bestimmt. Zwischen diesen Einträgen werden die Differenzen gebildet, um die Wellenlänge zu bestimmen. Ausdiesen Werten wird wiederum das arithmetische Mittel gebildet und sein Fehler bestimmt.

3.2.1. Luft

Für die die durchschnittliche Differenz zwischen aufeinanderfolgenden Resonanzstellen ergibt sich:

$$\overline{d_{Luft}} = (8, 2 \pm 0, 8) \, cm.$$
 (22)

Und damit die Wellenlänge:

$$\lambda_{Luft} = (16, 5 \pm 1, 5) \, cm.$$
 (23)

Damit lässt sich die Schallgeschwindigkeit der gegebenen Umstände bestimmen. Diese kommt auf einen Wert von:

$$c_{Luft} = (350 \pm 30) \frac{m}{s}$$
 (24)

Die Hohe Ungenauigkeit hängt mit dem großen Ablehsefehler zusammen. Ohne Ablese Fehler käme man auf ein Ergebnis von:

$$c_{Luft,2} = (345, 9 \pm 11, 7).$$
 (25)

Die Schallgeschwindigkeit unter Normalbedingungen beläuft sich somit auf:

$$c_{0,Luft} = (360 \pm 30) \frac{m}{s}$$
 (26)

Wieder ohne Ablesefehler:

$$c_{0,Luft,2} = (360, 1677 \pm 12, 1228) \frac{m}{s}$$
 (27)

3.2.2. Kohlenstoffdioxid

Analog wird die Schallgeschwindigkeit im Kohlenstoffdioxid bestimmt. Die Durchschnittsdifferenz beträgt dabei

$$\overline{d_{CO_2}} = (6, 4 \pm 0, 7) \,\text{cm},$$
 (28)

aus der sich die Wellenlänge

$$\lambda_{CO_2} = (12, 9 \pm 1, 4). \tag{29}$$

berechnet.

Somit beträgt die Schallgeschwindigkeit in Kohlenstoffdioxid

$$c_{CO_2} = (271, 0 \pm 30, 0) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$
 (30)

und unter Normalbedingungen:

$$c_{0,CO_2} = (280 \pm 30) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$
 (31)

Unter Vernachlässigung der Ableseungenauigkeit kommen die Ergbenisse:

$$c_{CO_2,2} = (270, 6 \pm 0, 9) \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$
 (32)

und

$$c_{0,CO_2,2} = (281,7341 \pm 1,0205) \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$
 (33)

3.2.3. Signifikanz

Die Werte sollen tabellarisch 3.2.3 aufgelstet werden und deren Berechnung der signifikanten Abweichung (9) soll bestimmt werden.

Größe	Luft	CO_2
d [cm]	$8,2 \pm 0,8$	$6,4 \pm 0,7$
$\lambda \text{ [cm]}$	$16,5 \pm 1,5$	$12,9 \pm 1,4$
c [m/s]	350 ± 30	$271,0 \pm 30,0$
$c_0 [\mathrm{m/s}]$	360 ± 30	280 ± 30
$c_2 [\mathrm{m/s}]$	$345,9 \pm 11,7$	$270,6 \pm 0,9$
$c_{0,2} [{\rm m/s}]$	$360,1677 \pm 12,1228$	$281,7341 \pm 1,0205$
σ	$0,31\sigma$	$0,24\sigma$
σ_2	$0,28\sigma$	$8,40\sigma$
		·

Tabelle III.1.: Zusammenfassung der Ergebnisse aus der Quinche'schen Röhre.

Die »2« indiziert dabei die ausschließliche Nutzung des statistischen Fehlers, der systematische Ablesefehler wird somit nicht berücksichtigt.

3.2.4. Verhältnis der Schallgeschwindigkeiten

Zuletzt soll das Verhältnis der Schallgeschwindigkeiten in Luft und Kohlenstoffdioxid bestimmt werden. Das Verhältnis beträgt:

$$\frac{c_{0,Luft}}{c_{0,CO_2}}. (34)$$

Über die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung (5) wird der Fehler zu

$$\Delta \left(\frac{c_{0,L}}{c_{0,CO_2}} \right) = \sqrt{\left(\frac{\Delta c_{0,L}}{c_{0,CO_2}} \right)^2 + \left(\frac{c_{0,L} \cdot \Delta c_{0,CO_2}}{c_{0,CO_2}^2} \right)^2}$$
(35)

bestimmt.

Somit Ergibt sich für das Verhältnis:

$$\frac{c_{0,Luft}}{c_{0,CO_2}} = 1,29 \pm 0,17. \tag{36}$$

Die entspricht einer signifikanten Abweichung (9) von:

$$\sigma = 0,07\sigma \tag{37}$$

Zum bestimmten Theoriewert 16.

Nutzt man die Werte ohne Ablesefehler, so ergibt sich

$$\frac{c_{0,Luft,2}}{c_{0,CO_2,2}} = 1,28 \pm 0,04,\tag{38}$$

und eine signifikante Abweichung von

$$\sigma_2 = 0,05\sigma \tag{39}$$

Zum bestimmten Theoriewert 16.

3.3. Bestimmung der Schallgeschwindigkeit via Laufzeitmessung

Es soll nun der Versuchsaufbau mit dem Osziloskop betrchtet werden. Hier sind zwei Messreihen durchgeführt worden. Beide im Luft-Medium, jedoch mit unterschiedlichen Osziloskopeinstellungen. Die Messdaten sind den Tabellen 3 und 4 des Protokolls zu entnehmen.

Tabelle 3 beinhaltet die Messwerte des Osioloskopes unter benutzung des Y-t Moduses, also der Verschiebung des Signals über die Zeitachse. Tabelle 4 beinhaltet die Messwerte des Osziloskopes unter benutzung des X-Y Moduses. Beide Modi sollen mit einander verglichen werden.

3.3.1. Y-t Modus

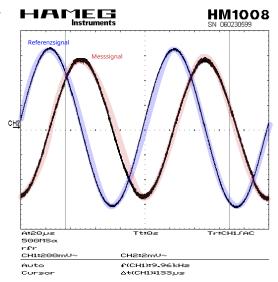


Abbildung III.1.: Beispiel eines Messwertes im Y-t-Modus bei 10kHz.

Die Abbildung III.1 zeigt ein Beispiel eines Messwertes im Y-t Modus. Hier ist die Verschiebung des Signals über die Zeitachse abgebildet. Die Frequenz des Generators beträgt $\nu = 10\,kHz$. Die Zeitdifferenz zwischen den beiden Signalen wird abgelesen und in eine Wegstrecke umgerechnet. Es wurden wieder jeweils zwei Messreihen vorgenommen, um die statistische Genauigkeit zu erhöhen. Es werden wieder die Differenzen zwischen aufeinanderfolgenden Messwerten gebildet, um die Wellenlänge zu bestimmen. Aus diesen Werten wird wiederum das arithmetische Mittel gebildet und sein Fehler bestimmt. Der Fehler berechnet sich aus dem systematischen Ablesefehler von $\Delta d = 0,5 \, cm$ und dem Fehler des Mittelwerts (4). Folglich ergibt sich für die erste Messreihe eine Wellenlänge von:

$$\lambda_1 = (3, 5 \pm 0, 5) \, cm \tag{40}$$

Mit der Frequenz von $\nu = 10 \, kHz$ ergibt sich eine Schallgeschwindigkeit von:

$$c_1 = (350 \pm 50) \, \frac{m}{s} \tag{41}$$

Unter Normalbedingungen:

$$c_{0,1} = (360 \pm 60) \, \frac{m}{s} \tag{42}$$

3.3.2. X-Y Modus

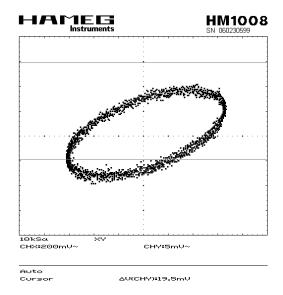


Abbildung III.2.: Beispiel eines Messwertes im X-Y-Modus bei 10kHz.

Die Abbildung III.2 zeigt ein Beispiel eines Messwertes im X-Y Modus. Hier ist die Verschiebung des Signals über die X-Achse abgebildet. Die Frequenz des Generators beträgt $\nu=10\,kHz$.

Die Wellenlänge bestimmt sich zu

$$\lambda_2 = (3,4857 \pm 1,0006) \, cm \tag{43}$$

Aus dieser Ergibt sich die Schallgeschwindigkeit zu:

$$c_2 = (348, 57 \pm 100, 06) \frac{m}{s} \tag{44}$$

Unter Normalbedingungen:

$$c_{0,2} = (362 \pm 104) \frac{m}{s} \tag{45}$$

3.3.3. Vergleich der Modi

Die Ergebnisse sollen im Folgendem verglichen werden. Die Bestimmung der Signifikanz unter benutzung dieser Werte ist jedoch nicht sinnvoll, da die Unsicherheiten durch den Ablesefehler sehr groß sind. Es fällt jedoch auf, dass die Ungenauigkeiten mit Ablesefehler im Y-t-Modus geringer sind als im X-Y-Modus. Dennoch sind die Werte mit Ableseungenauigkeit kaum aussagekräftig. Ohne Ablesefehler sind die Werte jedoch sehr genau und liegen nah beieinander. Die Ergebnisse sind in Tabelle III.2 zusammengefasst.

Größe	Y-t Modus	X-Y Modus
λ [cm]	$3,5 \pm 0,5$	$3,4857 \pm 1,0006$
c [m/s]	350 ± 50	$348,57 \pm 100,06$
$c_0 [\mathrm{m/s}]$	360 ± 60	362 ± 104
c_2 [m/s]	349 ± 18	349 ± 3
$c_{0,2} [{\rm m/s}]$	364 ± 19	363 ± 4

Tabelle III.2.: Zusammenfassung der Ergebnisse aus dem Osziloskop.

Es wird schnell ersichtlich, dass die Ergebnisse ohne Ablesefehler (Indizie »2«) genauer sind und näher beieinander liegen. Besonders die Ungenauigkeit im X-Y Modus ist hier sehr viel geringer im Vergleich. Die statistische Signifikanz der Ergebnisse ohne Ablesefehler beträgt:

$$\sigma_2 = \frac{|c_{Y-t} - c_{Y-X}|}{\sqrt{(\Delta c_{Y-t})^2 + (\Delta c_{Y-t})^2}} = 0,04\sigma \quad (46)$$

Eigentlich wäre die Abweichung null, da die Rundung jedoch unterschiedlich ist, ergibt sich eine kleine Abweichung. Diese ist jedoch nicht signifikant. Vergleichbar ist dies mit den Ergebnissen der Normalbedingungen

$$\sigma_2 = \frac{|c_{0,Y-t} - c_{0,Y-X}|}{\sqrt{(\Delta c_{0,Y-t})^2 + (\Delta c_{0,Y-t})^2}} = 0,05\sigma$$
(47)

3.3.4. Gesamtvergleich

Abschließend sollen die Ergebnisse der beiden Methoden verglichen werden. Auch hier ist die Signifikanz der Werte mit Ablesefehler nicht sinnvoll, da die Ungenauigkeiten zu groß sind. Ohne Ablesefehler ergeben sich jedoch folgende Werte. Es werde die Werte aus dem Y-X-Modus des Osziloskops verwendet, da diese die geringste Ungenauigkeit aufweisen. Somit ist die signifikante Abweichung (9) zwischen den beiden Methoden:

$$\sigma_2 = \frac{|c_{Quincke} - c_{Oszilloskop}|}{\sqrt{(\Delta c_{Quincke})^2 + (\Delta c_{Oszilloskop})^2}} = 0,26\sigma$$
(48)

Für die Normalbedingungen beträgt die signifikante Abweichung:

$$\sigma_2 = \frac{|c_{0,Quincke} - c_{0,Oszilloskop}|}{\sqrt{(\Delta c_{0,Quincke})^2 + (\Delta c_{0,Oszilloskop})^2}} = 0,22\sigma$$
(49)

3.4. Aufgenommene Stimme

Die Stmme wurde mit dem Versuchsaufbau des Oszilloskops aufgenommen. Dabei wurde die Visuakisierung über den FFT-Modus vorgenommen. Die schönsten Ergebnisse sind unter Pfeifen entstanden, da diese eien spezifische Eigenfrequenz aufweisen und sich die Obertöne gut erkennen lassen. Dies sind die Frequenzen bei denen die Amplitude besonders hoch ist.



Abbildung III.3.: FFT der aufgenommenen Stimme (Pfeifen).

3.5. Invarianz der Frequenz

Die genutze Frequenz des Generators hat keine Auswirkung auf die Schallgeschwindigkeit. Dies wurde qualitativ überprüft, indem die Frequenz des Generators auf 2kHz, 5kHz und 10kHz eingestellt wurde. Die Position der Resonanzstellen hat sich dabei nicht verändert. Dies bestätigt die Invarianz der Frequenz.

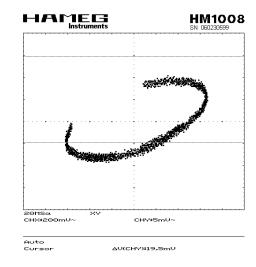


Abbildung III.4.: Resonanzstellen bei 2kHz.

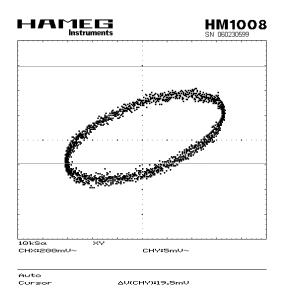


Abbildung III.5.: Resonanzstellen bei $5 \mathrm{kHz}.$

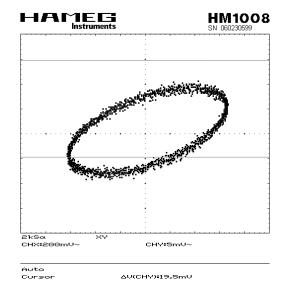


Abbildung III.6.: Resonanzstellen bei 10kHz.

Diskussion

4.1. Zusammenfassung

Im Experiment wurde die Schallgeschwindigkeit in Luft und Kohlenstoffdioxid bestimt. Dazu kamen zwei Methoden zum Einsatz: das Quincke'sche Rohr und die Laufzeitmsesung mit einem Oszilloskop.

Die theoretischen Schallgeschwindigkeiten ergeben sich nach

$$c = \sqrt{\kappa \cdot \frac{RT}{M}}$$

mit den Adiabatenkoeffizienten $\kappa_{Luft} = 1.4$ und $\kappa_{CO_2}=1,3,$ der idealen Gaskonstante $R=8,314\,\frac{J}{mol\,K},$ der molaren Masse und T=273,15 K. Daraus folgen:

$$c_{\text{Luft, theo}} = 331,11 \frac{m}{s}, \qquad (1)$$

$$c_{\text{CO}_2,theo} = 259,03 \frac{m}{s}, \qquad (2)$$

$$c_{\text{CO}_2,theo} = 259,03 \, \frac{m}{s} \,,$$
 (2)

$$\frac{c_{\text{Luft, theo}}}{c_{\text{CO}_2, theo}} = 1,278.$$
(3)

Beim Quincke'schen Rohr wurde durch Variation der Wassersäule die Resonanzbedingung ermittelt, um aus den Abständen der Maxima die Wellenlänge und anschließen die Schallgeschwindigkeit zu berechnen. Für Luft und CO₂ ergaben sich unter Normalbedingungen:

$$c_{0,\text{Luft}} = (360 \pm 30) \frac{m}{s}, \qquad (4)$$

$$c_{0,\text{CO}_2} = (280 \pm 30) \frac{m}{s} \qquad (5)$$

$$c_{0,\text{CO}_2} = (280 \pm 30) \, \frac{m}{s} \tag{5}$$

Das Verhältnis der Schallgeschwindigkeiten beträgt:

$$c_{0,\text{Luft} \atop c_{0,\text{CO}_2}} = 1,29 \pm 0,17$$
 (6)

In der Laufzeitmessung wurde die Zeitverschiebung zwischen Lautsprecher- und Mikrofonsignal im Oszilloskob analysiert. Die Schallgeschwindigkeit wurde für zwei Anzeigemodi

$$c_{0,Y-t} = (360 \pm 60) \frac{m}{s},$$
 (7)

$$c_{0,Y-t} = (360 \pm 60) \frac{m}{s}, \qquad (7)$$

$$c_{0,X-Y} = (362 \pm 104) \frac{m}{s} \qquad (8)$$

Beide Methoden liefern konsistente Ergebnisse im Bereich von etwa $c\approx 350\,\frac{m}{s},$ was gut mit dem Theoretischen Wert $c_{\text{theo}} = 331 \frac{m}{s}$ bei 0°C übereinstimmt. Die Abweichungen liegen im Bereich statistischer Unsicherheiten. Zusätzlich wurde gezeigt, dass die Schallgeschwindigkeit unabhängig von der Anregungsfrequenz ist.

4.2. Diskussion

Die gemessenen Werte stimmen innerhalb der Fehlergrenzen mit den theoretischen Referenzwerten überein. Für Luft ergibt sich eine signifikante Abweichung von $\sigma = 0.31\sigma$, für CO_2 von $\sigma = 0.24\sigma$. Beide Werte liegen unterhalb der Signifikanzgrenze und zeigen somit keine systematische Abweichung. Das Verhältnis der Schallgeschwindigkeiten beträgt $\frac{c_{0,\text{Luft}}}{c_{0,\text{CO}_2}}$ = $1,29\pm0,17$, was mit dem theoretischen Verhältnis 1,278 gut übereinstimmt. Die Abweichung liegt mit $\sigma = 0.07\sigma$ im nicht signifikanten Bereich.

Die Messung mit dem Oszilloskop bestätigt die Ergebnisse des Quincke'schen Rors. Vergleicht man den Referenzwert $c_{\text{Luft,theo}} = 331 \frac{m}{s}$ mit dem im X-Y-Modus bestimmten Wert $c_{0,X-Y} = (362 \pm 104) \frac{m}{s}$, so ergibt sich ebenfalls keine signifikante Abweichung. Der Y-X-Modus zeigt mit Ablesefehler größere Unsicherheiten, da die beobachtete Phasenverschiebung 180° betrug. Damit verdoppelte sich der effektive Ablesefehler für eine volle Periode. Ohne diesen systematischen Fehler zeigt der Y-X-Modus jedoch eine deutlich höhere statistische Genauigkeit, da die Phasenlage präziser bestimmbar ist.

Im Abschnitt zur aufgenommenen Stimme wurde das Frequenzspektrum analysiert. Die auftretenden Obertöne sind Vielfache der Grundfrequenz und entstehen durch Resonanzen des Vokaltrakts. Sie bestimmen die Klangfarbe der Stimme, während die Grundfrequenz die Tonhöhe vorgibt.

Die Frequenzabhängigkeit der Schallgeschwindigkeit wurde durch Messungen bei $2\,\mathrm{kHz}$, $5\,\mathrm{kHz}$ und $10\,\mathrm{kHz}$ untersucht. In allen Fällen ergab sich die gleiche Schallgeschwindigkeit. Dies liegt daran, dass sich Frequenz und Wellenlänge reziprok verhalten $(c=\lambda\nu)$. Erhöht sich die Frequenz, so verkleinert sich die Wellenlänge proportional, wodurch das Produkt konstant bleibt. Damit wurde die Invarianz der Schallgeschwindigkeit bestätigt.

4.3. Kritik

Die größten Fehlerquellen entstehen durch Ableseungenauigkeiten beim Bestimmen der Resonanzstellen und Phasenverschiebungen. Besonders im X-Y-Modus beeinflusst der doppelte Ablesefehler die Genauigkeit stark. Systematische Temperatur- oder Druckabweichungen wurden vernachlässigt, können aber ebenfalls Einfluss haben. Eine verbesserte Auswertung wäre durch digitale Signalverarbeitung oder automatische Phasenmessung möglich. Insge-

samt sind die Ergebnisse physikalisch konsistent und bestätigen die theoretischen Modelle hinreichend genau.

Abbildungsverzeichnis

1.1.	Aufbau des Quincke'schen Rohrs
I.2.	Stehende Welle
I.3.	Resonanz im Quincke'schen Rohr
I.3.	Versuchsaufbau Oszilloskop
III.1.	Beispiel eines Messwertes im Y-t-Modus bei 10kHz
III.2.	Beispiel eines Messwertes im X-Y-Modus bei 10kHz
III.3.	FFT der aufgenommenen Stimme (Pfeifen)
III.4.	Resonanzstellen bei 2kHz
III.5.	Resonanzstellen bei 5kHz
III 6	Resonanzstellen bei 10kHz

Tabellenverzeichnis

I.1.	Messung der Wasserpegelhöhe für die Resonanz in der Luft
I.2.	Messung der Wasserpegelhöhe für die Resonanz in der CO_2
I.2.	Mikrophon-Lautsprecher-Abstand (Yt)
I.2.	Mikrophon-Lautsprecher-Abstand (YX)
	Zusammenfassung der Ergebnisse aus der Quinche'schen Röhre
111.9	Zusammenfassung der Ergebnisse aus dem Osziloskon

Literaturverzeichnis

- [Dem17] Jochen Demtröder. Experimentalphysik 2: Elektrizität und Optik. Springer Spektrum, Berlin, Heidelberg, 7 edition, 2017.
- [Wag25a] Dr. J. Wagner. Physikalisches Praktikum PAP 1 für Studierende der Physik, chapter 26. Universität Heidelberg, 2025.
- [Wag25b] Dr. J. Wagner. *Physikalisches Praktikum PAP 1 für Studierende der Physik*, pages 4–28. Universität Heidelberg, 2025.