



Protokoll zum Versuch
Optische Abbildungen
(Versuch 31)

Autor: Finn Zeumer (hz334)

Versuchspartnerin: Annika Künstle

Versuchsbegleiter: Hannah Greve

Datum der Ausführung: 24.09.2025

Abgabedatum: 09.10.2025

Inhaltsverzeichnis

I. Einleitung	3
1.1. Motivation/Aufgabe	3
1.2. Physikalische Grundlagen	3
Messdaten	5
II. Durchführung	8
2.1. Versuchsaufbau	8
2.2. Messverfahren	8
2.2.1. Bestimmung der Parameter der achromatischen Linse	8
2.2.2. Brennweitenmessung der bikonvexen Linse nach Bessel	8
2.2.3. Untersuchung der chromatischen und sphärischen Aberration	8
2.2.4. Aufbau und Untersuchung eines Mikroskops	8
III. Auswertung	12
3.1. Bestimmung der Brennweite der achromatischen Linse	13
3.2. Brennweitenbestimmung der bikonvexen Linse nach Bessel	20
3.3. chromatische und sphärische Aberration	20
3.4. Untersuchung des Gitters	21
3.4.1. Gitterkonstante	21
3.4.2. Auflösungsvermögen	22
IV. Diskussion	23
4.1. Zusammenfassung	23
4.2. Diskussion	23
4.3. Kritik	24

I. Einleitung

1.1. Motivation/Aufgabe

Ziel dieses Versuchs ist die Untersuchung grundlegender optischer Abbildungen sowie der dabei auftretenden Abbildungsfehler und Auflösungsgrenzen. Dazu werden verschiedene Linsensysteme analysiert: eine achromatisch korrigierte Linse (Achromat), eine bikonvexe Sammellinse sowie ein zusammengesetztes optisches System in Form eines Mikroskops.

Im Verlauf des Versuchs sollen zunächst die Brennweiten der verwendeten Linsen bestimmt und anschließend die chromatische und sphärische Aberration untersucht werden. Abschließend wird die Vergrößerung und das Auflösungsvermögen eines Mikroskops experimentell überprüft. Ziel ist es, die theoretischen Zusammenhänge zwischen den geometrischen Parametern einer Abbildung und der tatsächlichen optischen Abbildungsleistung experimentell zu verifizieren.

1.2. Physikalische Grundlagen

[Dem17, Wag25a]

Optische Abbildung und Linsengleichung

Eine optische Abbildung beschreibt den Vorgang, bei dem Lichtstrahlen von einem Gegenstand durch ein optisches System geleitet werden und anschließend ein Bild des Gegenstandes erzeugen. Für dünne Linsen gilt die Näherung, dass die Brechungen an beiden Grenzflächen der Linse zu einer einzigen, effektiven Brechung zusammengefasst werden können.

Der Zusammenhang zwischen Gegenstandsweite g , Bildweite b und Brennweite f wird durch die Linsengleichung beschrieben:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g} \quad (1)$$

Der Abbildungsmaßstab β beschreibt das Verhältnis der Bildgröße B zur Gegenstandsgröße G und ergibt sich zu

$$\beta = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}. \quad (2)$$

Durch Umformen von [Gleichung 1](#) kann der Abbildungsmaßstab auch in Abhängigkeit der Brennweite geschrieben werden:

$$\beta = \frac{b}{f} - 1. \quad (3)$$

Abbildungsfehler

Reale Linsen weichen von der idealisierten Annahme der dünnen Linse ab. Zwei wesentliche Abbildungsfehler sind die *sphärische* und die *chromatische Aberration*.

Die sphärische Aberration beschreibt die Abhängigkeit der Brennweite von der Eintrittsposition des Lichtstrahls auf der Linse. Strahlen, die weit entfernt von der optischen Achse einfallen, werden stärker gebrochen und fokussieren in einem anderen Punkt als achsennahe Strahlen. Dadurch verschlechtert sich die Bildschärfe. Eine Reduktion dieses Fehlers ist durch Abblenden (Begrenzung auf achsennahe Strahlen) oder durch den Einsatz asphärischer Linsen möglich.

Die chromatische Aberration beruht auf der Wellenlängenabhängigkeit des Brechungsindex des Linsenmaterials. Blaues Licht mit kürzerer Wellenlänge wird stärker gebrochen als rotes Licht, wodurch unterschiedliche Brennweiten für verschiedene Farben entstehen. Dieser

Effekt kann durch Achromate kompensiert werden, bei denen Linsen unterschiedlicher Dispersion kombiniert werden.

Brennweitenbestimmung nach Bessel

Das Bessel-Verfahren erlaubt eine präzise Bestimmung der Brennweite einer Linse, ohne deren Hauptebenen kennen zu müssen. Bei einem festen Abstand L zwischen Gegenstand und Schirm ($L > 4f$) existieren zwei Positionen der Linse, für die ein scharfes Bild entsteht. Aus dem Abstand d dieser beiden Positionen ergibt sich die Brennweite zu

$$f = \frac{L^2 - d^2}{4L}. \quad (4)$$

Da hier nur Differenzmessungen benötigt werden, ist das Verfahren besonders fehlerarm.

Auflösungsvermögen eines Mikroskops

Die Vergrößerung eines Mikroskops ergibt sich aus dem Produkt der Vergrößerungen von Objektiv und Okular. Eine unbegrenzte Steigerung der Vergrößerung ist jedoch nicht möglich, da das Auflösungsvermögen durch die Wellennatur des Lichts begrenzt ist. Nach dem Rayleigh-Kriterium gilt für den minimal auflösbaren Abstand zweier Objektpunkte:

$$G_{\min} = 0,61 \frac{\lambda}{n \sin(\alpha)}. \quad (5)$$

Hierbei ist λ die Wellenlänge des verwendeten Lichts, n der Brechungsindex des Mediums zwischen Objektiv und Objekt und α der halbe Öffnungswinkel des Objektivs. Der Term $n \sin(\alpha)$ wird als numerische Apertur (NA) bezeichnet. Durch Variation der Apertur lässt sich somit das Auflösungsvermögen experimentell untersuchen.

31 - Optische Abbildungen

Ziel des Versuches ist die Untersuchung optischer Abbildungen.

Aufgabe I)

In diesem Versuchsteil untersuchen wir die generelle Funktionsweise optischer Abbildungen. Hierzu wird die achromatische Linse verwendet.

Zunächst die Bestimmung von f . Hierzu müssen g und b bestimmt werden, sodass das Bild scharf ist.

Hierzu nutzen wir die Formel:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$$

Unsere Werte sind:

$$b = (16,5 \pm 0,5) \text{ cm}$$

$$g = (25,0 \pm 0,5) \text{ cm}$$

Somit ist

$$f = (9,8 \pm 0,4) \text{ cm}$$

Tabelle I) Messergebnisse der achromatisch korrigierten Linse:

Beziehung von f und g	g [cm]	G [cm]	b [cm]	B [cm]	Art	reell/virtuell und reell/ umgedreht	Richtung
$\infty > g > 2f$	25,0	0,8	16,5	0,3	reell	umgedreht	
	30,0	0,8	15,0	0,2	reell	umgedreht	
	35,0	0,8	14,0	0,2	reell	umgedreht	
$g = 2f$	19,9	0,8	13,0	0,4	reell	umgedreht	
	15,0	0,8	27,1	0,7	reell	umgedreht	
	12,5	0,8	31,9	0,9	reell	umgedreht	
$2f > g > f$	10,5	0,8	46,5	1,3	reell	umgedreht	
	9,9	0,8					
	8	0,8					

Messgenauigkeit:

Skala: 1,0 mm

↪ Ablesefehler: $50\% \cdot 1,0 \text{ mm} = 0,5 \text{ mm}$

Berechnungsgerauigkeit:

Skala: 1,0 mm

↪ Ungenauigkeit fürs Ablesen: $50\% \cdot 1,0 \text{ mm} = 0,5 \text{ mm}$

Meine Messung möglich, da undefiniert: $0 = \frac{1}{b} - \frac{1}{g}$

Tabelle der gemessenen Werte der Aufgabe I. Der Messfehler ist dabei die Ungenauigkeit

der Skala von $\Delta s = 0,5 \text{ cm}$. Alle Abstände sind relativ zur Linse.

Aufgabe II)

$$L = 5f = 60 \text{ cm}$$

Tabelle II) Besselverfahren (weites Bild)

Messung	s_1 [cm]	s_2 [cm]	d [cm]
1	17,5	43,5	26,0
2	17,3	43,5	26,2
3	17,2	43,6	26,4

Messung der zwei Positionen mit scharfem Bild.

Ungenauigkeit der Messschneide und berechneter Abstand d .

Aufgabe III)

Dann wollen wir das Besselverfahren mit polarisiertem Licht gemacht werden.

Tabelle III) Besselverfahren für Rotlicht

Messung	s_1 [cm]	s_2 [cm]	d [cm]
1	16,1	43,1	27,0
2	16,4	43,1	26,7
3	16,0	43,2	27,2

3 Messungen der zwei scharfen Position mit

rot polarisiertem Licht und deren Differenz d.

Messuhwer der Schiebskala.

Wichtige Notiz

Der weiße Schirm hat zwei Seiten. Eine mit Gitter-Raster, die andere Blanks. Durch den Bau des Statives ist jedoch nur die Gittersseite zur Markierung centriert, die Blanke Seite ist um 2 mm dazu verschoben (Schirmsdicke).

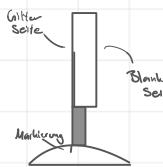


Tabelle II) Besselverfahren für Blaulicht

Messung	s_1 [cm]	s_2 [cm]	d [cm]
1	16,8	44,8	28,1
2	17,1	44,4	26,5
3	17,3	44,8	27,6

3 Messungen der zwei scharfen Position mit

blau polarisiertem Licht und deren Differenz d.

Messuhwer der Schiebskala.

Lochblende \Rightarrow d wird kleiner

Ringblende \Rightarrow d wird kleiner, aber weniger als bei der Lochblende.

Aufgabe IV)

Dann wollen wir das Mikroskop aufbauen und untersuchen.

Wichtige Maße:

Brennweite Objektiv: 4,0 cm = f_1

Objektivverschiebung zur Skalenmarkierung: 3,0 cm

Skala des Spalttes: 0,1 mm

Brennweite Okular: 5,0 cm

\hookrightarrow Ablesungsgenauigkeit: 0,1 mm

Abstand Gitter zu Spalt: 4,3 cm

↴ Vermutlich
 kleiner/bzw.
 wird die \pm -Abweichung
 "ziemlich" gut.

\Rightarrow 10 Viertelbreiten entsprechen 5 mm

Dies ist unsere Bildgröße B

Die Bildweite ist $b = 250$ cm

Die Ungenauigkeiten sind wieder die Ablesungsgenauigkeiten der Skala.

Tabelle II) Spaltbreiten

Messung	D [mm]
1	0,4
2	0,4
3	0,4

Bestimmung der Spaltbreite, ob welcher

Winkelstrahl Gitterstäbe sichtbar sind.

(grünes Licht).

Bei **rotem** Licht wird das Gitter sogar scharfer als beim **grünen** Licht. Die Auflösung ist jedoch vergleichbar.

Das **blaue** Licht hat eine **bessere** Auflösung. Das Bild ist jedoch weniger scharf.

24.09.25
Hau C Th

II. Durchführung

2.1. Versuchsaufbau

Der gesamte Versuch wurde auf einer optischen Bank durchgeführt, auf der Lampe, Kondensor, Linsenhalter, Filter, Blenden und Schirme in definierten Abständen montiert werden konnten. Die Justierung erfolgte jeweils so, dass die optische Achse aller Komponenten übereinstimmte. Als Lichtquelle diente eine Halogenlampe mit einstellbarem Kondensor. Zur Reduktion von Farbfehlern wurden Rot-, Blau- und Grünfilter eingesetzt.

2.2. Messverfahren

2.2.1. Bestimmung der Parameter der achromatischen Linse

Zunächst wurde die achromatisch korrigierte Linse (Achromat) zwischen Lampe und Schirm positioniert. Der Gegenstand (Testdia) wurde so ausgerichtet, dass ein scharfes Bild auf dem Schirm erschien. Für verschiedene Gegenstandsweiten g wurden die zugehörigen Bildweiten b bestimmt. In jedem Fall wurde vermerkt, ob das Bild reell oder virtuell und ob es aufrecht oder umgekehrt erschien. Aus den Messwerten lässt sich über [Gleichung 1](#) die Brennweite bestimmen.

2.2.2. Brennweitenmessung der bikonvexen Linse nach Bessel

Zur Bestimmung der Brennweite der bikonvexen Linse L_1 wurde das Bessel-Verfahren angewendet. Der Abstand zwischen Gegenstand und Schirm wurde zu $L \approx 5f$ eingestellt. Anschließend wurde die Linse zwischen beiden Positionen verschoben, bis zwei Linsenstellungen

mit scharfer Abbildung gefunden wurden. Aus dem Abstand d dieser Positionen ergab sich die Brennweite nach [Gleichung 4](#). Zur Erhöhung der Genauigkeit wurde der Messvorgang mehrfach wiederholt.

2.2.3. Untersuchung der chromatischen und sphärischen Aberration

Die Messung der Brennweite wurde mit einem Rot- und einem Blaufilter wiederholt, um die chromatische Aberration zu untersuchen. Zusätzlich wurde die Linse einmal mit einer Lochblende und einmal mit einer Ringblende betrieben, um den Einfluss der sphärischen Aberration auf die Brennweite zu beobachten. Veränderungen des Abstandes d zwischen den Bessel-Positionen deuten auf Unterschiede in der effektiven Brennweite hin.

2.2.4. Aufbau und Untersuchung eines Mikroskops

Für die Untersuchung des Mikroskops wurde eine Kombination aus Objektiv- und Okularlinse auf der optischen Bank aufgebaut. Als Objekt diente ein Kreuzgitter-Dia, das hinter einer Lampe mit Grünfilter positioniert wurde. Das Zwischenbild wurde in einem definierten Abstand zur Objektivlinse auf einem Schirm abgebildet, der eine Millimeterskala trug. Hinter dem Zwischenbild wurde das Okular in seiner Brennweite positioniert, sodass das Auge auf unendlich akkommodierte.

Die Vergrößerung wurde aus der Gitterstruktur des Zwischenbilds bestimmt. Anschließend wurde der einstellbare Spalt schrittweise verengt, bis die vertikalen Strukturen des Gitters gerade nicht mehr aufgelöst werden konnten.

Aus der Spaltbreite und dem Abstand zum Objekt wurde der Öffnungswinkel berechnet, aus dem sich mit [Gleichung 5](#) das Auflösungsvermögen ergab. Der Versuch wurde mit rotem und blauem Licht wiederholt, um den Einfluss der Wellenlänge auf die Auflösung zu überprüfen.



Abbildung II.1.: Versuchsbestandteile



Abbildung II.2.: Versuchsaufbau Aufgabe Gitter

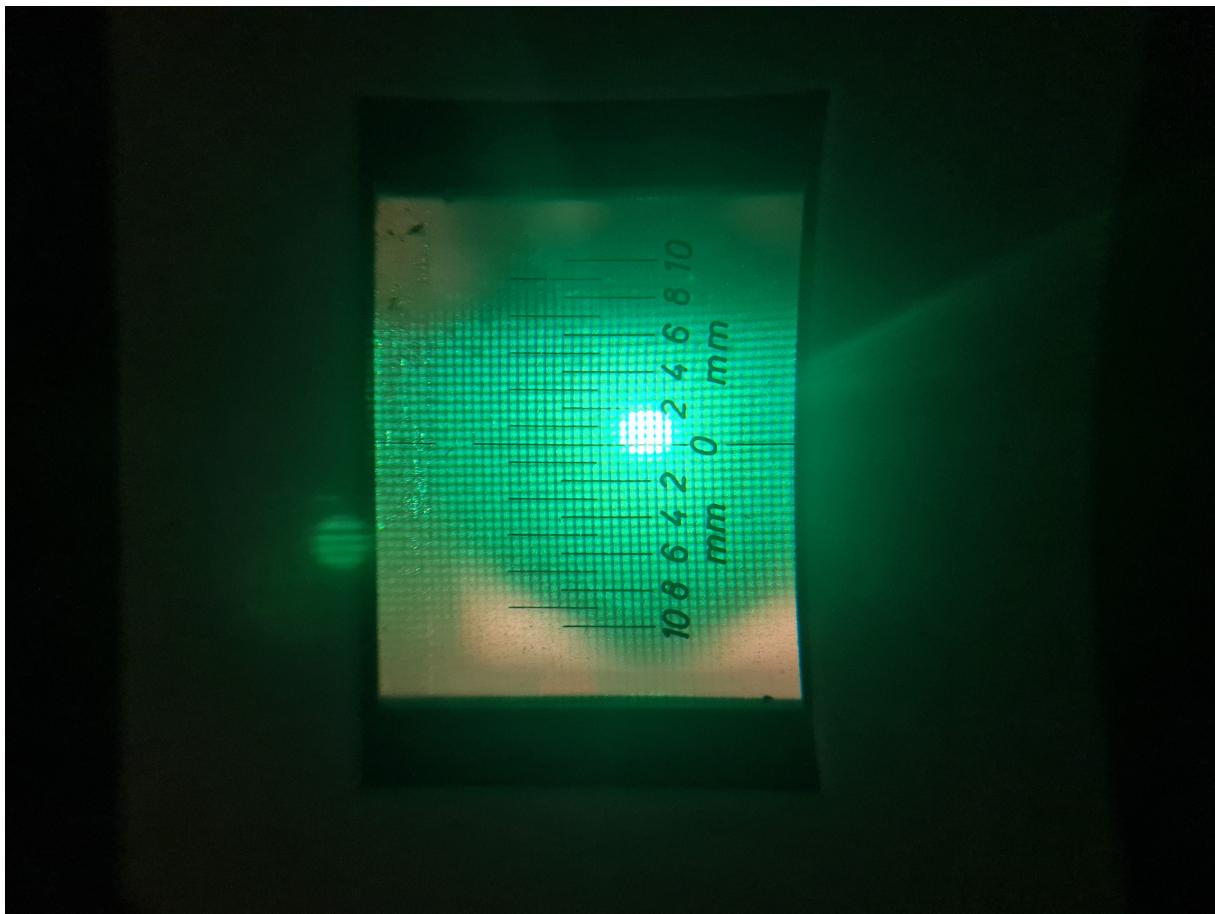


Abbildung II.3.: Blich durch das Mikroskop auf das Gitter

III. Auswertung

Fehlerrechnung

Für die statistische Auswertung von n Messwerten x_i werden folgende Größen definiert [Wag25b]:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{Arithmetisches Mittel} \quad (1)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad \text{Variation} \quad (2)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{Standardabweichung} \quad (3)$$

$$\Delta\bar{x} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2} \quad \text{Fehler des Mittelwerts} \quad (4)$$

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \Delta y\right)^2} \quad \text{Gauß'sches Fehlerfortpflanzungsgesetz für } f(x, y) \quad (5)$$

$$\Delta f = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \quad \text{Fehler für } f = x + y \quad (6)$$

$$\Delta f = |a| \Delta x \quad \text{Fehler für } f = ax \quad (7)$$

$$\frac{\Delta f}{|f|} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2} \quad \text{relativer Fehler für } f = xy \text{ oder } f = x/y \quad (8)$$

$$\sigma = \frac{|a_{lit} - a_{gem}|}{\sqrt{\Delta a_{lit}^2 + \Delta a_{gem}^2}} \quad \text{Berechnung der signifikanten Abweichung} \quad (9)$$

3.1. Bestimmung der Brennweite der achromatischen Linse

Die Messwerte zur Bestimmung der Brennweite der achromatischen Linse sind aus Tabelle 1 des [Protokolls](#) entnommen. Aus den Messwerten für Gegenstandsweite g und Bildweite b wurde jeweils der Abbildungsmaßstab β nach [Gleichung 2](#) berechnet. Die Gegenstandsgröße wurde auf $G = 0,8 \pm 0,05$ cm vermessen. Der Fehler von β wurde über [Gauß'sch Fehlerfortpflanzung \(5\)](#) bestimmt:

$$\Delta\beta = \sqrt{\left(\frac{1}{g}\Delta b\right)^2 + \left(\frac{b}{g^2}\Delta g\right)^2}. \quad (10)$$

Die Ergebnisse sind in Tabelle 1 zusammengefasst. Die Brennweite f wurde für jede Messung über [Gleichung 1](#) berechnet. Sein Fehler berechnet sich zu:

$$\Delta f = \frac{1}{(b+g)} \sqrt{(b^2 \cdot \Delta g)^2 + (g^2 \cdot \Delta b)^2}. \quad (11)$$

Über diese Gleichungen und den Messwerten der Tabelle 1 des [Protokolles](#) ergeben sich die Werte der [Tabelle III.1](#).

Die Ergebnisse für $g = f$ und $f > g$ werden nicht aufgelistet, da diese kein Bild erzeugen, welches vermessen werden kann. Für $g = f$ liegt das Bild im Unendlichen und für $f > g$ entsteht ein virtuelles, aufrechtes Bild, welches sich nicht auf einem Schirm abbilden lässt.

In der Tabelle sind auch die qualitativen Beobachtungen gelistet. Das virtuelle Bild, welches Aufrichtig ist, konnte so nicht wirklich beobachtet werden, dies ist die theoretische Beobachtung. Das β für $g > 2f$ ist kleiner als 1, was bedeutet, dass das Bild kleiner als der Gegenstand ist. Für $g = 2f$ ist das Bild genauso groß wie der Gegenstand ($\beta \approx 1$). Für $f < g < 2f$ ist das Bild größer als der Gegenstand ($\beta > 1$).

Die Abbildungen für die verschiedenen Bereiche der Gegenstandsweite g sind in [Abbildung III.1](#) skizziert. Aus der Tabelle 1 des [Protokolls](#) wurden die Bildweiten gegen die Ge-

genstandsweiten in [Abbildung III.2](#) aufgetragen. Die Schnittpunkte der Geraden sollten die Brennweite der Linse ergeben. Leider sind die Messwerte sehr streuend, was auf eine unge nauie Messung der Gegenstands- und Bildweiten hindeutet. Wo genau der Fehler liegt, ist nicht klar. Die [Abbildungen III.3, III.4](#) zeigen die gleichen Messwerte, jedoch wurden in [Abbildung III.3](#) die Geraden so angepasst, dass die Gegenstandsweiten als korrekt angenommen wurden. In [Abbildung III.4](#) wurden die Geraden so angepasst, dass die Bildweiten als korrekt angenommen wurden. In [Abbildung III.5](#) wurden alle Geraden übereinander gelegt.

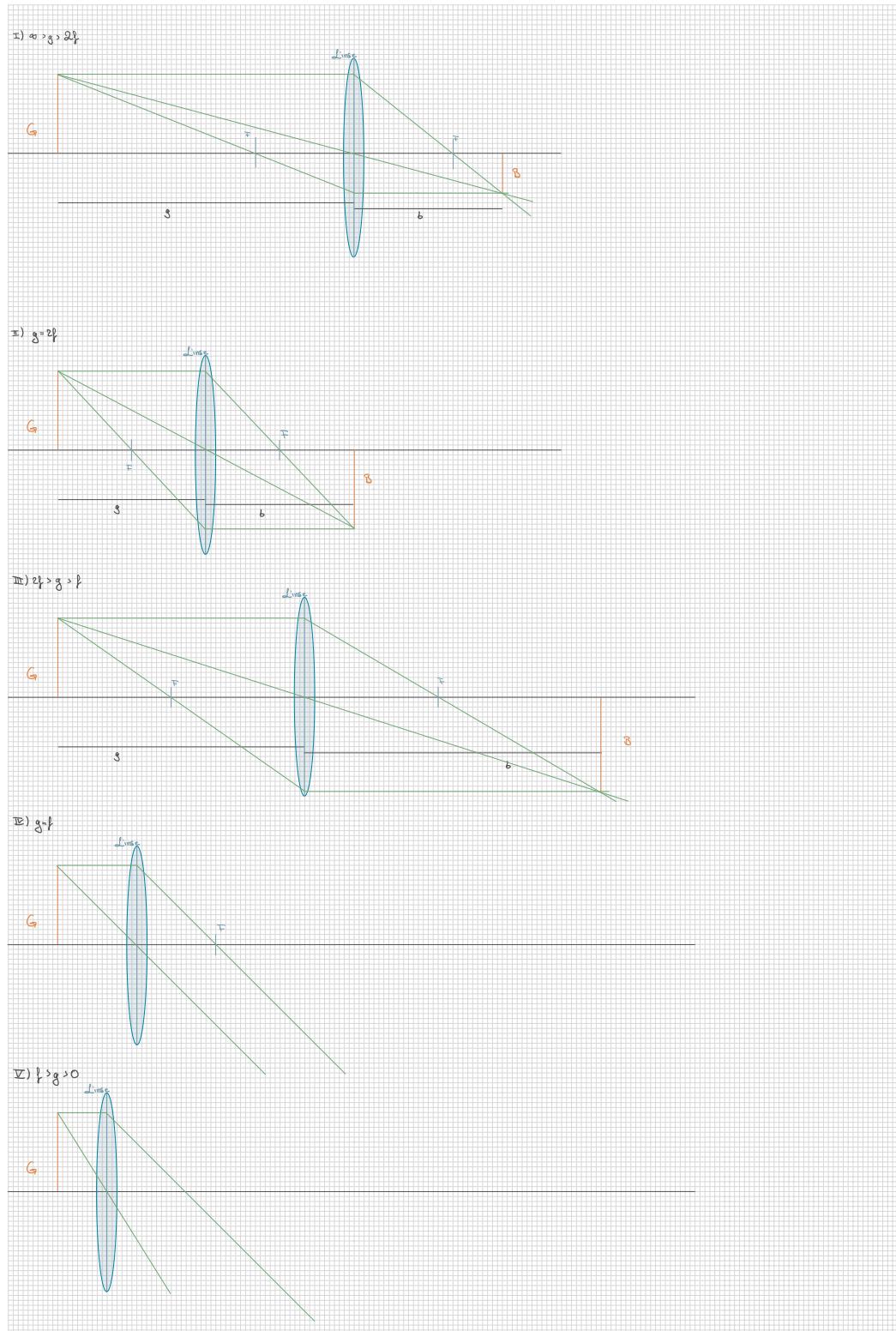
Die [Tabelle III.2](#) zeigt, dass die Abweichungen der Gegenstandsweiten im Durchschnitt kleiner sind als die der Bildweiten. Besonders, wenn die Gegenstandsweite klein ist. Dies deutet darauf hin, dass die Bildweiten ungenauer gemessen wurden. Dies könnte daran liegen, dass das Bild unscharf war und es schwierig war, den genauen Punkt zu bestimmen, an dem das Bild scharf ist. Für große Gegenstandsweiten sind beide Messwerte relativ genau. Die Abweichungen sind in [Tabelle III.2](#) zusammengefasst. Die Abweichungen sind als absoluter und relativer Fehler angegeben. Der relative Fehler ist in Klammern angegeben.

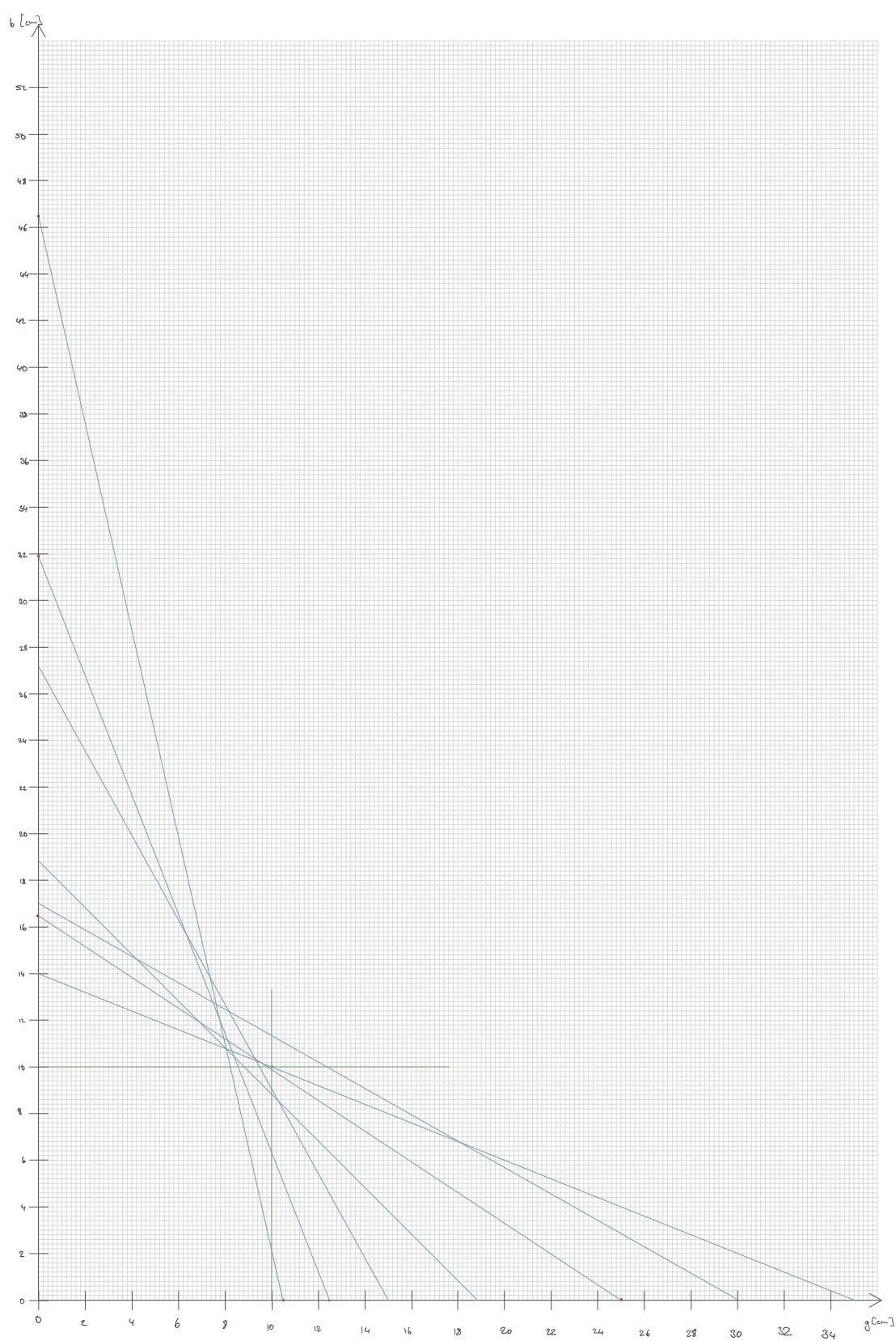
Beziehung f zu g	g [cm]	b [cm]	B [cm]	β	Art	Richtung
$\infty > g > 2f$	$25,00 \pm 0,05$	$16,50 \pm 0,05$	$0,30 \pm 0,05$	$0,660 \pm 0,024$	reel	umgekehrt
	$30,00 \pm 0,05$	$15,00 \pm 0,05$	$0,20 \pm 0,05$	$0,500 \pm 0,019$		
	$35,00 \pm 0,05$	$14,00 \pm 0,05$	$0,20 \pm 0,05$	$0,400 \pm 0,015$		
$g = 2f$	$18,90 \pm 0,05$	$19,00 \pm 0,05$	$0,40 \pm 0,05$	$1,01 \pm 0,04$	reel	umgekehrt
$2f > g > f$	$15,00 \pm 0,05$	$27,10 \pm 0,05$	$0,70 \pm 0,05$	$1,81 \pm 0,07$	reel	umgekehrt
	$12,50 \pm 0,05$	$31,90 \pm 0,05$	$0,90 \pm 0,05$	$2,552 \pm 0,110$		
	$10,50 \pm 0,05$	$46,50 \pm 0,05$	$1,30 \pm 0,05$	$4,429 \pm 0,216$		
$g = f$	$9,90 \pm 0,05$	-	-	-	kein Bild	
$f > g > 0$	$8,00 \pm 0,05$	-	-	-	virtuell	aufrecht

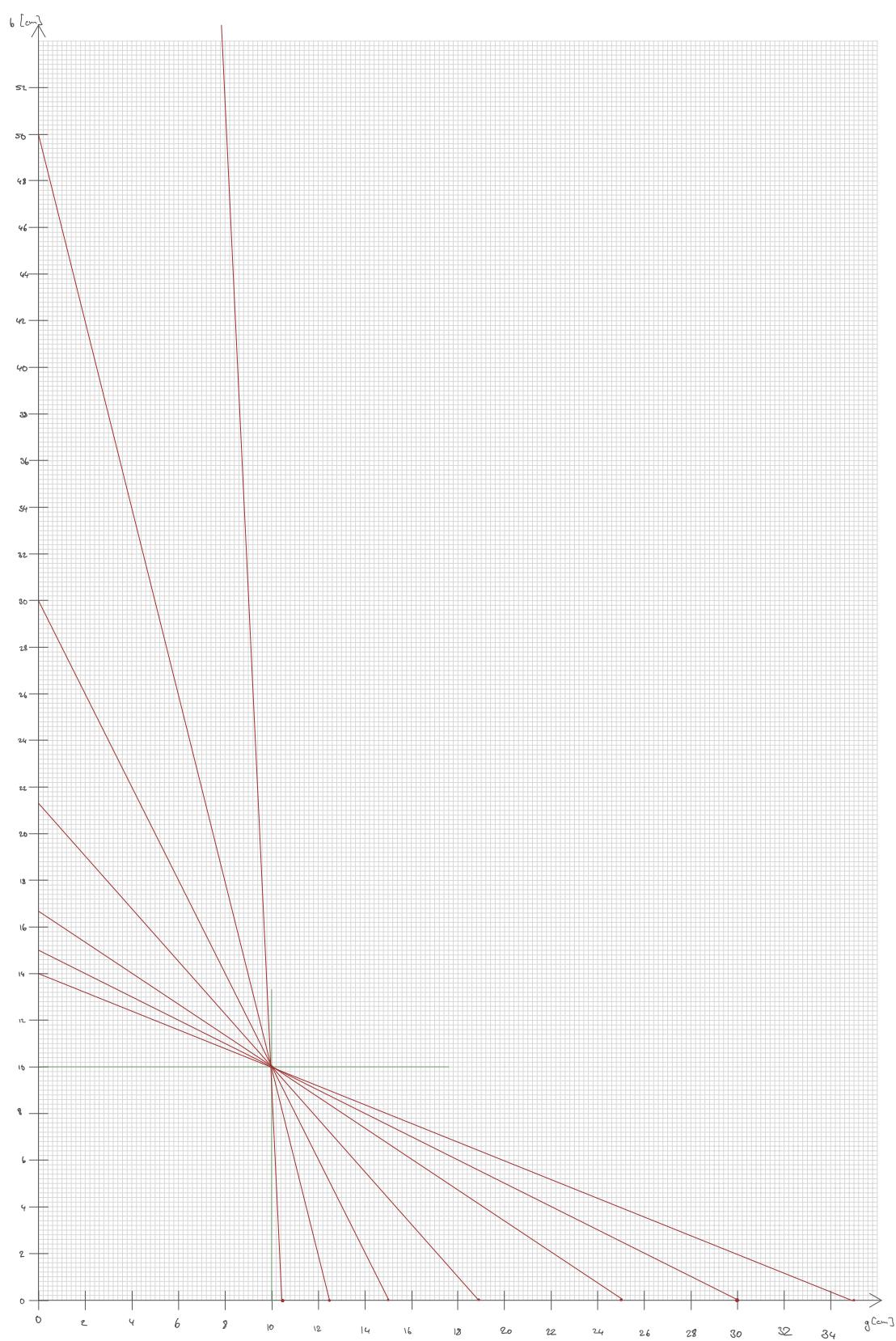
Tabelle III.1.: Messwerte der Beziehung zwischen f und g . Die Gegenstandsgröße wurde auf $G = 0,8 \pm 0,05$ cm vermessen.

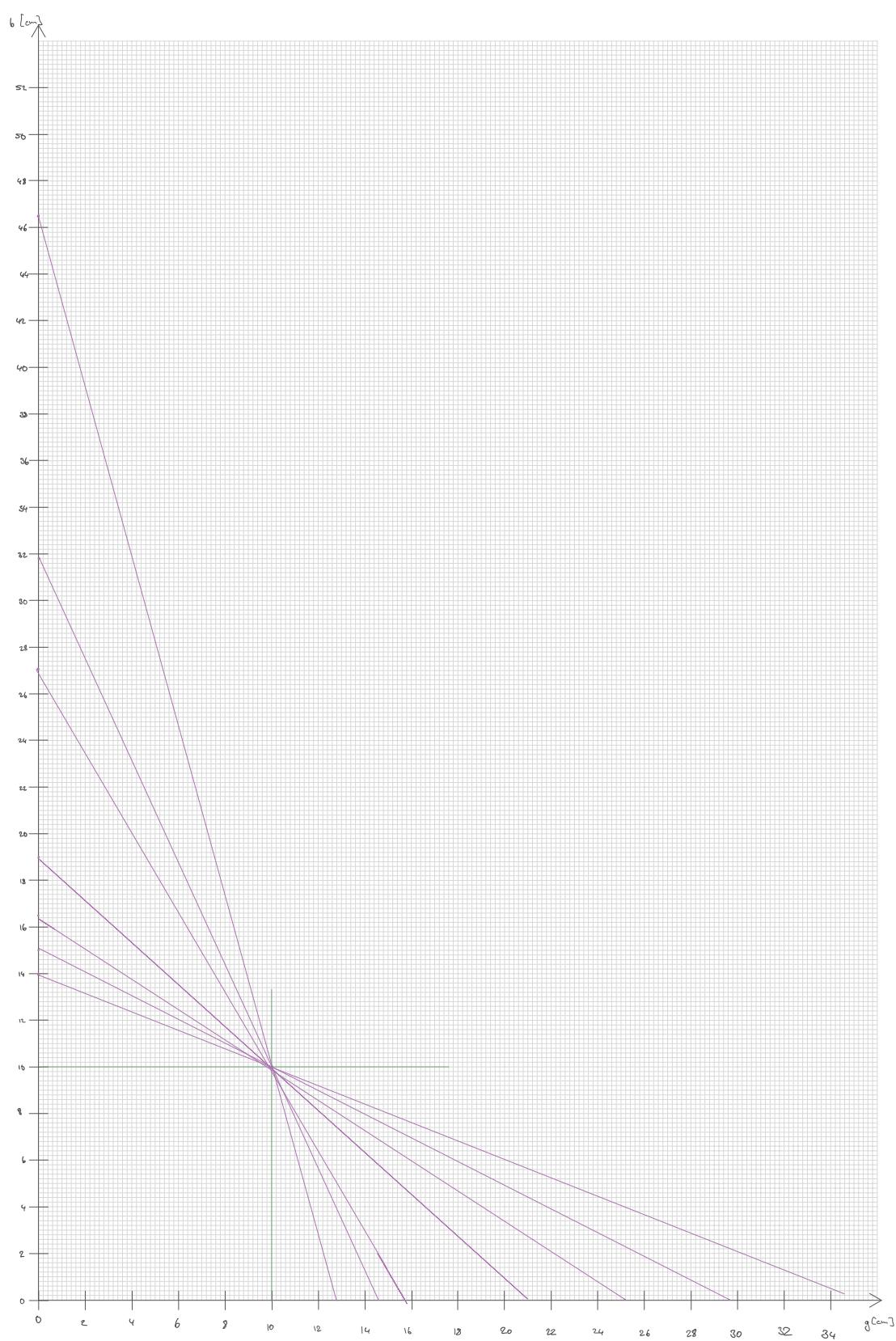
Tabelle III.2.: Vergleich zwischen tatsächlichen und bestimmten Werten von g und b .

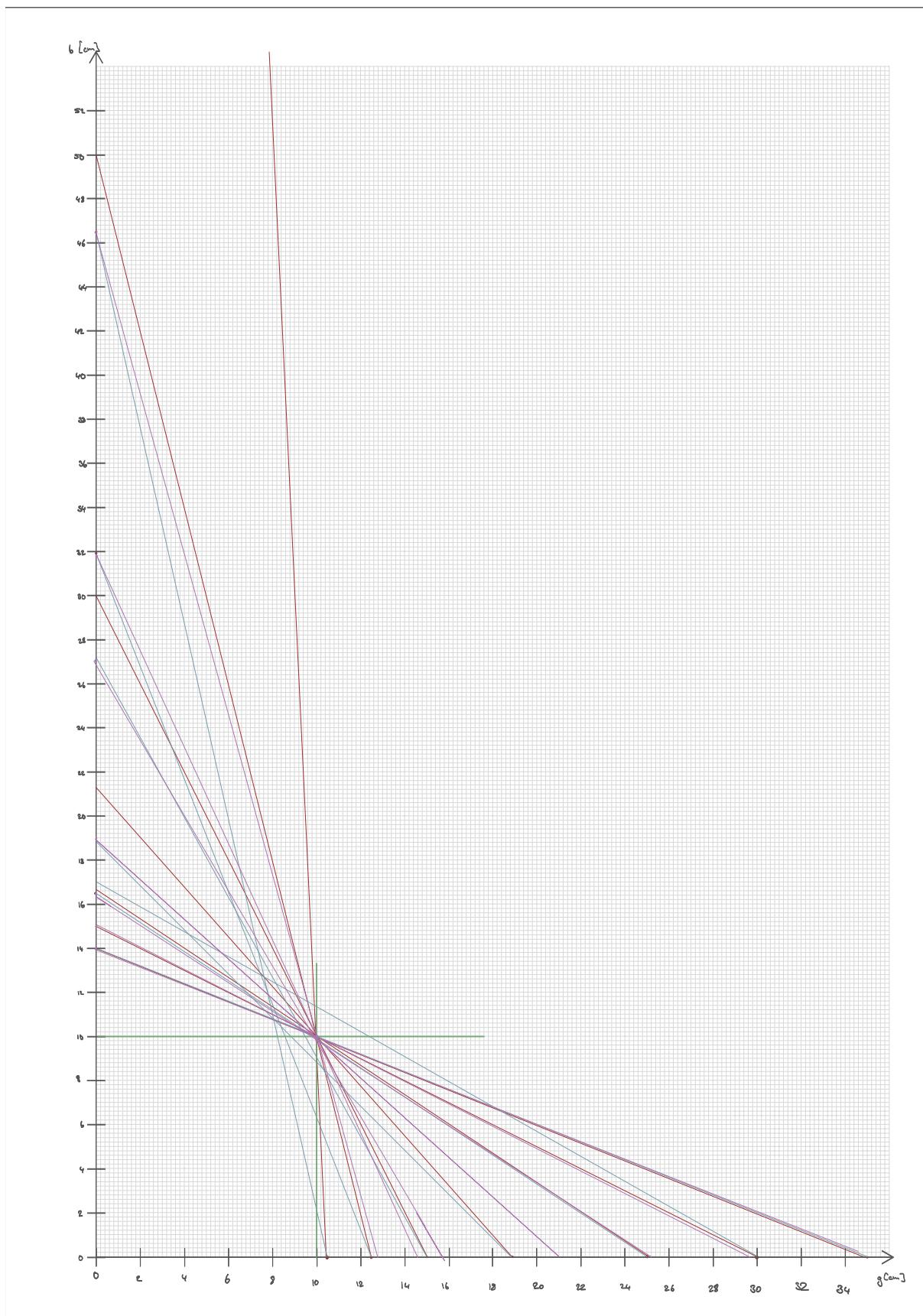
g_{gem} [cm]	b_{gem} [cm]	b_{bes} [cm]	g_{bes} [cm]	Abweichung g [cm]	Abweichung b [cm]
10,5	46,5	>100	12,8	2,3(21,9%)	min -50
12,5	50,0	31,9	14,6	2,1(16,8%)	-18,1 (36,2%)
15,0	30,0	27,1	15,7	0,7(4,7%)	-2,9 (9,7%)
18,9	21,2	19,0	21,0	2,1(11,1%)	-2,2 (10,4%)
25,0	16,5	16,5	25,2	0,2 (0,8%)	0,0
30,0	15,0	15,0	29,6	-0,4 (1,3%)	0,0
35,0	14,0	14,0	35,0	0,0 (0%)	0,0











3.2. Brennweitenbestimmung der bikonvexen Linse nach Bessel

In diesem Abschnitt soll die Brennweite der bikonvexen Linse L_1 mit dem Bessel-Verfahren bestimmt werden. Die Messwerte sind in Tabelle 2 des Protokolls zu finden. Der Abstand zwischen Gegenstand und Schirm wurde auf $L = 60 \pm 0,1$ cm eingestellt. Die Positionen der Linse für die scharfe Abbildung wurden notiert, woraus sich die Abstände d der beiden Positionen berechnen lassen. Es wird der Mittelwert der Messreihe gebildet und sein Fehler auf Fehler des Mittelwerts (4) geschätzt. Zudem soll der Ablesefehler beider Messungen zu einem gesamten verechnet werden. Die Brennweite wurde dann über Gleichung 4 berechnet. Der Fehler wurde über Gauß'sches Fehlerfortpflanzungsgesetz (5) bestimmt:

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{L^2 + d^2}{4L^2} \Delta L\right)^2 + \left(\frac{d}{2L} \Delta d\right)^2}. \quad (12)$$

Die Ungenauigkeit von d ist die Kombination aus dem statistischen Fehler des Mittelwerts und dem Ablesefehler. Es ergibt sich:

$$\Delta d = \sqrt{(\Delta d_{stat})^2 + (\Delta d_{abg})^2}, \quad (13)$$

Daraus ergibt sich für den Abstand d :

$$d = 26,20 \pm 0,18 \text{ cm}. \quad (14)$$

Aus dieser lässt sich nun die Brennweite berechnen:

$$f = (12,13 \pm 0,05) \text{ cm}. \quad (15)$$

Angegeben war eine Brennweite von $f_{lit} = 12$ cm. Die Abweichung beträgt somit:

$$\frac{|f - 12 \text{ cm}|}{\Delta f} = 0,26\sigma, \quad (16)$$

Somit konnte die Brennweite der Linse mit dem Bessel-Verfahren sehr genau bestimmt werden und die Herstellerangaben bestätigt werden. Die Abweichung scheint somit rein statistisch zu sein.

3.3. chromatische und sphärische Aberration

Die Messwerte zur Untersuchung der chromatischen und sphärischen Aberration sind in den Tabellen 3 und 4 des Protokolls zu finden. Die Messung der Brennweite wurde mit einem Rot- und einem Blaufilter wiederholt, um die chromatische Aberration zu untersuchen. Zusätzlich wurde die Linse einmal mit einer Lochblende und einmal mit einer Ringblende betrieben, um den Einfluss der sphärischen Aberration auf die Brennweite zu beobachten. Veränderungen des Abstandes d zwischen den Bessel-Positionen deuten auf Unterschiede in der effektiven Brennweite hin. Der Abstand zwischen Gegenstand und Schirm wurde auf $L = 60 \pm 0,1$ cm eingestellt. Die Positionen der Linse für die scharfe Abbildung wurden notiert, woraus sich die Abstände d der beiden Positionen berechnen lassen. Es wird der Mittelwert der Messreihe gebildet und sein Fehler auf Fehler des Mittelwerts (4) geschätzt. Zudem soll der Ablesefehler beider Messungen zu einem gesamten verechnet werden. Die Brennweite wurde dann über Gleichung 4 berechnet. Der Fehler wurde über Gauß'sches Fehlerfortpflanzungsgesetz (5) bestimmt und sind analog zu Abschnitt 3.2. Die Ergebnisse sind in Tabelle III.3 zusammengefasst.

Messung	d [cm]	f [cm]	Abw. f
ohne Blende	$26,20 \pm 0,18$	$12,13 \pm 0,05$	-
Lochblende	$24,80 \pm 0,10$	$12,437 \pm 0,028$	$10,6\sigma$
Ringblende	$26,20 \pm 0,10$	$12,140 \pm 0,028$	$< 0,01\sigma$
Rotfilter	$27,0 \pm 0,3$	$11,97 \pm 0,08$	$2,17\sigma$
Blaufilter	$27,7 \pm 0,4$	$11,81 \pm 0,10$	$3,44\sigma$

Tabelle III.3.: Messwerte zur Untersuchung der chromatischen und sphärischen Aberration.

Anhand der Tabellenwerte lässt sich erkennen, dass mit Ausnahme der Ringblende alle

Messungen eine signifikante Abweichung zur Messung ohne Blende aufweisen. Die Lochblende hat die Brennweite auf $f = 12,437 \pm 0,028$ cm erhöht. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Lochblende nur achsennahe Strahlen durchlässt, welche eine längere Brennweite haben. Die Ringblende hingegen lässt nur Strahlen durch, die weit von der optischen Achse entfernt sind. Diese haben eine kürzere Brennweite, welche jedoch in diesem Fall nicht signifikant von der Messung ohne Blende abweicht. Die Brennweite beim roten Licht ist größer als die vom blauen Licht. Somit lässt sich vermuten, dass eine größere Wellenlänge zu einer größeren Brennweite führt. Dies ist darauf zurückzuführen, dass rotes Licht weniger stark gebrochen wird als blaues Licht. Die Abweichung der beiden Brennpunkte liegt bei $1,25\sigma$, was auf eine signifikante Abweichung hindeutet.

3.4.1. Gitterkonstante

Zunächst wurde die Gitterkonstante des Kreuzgitters bestimmt. Hierzu muss seine Breite b_G bestimmt werden. Über eine Abzählung wurde bestimmt, dass die Breite von 10 Gitterlinien $b_{10} = 5,0$ mm beträgt. Daraus ergibt sich die Breite einer Gitterlinie zu:

$$b_G = \frac{b_{10}}{10} = 0,50 \text{ mm}. \quad (17)$$

Der Fehler von b_G berechnet sich über [Gleichung 7](#). Es wird ein Ablesefehler von $\Delta b_{10} = 0,1$ mm angenommen. Somit ergibt sich:

$$\Delta b_G = \frac{b_{10}}{10^2} \Delta b_{10} = 0,007 \text{ mm}. \quad (18)$$

wobei $\Delta b_{10} = \sqrt{2 \cdot 0,1^2}$ der Ablesefehler ist. Somit ergibt sich für die Gitterbreite:

$$b_G = (0,500 \pm 0,007) \text{ mm}. \quad (19)$$

3.4. Untersuchung des Gitters

Es wurde ein Gitter mithilfe eines Mikroskopes untersucht. Als Objekt diente ein Kreuzgitter-Dia, welches hinter einer Lampe mit Grünfilter positioniert wurde. Das Zwischenbild wurde in einem definierten Abstand zur Objektivlinse auf einem Schirm abgebildet, der eine Millimeterskala trug. Hinter dem Zwischenbild wurde das Okular in seiner Brennweite positioniert, sodass das Auge auf unendlich akkommodierte. Die Vergrößerung wurde aus der Gitterstruktur des Zwischenbilds bestimmt. Anschließend wurde der einstellbare Spalt schrittweise verengt, bis die vertikalen Strukturen des Gitters gerade nicht mehr aufgelöst werden konnten. Aus der Spaltbreite und dem Abstand zum Objekt wurde der Öffnungswinkel berechnet, aus dem sich mit [Gleichung 5](#) das Auflösungsvermögen ergab. Der Versuch wurde mit rotem und blauem Licht wiederholt, um den Einfluss der Wellenlänge auf die Auflösung zu überprüfen.

Aus der Gitterbreite lässt sich die Gitterkonstante G bestimmen:

$$G = \frac{b_G}{\beta}. \quad (20)$$

Dabei ist β der Abbildungsmaßstab des Mikroskops. Dieser wird über

$$\beta = \frac{b}{f_1} - 1 \quad (21)$$

bestimmt. Mit $b = 25,0 \pm 0,1$ cm als Abstand zwischen Objektiv und Zwischenbild und $f_1 = 10,0 \pm 0,1$ cm als Brennweite des Objektivs. Der Fehler von β berechnet sich über [Gauß'sches Fehlerfortpflanzungsgesetz \(5\)](#) zu:

$$\Delta \beta = \sqrt{\left(\frac{1}{f_1} \Delta b\right)^2 + \left(\frac{b}{f_1^2} \Delta f_1\right)^2}. \quad (22)$$

Somit ergibt sich für den Abbildungsmaßstab:

$$\beta = 5,25 \pm 0,16. \quad (23)$$

Der Fehler der Gitterkonstante berechnet sich über [Gauß'sches Fehlerfortpflanzungsge-setz \(5\)](#) zu:

$$\Delta G = \sqrt{\left(\frac{1}{\beta} \Delta b_G\right)^2 + \left(\frac{b_G}{\beta^2} \Delta \beta\right)^2}. \quad (24)$$

Somit ergibt sich für die Gitterkonstante:

$$G = (0,095 \pm 0,003) \text{ mm}. \quad (25)$$

3.4.2. Auflösungsvermögen

Anschließend wurde der einstellbare Spalt schrittweise verengt, bis die vertikalen Strukturen des Gitters gerade nicht mehr aufgelöst werden konnten. Die Messwerte sind in Tabelle 5 des [Protokolls](#) zu finden. Das [Arithmetisches Mittel \(1\)](#) und sein Fehler sind somit:

$$D = (4,00 \pm 0,17) \text{ cm} \quad (26)$$

Im [Messprotokoll](#) ist der Abstand zwischen Gitter und Spalt $s = (4,3 \pm 0,1) \text{ cm}$ vermerkt. Aus diesen beiden Werten lässt sich der Minimalöffnungswinkel φ bestimmen:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{D}{2s}\right) \quad (27)$$

Über die [Gauß'sche Fehlerfortpflanzung \(5\)](#) lässt sich der Fehler zu

$$\Delta \varphi = \frac{1}{\left(\frac{D}{2s}\right)^2 + 1} \sqrt{\left(\frac{1}{2s} \Delta D\right)^2 + \left(\frac{D}{2s^2} \Delta s\right)^2} \quad (28)$$

Damit ist der Winkel:

$$\varphi = (0,44 \pm 0,04) \text{ rad} \quad (29)$$

Nach [Gleichung 5](#) und einer Wellenlänge von grünem Licht $\lambda_g = 550 \text{ nm}$, sowie $n = 1$, da das Medium Luft ist. Der Fehler nach [Gauß'scher Fehlerfortpflanzung \(5\)](#) bestimmt sich zu:

$$\Delta G_{min} = 0,61 \cdot \frac{\lambda \cdot \cos \varphi}{\sin^2 \varphi} \cdot \Delta \varphi \quad (30)$$

Daraus ergibt sich

$$G_{min} = (790 \pm 70) \text{ nm} \quad (31)$$

Die [Gleichung 5](#) it zudem stringent mir der Beobachtung, dass bei blauem Licht die Auflösung geringer ist, während sie bei rotem Licht größer wird. Dies hängt mit der Wellenlänge zusammen.

Uneinigkeiten

Vergleicht man die Ergebnisse des der Gitterkonstante aus [3.4.1](#) und [3.4.2](#), so kommen uneinigkeiten auf:

$$\frac{|G - G_{min}|}{\sqrt{(\Delta G)^2 + (\Delta G_{min}^2)}} = 31,39\sigma \quad (32)$$

Dies soll in der [Diskussion IV](#) genauer betrachtet werden.

IV. Diskussion

4.1. Zusammenfassung

Im Folgenden sind die wichtigsten experimentellen Ergebnisse zusammengefasst und kurz erläutert.

Zunächst wurde die Brennweite einer achromatischen Linse bestimmt. Die Meßpunkte zeigten dabei eine deutliche Streuung, was auf erhebliche Unsicherheiten bei der Messung der Gegenstands- und Bildweiten hindeutet. Eine präzise Brennweitenbestimmung war daher nicht möglich.

Für die bikonvexe Linse wurde die Brennweite mit dem Bessel-Verfahren bestimmt. Das Ergebnis lautet:

$$f = (12,13 \pm 0,05) \text{ cm} \quad (1)$$

Dieser Wert stimmt sehr gut mit der Herstellerangabe von $f_{\text{lit}} = 12 \text{ cm}$ überein und bestätigt die hohe Genauigkeit des Bessel-Verfahrens.

Zur Untersuchung des Einflusses verschiedener Blenden auf die Brennweite wurden sowohl eine Loch- als auch eine Ringblende verwendet. Die gemessenen Brennweiten betragen:

$$f_{\text{Lochblende}} = (12,437 \pm 0,028) \text{ cm} \quad (2)$$

$$f_{\text{Ringblende}} = (12,140 \pm 0,028) \text{ cm} \quad (3)$$

Die Lochblende ließ vorwiegend achsennahe Strahlen passieren, was zu einer leicht größeren Brennweite führte. Die Ringblende dagegen ließ nur Randstrahlen durch, wodurch die Brennweite geringer ausfiel. Beide Werte liegen jedoch sehr nah beieinander, was eine insgesamt gute optische Qualität der Linse bestätigt.

Die chromatische Aberration wurde mithilfe farbiger Lichtfilter untersucht. Dabei ergaben

sich für rotes und blaues Licht folgende Brennweiten:

$$f_{\text{rot}} = (11,97 \pm 0,08) \text{ cm} \quad (4)$$

$$f_{\text{blau}} = (11,81 \pm 0,10) \text{ cm} \quad (5)$$

Das Ergebnis zeigt, dass die Brennweite für rotes Licht geringfügig größer ist als für blaues Licht. Dies entspricht der physikalischen Erwartung, da Licht langerer Wellenlänge (rot) schwächer gebrochen wird als Licht kürzerer Wellenlänge (blau).

Im abschließenden Versuchsteil wurde das Auflösungsvermögen eines Mikroskops untersucht. Dabei wurden folgende Werte bestimmt:

$$b_G = (0,500 \pm 0,007) \text{ mm} \quad (6)$$

$$G = (0,095 \pm 0,003) \text{ mm} \quad (7)$$

$$G_{\min} = (790 \pm 70) \text{ nm} \quad (8)$$

Während die gemessene Gitterkonstante G plausibel erscheint, liegt der berechnete minimale auflösbare Gitterabstand G_{\min} um etwa drei Größenordnungen darunter. Dies weist vermutlich auf einen Einheitenfehler oder eine falsche Skalierung bei der Auswertung hin. Trotz dieser Abweichung bestätigen die Messergebnisse Grundsätzlich die theoretisch erwarteten Zusammenhänge zwischen Wellenlänge, Auflösungsvermögen und optischer Geometrie.

Die Ergebnisse der zweiten und dritten Aufgaben zeigen eine hohe Präzision und gute Übereinstimmung mit theoretischen Erwartungen, während die Messreihe zur achromatischen Linse deutliche Abweichungen aufweist.

4.2. Diskussion

In der ersten Aufgabe konnte die Brennweite der achromatischen Lins nur ungenau be-

stimmt werden. Die Punkte in der Auftragung von Bildweite gegen Gegenstandsweite zeigten keine klare Schnittstelle, sodass sich keine eindeutige Brennweite aus dem Diagramm ablesen ließ. Besonders auffällig war die starke Streuung der Messpunkte, was auf erhebliche Messunsicherheiten sowohl bei der Bestimmung von g als auch von b hindeutet. Ein Vergleich der Abweichungen zeigt, dass die Gegenstandsweiten im Mittel präziser bestimmt wurden, während die Bildweiten deutlich größere Unsicherheiten aufwiesen. Dies lässt vermuten, dass der Hauptfehler in der Scharfstellung des Bildes lag – insbesondere, weil das Bild bei kleinen Gegenstandsweiten häufig unscharf war und der Fokuspunkt nur schwer festzulegen war.

Die Ergebnisse des Bessel-Verfahrens hingegen waren deutlich konsistenter. Die gemessene Brennweite von $f = (12,13 \pm 0,05) \text{ cm}$ stimmt hervorragend mit dem Literaturwert überein. Hier zeigt sich, dass das Bessel-Verfahren eine robuste und relativ fehleruenmpfindliche Methode zur Brennweitenbestimmung darstellt. Auch die Untersuchung der Aberrationen führte zu plausiblen Ergebnissen. Der Einfluss der Loch- und Ringblende war wie erwartet: Die Lochblende ließ nur achsennahe Strahlen durch und führte zu einer geringfügig größeren Brennweite, während die Ringblende nur Randstrahlen durchließ und dadurch eine geringfügig kleinere Brennweite ergab. Die Unterschiede waren zwar klein, aber statistisch signifikant.

Bei der chromatischen Aberration zeigte sich, dass rotes Licht eine etwas größere Brennweite als blaues Licht aufweist. Dies ist Physikalisch konsistent, da Licht mit größerer Wellenlänge (rot) weniger stark gebrochen wird. Die Abweichung ist zwar gering, aber dennoch signifikant. Damit wurde das Prinzip der Dispersion durch die Linse experimentell bestätigt.

Die mikroskopische Untersuchung des Gitters führte allerdings zu widersprüchlichen Ergebnissen. Die berechnete Gitterkonstante $G = (0,095 \pm 0,003) \text{ mm}$ weicht um mehr

als 30 Standardabweichungen vom berechneten minimal auflösbaren Gitterabstand $G_{min} = (790 \pm 70) \text{ nm}$ ab. Eine so große Differenz deutet klar auf einen gravierenden Fehler in der Versuchsdurchführung oder Datenaufzeichnung hin. Wahrscheinlich wurde ein Wert in falscher Einheit oder Größenordnung notiert (zum Beispiel ein Wert in Zentimetern statt Millimetern). Da die Größenordnung um etwa drei Zehnerpotenzen abweicht, ist ein solcher Notationsfehler oder eine Verwechslung zwischen Maßstäben (z. B. Mikrometer und Millimeter) am wahrscheinlichsten.

4.3. Kritik

Die Hauptkritik am Versuch liegt in der mangelnden Sorgfalt bei der Datenerfassung, insbesondere in der ersten und letzten Messreihe. Die unpräzise Erfassung der Bildweiten in der ersten Aufgabe führte dazu, dass keine konsistente Brennweitenbestimmung möglich war. Messwerte sollten zukünftig mehrfach kontrolliert und auf Plausibilität überprüft werden, insbesondere wenn sich Werte stark voneinander unterscheiden.

Auch im Mikroskop-Versuch deutet die extreme Abweichung zwischen G und G_{min} auf unsauberes Arbeiten hin. Hier wäre eine gründlichere Dokumentation der Einheiten und Messbedingungen erforderlich gewesen, um eine Fehlinterpretation auszuschließen.

Zukünftige Versuche sollten daher mit besonderem Augenmerk auf sorgfältiges, systematisches Messen und konsequente Überprüfung der Einheiten durchgeführt werden, um solche Inkonsistenzen zu vermeiden. Trotz der teilweise ungenauen Ergebnisse lassen sich die grundlegenden physikalischen Zusammenhänge aus den Messreihen jedoch klar erkennen.

Abbildungsverzeichnis

II.1. Versuchsbestandteile	9
II.2. Versuchsaufbau Aufgabe Gitter	10
II.3. Blich durch das Mikroskop auf das Gitter	11
III.1. Skizzen der Versuchsaufbauten und der Strahlenverläufe für die verschiedenen Bereiche der Gegenstandsweite g	15
III.2. Bild- gegen Gegenstandweite. Schnittpunkt aller Graden sollte die Brennweite der Linse ergeben.	16
III.3. Bild- gegen Gegenstandweite. Grün sind der Sollwert der Brennweite, wie sie im Versuch bestimmt wurde. Rot sind die Geraden unter annahme, dass die gegenstandsweiten korrekt bestimmt wurden.	17
III.4. Bild- gegen Gegenstandweite. Grün sind der Sollwert der Brennweite, wie sie im Versuch bestimmt wurde. Lila die Geraden unter annahme, dass die Bildweiten korrekt bestimmt wurden.	18
III.5. Bild- gegen Gegenstandweite. Überlagerung aller Geraden. Blau sind die tatsächlichen Geraden, Rot die Geraden unter annahme, dass die gegenstandsweiten korrekt bestimmt wurden. Lila die Geraden unter annahme, dass die Bildweiten korrekt bestimmt wurden.	19

Tabellenverzeichnis

I.1.	Messergebnisse der achromatisch korrigierten Linse	8
I.2.	Besselverfahren für weißes Licht	8
I.3.	Besselverfahren für rotes Licht	8
I.4.	Besselverfahren für blaues Licht	8
I.5.	Spaltbreiten	8
III.1.	Messwerte der Beziehung zwischen f und g . Die Gegenstandsgröße wurde auf $G = 0,8 \pm 0,05$ cm vermessen.	14
III.2.	Vergleich zwischen tatsächlichen und bestimmten Werten von g und b	14
III.3.	Messwerte zur Untersuchung der chromatischen und sphärischen Aberration.	20

Literaturverzeichnis

- [Dem17] Jochen Demtröder. *Experimentalphysik 2: Elektrizität und Optik*. Springer Spektrum, Berlin, Heidelberg, 7 edition, 2017.
- [Wag25a] Dr. J. Wagner. *Physikalisches Praktikum PAP 1 für Studierende der Physik*, chapter 31. Universität Heidelberg, 2025.
- [Wag25b] Dr. J. Wagner. *Physikalisches Praktikum PAP 1 für Studierende der Physik*, pages 4–28. Universität Heidelberg, 2025.