



Protokoll zum Versuch

Schiefe Ebene

(Versuch 15)

Autor: Finn Zeumer (hz334)

Versuchspartnerin: Annika Künstle

Versuchsbegleiter: Sarah Placek

Datum der Ausführung: 11.09.2025

Abgabedatum: 18.09.2025

Inhaltsverzeichnis

I. Einleitung	3
1.1. Aufgabe und Motivation	3
1.2. Physikalische Grundlagen	3
Messdaten	4
II. Durchführung	6
2.1. Versuchsaufbau	6
2.2. Messverfahren	6
III. Auswertung	8
3.1. Aufgabe 1: Qualitative Beobachtung der drei Zylinder	9
3.2. Aufgabe 2: Bestimmung der Rollbeschleunigung	9
3.3. Aufgabe 3: Bestimmung der realen Beschleunigung	11
3.4. Aufgabe 4: Energien der Zylinder	15
IV. Diskussion	18
4.1. Zusammenfassung	18
4.1.1. Aufgabe 1	18
4.1.2. Aufgabe 2	18
4.1.3. Aufgabe 3	18
4.1.4. Aufgabe 4	18
4.2. Diskussion	18
4.2.1. Aufgabe 2 und 3	18
4.2.2. Aufgabe 4	19
4.3. Kritik	20
V. Versuchsaufbauten	21
5.1. Maße der Rollebene	21
5.2. Maße der LS Messung Beschleunigung	21
5.3. Maße der LS Messung Geschwindigkeit	21

I. Einleitung

1.1. Aufgabe und Motivation

Ziel des Versuchs ist es, das Bewegungsverhalten von unterschiedlich geformten Rollkörpern (Voll- und Hohlzylinder) auf einer schießen Ebene experimentell zu untersuchen. Dazu werden die Beschleunigungen der Körper bestimmt und mit den theoretischen erwartungen verglichen. Darüber hinaus wird die Energieumwandlung zwischen potentieller Energie, Translations- und Rotationsenergie betrachtet, um die Energieerhaltung beim Rollvorgang zu überprüfen. Die Auswertung erfolgt unter Anwendung der Fehlerrechnung, so dass Experimentelle Abweichungen quantifiziert werden können.

1.2. Physikalische Grundlagen

[Wag25a] Ein Körper der Masse m befindet sich auf einer schießen Ebene mit Neigungswinkel φ . Auf ihn wirkt die Hangabtriebskraft

$$F_H = mg \sin(\varphi) \quad (1)$$

sowie die Reibungskraft F_R , die für das Abrollen ohne Rutschen notwendig ist. Die Reibungskraft erzeugt am Radius r ein Drehmoment

$$M = F_R \cdot r = I \dot{\omega}, \quad (2)$$

wobei I das Trägheitsmoment und ω die Winkelgeschwindigkeit ist. Unter Verwendung der Rollbedingung

$$v = \omega r \quad (3)$$

mit der Schwerpunktgeschwindigkeit v ergibt sich für die Reibungskraft

$$F_R = \frac{I}{r^2} a, \quad (4)$$

wobei a die Beschleunigung des Schwerpunkts bezeichnet.

Die Kräftebilanz am Schwerpunkt liefert

$$ma = mg \sin(\varphi) - F_R. \quad (5)$$

Einsetzen von Gleichung 4 in Gleichung 5 führt auf die allgemeine Form für die Beschleunigung:

$$a = \frac{mg \sin(\varphi)}{m + \frac{I}{r^2}}. \quad (6)$$

Das Trägheitsmoment hängt von der Geometrie des Körpers ab. Für einen Vollzylinder mit Radius r und Masse m gilt

$$I_{\text{Voll}} = \frac{1}{2}mr^2, \quad (7)$$

während ein Hohlzylinder mit Innenradius r_i und Außenradius r_a das Trägheitsmoment

$$I_{\text{Hohl}} = \frac{1}{2}m(r_a^2 + r_i^2) \quad (8)$$

besitzt.

Energiebetrachtungen zeigen, dass die Potentiellenergie

$$E_{\text{pot}} = mgh \quad (9)$$

beim Abrollen in Translationsenergie

$$E_{\text{trans}} = \frac{1}{2}mv^2, \quad (10)$$

sowie Rotationsenergie

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (11)$$

übergeht. Die Gesamtenergie des Systems bleibt dabei erhalten:

$$E_{\text{ges}} = E_{\text{pot}} + E_{\text{trans}} + E_{\text{rot}}. \quad (12)$$

11.09.2025

Amilia Künast, Finn Ziemer

15 - Schiefe Ebene

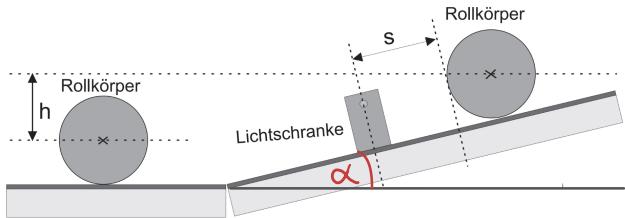


Tabelle 1) Zylinder-Eigenschaft

Zylinder	Masse [g]	Durchmesser [cm]	Innendurchmesser [cm]	Breite [cm]
Vollzylinder	444	5,0	/	8,0
Verbundzylinder	444	5,0	/	8,0
Hohlzylinder	443	5,0	4,0	7,0

Gemessene Eigenschaften der verschiedenen Zylinder Typen.

Waage: CS200

Genaugkeit: 1g.

Schielelehre:

$\frac{1}{20} \text{ mm}$ (Ungenauigkeit)

Ablaufschw.: $0,5 \cdot 1\text{mm} = 0,5\text{mm}$

Metallineal: $0,5 \cdot 1\text{mm} = 0,5\text{mm}$

Gemessene Strecken / Dicken
der Schiefen Ebene.

Maße der Ebene:

Hypotenuse (Reißfläche): 87,2 cm

Ankathete : 86 cm

Gegenkathe (Höhe) : 14,5 cm (inh. Holzplatte, ohne dicke Metallplatte)

Holzplatte (Dicke) : 1,8 cm, dicke Metallplatte: 0,2 cm

Aufgabe 2)

Der Verbundzylinder ist am schnellsten unten, gefolgt vom Vollzylinder und zum Schluss der Hohlzylinder.

Dies liegt an den verschiedenen Trägheitsmomenten, welche vom Radius, der Masse und ihrer Verteilung abhängt. Ein höheres Trägheitsmoment geht einher mit einer höheren Trägheit; ergo ist die Winkelbeschleunigung "schwieriger" bei hohen Trägheitsmomenten.

Dies haben 3 qualitative Durchgänge bestätigt.

Aufgabe 3

Tabelle 2) Lichtschrankenabstand

Lichtschranke	Abstand zur Startlinie [cm]
LS ₁	16
LS ₂	32
LS ₃	48
LS ₄	64

Abstände der Lichtschranken (LS) zur Startlinie (Metallinialmessung).

Alle auf schiefen Ebene.

Tabelle 3) Messungen 4 Zeiten auf Schrägen

Messung	Zylinder	Zeit LS ₁ [s]	Zeit LS ₂ [s]	Zeit LS ₃ [s]	Zeit LS ₄ [s]
1	Voll-	0,589	0,811	1,018	1,175
	Hohl-	0,648	0,895	1,124	1,299
2	Voll-	0,583	0,807	1,013	1,170
	Hohl-	0,651	0,901	1,129	1,305
3	Voll-	0,586	0,808	1,015	1,171
	Hohl-	0,634	0,879	1,106	1,280
4	Voll-	0,585	0,806	1,013	1,170
	Hohl-	0,649	0,901	1,128	1,304
5	Voll-	0,579	0,800	1,007	1,164
	Hohl-	0,636	0,889	1,117	1,293

Messungen der 4 Zeiten auf der schiefen Ebene der Tabelle 2 zu entnehmenden LS. Vergleich von Vollzylinder und Hohlzylinder.

Die Zeitwerte für den Hohlzylinder variieren teilweise stärker als die des Vollzylinders, weil er einen Rechtsdrall beim Rollen hat & das Papier innerhalb nicht homogen verteilt ist und daher je nach Ausrichtung die LS unterschiedlich ansingt.

Aufgabe 4

$$s_{\text{Ebene}} = 16 \text{ cm} \quad (\text{LS}_4; \text{LS}_3)$$

LS1 ist 2cm von Startpunkt entfernt.

$$s_{\text{schräge Ebene}} = 64 \text{ cm} \quad (\text{LS}_2; \text{LS}_1)$$

Tabelle 4) Zeit auf Ebene

Messung	Zylinder	Beschleunigung		Ebene Bewegung	
		Zeit LS ₁ [s]	Zeit LS ₂ [s]	Zeit LS ₃ [s]	Zeit LS ₄ [s]
1	Voll-	0,678	1,350	1,392	1,627
	Hohl-	0,741	1,487	1,534	1,812
2	Voll-	0,670	1,341	1,383	1,630
	Hohl-	0,729	1,479	1,527	1,804
3	Voll-	0,671	1,342	1,384	1,630
	Hohl-	0,743	1,493	1,540	1,818
4	Voll-	0,682	1,353	1,395	1,641
	Hohl-	0,762	1,510	1,556	1,835
5	Voll-	0,679	1,349	1,392	1,637
	Hohl-	0,762	1,512	1,558	1,836

Vergleich Voll- und Hohlzylinder einmal in der Schrägen und einmal in der Ebene.

J. Th.

II. Durchführung

2.1. Versuchsaufbau

Für den Versuch wurde eine höhenverstellbare Rollbahn verwendet, deren Neigung mit einer Wasserwaage überprüft und gegebenenfalls nachjustiert wurde, sodass über die gesamte Breite eine einheitliche Neigung vorlag. Als Messgeräte dienten mehrere Lichtschranken mit Steuergerät, die an einem elektronischen Zeitmesssystem angeschlossen waren. Jede Lichtschranke bestand aus einem Infrarotsender und -Empfänger. Ein am Start Mechanismus angebrachter Schalter löste den Startgang der Uhr aus, während die einzelnen Lichtschranken die Stoppereignisse lieferten. Zur Vermessung der Rollkörper standen eine Schieblehre und eine Waage zur Verfügung. Die verwendeten Rollkörper waren ein Vollzylinder aus Aluminium, ein Hohlzylinder aus Messing sowie ein Verbundzylinder mit Aluminiummantel und Messingkern.

2.2. Messverfahren

Aufgabe 1: Vermessung der Ebene und der Probekörper

Die schiefe Ebene wurde hinsichtlich Länge und Höhe vermessen, um den Neigungswinkel zu berechnen. Die Probekörper (Voll- und Hohlzylinder) wurden mit Schieblehre und Waage vermessen, um Durchmesser, Masse und Messfehler zu erfassen. Der Verbundzylinder wurde qualitativ betrachtet, aber nicht vermessen.

Aufgabe 2: Untersuchung der Bewegungsart

Zur qualitativen Analyse wurden alle drei Rollkörper gleichzeitig gestartet, um Unterschiede in den Beschleunigungen zu beobachten. Die Lichtschranken wurden in verschiedenen Abständen positioniert, um die Gleichförmigkeit der Beschleunigung zu überprüfen. Es zeigte sich, dass die Bewegung gleichmäßig beschleunigt verläuft, da die gemessenen Zeiten proportional zu \sqrt{s} stiegen.

Aufgabe 3: Quantitative Untersuchung der Beschleunigung

Für die präzise Messung der Beschleunigung wurden ausschließlich Voll- und Hohlzylinder verwendet. Die Abstände s der Lichtschranken zum Startmechanismus wurden jeweils bestimmt. Jeder Zylinder wurde fünfmal gestartet, und die Durchgangszeiten an den Lichtschranken wurden notiert. Während der Messreihe wurde beim Vollzylinder ab der vierten Messung die Startvorrichtung sanfter betätigt, was sich geringfügig in den Daten widerspiegelt. Die Auswertung erfolgt über die Darstellung von s gegen t^2 , wobei die Steigung direkt die Beschleunigung liefert.

Aufgabe 4: Untersuchung der Energieerhaltung

Zur Überprüfung der Energieerhaltung wurden zwei Lichtschranken am horizontalen Ende der Rollbahn montiert. Aus den Durchgangszeiten konnte die Geschwindigkeit bestimmt werden. Voll- und Hohlzylinder wurden jeweils fünfmal gemessen. Parallel wurde die Höhenmessung von der Tischhöhe bis zum unteren Punkt

der Rollbahn durchgeführt, um die potentielle Energie gemäß

$$E_{\text{pot}} = mgh$$

zu berechnen. Die kinetische Gesamtenergie

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

wurde mit der potentiellen Energie verglichen, um den Energieerhaltungssatz experimentell zu überprüfen.

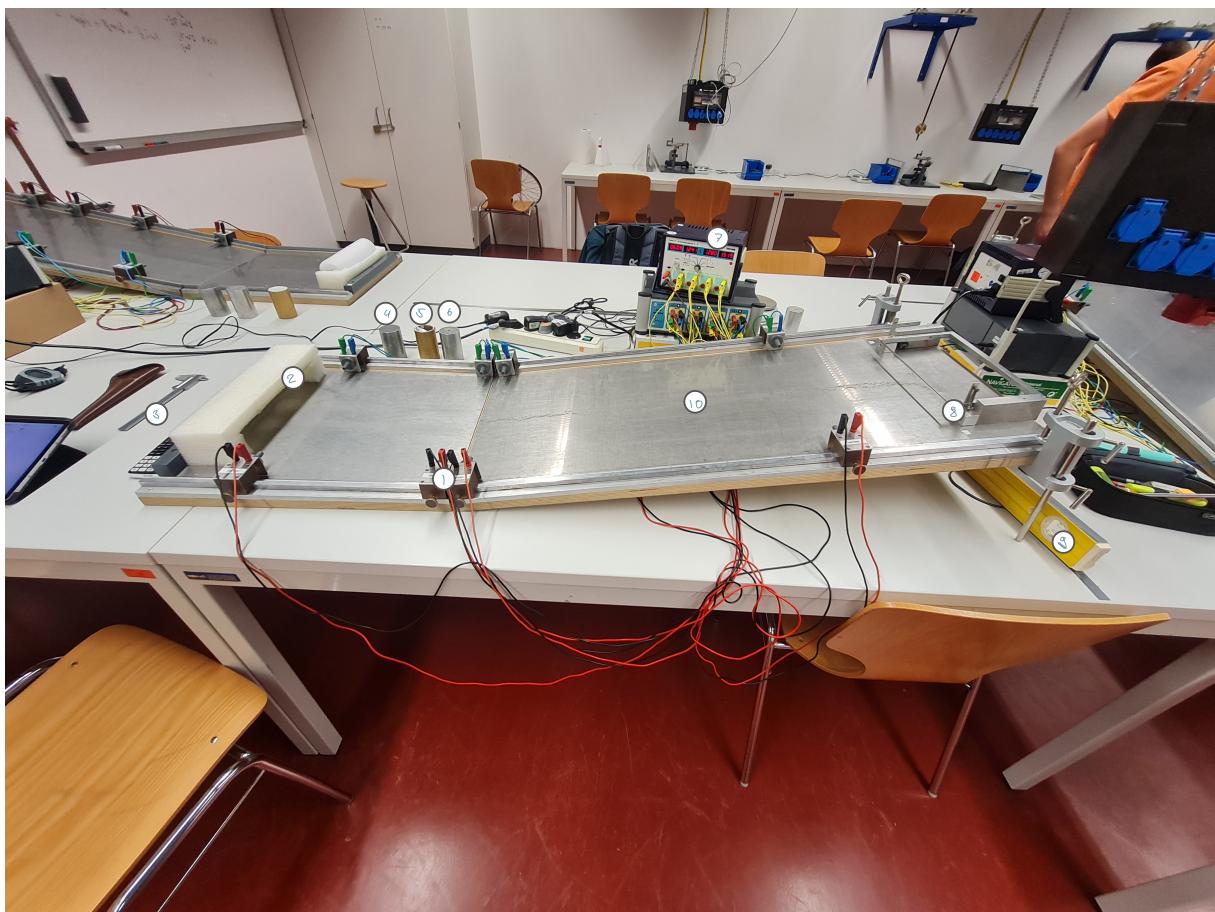


Abbildung II.1.: Versuchsaufbau zum Versuch 15. Dargestellt sind: 1: Lichtschranke, 2: Zielvorrichtung, 3: Schieblehre, 4: Massivvollzylinder, 5: Hohlzylinder, 6: Verbundszylinder, 7: Stoppuhr (verbunden mit Lichtschranke), 8: Startvorrichtung, 9: Wasserwaage, 10: Laufplatte

III. Auswertung

Fehlerrechnung

Für die statistische Auswertung von n Messwerten x_i werden folgende Größen definiert [Wag25b]:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{Arithmetisches Mittel} \quad (1)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad \text{Variation} \quad (2)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{Standardabweichung} \quad (3)$$

$$\Delta\bar{x} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2} \quad \text{Fehler des Mittelwerts} \quad (4)$$

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \Delta y\right)^2} \quad \text{Gauß'sches Fehlerfortpflanzungsgesetz für } f(x, y) \quad (5)$$

$$\Delta f = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \quad \text{Fehler für } f = x + y \quad (6)$$

$$\Delta f = |a| \Delta x \quad \text{Fehler für } f = ax \quad (7)$$

$$\frac{\Delta f}{|f|} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2} \quad \text{relativer Fehler für } f = xy \text{ oder } f = x/y \quad (8)$$

$$\sigma = \frac{|a_{lit} - a_{gem}|}{\sqrt{\Delta a_{lit}^2 + \Delta a_{gem}^2}} \quad \text{Berechnung der signifikanten Abweichung} \quad (9)$$

3.1. Aufgabe 1: Qualitative Beobachtung der drei Zylinder

Die Messung zeigte, dass beim gleichzeitigen Start der drei Rollkörper der Verbundzylinder zuerst und der Hohlzylinder zuletzt das Ende der schiefen Ebene erreichte. Ursache hierfür ist das unterschiedliche Trägheitsmoment der Körper. Da alle nahezu die gleiche Masse besitzen, entscheidet die Massenverteilung über das Trägheitsmoment: Beim Hohlzylinder liegt die Masse weiter von der Rotationsachse entfernt, wodurch sein Trägheitsmoment gemäß Gleichung 8 größer ist. Beim Verbundzylinder ist die Masse hingegen näher an der Achse konzentriert, was zu einem kleineren Trägheitsmoment als beim Vollzylinder führt 1 (vgl. Gleichung 7).

3.2. Aufgabe 2: Bestimmung der Rollbeschleunigung

Zunächst werden die wichtigen Maße der Ebene vermerkt. Die Zylinder beschleunigen dabei über eine Strecke von $l'_r = (87,20 \pm 0,05) \text{ cm}$. Die untere Kante der Abrollhöhe liegt bei $h' = (12,70 \pm 0,05) \text{ cm}$. Wir müssen jedoch noch die Dicke der Holzplatte und der Metallplatte dazu addieren. Die Werte liegen bei $D'_h = (1,8 \pm 0,05) \text{ cm}$ für die Holzplatte und $D'_m = (0,2 \pm 0,05) \text{ cm}$ für die Metallplatte. Der Fehler der gesamten Starthöhe ist nach Gauß'scher Fehlerfortpflanzung (5)

$$\Delta h_s = 0,09 \text{ cm} \quad (10)$$

Unsere Starthöhe liegt somit bei

$$h_s = (14,70 \pm 0,09) \text{ cm}. \quad (11)$$

Um später Ergebnisse besser überprüfen zu können, haben wir auch noch die Projektion der Lauffläche (die Ankathete) vermessen und

kamen dabei auf eine Länge von $l'_{an} = (86,00 \pm 0,05) \text{ cm}$.

Da uns alle drei Kantenlängen bekannt sind, können wir den Winkel α sowohl über den sin als auch den cos berechnen.

$$\alpha_{\sin} = \frac{h_s}{l'_r} \quad (12)$$

$$\alpha_{\cos} = \frac{l'_{an}}{l'_r}. \quad (13)$$

Die Ungenauigkeiten der beiden Winkel lassen sich über die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung (5) bestimmen;

$$\Delta \alpha_{\sin} = \frac{1}{1 + \left(\frac{h'_s}{l'_r} \right)^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta h'_s}{l'_r} \right)^2 + \left(\frac{\Delta l'_r \cdot h'_s}{l'^2_r} \right)^2} \quad (14)$$

$$\Delta \alpha_{\cos} = \frac{1}{1 + \left(\frac{l'_{an}}{l'_r} \right)^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta l'_{an}}{l'_r} \right)^2 + \left(\frac{\Delta l'_r \cdot l'_{an}}{l'^2_r} \right)^2}. \quad (15)$$

Wir wollen nun beide Winkel berechnen. Wichtig dabei ist, dass die Gleichungen den Fehler in rad angeben, dieser wird noch in deg umgerechnet.

$$\alpha_{deg} = \frac{\alpha_{rad} \cdot 180^\circ}{\pi}. \quad (16)$$

Somit sind unsere zwei Winkel

$$\alpha_{\sin} = (9,66 \pm 0,06)^\circ \quad (17)$$

und

$$\alpha_{\cos} = (9,5163 \pm 0,0229)^\circ. \quad (18)$$

Nun wird überprüft, ob die beiden berechneten Winkel sich gegenseitig »decken«, diese also statistisch signifikant. Hierfür wurde die Gleichung zur Berechnung der signifikanten Abweichung (9) genutzt:

$$\frac{|\alpha_{\sin} - \alpha_{\cos}|}{\sqrt{(\Delta \alpha_{\sin})^2 + (\Delta \alpha_{\cos})^2}} = 2,24\sigma. \quad (19)$$

Die Werte sind als eher nicht statistisch signifikant einzustufen. Mehr zur Analyse in der [Diskussion](#). In folgenden Rechnungen wird der Winkel α_{\cos} verwendet, da dieser die kleinere Ungenauigkeit aufweist. Die [Abbildung V.1](#) zeigt die zur Berechnung benutzten Werte.

Die folgende Rechnung wird sich nun mit der Bestimmung der Beschleunigung befassen. Dazu wird [Gleichung 7](#) in die [Gleichung 6](#) eingesetzt. Folglich kommt man zum Ausdruck für den Vollzylinder:

$$a_{voll} = \frac{2}{3} \cdot g \cdot \sin \alpha. \quad (20)$$

Die Ungenauigkeit Δa_{voll} wird über die [Gauß'sche Fehlerfortpflanzung \(5\)](#) bestimmt:

$$\Delta a_{voll} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}g \cos(\alpha) \cdot \Delta \alpha^2\right)^2 + \left(\frac{2}{3} \sin(\alpha) \cdot \Delta g\right)^2}. \quad (21)$$

Für die Erdbeschleunigung nutzen wir den Heidelberger Standartwert von $g_{heidelberg} = (9,80984 \pm 0,00002) \frac{m}{s^2}$. Die Beschleunigung des Vollzylinders ist somit

$$a_{voll,lit} = (1,081 \pm 0,003) \frac{m}{s^2}. \quad (22)$$

Analog wird auch die Beschleunigung des Hohlzylinders bestimmt. In diesem Fall wird jedoch [Gleichung 8](#) in die [Gleichung 6](#) eingesetzt. Die Beschleunigung ist somit:

$$a_{hohl} = \frac{2g \sin \alpha}{3 + \left(\frac{r}{R}\right)^2}. \quad (23)$$

Die Ungenauigkeit der Hohlzylinderbeschleunigung wird via [Gauß'scher Fehlerfortpflanzung \(5\)](#) bestimmt:

$$\Delta a_{hohl} = \sqrt{\left(\frac{a_{hohl}}{\tan \alpha} \Delta \alpha\right)^2 + \left(\frac{a_{hohl}}{g} \Delta g\right)^2 + \left(\frac{2 a_{hohl} r}{R^2 (3 + (r/R)^2)} \Delta r\right)^2 + \left(\frac{2 a_{hohl} r^2}{R^3 (3 + (r/R)^2)} \Delta R\right)^2}. \quad (24)$$

a_{hohl} wird dabei via [Gleichung 23](#) bestimmt. Der Innendurchmesser des Hohlzylinders ist $r = (4,00 \pm 0,05) cm$ und der Außendurchmesser $r = (5,00 \pm 0,05) cm$. Es wird wieder die Erdbeschleunigung für Heidelberg benutzt. Für Alpha wird wieder α_{\cos} eingesetzt, nach [Gleichung 18](#). Das Ergebnis ist somit:

$$a_{hohl,lit} = (0,92 \pm 0,05) \frac{m}{s^2}. \quad (25)$$

3.3. Aufgabe 3: Bestimmung der realen Beschleunigung

Für die folgende Berechnung werden die Daten aus den Tabellen 2 und 3 des [Protokolls](#) benutzt. Die Lichtschranken (LS) wurden homogen verteilt. Für sowohl den Voll-, als auch den Hohlzylinder wurden je fünf Messungen vorgenommen. Die vier Zeiten der Lichtschranken wurden jeweils notiert. Die Beschleunigung wird dabei graphisch bestimmt. Wir wollen aus der Tabelle 3 die Daten der beiden Zylinder betrachten, dafür berechnen wir das [Arithmetisches Mittel \(1\)](#) an jeder Lichtschranken für jeden der Beiden Zylinder. Wir werden die Zeitgenauigkeit über die Standardabweichung σ_i für jede der Messungen und betrachten die Ungenauigkeit der Stoppuhr $\Delta t = 0,001\text{s}$. Diese Ungenauigkeit ist gerade die Skaleneinheit der Stoppuhr. Die Ungenauigkeit einer Durchschnittlichen Zeit liegt somit bei:

$$\bar{\Delta t}_i = \sqrt{(\sigma_i)^2 + (\Delta t)^2}. \quad (26)$$

Da eine graphische Beschleunigung vorgenommen wird, werden die Mittelwerte quadriert, damit sich eine Gerade zeichnet. Die Ungenauigkeit liegt somit

$$\Delta(t_i^2) = 2\bar{t}_i \cdot \bar{\Delta t}_i. \quad (27)$$

Die Ergebnisse werden [tabellarisch \(III.1\)](#) dargestellt.

Messreihe	Vollzylinder	Hohlzylinder
t_1^2 [s]	$0,3415 \pm 0,0024$	$0,414 \pm 0,006$
t_2^2 [s]	$0,650 \pm 0,005$	$0,790 \pm 0,017$
t_3^2 [s]	$1,027 \pm 0,008$	$1,2562 \pm 0,0215$
t_4^2 [s]	$1,3689000 \pm 0,0100220$	$1,66 \pm 0,07$

Tabelle III.1.: Messwerte für Vollzylinder (VZ) und Hohlzylinder (HZ) mit Unsicherheiten.

Die Ungenauigkeit der Strecke liegt bei $\Delta s = 0,05\text{cm}$, was weit unter der Skala des Dia-

gramms liegt (1 Kästchen $\hat{=} 0,4\text{cm}$). Dieser Fehler wird daher im folgenden ignoriert.

Vollzylinder

Zunächst wird der vollzylinder untersucht. Wir wollen seine reale Beschleunigung anhand unserer Messdaten herausfinden. Dazu wird der [Graph III.1](#) betrachtet. Wir werden die Steigungen $\delta s/\delta t^2$ der Ausgleichsgeraden (blau) und der Fehlergeraden (orange) bestimmen. Die Werte sind dem Graphen zu entnehmen. Unsere Steigungen sind somit

$$a_{voll,A} = 0,4882 \frac{m}{s^2} \quad (28)$$

$$a_{voll,F} = 0,4616 \frac{m}{s^2}. \quad (29)$$

Die Einheiten wurden angepasst, sodass diese in den typischen SI-Einheiten sind. Die Differenz von $a_{voll,A}$ und $a_{voll,F}$ ist dabei die Ungenauigkeit. Unsere Beschleunigung $a_{voll} = 2 \cdot a_{voll,A}$ für den Vollzylinder liegt daher bei:

$$a_{voll} = (0,9764 \pm 0,027) \frac{m}{s^2}. \quad (30)$$

Wir wollen dies nun mit dem Wert auf [Gleichung 22](#) verglichen. Dazu bestimmen wir die [signifikante Abweichung \(9\)](#):

$$\frac{|a_{voll,lit} + a_{voll}|}{(\Delta a_{voll,lit})^2 + (\Delta a_{voll})^2} = 3,85\sigma. \quad (31)$$

Somit lässt sich dieses Ergebnis als nicht statistisch signifikant einstuften. In der [Diskussion](#) wird drauf genauer eingegangen.

Hohlzylinder

Die Rechnung läuft analog zur Berechnung des Vollzylinders. Die Setigungen liegen bei:

$$a_{hohl,A} = 0,3506 \frac{m}{s^2} \quad (32)$$

$$a_{hohl,F} = 0,3631 \frac{m}{s^2}. \quad (33)$$

Somit ist die Hohlzylinderbeschleunigung

$$a_{hohl} = (0,7012 \pm 0,0125) \frac{m}{s^2}. \quad (34)$$

Wir vergleichen mit dem wert aus [Gleichung 25](#):

$$\frac{|a_{hohl,lit} - a_{hohl}|}{\sqrt{(\Delta a_{hohl,lit})^2 + (\Delta a_{hohl})^2}} = 4,25\sigma. \quad (35)$$

Auch dieser Wert ist nicht statistisch signifikant im Vergleich zu den berechneten Werten aus Aufgabe 2.

Plot der Strecke gegen die Quadratzeit für den Vollzylinder

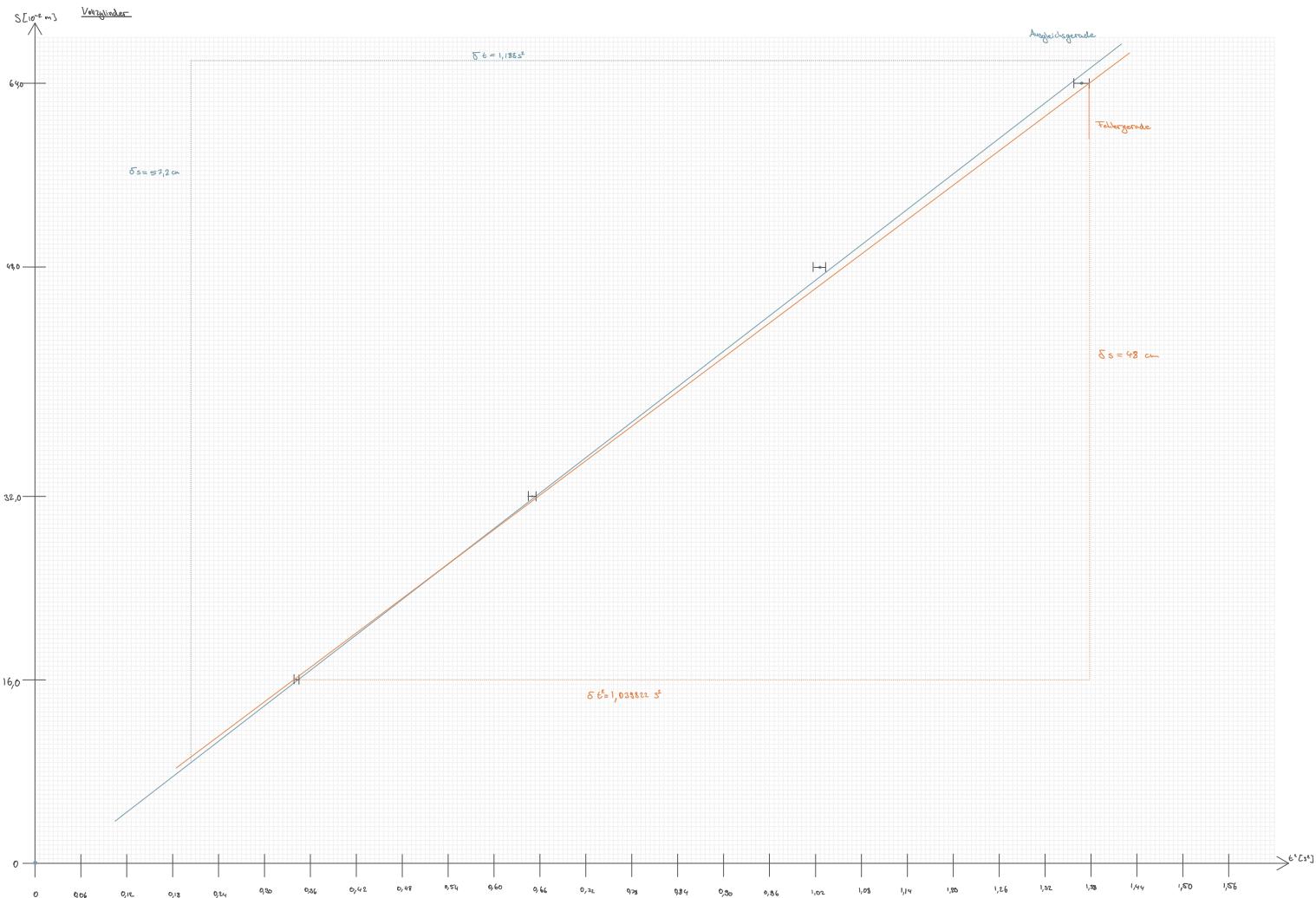


Abbildung III.1.: Graph für den Vollzylinder. Zurückgelegte Strecke s gegen die Quadratzeit t^2 . Blau ist die Ausgleichsgerade und orange die Fehlergerade.

Plot der Strecke gegen die Quadratzeit für den Hohlzylinder

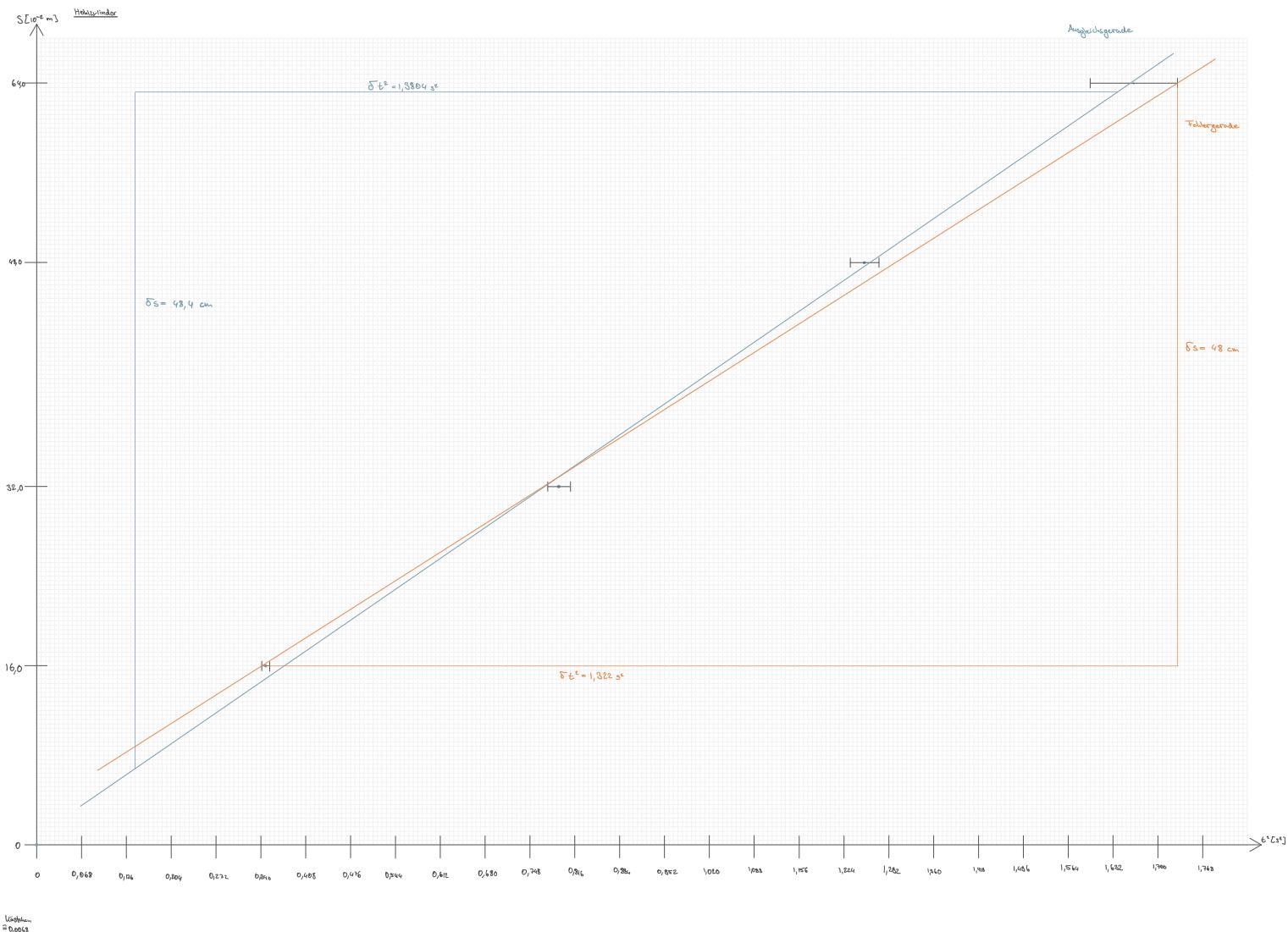


Abbildung III.2.: Graph für den Hohlzylinder. Zurückgelegte Strecke s gegen die Quadratzeit t^2 . Blau ist die Ausgleichsgerade und orange die Fehlergerade.

3.4. Aufgabe 4: Energien der Zylinder

Nun wird die Beschleunigung beider Zylinder über den Energieansatz bestimmt. Dazu wird zunächst der Fehler der [Potenziellen Energie \(9\)](#) bestimmt:

$$\Delta E_{pot} = \sqrt{(mg \cdot \Delta h)^2 + (mh \cdot \Delta g)^2 + (hg \cdot \Delta m)^2} \quad (36)$$

Die Messwerte, die in dieser Rechnung verwendet werden, sin den Tabellen 1 und 4 des [Protokolls](#) zu entnehmen. Die Massen unserer Zylinder Schwerpunktgeschwindigkeit

$$m_{voll} = (444 \pm 1)g \quad (37)$$

$$m_{hohl} = (443 \pm 1)g. \quad (38)$$

Der Höhennullpunkt ist die Plattenhöhe der Ebene.

Die translatorische Energie eines Körpers berechnet sich über [Gleichung 10](#). Seine Ungenauigkeit wird über die [Gauß'sche Fehlerfortpflanzung \(5\)](#) bestimmt.

$$\Delta E_{trans} = \sqrt{\left(\frac{v^2}{2} \cdot \Delta m\right)^2 + (m \cdot v \cdot \Delta v)^2}. \quad (39)$$

Es sind wieder fünf Messungen für jeden der Beiden Zylinder gemacht wurden. Wir haben wieder 4 Lichtschranken (LS) aufgestellt, jedoch nur die LS3 und LS4 sind auf der Ebene befestigt wurden. LS1 und LS2 dienen zur Überprüfung der Beschleunigung. Über die gemessenen Zeiten der LS3 und LS4 lässt sich die Endgeschwindigkeit bestimmen. Die Distanz der beiden Lichtschranken liegt bei $\delta LS_{Ebene} = 16cm$. Wir werden die Zylinder wieder nacheinander betrachten.

Vollzylinder

Die potentielle Energie des Vollzyliders liegt also bei

$$E_{pot,voll} = (0,5532 \pm 0,0025) J. \quad (40)$$

Als nächstes wird die Geschwindigkeit des Vollzylinders bestimmt. Dazu werden die Werte aus Tabelle ?? genutzt. $\bar{\delta t}$ ist dabei der Mittelwert der Zeitdifferenzen von LS3 und LS4. Die mittlere Geschwindigkeit ist somit

$$v = \frac{\delta s}{\bar{\delta t}}. \quad (41)$$

Über die [Gauß'sche Fehlerfortpflanzung \(5\)](#) bestimmen wir die Ungenauigkeit der Geschwindigkeit:

$$\Delta v = \sqrt{\left(\frac{\Delta s}{\bar{\delta t}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \bar{\delta t} \cdot s}{\bar{\delta t}^2}\right)^2}. \quad (42)$$

$\Delta \bar{\delta t}$ ist dabei der [Fehler des Mittelwerts \(4\)](#). Für unseren Vollzylinder bekommen wir somit eine Endgeschwindigkeit von

$$v_{voll} = (0,65094 \pm 0,00226) \frac{m}{s}. \quad (43)$$

Somit hat unser Vollzylinder eine Translationsenergie von

$$E_{trans,voll} = (0,0941 \pm 0,0007) J. \quad (44)$$

Zuletzt wollen wir noch die [Rotationsenergie \(11\)](#) betrachten. Wir stellen dafür [Gleichung 3](#) nach ω um:

$$\omega = \frac{v}{r}. \quad (45)$$

Wir setzen zusätzlich I_{voll} nach [Gleichung 8](#) Damit ist die Rotationsenergie:

$$E_{rot,voll} = \frac{1}{4} \cdot m \cdot v^2. \quad (46)$$

Die Ungenauigkeit beläuft sich auf

$$\Delta E_{rot,voll} = \sqrt{\left(\frac{v^2}{4} \cdot \Delta m\right)^2 + \left(\frac{v \cdot m}{2} \cdot \Delta v\right)^2}. \quad (47)$$

Für unseren Vollzylinder ist die Rotationsenergie somit

$$E_{rot,voll} = (0,0470 \pm 0,0003) J \quad (48)$$

Messung	LS3 [s]	LS4 [s]	δ_{LS} [s]
1	1,392	1,637	0,245
2	1,383	1,630	0,247
3	1,384	1,630	0,246
4	1,395	1,641	0,246
5	1,392	1,637	0,245
Durchschnitt			0,2458

Tabelle III.2.: Messwerte für den Vollzylinder mit den Differenzen zwischen LS3 und LS4. $\Delta_{\text{LS3, LS4}} = 0,001s$

$$\Delta E_{\text{rot,hohl}} = \sqrt{\left(\frac{1}{4}v^2 \left(\frac{r^2}{R^2} + 1\right) \Delta m\right)^2 + \left(\frac{1}{2}mv \left(\frac{r^2}{R^2} + 1\right) \Delta v\right)^2 + \left(\frac{1}{2}mv^2 R^2 r \Delta r\right)^2 + \left(\frac{1}{2}mv^2 r^2 R \Delta R\right)^2} \quad (53)$$

Die Rotationsenergie des Hohlzylinders wird somit bei

$$E_{\text{rot,hohl}} = (0,0602 \pm 0,0004) J. \quad (54)$$

Hohlzylinder

Potentielle Energie und translatorische Energie werden Analog zum Vollzylinder bestimmt. Somit die die potentielle Energie Die Daten für die Berechnug sind der Tabelle ?? zu entnehmen. Aus diesen berechnet sich die Geschwindigkeit des Hohlzylinders:

$$v_{\text{hohl}} = (0,5755 \pm 0,0019) \frac{m}{s} \quad (49)$$

$$E_{\text{pot,hohl}} = (0,552 \pm 0,004) J, \quad (50)$$

und die Translationsenergie

$$E_{\text{trans,hohl}} = (0,0734 \pm 0,0005) J. \quad (51)$$

Zur Bessimung der Rotationsenergie wird Gleichung 8 in Gleichung 11 eingesetzt. Damit kommt man auf

$$E_{\text{rot,hohl}} = \frac{1}{4}m \cdot v^2 \cdot \left(\frac{r^2}{R^2} + 1\right). \quad (52)$$

Die Ungenauigkeit nach der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung (5) liegt bei:

Die kinetische Energie circa der potentiellen Energie entsprechen und etwas kleiner sein.

$$E_{\text{rot}} + E_{\text{trans}} = E_{\text{pot}}. \quad (55)$$

Nun wird das Verhältnis der kinetischen und der potentiellen Energie gezogen, dises sollte im ideal Fall 1 sein (ohne weitere Reibungs- und Wärmeverluste).

Für den Vollzylinder ist diese Abweichung

$$\frac{E_{\text{rot,voll}} + E_{\text{trans,voll}}}{E_{\text{pot,voll}}} = 25,5\%. \quad (56)$$

Das heißtt, gerade eimal 25,5% der potentiellen Energie wurden in kinetische Energie umgesetzt. Dieser Satz ist definitiv weit unter der Erwartung und wird in der Diskussion besonders diskutiert.

für den Hohlzylinder sind die Ergebnisse ähnlich daneben:

$$\frac{E_{\text{rot,hohl}} + E_{\text{trans,hohl}}}{E_{\text{pot,hohl}}} = 24,2\%. \quad (57)$$

Messung	LS3 [s]	LS4 [s]	ΔLS [s]
1	1,534	1,812	0,278
2	1,527	1,804	0,277
3	1,540	1,818	0,278
4	1,556	1,835	0,279
5	1,558	1,836	0,278
Durchschnitt			0,278

Tabelle III.3.: Messwerte für den Hohlzylinder mit den Differenzen zwischen LS3 und LS4. $\Delta LS3, LS4 = 0,001s$

IV. Disskussion

4.1. Zusammenfassung

4.1.1. Aufgabe 1

Der Vollzylinder ist schneller als der Hohlzylinder. Der Verbundszylinder wiederrum ist schneller als der Vollzylinder. Je näher die Masse am Zentrum, desto schneller beschleunigt der Körper (s. Aufgabe 4).

4.1.2. Aufgabe 2

In dieser Aufgabe wurde über die vermessene Laufstrecke und Starthöhe, sowie die Projektion der Laufstrecke auf den Tisch, der Winel α bestimmt. Der Wert für die weiteren Berechnungen war dabei:

$$\alpha_{\cos} = (9,5163 \pm 0,0229)^\circ. \quad (1)$$

Dieser deckt sich hervorragend mit α_{\sin} , jedoch wurde der Kosinus bestimmte Wert verwendet, da sein Fehler kleiner ist. Einen Großen Unterschied hätte es jedoch nicht gemacht, den anderen Winkel zur Berechnung zu benutzen. Aus diesem Winkel wurden die vermuteten Beschleunigungen des Hohl- und Vollzylinders bestimmt:

$$a_{voll,lit} = (1,081 \pm 0,003) \frac{m}{s^2}. \quad (2)$$

$$a_{hohl,lit} = (0,92 \pm 0,05) \frac{m}{s^2}. \quad (3)$$

Die Werte decken sich auch mit der Beobachtung, denn der Vollzylinder beschleunigt schneller, sodass dieser auch schneller Unten ist (s. Aufgabe 1).

4.1.3. Aufgabe 3

In dieser Aufgabe wurden mit Hilfe der Messwerte die Beschleunigung der Zylinder bestimmt. Die Ergebnisse sind folgende:

$$a_{voll} = (0,9764 \pm 0,027) \frac{m}{s^2} \quad (4)$$

und

$$a_{hohl} = (0,7012 \pm 0,0125) \frac{m}{s^2}. \quad (5)$$

Diese Werte Decken sich wieder mit der Beobachtung aus Aufgabe 1, aber sind unter den Werten aus Aufgabe 2.

4.1.4. Aufgabe 4

In dieser Aufgabe wurde die Energieerhaltung anhand von rollenden Zylindern bestimmt. Dabei wurden in dieser Rechnung lediglich

$$\frac{E_{rot,voll} + E_{trans,voll}}{E_{pot,voll}} = 25,5\%. \quad (6)$$

der potentiellen Energie des Vollzylinders und

$$\frac{E_{rot,hohl} + E_{trans,hohl}}{E_{pot,hohl}} = 24,2\%. \quad (7)$$

der potentiellen Energie des Hohlzylinders erhalten.

4.2. Disskussion

4.2.1. Aufgabe 2 und 3

Im Aufgabenteil 3 trat das Problem auf, dass die Beschleunigungen, die mit den Messdaten berechnet wurden, nichst rechnerisch stringent mit den Werten der theoretischen Berechnung

aus Aufgabe 2 sind. Die in Aufgabe zwei berechneten Werte lassen sich als soll-Wert interpretieren, welcher sich in Idealbedingungen einstellen sollte. Die graphisch bestimmten Werte weichen jedoch enorm ab. Die Hauptfehlerquelle wird sehr wahrscheinlich die Methodik der Bestimmung selbst sein, graphische Bestimmungen sind immer sehr fehleranfällig und es treten zeichen Ungenauigkeiten neben den Messungenauigkeiten zusätzlich auf. Dies ist die Hauptfehlerquelle. Zusätzlich treten immer ungewollte Energie Verluste über nicht berücksichtigte Reibungen und Wärmeverlust auf. Somit werden die tatsächlichen Werte immer unter den soll-Werten liegen. Die Bestimmung des Winkels wird wohl kein großer Fehler hier sein, da dieser auf zwei Methoden wegen bestimmt wurde, die sich beide statistisch decken.

4.2.2. Aufgabe 4

In diesem Aufgabenteil trat ein Problem auf, die Umgesetzte Energie der potentiellen Energie ist weit unter der Erwartung. Realistisch wäre ein Wert von definiert über 80% umgesetzter Energie gewesen. Es fällt jedoch auf, dass das Problem chronisch ist, denn für den Hohl- und den Vollzylinder ist die Umgesezte Energie in derselben Größenordnung (~ 25%). Darüber hinaus lässt sich der Fehler eindämmen, denn es wird entweder die potentielle Energie überschätzt, oder die kinetische unterschätzt. Es sollen einmal beide Seiten verargumentiert werden.

Überschätzte potentielle Energie

ür diese These spricht, dass die Höhe falsch bestimmt wurde. Dies ist auch der einzige Wert, der falsch bestimmt sein könnte, die restlichen Bestandteile sind Literaturwerte. Gehen wir davon aus, dass die kinetische Energie korrekt bestimmt wurde, dann kann man aus

$E_{kin} = E_{pot}$ auf h umstellen:

$$h = \frac{E_{kin}}{mg} \quad (8)$$

Somit bekommt man die Höhen

$$h_{voll} = 3,24\text{cm} \quad (9)$$

$$h_{hohl} = 3,07\text{cm}. \quad (10)$$

Die Höhe müsste also bei $\bar{h} = 3,16\text{cm}$ liegen. Ein so starker Messfehler ist unglaublich unwahrscheinlich, zudem können wir die Höhe über die anderen vermessenen Kanten bestätigen.

Als Resultat wird der Fehler wahrscheinlich bei der kinetischen Energie liegen.

Unterschätzung kinetische Energie

Mögliche Fehlerquellen der kinetischen Energie sind die Geschwindigkeit und für den Hohlzylinder die Radien. Das die Radien der Fehler sind, ist jedoch sehr unwahrscheinlich, da der Fehler chronisch ist und der Radius für den Vollzylinder nicht relevant ist. Daher wird der Fehler vermutlich in der Geschwindigkeit liegen. Diese wiederum wurde aus einer Strecken- und einer Zeitmessung bestimmt. Die Zeit wird auch nur unwahrscheinlich der Fehler sein, zwar wurde diese für beide Methoden gleich bestimmt und könnte somit chronische Fehler verursachen, jedoch sind die Einzelmessungen alle konsistent. Es müsste also ein starker maschineller Fehler sein, damit dies der Fehler sein kann. Zudem kommt, dass die Strecke die wahrscheinlichste Fehlerquelle ist, wie nun erläutert werden soll. Die Rolldistanz auf der flachen Ebene wurde mit $s = 16\text{cm}$ bestimmt. Wir gehen in der folgenden Rechnung von einem »wahren« Energiesatz der potentiellen Energie aus. Dann kann man die Energien gleichsetzen und nach s auflösen: Für den Vollzylinder

$$s_{voll} = \sqrt{\frac{4 \cdot E_{pot} \cdot t^2}{3 \cdot m}} = 31,67\text{cm} \quad (11)$$

und für den Hohlzylinder

$$s_{hohl} = \sqrt{\frac{E_{pot} \cdot t^2}{\frac{m}{2} + \frac{m}{4} \left(\frac{r^2}{R^2} + 1 \right)}} = 32,53\text{cm} \quad (12)$$

Im Mittel müsste die Strecke gerade $32,1\text{cm}$ sein, also das Doppelte der eingestellten Länge. Das dies die tatsächliche Strecke ist, ist dadurch plausibel, dass immer in 16cm Abständen gemessen wurde, offensichtlich wurde hier misskommuniziert, wodurch die tatsächliche Strecke wahrscheinlich bei 32cm lag. Vi-suell lässt sich diese These weiter durch [Abbildung II.1](#) sehen, da dies gerade der benutzte Versuchsaufbau ist. Über grobe Abschätzungen ist schnell festzustellen, dass die Distanz der Lichtschranken LS1 und LS2 bei 64cm liegt. Dass die Lichtschranken LS3 und LS4 eher halbsoweit aufeinanderstehen und nicht ein viertel so weit lässt sich gut abschätzen.

Korrigierte Werte

Wir wollen nun alle Energien nochmal mit der Strecke von $s = 32\text{cm}$ bestimmen. Wir werden den Fehler hier gleich groß lassen, da wir (wenn die These stimmt) mit derselben Präzision gemessen haben. Somit kommt man auf Energien für den Vollzylinder von

$$v_{voll} = (1,3019 \pm 0,0028)\text{m/s} \quad (13)$$

$$E_{pot,voll} = (0,5532 \pm 0,0025)\text{J} \quad (14)$$

$$E_{trans,voll} = (0,3763 \pm 0,0018)\text{J} \quad (15)$$

$$E_{rot,voll} = (0,1881 \pm 0,0009)\text{J} \quad (16)$$

$$\text{Abweichung} = 102\% \quad (17)$$

$$v_{hohl} = (1,151079 \pm 0,002225)\text{m/s} \quad (18)$$

$$E_{pot,hohl} = (0,552 \pm 0,004)\text{J} \quad (19)$$

$$E_{trans,hohl} = (0,2935 \pm 0,0013)\text{J} \quad (20)$$

$$E_{rot,hohl} = (0,2407 \pm 0,0011)\text{J} \quad (21)$$

$$\text{Abweichung} = 97,9\% \quad (22)$$

Das die Abweichungen nicht vollkommen sinnvoll sind, liegt daran, dass die Strecke im Nachhinein berechnet wurde. Die Ergebnisse sind nicht vollkommen sinnvoll, vermutlich ist die tatsächliche Strecke eigentlich etwas kleiner als die 32cm , aber ca. diese Größe.

Fazit der Aufgabe

Zusätzlich zeitigt die Aufgabe wunderbar, wie so der Vollzylinder schneller ist, als der Hohlzylinder. Denn beide starten mit (circa) derselben potentiellen Startenergie. Jedoch wandelt der Hohlzylinder mehr seiner Energie in Rotationsenergie um, dies resultiert daher, dass mehr Masse am Rand des Zylinders auch bedeutet, dass dort eben mehr Masse ins Rollen gebracht werden muss, daher muss der Körper einen größeren Teil seiner Energie ins Beschleunigung dieser Masse stecken.

4.3. Kritik

Wie bei allen Experimenten des physikalischen Anfängerpraktikums, werden hier viele Überidealierungen getroffen, wodurch sich chronisch ein Fehler durch alle Rechnungen zieht. Die meisten davon sind jedoch gegenüber der Messgenauigkeiten vernachlässigbar. Um genauere Ergebnisse zu bekommen, muss zunächst die Messgenauigkeit erhöht werden. Als nächster logischer Schritt wäre es mehr Messungen vorzunehmen, da so der statistische Fehler minimiert werden kann. Erst ab einer hohen Messpräzision und einer hohen Quantität sind genauere physikalische Modelle hier angebracht.

V. Veruschaufbauten

Im folgenden sind die verschiedenen Veruschaufbauten mit ihren Maßen aufgelistet. Werte, die mit einem Strich versehen sind, sind gemessene Werte. Jene ohne Strich sind berechnete Werte. Die Maßstäbe sind möglichst präzise gesetzt.

5.1. Maße der Rollebene

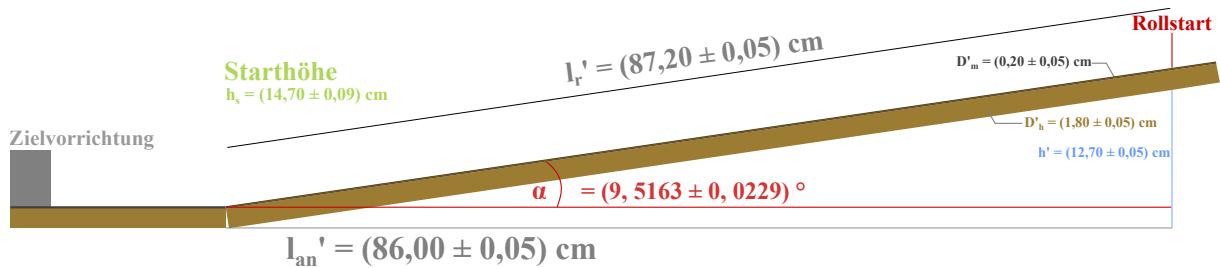


Abbildung V.1.: Gemessene Längen der Abrollebene, zudem der Berechnete Neigungswinkel und die berechnete Starthöhe.

5.2. Maße der LS Messung Beschleunigung

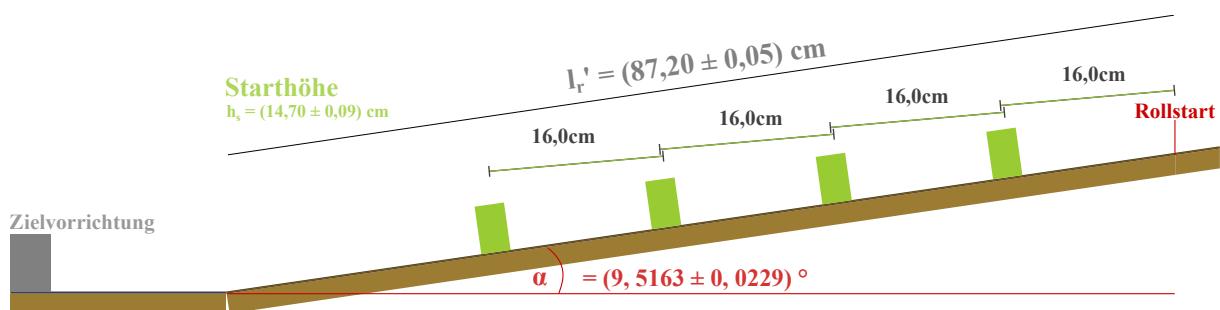


Abbildung V.2.: Gemessene Längen der Abrollebene, zudem der Berechnete Neigungswinkel und die berechnete Starthöhe.

5.3. Maße der LS Messung Geschwindigkeit

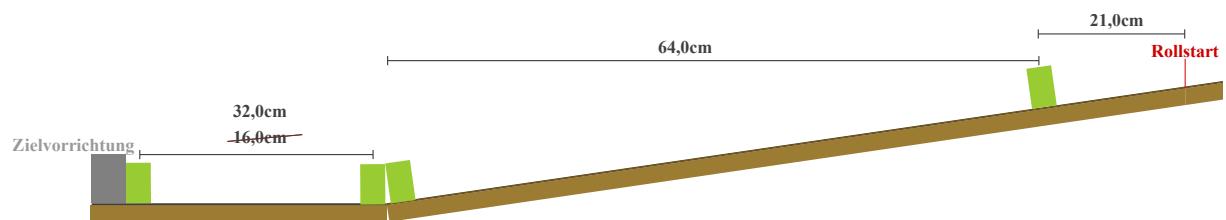


Abbildung V.3.: Gemessene Längen der Abrollebene, zudem der Berechnete Neigungswinkel und die berechnete Starthöhe.

Abbildungsverzeichnis

II.1. Versuchsaufbau zum Versuch 15. Dargestellt sind: 1: Lichtschranke, 2: Zielvorrichtung, 3: Schieblehre, 4: Massivervollzylinder, 5: Hohlzylinder, 6: Verbundszylinder, 7: Stoppuhr (verbunden mit Lichtschranke), 8: Startvorrichtung, 9: Wasserwaage, 10: Laufplatte	7
III.1. Graph für den Vollzylinder. Zurückgelegte Strecke s gegen die Quadratzeit t^2 . Blau ist die Ausgleichsgerade und orange die Fehlergerade.	13
III.2. Graph für den Hohlzylinder. Zurückgelegte Strecke s gegen die Quadratzeit t^2 . Blau ist die Ausgleichsgerade und orange die Fehlergerade.	14
V.1. Gemessene Längen der Abrollebene, zudem der Berechnete Neigungswinkel und die berechnete Starthöhe.	21
V.2. Gemessene Längen der Abrollebene, zudem der Berechnete Neigungswinkel und die berechnete Starthöhe.	21
V.3. Gemessene Längen der Abrollebene, zudem der Berechnete Neigungswinkel und die berechnete Starthöhe.	22

Tabellenverzeichnis

I.1.	Zylinder-Eigenschaften	6
I.2.	Lichtschrankenabstand	6
I.3.	Messungen von 4 Zeiten über die schräge Fläche	6
I.4.	Messung der Zeiten auf der Ebene	6
III.1.	Messwerte für Vollzylinder (VZ) und Hohlzylinder (HZ) mit Unsicherheiten.	11
III.2.	Messwerte für den Vollzylinder mit den Differenzen zwischen LS3 und LS4. $\Delta LS3, LS4 = 0,001s$	16
III.3.	Messwerte für den Hohlzylinder mit den Differenzen zwischen LS3 und LS4. $\Delta LS3, LS4 = 0,001s$	17

Literaturverzeichnis

- [Wag25a] Dr. J. Wagner. *Physikalisches Praktikum PAP 1 für Studierende der Physik*, chapter 15. Universität Heidelberg, 2025.
- [Wag25b] Dr. J. Wagner. *Physikalisches Praktikum PAP 1 für Studierende der Physik*, pages 4–28. Universität Heidelberg, 2025.