



Protokoll zum Versuch

Spezifische Wärmekapazität fester Körper

(Versuch 42)

Autor: Finn Zeumer (hz334)
Versuchspatnerin: Annika Künstle
Versuchsbegleiter: Lewin Dißelmeyer
Datum der Ausführung: 03.09.2025
Abgabedatum: 10.09.2025

Inhaltsverzeichnis

I. Einleitung	3
1.1. Motivation	3
1.2. Physikalische Grundlagen	3
Measurement Data	5
II. Durchführung	8
2.1. Versuchsaufbau	8
2.2. Messverfahren	8
III. Auswertung	10
3.1. Berechnung des Wasserwertes	11
3.2. Berechnung der spezifischen Wärmekapazität im Kalorimeter	14
3.3. Berechnung der spezifischen Wärme im Flüssigstickstoff	16
3.4. Spezifische Molwärmen und Debye-Temperatur	17
IV. Diskussion	20
4.1. Zusammenfassung	20
4.2. Diskussion	20
4.3. Kritik	21

I. Einleitung

1.1. Motivation

Ziel des Versuchs ist die Bestimmung der spezifischen Wärmekapazität verschiedener Festkörper (Graphit, Aluminium, Blei) in zwei Temperaturbereichen. Im ersten Versuchsteil wird die Wärmekapazität im Bereich von etwa 20 °C bis 100 °C mithilfe eines Wasserkalorimeters bestimmt. Im zweiten Versuchsteil wird die Wärmekapazität bei tiefen Temperaturen zwischen Raumtemperatur und −195.8 °C (Temperatur von flüssigem Stickstoff) ermittelt.

Die Untersuchung erlaubt es, sowohl den klassischen Bereich, in dem die Dulong-Petitsche Regel eine Näherung darstellt, als auch den niedertemperaturbereich zu erfassen, in dem quantenmechanische Effekte dominieren. Auf diese Weise wird die Temperaturabhängigkeit der Wärmekapazität sichtbar, und es lässt sich auch eine Abschätzung der Debye-Temperatur der Materialien vornehmen.

1.2. Physikalische Grundlagen

[Wag25a]

Definitionen

Führt man einem Körper eine Wärme Q zu, so erhöht sich seine Temperatur um

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \quad (1)$$

mit der Wärmekapazität C .

Die spezifische Wärmekapazität und die molare Wärmekapazität lauten:

$$c = \frac{Q}{m \Delta T}, \quad (2)$$

$$c_{\text{mol}} = \frac{M}{m} \frac{Q}{\Delta T}. \quad (3)$$

Mischungsmethode im Kalorimeter

Ein Festkörper der Temperatur T_1 wird in ein Kalorimeter mit Wasser der Temperatur T_2 getaucht. Die Mischungstemperatur sei T . Die abgegebene Wärme des Festkörpers:

$$Q = m_x c_x (T_1 - T) \quad (4)$$

entspricht der vom Wasser und Kalorimeter aufgenommenen Wärme:

$$Q = (m_w c_w + W)(T - T_2). \quad (5)$$

Durch Umstellen ergibt sich die gesuchte Größe:

$$c_x = \frac{(m_w c_w + W)(T - T_2)}{m_x (T_1 - T)}. \quad (6)$$

Zur Bestimmung des Wasserwerts W :

$$W = m_w c_w \frac{T_1 - T}{T - T_2}, \quad T_1 > T_2. \quad (7)$$

Bestimmung mit flüssigem Stickstoff

Taucht man einen Festkörper der Temperatur T_1 in flüssigen Stickstoff mit $T_2 \approx -195.8^\circ\text{C}$, so gilt:

$$Q = m_x c_x (T_1 - T_2). \quad (8)$$

Die Wärme wird zum Verdampfen des Stickstoffs genutzt:

$$Q = Q_V m_V, \quad (9)$$

mit der Verdampfungswärme $Q_V = 199 \text{ J g}^{-1}$. Kombination von Gleichungen 8 und 9 liefert:

$$c_x = \frac{Q_V m_V}{m_x (T_1 - T_2)}. \quad (10)$$

Theoretische Modelle

Nach dem Äquipartitionsprinzip besitzt jeder Freiheitsgrad die Energie

$$\langle E \rangle = k_B T. \quad (11)$$

Für ein Mol Atome folgt:

$$U_{\text{mol}} = 3N_A k_B T = 3RT. \quad (12)$$

Daraus ergibt sich die Dulong-Petitsche Regel:

$$c_V \approx 3R. \quad (13)$$

Diese Näherung gilt nur eingeschränkt. Genauere Ergebnisse liefert das Debye-Modell, welches die quantisierten Gitterschwingungen berücksichtigt und die Debye-Temperatur Θ_D als charakteristische Größe einführt.

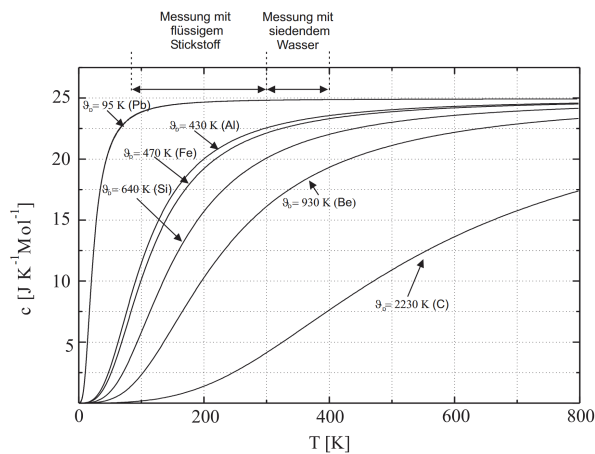


Abbildung I.1.: Debye-Modell

03.03.2025

Finn Ziemer
Amelia Künste

42 - Wärmekapazität

Tabelle 1

Probekörper	Masse des großen Körpers Lg	Masse des kleinen Körpers Lg
Aluminium (Al)	148,3	54,3
Blei (Pb)	618,3	158,3
Graphit (C)	122,2	44,7

Messungen der Massenkörper via Waage

Messgeräte:

Waage: Denver instrument PH-2401

↳ Ungenauigkeit: 0,1g

Thermometer: Voltcraft V101 Digital Thermometer

↳ Ungenauigkeit: 0,3% der Anzeige + 1°C

Zimmertemperatur: 25,0°C

↳ Ungenauigkeit: $\pm 1^\circ\text{C}$ (geschätzt)

Bestimmung des Wasserwertes

Netto-Masse Kalorimeter (ohne Deckel): 253,8g 253,8g

2. Messreihe, da Fehler in der 1.

Masse Kalorimeter mit Wasser (ohne Deckel): 608,0g 608,0g

⇒ Wassermasse: 354,2g Fehler?

Tabelle 2

Zeitpunkt Ls	Wassertemperatur $^\circ\text{C}$
0	50,5 50,0
30	50,3 49,0
60	50,3 48,9
90	50,2 48,8
120	50,2 48,7
150	50,1 48,7
180	50,0 48,5
210	50,0 48,4
240	50,0 48,3
270	49,9 48,3
300	49,9 48,2

Messreihe der Wassertemperatur im isolierten

Zimmertemperatur: 25,1°C 14:16 Uhr = T_2

Wassertemperatur: _____ = T_1

Spezifische Wärme (heiß)

Fehler-Bedenken (0,5 hPa)

Tabelle 3) Aluminium-Körper

Luftdruck $p = 1001,2$

um 14.30

Uhr

Zeit [s]	Wassertemperatur im Kalorimeter [°C]	(Start-Temp: 25,8°C)
60	25,8	
120	25,8	
180	25,8	
240	25,8	
300	26,0	
0	26,5	
60	30,3	
120	30,7	
180	30,7	
240	30,7	
300	30,5	

Netto-Masse Kalorimeter (ohne Deckel): 253,8 g

Masse Kalorimeter mit Wasser (ohne Deckel): 627,0 g

=> Wassermasse: 373,2 g **Fehler?**

Aluminium-Körper wird hinzugefügt

Raumtemperatur (T_2): 25,5°C

Tabelle 4) Blei-Körper

Zeit [s]	Wassertemperatur im Kalorimeter [°C]	(Start-Temp: 30,8°C)
0	31,2	
60	33,3	
120	33,4	
180	33,3	
240	33,2	
300	33,3	

Masse Kalorimeter mit Wasser (ohne Deckel): 626,8 g

=> Wassermasse: 373,0 g

15:03 Uhr

Raumtemperatur (T_2): 26,0°C

Tabelle 5) Graphit-Körper

Zeit [s]	Wassertemperatur im Kalorimeter [$^{\circ}\text{C}$]	(Start-Temp: $33,4^{\circ}\text{C}$)
0	33,5	
60	35,9	
120	36,4	
180	36,5	
240	36,6	
300	36,6	

Masse Kalorimeter mit Wasser (ohne Deckel): 626,0 g

=> Wassermasse: 372,2 g

15:14 Uhr

Raumtemperatur (T_2): 26,1 $^{\circ}\text{C}$

Spezifische Wärme (Kalt)

Tabelle 6) Abgekühlte Körper

Material	Stickstoffmasse zuvor [g]	Stickstoffmasse danach [g]
Aluminium	657,1 644,5	545,1 615,6
Blei	640,0 615,6	543,7 536,6
Granit	642,3 586,6	579,1 571,3

2. Messreihe

mit richtigen Massen (den Kleinen),
da 1. mit Größen

Leptengewicht des Dewar-Gefäßes: 428,5 [g]

03.09.25

II. Durchführung

2.1. Versuchsaufbau

Für den Versuch wurden folgende Geräte und Materialien verwendet:

- Wasserkalorimeter mit Magnetrührer
- Elektrischer Kocher mit Glasbecher
- Dewargefäß für flüssigen Stickstoff
- Elektronisches Thermometer
- Elektronische Waage
- Stoppuhr
- Stativ mit Drahhaken
- Schutzbrille und Schutzhandschuhe
- Große/Kleine Testkörper aus Graphit, Aluminium, Blei

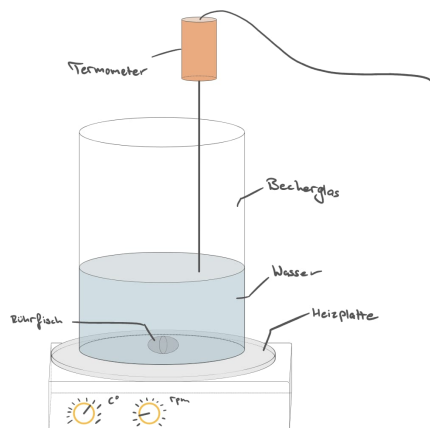


Abbildung II.1.: Wasserbecher auf Heizplatte mit Rührfisch und Thermometer zur Temperaturkontrolle

2.2. Messverfahren

Wasserkalorimeter

Die Bestimmung der Wärmekapazität im Bereich von 20 °C bis 100 °C erfolgt mit der Mischungsmethode. Ein Probekörper wird in kochendem Wasser auf Temperatur T_1 gebracht und anschließend in das Kalorimeter mit Wasser der Temperatur T_2 überführt. Nach Einstellung der Gleichgewichtstemperatur T lässt sich c_x mit [Gleichung 6](#) berechnen.

Zur Bestimmung des Wasserwerts W wird ein separates Experiment durchgeführt, siehe [Gleichung 7](#).

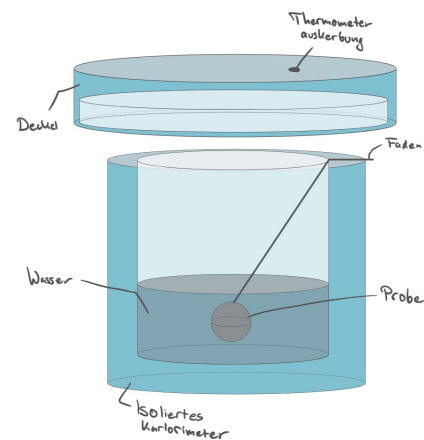


Abbildung II.2.: Schematische Darstellung des Wasserkalorimeters

Flüssiger Stickstoff

Für tiefe Temperaturen wird ein kleiner Testkörper mit Temperatur T_1 in ein Dewargefäß mit flüssigem Stickstoff ($T_2 \approx -195.8^\circ\text{C}$) eingebracht. Die Masse des verdampften Stick-

stoffs m_V wird durch Wiegen des Dewargefäßes vor und nach dem Versuch bestimmt.

Mit der Verdampfungswärme Q_V folgt aus [Gleichung 10](#) die spezifische Wärmekapazität des Festkörpers.

Die Messung wird für Graphit, Aluminium und Blei durchgeführt. Parallel werden Raumtemperatur und Atmosphärendruck protokolliert.

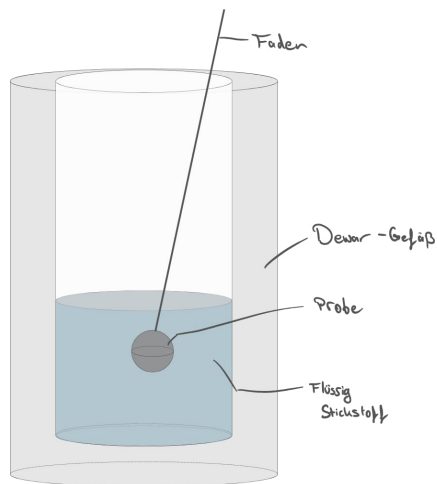


Abbildung II.3.: Dewargefäß

III. Auswertung

Fehlerrechnung

Für die statistische Auswertung von n Messwerten x_i werden folgende Größen definiert [Wag25b]:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{Arithmetisches Mittel} \quad (1)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad \text{Variation} \quad (2)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{Standardabweichung} \quad (3)$$

$$\Delta \bar{x} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2} \quad \text{Fehler des Mittelwerts} \quad (4)$$

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \Delta y\right)^2} \quad \text{Gauß'sches Fehlerfortpflanzungsgesetz für } f(x, y) \quad (5)$$

$$\Delta f = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \quad \text{Fehler für } f = x + y \quad (6)$$

$$\Delta f = |a| \Delta x \quad \text{Fehler für } f = ax \quad (7)$$

$$\frac{\Delta f}{|f|} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2} \quad \text{relativer Fehler für } f = xy \text{ oder } f = x/y \quad (8)$$

$$\sigma = \frac{|a_{lit} - a_{gem}|}{\sqrt{\Delta a_{lit}^2 + \Delta a_{gem}^2}} \quad \text{Berechnung der signifikanten Abweichung} \quad (9)$$

3.1. Berechnung des Wasserwertes

Wir beginnen mit der **Berechnung des Wasserwertes**. Hierfür benötigen wir zwei Referenztemperaturen. Wir nutzen einmal die Zimmertemperatur $T_2 = 25,1^\circ\text{C}$. Dabei gehen wir von einer Ungenauigkeit des Thermometers von 1°C aus. Wichtig für die Rechnung sind die Werte aus Tabelle 2 des Protokolls. Dort sind zwei Messreihen aufgeführt. Die zweite Messreihe wurde durchgeführt, da wir bei der ersten Messreihe die Durchführung nicht genau genug beachtet hatten. Die grauen Werte entsprechen dabei immer der ersten Messreihe. In der Gleichung des Wasserwertes kommt die spezifische Wärmekapazität des Wassers vor. Dafür nutzen wir den Literaturwert $c_w = (4,186 \pm 0,004) \frac{\text{J}}{\text{g}\cdot\text{K}}$. Zur Bestimmung der Masse des Wassers m_w wurde das Kalorimeter einmal leer m_l und einmal mit Wasser gefüllt m_v gewogen. Zieht man die Differenz beider, so erhält man eine Masse von:

$$m_w = 354,2 \text{ g.} \quad (10)$$

Diesen Wert können wir jedoch nicht einfach so übernehmen; wir müssen noch seine Ungenauigkeit bestimmen. Die Messunsicherheit der Waage liegt bei $\Delta m = 0,1 \text{ g}$. Dieser Fehler gilt für beide Massen. Über die **Gauß'sche Fehlerfortpflanzung** ergibt sich somit eine Ungenauigkeit von

$$\Delta m_w = \sqrt{\Delta m_l^2 + \Delta m_v^2} = 0,141 \text{ g.} \quad (11)$$

Fügen wir dies zusammen, ergibt sich eine Wassermasse von

$$m_w = (354,2 \pm 0,14) \text{ g.} \quad (12)$$

Bei der zweiten Messreihe haben wir extra darauf geachtet, möglichst exakt die gleiche Masse zu erreichen. Für den Wasserwert benötigen wir jedoch noch einen zweiten Referenzwert, T_1 . Das Thermometer weist einen

Fehler von $\pm(0,3\% + 1^\circ\text{C})$ auf. Systematische Fehler, die absolute Temperaturmessungen verzerren, sind darin vermutlich bereits berücksichtigt. Da in diesem Versuch nur Temperaturdifferenzen relevant sind, auf die systematische Abweichungen kaum Einfluss haben, kann man hier ausschließlich den relativen Fehler von $0,3\%$ des Messwertes ansetzen. Dies kann jedoch nicht mit absoluter Sicherheit gesagt werden. Trotzdem wurde dies so gemacht, da sonst die **Abbildung III.1** keinen Sinn für die graphische Bestimmung ergeben würde. Der Wert T_1 ist dem Protokoll, Tabelle 2 zu entnehmen:

$$T_1 = (50,0 \pm 0,15)^\circ\text{C} \quad (13)$$

$$T_1 = (50,5 \pm 0,15)^\circ\text{C}.$$

Der **Abbildung III.1** sind die Werte

$$\overline{T_A} = 49,09^\circ\text{C} \text{ und} \quad (14)$$

$$\overline{T_F} = 49,18^\circ\text{C} \quad (15)$$

zu entnehmen. Die Ungenauigkeit berechnet sich zu

$$\Delta \bar{T} = |\overline{T_A} - \overline{T_F}| = 0,09^\circ\text{C}. \quad (16)$$

Zusammengefasst ergibt sich:

$$\bar{T} = (49,09 \pm 0,09)^\circ\text{C}. \quad (17)$$

Mit diesen Werten können wir nun den Wasserwert berechnen:

$$W = 354,2 \cdot 4,186 \frac{0,91}{23,99} = 56,24176 \frac{\text{J}}{\text{K}}. \quad (18)$$

Nun muss noch die Ungenauigkeit bestimmt werden. Wir nutzen erneut die **Gauß'sche Fehler-**

lerfortpflanzung:

$$\Delta W = \sqrt{\begin{aligned} &\left(c_W \frac{T_1 - \bar{T}}{\bar{T} - T_2} \Delta m_W\right)^2 \\ &+ \left(m_W \frac{T_1 - \bar{T}}{\bar{T} - T_2} \Delta c_W\right)^2 \\ &+ \left(m_W c_W \frac{1}{\bar{T} - T_2} \Delta T_1\right)^2 \\ &+ \left(-m_W c_W \frac{T_1 - \bar{T}}{(\bar{T} - T_2)^2} \Delta T_2\right)^2 \\ &+ \left(m_W c_W \frac{T_2 - T_1}{(\bar{T} - T_2)^2} \Delta \bar{T}\right)^2 \end{aligned}} \quad (19)$$

Setzt man alle Werte ein, ergibt sich

$$\Delta W = 11,1714 \frac{J}{K}. \quad (20)$$

Zusammengefasst ergibt sich das Ergebnis:

$$W = (56,24 \pm 11,17) \frac{J}{K} \quad (21)$$

$$W = (9 \pm 54) \frac{J}{K}$$

Es ist sehr eindeutig, dass die erste Messreihe misslungen ist und keinen Sinn ergibt.

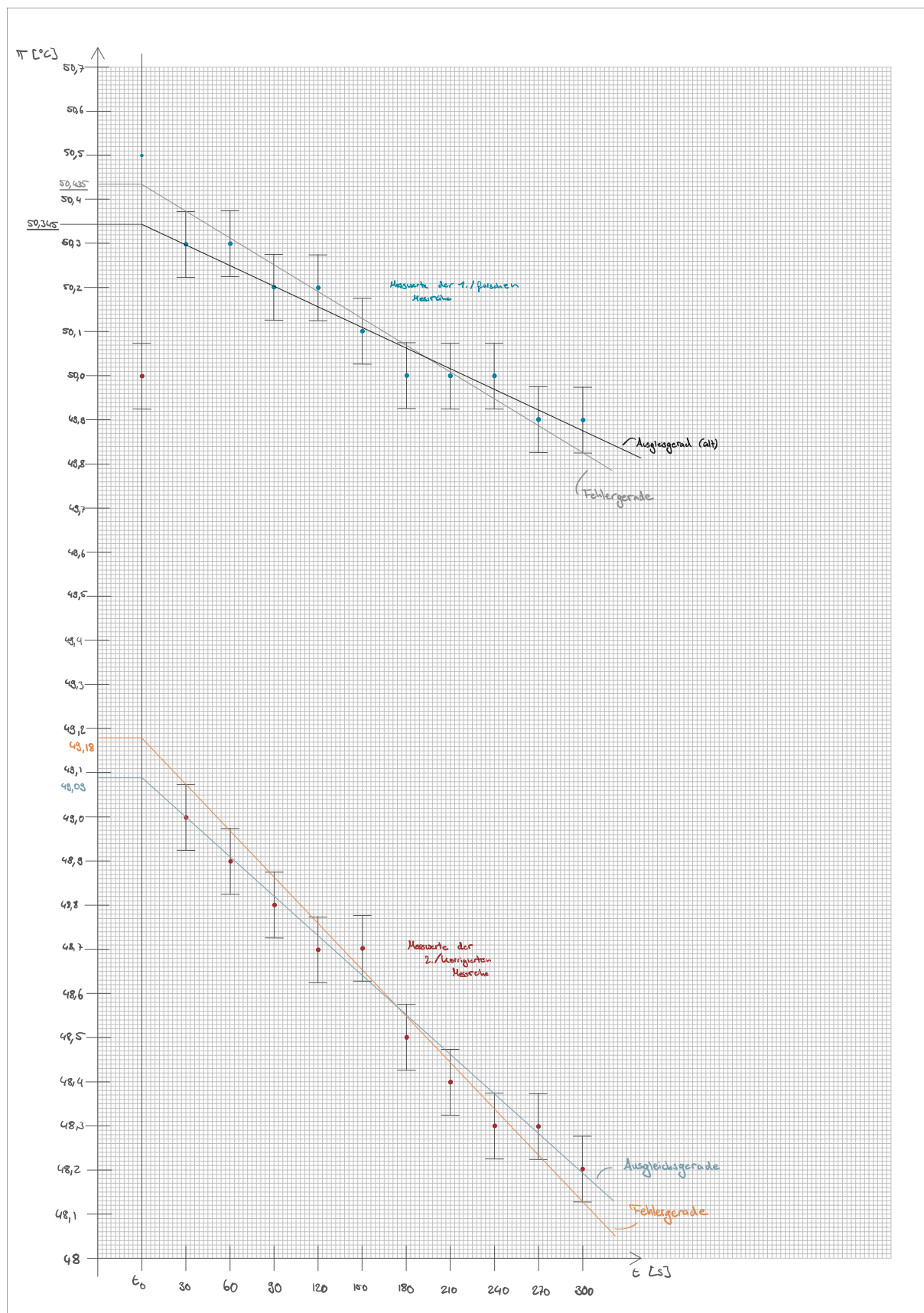


Abbildung III.1.: Graphischebestimmung des Wasserwertes. Dabei sind zwei Messreihen vermerkt, die Rote (unten) ist die korrigierte, und dessen Wasserwert im folgenden verwendet wird. Die blaue Messreihe dient nur als Vergleich und soll zeigen, dass die Verbesserte Messreihe, tatsächlich besser war.

3.2. Berechnung der spezifischen Wärmekapazität im Kalorimeter

Wir bestimmen nun die spezifische Wärme der drei Probenmaterialien (Aluminium (Al), Blei (Pb) und Graphit (C-Verbindung)). Zunächst müssen wir jedoch die tatsächliche Temperatur des kochenden Wassers bestimmen, da die 100°C nur bei Normaldruck $p_0 = 1013\text{ hPa}$ gelten. Daher berechnen wir unsere tatsächliche Temperatur:

$$T_1(p) = 100^\circ\text{C} + 0,0276 \frac{^\circ\text{C}}{\text{hPa}} \cdot (p - p_0). \quad (22)$$

Wir haben einen Luftdruck von $P = 1001,2\text{ hPa}$ abgelesen und gehen von einer Ungenauigkeit von $\Delta p = 0,5\text{ hPa}$ aus. Setzt man diese Werte in die [Gleichung](#) ein, ergibt sich:

$$T_1 = 99,674^\circ\text{C}. \quad (23)$$

Die Ungenauigkeit berechnet sich über:

$$\Delta T_1 = 0,0276 \frac{^\circ\text{C}}{\text{hPa}} \cdot \Delta p = 0,0138, \quad (24)$$

somit ergibt sich ein Ergebnis von

$$\underline{T_1 = (99,674 \pm 0,014)^\circ\text{C}}. \quad (25)$$

Wir berechnen nun die [spezifische Wärme](#). Dabei muss auch die Ungenauigkeit über die [Gauß'sche Fehlerfortpflanzung](#) bestimmt werden:

$$\Delta c_x = \sqrt{\begin{aligned} &\left(\frac{c_W(\bar{T} - T_2)}{T_1 - \bar{T}} \frac{1}{m_x} \Delta m_W\right)^2 \\ &+ \left(\frac{m_W(\bar{T} - T_2)}{T_1 - \bar{T}} \frac{1}{m_x} \Delta c_W\right)^2 \\ &+ \left(\frac{\bar{T} - T_2}{(T_1 - \bar{T})m_x} \Delta W\right)^2 \\ &+ \left(\frac{c_x \Delta m_x}{m_x}\right)^2 \\ &+ \left(-\frac{(T_1 - T_2)(c_W m_W + W)}{m_x(T_1 - \bar{T})^2} \Delta \bar{T}\right)^2 \\ &+ \left(\frac{(c_W m_W + W)}{m_x(\bar{T} - T_2)} \Delta T_1\right)^2 \\ &+ \left(\frac{c_x \Delta T_2}{\bar{T} - T_2}\right)^2 \end{aligned}} \quad (26)$$

Für ΔT_1 nutzen wir die Angaben des Thermometerherstellers: $\Delta T_1 = \pm(0,3\% + 1^\circ\text{C})$. Die Ergebnisse stellen wir [tabellarisch \(III.1\)](#) dar.

Vergleich: Messwert, Literaturwert und Dulong-Petit

In diesem Abschnitt wollen wir untersuchen, wie stark unsere Messwerte von den Literaturwerten abweichen und wie zuverlässig das Gesetz von Dulong-Petit angewendet werden kann. Das Gesetz besagt, dass jeder Körper über

$$c_{\text{mol}} = 3 \cdot R \approx 24,94 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \quad (27)$$

beschrieben werden kann, wobei R die universelle Gaskonstante ist. Die Ergebnisse halten wir wieder [tabellarisch \(III.2\)](#) fest.

Größe	Graphit	Blei	Aluminium
$T_2[^\circ\text{C}]$	$33,5 \pm 1,1$	$30,8 \pm 1,1$	$25,5 \pm 1,1$
$\bar{T}[^\circ\text{C}]$	$36,6 \pm 0,09$	$33,3 \pm 0,09$	$30,5 \pm 0,1$
$m_w[\text{g}]$	$372,2 \pm 1$	373 ± 1	$373,2 \pm 1$
$m_x[\text{g}]$	$122,2 \pm 1$	$618,3 \pm 1$	$148,9 \pm 1$
$M[\text{g/mol}]$	12,01	207,2	26,98
$c_x[\text{J/g} \cdot \text{K}]$	$0,649 \pm 0,219$	$0,10 \pm 0,04$	$0,65 \pm 0,16$
$c_{\text{mol}}[\text{J/mol} \cdot \text{K}]$	8 ± 3	20 ± 9	19 ± 4

Tabelle III.1.: Messwerte und Unsicherheiten für Graphit, Blei und Aluminium. Dabei gilt

$$c_{\text{mol},x} = M \cdot c_x, \Delta c_{\text{mol},x} = M \cdot \Delta c_x$$

Material	$c_{x,\text{gem}}[\text{J/g} \cdot \text{K}]$	$c_{x,\text{lit}}[\text{J/g} \cdot \text{K}]$	Abweichung	
Graphit	$0,649 \pm 0,219$	0,709	$0,27\sigma$	72,1%
Blei	$0,10 \pm 0,04$	0,129	$0,72\sigma$	10,9%
Aluminium	$0,65 \pm 0,16$	0,90	$1,19\sigma$	78,6%

Material	$c_{x,\text{mol,gem}}[\text{J/mol} \cdot \text{K}]$	$c_{x,\text{lit}}[\text{J/mol} \cdot \text{K}]$	Abweichung	
Graphit	8 ± 3	24,94	$6,52\sigma$	31,3%
Blei	20 ± 9	24,94	$0,52\sigma$	81,9%
Aluminium	19 ± 4	24,94	$1,34\sigma$	76,5%

Tabelle III.2.: Vergleich der gemessenen Werte mit Literaturwerten und Dulong-Petit.

3.3. Berechnung der spezifischen Wärme im Flüssigstickstoff

Wir wollen erneut die spezifische Wärmekapazität der drei Proben bestimmen, jedoch dieses Mal über (kalten) Flüssigstickstoff. Dafür greifen wir auf [Gleichung \(10\)](#) zurück. Die Verdampfungswärme des flüssigen Stickstoffs ist mit $Q_V = 199 \frac{J}{g}$ und seine Temperatur mit $T_2 = -195,8^\circ C$ gegeben. Zu diesem Zeitpunkt lag die Raumtemperatur bei $T_1 = (26,1 \pm 1)^\circ C$. Die Differenz der beiden Temperaturen ergibt $\bar{T} = T_1 - T_2 = (221,9 \pm 1,0)^\circ C$. Die Ungenauigkeit von c_x ergibt sich über die [Gauß'sche Fehlerfortpflanzung](#) zu:

$$\frac{\Delta c_x}{c_x} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m_s}{m_s}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m_x}{m_x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta T_1}{\bar{T}}\right)^2} \quad (28)$$

Der Fehler für die $c_{x,\text{mol}}$ -Werte wird analog berechnet. Die Ergebnisse sind in [Tabelle \(III.3\)](#) dargestellt. Es wurden zwei Messreihen durchgeführt, einmal mit den leichten und einmal mit den schweren Probekörpern.

Material	$m_x [g]$	$m_V [g]$	$c_x [\frac{J}{gK}]$	$c_{x,\text{mol}} [\frac{J}{gK}]$
Graphit	$44,7 \pm 1$	$20,3 \pm 0,14$	$(0,407 \pm 0,010)$	$(4,891 \pm 0,117)$
Blei	$138,3 \pm 1$	$19 \pm 0,14$	$(0,1232 \pm 0,0014)$	$(25,53 \pm 0,29)$
Aluminium	$34,9 \pm 1$	$28,9 \pm 0,14$	$(0,7426 \pm 0,0218)$	$(20,0 \pm 0,6)$
Graphit	$122,2 \pm 1$	$63,2 \pm 0,14$	$(0,464 \pm 0,004)$	$(5,57 \pm 0,05)$
Blei	$618,3 \pm 1$	$90,3 \pm 0,14$	$(0,1310 \pm 0,0007)$	$(27,14 \pm 0,14)$
Aluminium	$148,9 \pm 1$	$112 \pm 0,14$	$(0,675 \pm 0,006)$	$(18,20 \pm 0,15)$

Tabelle III.3.: Messwerte und berechnete Werte: verdampfte Stickstoffmasse, spezifische Wärmekapazität c_x und molare Wärmekapazität $c_{x,\text{mol}}$.

3.4. Spezifische Molwärmen und Debye-Temperatur

Wir wollen nun die spezifischen Molwärmen $c_{x,\text{mol}}$ untereinander vergleichen. Dafür definieren wir das Verhältnis als Quotienten:

$$q := \frac{c_{x,\text{mol},N_2}}{c_{x,\text{mol},H_2O}}. \quad (29)$$

Die Ungenauigkeit berechnet sich über die [Gauß'sche Fehlerfortpflanzung](#) zu

$$\Delta q = \sqrt{\left(\frac{\Delta c_{x,\text{mol},N_2}}{c_{x,\text{mol},N_2}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta c_{x,\text{mol},H_2O}}{c_{x,\text{mol},H_2O}}\right)^2} \cdot q. \quad (30)$$

Für die schweren Proben im Stickstoff ergeben sich:

$$q_{\text{Graphit},s} = 0,7 \pm 0,4 \quad (31)$$

$$q_{\text{Blei},s} = 1,4 \pm 0,5 \quad (32)$$

$$q_{\text{Aluminium},s} = 0,9579 \pm 0,2107 \quad (33)$$

Für die leichten Proben:

$$q_{\text{Graphit},l} = 0,6 \pm 0,4 \quad (34)$$

$$q_{\text{Blei},l} = 1,3 \pm 0,5 \quad (35)$$

$$q_{\text{Aluminium},l} = 1,0526 \pm 0,2127. \quad (36)$$

Mit diesen Größen können nun graphisch über die bereitgestellte Debye-Tabelle die Werte bestimmt werden. Dies wurde für die schweren und die leichten Proben durchgeführt. Die graphische Auswertung für die leichten Proben ist in [Abbildung \(III.2\)](#) zu sehen, für die schweren Proben in [Abbildung \(III.3\)](#).

Die Ergebnisse sind in [Tabelle \(III.4\)](#) dargestellt. Die abgelesenen Debye-Temperaturen sind mit T_D bezeichnet. Die leichten Werte (l) stehen in der oberen Spalte, die schweren Werte (s) darunter.

Bei Blei konnte der »tatsächliche« Wert leider nicht eingezeichnet werden, nur der Maximalwert war auf der Skala auffindbar. Daher wurde vereinfacht angenommen, dass der

Absolute Nullpunkt (0 K) die untere Grenze und der Maximalwert die obere Grenze darstellt; das Mittel dieser beiden Werte wurde als »eigentlicher« Wert genommen. Dies ist selbstverständlich eine starke Vereinfachung. Außerdem wurde die [signifikante Abweichung \(9\)](#) bestimmt.

Material (l)	$T_D[K]$	$T_{D,\text{lit}}[K]$	Abweichung
Aluminium	100 ± 50	430	$6,6\sigma$
Blei (max)	200 ± 200	95	$0,525\sigma$
Graphit	750 ± 80	2230	$18,5\sigma$
Material (s)	$T_D[K]$	$T_{D,\text{lit}}[K]$	Abweichung
Aluminium	250 ± 35	430	$5,14\sigma$
Blei (max)	125 ± 125	95	$0,24\sigma$
Graphit	275 ± 75	2230	$26,1\sigma$

Tabelle III.4.: Auflistung der gemessenen Debye-Temperaturen T_D für leichte (l) und schwere (s) Proben sowie Vergleich mit Literaturwerten.

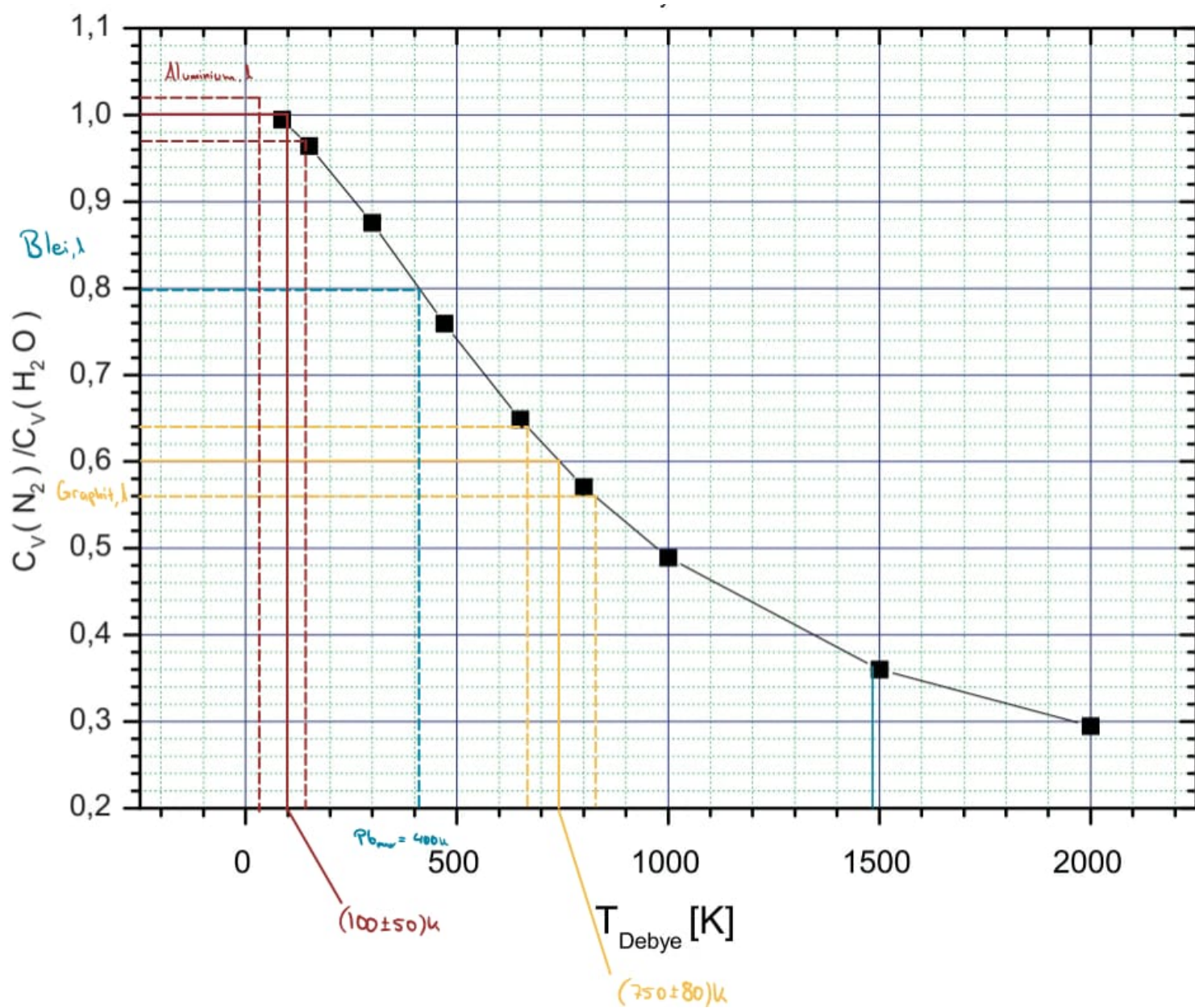


Abbildung III.2.: Debye-Tabelle mit den eingezeichneten Werten für die leichten Proben

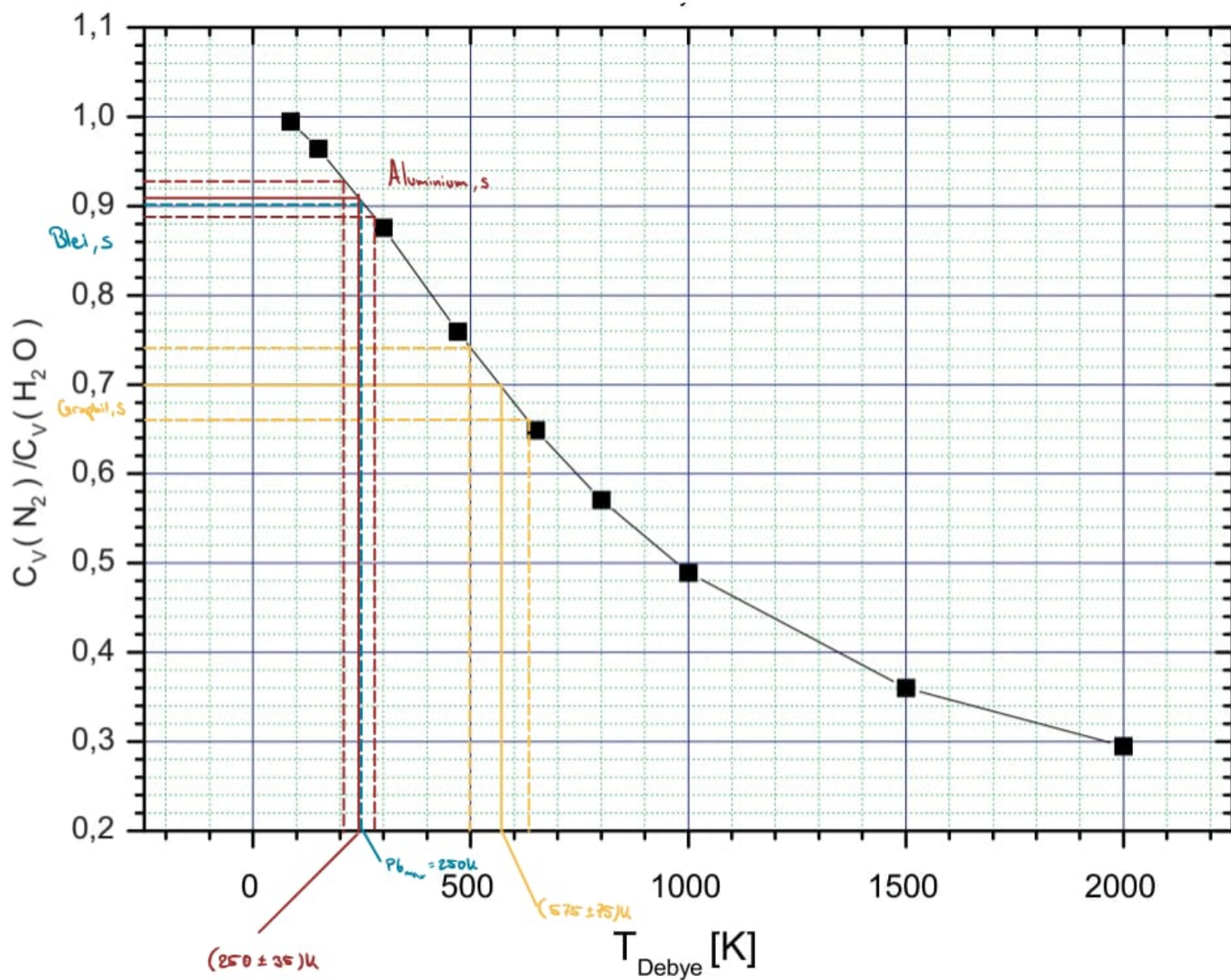


Abbildung III.3.: Debye-Tabelle mit den eingezeichneten Werten für die schweren Proben

IV. Diskussion

4.1. Zusammenfassung

In diesem Versuch wurden die spezifischen Wärmekapazitäten von Graphit, Aluminium und Blei bei Raumtemperatur und bei tiefen Temperaturen (Flüssigstickstoff) bestimmt. Dazu wurden zwei Messmethoden verwendet: ein Wasserkalorimeter zur Messung im Temperaturbereich $20^{\circ}\text{C} - 100^{\circ}\text{C}$ und ein Dewargefäß mit flüssigem Stickstoff zur Bestimmung bei -196°C .

Die gemessenen Werte zeigen eine starke Streuung, insbesondere bei Graphit und Aluminium. Die experimentell ermittelten Molwärmern weichen zum Teil erheblich von den Literaturwerten und vom Dulong-Petit-Wert ab. Für Blei ergaben sich Werte, die zwar näher an der Literatur liegen, jedoch aufgrund der Messunsicherheit ebenfalls nur bedingt zuverlässig sind.

Die Debye-Temperaturen, abgeleitet aus den Niedrigtemperatur-Messungen, liegen weit unterhalb der Literaturwerte für Graphit und Aluminium, während sie für Blei zumindest grob mit den erwarteten Größenordnungen übereinstimmen.

4.2. Diskussion

Die Ergebnisse zeigen, dass die experimentelle Genauigkeit stark von der Methodik abhängig ist. Die Messungen mit dem Wasserkalorimeter liefern teilweise unrealistische Ergebnisse (z.B. sehr große Fehler bei Graphit), was auf systematische Probleme bei der Temperatur- und Massemessung hindeutet.

Die Messungen im Flüssigstickstoff sind vergleichsweise genauer, liefern jedoch für Graphit und Aluminium weiterhin zu niedrige Molwär-

men. Dies ist physikalisch plausibel, da das Gesetz von Dulong-Petit bei tiefen Temperaturen nicht gilt: Die spezifische Wärme von Festkörpern fällt gegen $T \rightarrow 0$ ab, wie das Debye-Modell beschreibt. Für Blei hingegen liegen die Werte näher am erwarteten Bereich, was an seiner geringen Debye-Temperatur liegt.

Die starke Diskrepanz zwischen Messwerten und Literaturwerten für Graphit (Molwärme bei Raumtemperatur stark unterschätzt) deutet außerdem auf systematische Messfehler hin. Dazu zählen z.B. Wärmeverluste an die Umgebung, ungenaue Temperaturablesung oder Unsicherheiten bei der Bestimmung der Masse des verdampften Stickstoffs. Hier hat es auch keinen nennenswerten Unterschied gemacht, ob man die leichten oder schweren Massen in den Flüssigstickstoff hält und auswertet; die Werte bleiben entweder statistisch signifikant, oder weichen weiterhin stark ab. Das die Bleiwerte überhaupt statistisch signifikant sind, kann man ziemlich eindeutig auf die Ungenauigkeit zurückführen, da die Werte immer die gleiche Ungenauigkeit haben, wie der Wert selbst. Dennoch bleibt der Wert am statistisch Signifikanten; für den Leichten Körper bei einer Ungenauigkeit von $\pm 50\text{K}$, was 50% der Skaleneinheit entspricht, käme man so auf eine $2,1\sigma$ -Abweichung; somit wäre der Wert statistisch eher nicht signifikant. Jedoch spannend ist die schwere Masse, bei der wir eine $0,6\sigma$ -Abweichung haben, dies wäre noch immer statistisch signifikant. Dennoch war die bestimmungsmethode der Bleiwerte geraten, und nicht wissenschaftlich bestimmt, jegliche Aussagekraft ist damit sowieso hinüber.

4.3. Kritik

Die experimentellen Unsicherheiten sind teilweise sehr hoch, was die Aussagekraft der Ergebnisse stark einschränkt. Kritische Punkte sind:

verfälscht werden. Einige Ergebnisse stimmen eher zufällig gut mit Literaturwerten überein, ohne dass dies garantiert auf die Genauigkeit der Messung zurückzuführen ist.

1. Messmethodik:

- Beim Wasserkalorimeter können Wärmeverluste an die Umgebung nicht vernachlässigt werden.
- Die Temperaturmessung ist nur auf $\pm 0,3\%$ genau, was insbesondere bei kleinen Temperaturdifferenzen den Fehler überproportional vergrößert.

2. Massenbestimmung:

Besonders beim Flüssigstickstoff ist das Wiegen des Dewargefäßes kritisch, da kleinste Differenzen die berechnete Wärmekapazität stark beeinflussen.

3. Probenfehler:

Unterschiedliche Größen und Geometrien der Testkörper führen zu abweichenden Wärmeverlusten, da die Oberfläche wichtig für den Wärmeaustausch ist.

4. Methodische Einschränkungen:

- Die Annahme, dass die gesamte Wärme nur vom festen Körper an den Flüssigstickstoff abgegeben wird, ist idealisiert.
- Die graphische Bestimmung der Debye-Temperatur ist stark subjektiv und mit großen Unsicherheiten behaftet (z.B. bei Blei nur als Mittelwert zwischen 0K und Maximalwert geschätzt).

Insgesamt zeigt der Versuch anschaulich, dass die Bestimmung spezifischer Wärmekapazitäten mit einfachen Methoden grundsätzlich möglich ist, die erzielten Werte aber stark durch systematische und statistische Fehler

Abbildungsverzeichnis

I.1. Debye-Modell	4
II.1. Wasserbecher auf Heizplatte mit Rührerfisch und Thermometer zur Temperaturkontrolle	8
II.2. Schematische Darstellung des Wasserkalorimeters	8
II.3. Dewargefäß	9
III.1. Graphischebestimmung des Wasserwertes. Dabei sind zwei Messreihen vermerkt, die Rote (unten) ist die korrigierte, und desswen Wasserwert im folgenden verwendet wird. Die blaue Messreihe dient nur als Vergleich und soll zeigen, dass die Verbesserte Messreihe, tatsächlich besser war.	13
III.2. Debye-Tabelle mit den eingezeichneten Werten für die leichten Proben	18
III.3. Debye-Tabelle mit den eingezeichneten Werten für die schweren Proben	19

Tabellenverzeichnis

I.1.	Materialeigenschaften	8
I.2.	Messreihe des Wasserkalorimeters zur Bestimmung des Wasserwertes	8
I.3.	Messreihe im Wasserkalorimeters Aluminium	8
I.4.	Messreihe im Wasserkalorimeters Blei	8
I.5.	Messreihe im Wasserkalorimeters Graphit	8
I.5.	Messreihe der Körper im Flüssigstickstoff	8
III.1.	Messwerte und Unsicherheiten für Graphit, Blei und Aluminium. Dabei gilt $c_{\text{mol},x} = M \cdot c_x$, $\Delta c_{\text{mol},x} = M \cdot \Delta c_x$	15
III.2.	Vergleich der gemessenen Werte mit Literaturwerten und Dulong-Petit.	15
III.3.	Messwerte und berechnete Werte: verdampfte Stickstoffmasse, spezifische Wärmekapazität c_x und molare Wärmekapazität $c_{x,\text{mol}}$	16
III.4.	Auflistung der gemessenen Debye-Temperaturen T_D für leichte (l) und schwere (s) Proben sowie Vergleich mit Literaturwerten.	17

Literaturverzeichnis

- [Wag25a] Dr. J. Wagner. *Physikalisches Praktikum PAP 1 für Studierende der Physik*, chapter 42. Universität Heidelberg, 2025.
- [Wag25b] Dr. J. Wagner. *Physikalisches Praktikum PAP 1 für Studierende der Physik*, pages 4–28. Universität Heidelberg, 2025.