



Protokoll zum Versuch

Trägheitsmoment

(Versuch 12)

Autor: Finn Zeumer (hz334)
Versuchspartnerin: Annika Künstle
Versuchsbegleiter: Marius Huy
Datum der Ausführung: 05.09.2025
Abgabedatum: 12.09.2025

Inhaltsverzeichnis

I. Einleitung	3
1.1. Aufgabe/Motivation	3
1.2. Physikalische Grundlagen	3
1.3. Versuchsanordnung	4
Messdaten	5
II. Durchführung	7
2.1. Versuchsaufbau	7
2.2. Messverfahren	8
III. Auswertung	9
IV. Diskussion	11
4.1. Zusammenfassung	11
4.2. Diskussion	11
4.3. Kritik	11

I. Einleitung

1.1. Aufgabe/Motivation

Ziel des Versuchs ist die Bestimmung des Richtmoments D eines Drehpendels sowie die Untersuchung des Trägheitsmoments J eines unregelmäßig geformten Körpers für verschiedene Lagen der Drehachse. Dazu wird einerseits das Richtmoment über die Auslenkung des Pendels durch ein angreifendes Drehmoment bestimmt, andererseits über die Periodendauer einer Schwingung mit aufgesetzten Körpern bekannter Geometrie. Mit Hilfe des Steiner'schen Satzes lässt sich schließlich das Trägheitsmoment für verschiedene Achsen berechnen und mit den experimentell gewonnenen Werten vergleichen.

1.2. Physikalische Grundlagen

Analogie zwischen Translations- und Rotationsbewegung

Die Bewegungsgleichungen für Translationen und Rotationen sind formal analog, wenn die entsprechenden Größen ausgetauscht werden. Dabei gilt für das Torsionspendel:

$$0 = J \cdot \ddot{\varphi}(t) + D \cdot \varphi(t) \quad (1)$$

Diese homogene Differentialgleichung 2. Art hat die allgemeine Lösung

$$\varphi(t) = \varphi_0 \cdot \cos(\omega t + \phi). \quad (2)$$

Dabei ist $\omega = \sqrt{\frac{J}{D}}$ und ϕ die Startauslenkung.

Auch Federpendel und Drehpendel stehen in direkter Analogie:

$$F = -kx \quad \Leftrightarrow \quad M = -D\varphi \quad (3)$$

Translation	Rotation
Ort x	Winkel φ
Ges. $v = \frac{dx}{dt}$	Winkelges. $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$
Bes. $a = \frac{d^2x}{dt^2}$	Winkelbes. $\alpha = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$
Masse m	Trägheitsmoment J
Kraft F	Drehmoment M
Impuls $p = mv$	Drehimpuls $L = J\omega$
Trans.En. $E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$	Rot.En. $E_{rot} = \frac{1}{2}J\omega^2$
$E_{ges} = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$	$E_{ges} = \frac{1}{2}D\phi^2 + \frac{1}{2}J\omega^2$
Schwingdauer $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$	Schwingdauer $2\pi\sqrt{\frac{J}{D}}$

Tabelle I.1.: Vergleich der Größen in der Translation und Rotation

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \Leftrightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{D}} \quad (4)$$

Das Richtmoment D spielt dabei die Rolle der Federkonstante k .

Trägheitsmoment

Das Trägheitsmoment J eines Körpers bezüglich einer gegebenen Drehachse ergibt sich aus dem Volumenintegral:

$$J = \int_V \rho(\vec{r}) r^2 dV, \quad (5)$$

wobei $\rho(\vec{r})$ die Massendichte und r der Abstand des Volumenelements zur Achse ist. Für

einfache Körper ergeben sich bekannte Spezialfälle, etwa für eine homogene Scheibe mit Masse m und Radius r_s :

$$J_S = \frac{1}{2}mr_s^2 \quad (6)$$

Hierbei ist J_S das Trägheitsmoment der Scheibe, m ihre Masse und r_s ihr Radius.

Steiner'scher Satz

Für eine Achse, die parallel zur Symmetrieachse im Abstand d verläuft, gilt:

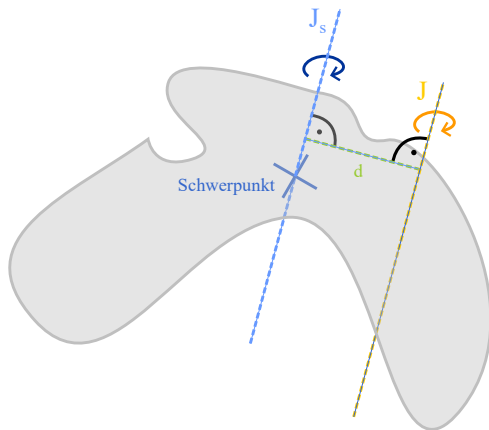


Abbildung I.1.: Visualisierung des Stein'schen Satzes

$$J = J_S + md^2 \quad (7)$$

mit J_S als Trägheitsmoment bezüglich der Symmetrieachse, m als Masse des Körpers und d als Abstand der Achsen.

Bestimmung des Richtmoments

Das Richtmoment D des Drehpendels kann auf zwei Weisen bestimmt werden:

1. Über das Kraftgesetz:

$$M = r \cdot F = -D\varphi, \quad (8)$$

wobei M das Drehmoment, r der Radius der Aluminiumscheibe, $F = mg$ die Gewichtskraft eines tangential angreifenden Massestücks und φ der Auslenkwinkel ist.

2. Über die Schwingungsdauer T mit bekannter Massescheibe:

$$D = \frac{4\pi^2 J_S}{T_2^2 - T_1^2} = \frac{2\pi^2 m r_s^2}{T_2^2 - T_1^2}, \quad (9)$$

wobei T_1 die Periodendauer des Tisches allein, T_2 die Periodendauer mit aufgesetzter Scheibe, J_S das Trägheitsmoment der Scheibe, m ihre Masse und r_s ihr Radius ist.

1.3. Versuchsanordnung

Der Versuch wird mit einem Drehpendel mit senkrechter Achse durchgeführt. Zum Aufbau gehören eine Drehgabel mit Drehtisch, eine Aluminiumscheibe mit Winkelteilung und Schnurnut, eine runde sowie eine unregelmäßig geformte Messingscheibe, ein Gewichtsteller mit Zugschnur, sechs Auflegegewichte zu je 50g, eine Waage, eine Handstoppuhr, ein Messschieber sowie eine Balancierschneide. Mit diesem Aufbau lassen sich die notwendigen Messungen zur Bestimmung des Richtmoments und der Trägheitsmomente der untersuchten Körper durchführen.

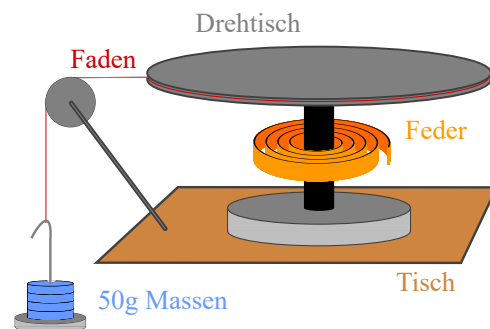


Abbildung I.2.: Versuchsskizze

12 - Trägheitsmoment

Aufgabe 1)

Tabelle 1) Scheibendrehung

	Masse [g]	Winkel der Scheibendrehung [deg]	
1	50	60	
2	100	122	
3	150	180	
4	200	242	
5	250	302 + 60	311 <small>noch besser?</small>
6	300	366 + 124	353 <small>Alte Werte</small>

Spezifische Winkel der Scheibendrehung verschiedener Massen.

Ab diesen Messungen haben wir Probleme bekommen: Teller war "ausgedreht". Wir haben den Drehtisch gedreht (200g + Teller) und den Zeiger auf 0 gestellt und erneut die letzten zwei Massen hinzugefügt.

Aufgabe 2)

Tabelle 2)

Index	Scheibe	Schwingungsdauer	
1	Alu	23,09	π_1
2		23,31	
3		23,28	
4	Messing (regelmäßig)	34,98	π_2
5		34,75	
6		34,78	

Vergleich der Aluminiumplatte und der Messingplatte, je 3 Messungen der Schwingdauer bei 20 Umdrehungen.

Material

- Drehtisch
- Drehtisch + Markierung
- Waage, Stoppuhr, Messlehre
- Balancierschneide
- 6 x 50g Massen $\pm 0,1g$

Messingscheibe:

Durchmesser der Scheibe: 110 mm

Masse der Scheibe: 646 g

Equipment

Stoppuhr Modell: TFA Dostman UAT. Nr. 38.2016

Präzision: 0,01 s Ungenauigkeit:

Waage Modell: Ohaus CS2000

Präzision: 1 g Ungenauigkeit:

Schieblehre Modell: Mitutoyo J. HD 3.

Genauigkeit: 0,05 mm Ungenauigkeit:

Aluminiumscheibe Präzision: 2 deg

Aufgabe 3)

Foto machen!

Aufgabe 4)

Tabelle 3) Trägheitsmoment Messingplatte (unregelmäßig)

Achse	Schwingungsdauer [s]
a_0	44,42

Schwingungsdauer einer unregelmäßigen
Messingplatte unter 20 Schwingungen.

Aufgabe 5)

Tabelle 4) Parallelachsen

Achse	Abstand zum Schwerpunkt [mm]	Schwingdauer [s]
a_1	0,5	44,58
a_2	1,0	44,73
a_3	1,5	45,10
a_4	2,0	45,30
a_5	2,5	47,67

Geodreieck: 0,1 cm

Trägheitsmomente 5 weiterer Achsen - parallel zur
Schwerpunktachse. Alle liegen auf einer Geraden.
Berechnung über den Steiner'schen Satz.

II. Durchführung

2.1. Versuchsaufbau

Genauigkeit der Messgeräte

Gerät	Präzision	Ungenauigkeit
Stoppuhr	0,01s	/ / /
Waage	1g	1g
Schieblehre	1mm	0,05mm
Al-Teller	2 Grad	/ / /

Tabelle II.1.: Genauigkeit der benutzen Geräte
[TFA, Oha25]

Der Versuch bestand aus 5 Unteraufgaben. Alle diesen der Bestimmung rotatorischer Eigenschaften. Darunter die Bestimmung des Richtmoments und später des Stein'schen Satzes.

Aufgabe 1) Bestimmung des Richtmomentes

Wir benutzen den Drehtisch und legen die Aluminiumscheibe mit der Grad-Skala drauf. Diese hat eine Befestigung für die Schnurnut. Diese hängt über eine Rolle vom Tisch herunter. An dieser Schnurnut hängt der Massenteller, seine Auslenkung wurde auf 0 Grad gestellt. Danach wurden die 6 50g Massen an den Teller gehängt und die jeweilige Auslenkung bzw. Rotation dokumentiert. Da die Scheibe jedoch mehr als 360 Grad gedreht wird, muss nach Messung vier der Drehtisch selbst wieder gedreht werden, damit die Auslenkung normal möglich ist. Hierfür wurde dann die 200g + Massenteller als 0 Grad gesetzt.

Aufgabe 2) Bestimmung des Richtmoments via bekanntem Trägheitsmoment

In der zweiten Aufgabe wurde der Aluminiumteller mit der regelmäßigen/symmetrischen Messingplatte ausgetauscht. Ihr Drehmoment lässt sich leicht berechnen, da die Formel zur Berechnung bekannt ist; benötigt werden jedoch sein Radius und seine Masse, diese werden gemessen. Anschließend wird der Drehtisch dreimal ohne Messingplatte und drei Mal mit Messingplatte gleichweit ausgelenkt und seine Schwindauer für 20 Schwingungen per Hand gestoppt.

Aufgabe 3) Schwerpunkt-Bestimmung

In dieser Aufgabe musste lediglich der Schwerpunkt einer unregelmäßigen Messingscheibe bestimmt werden. Dafür haben wir eine Schneide, auf der die Messingplatte balanciert wird, da wo die Platte (annähernd) im Gleichgewicht ist, wird die Schneide auf des Schwerpunktes sein. Hier wird eine Linie gezogen. Dies wiederholt man aus einem anderen Winkel ein zweites Mal. Es wird sich ein gezeichnetes Kreuz bilden, an dessen Mittelpunkt zugleich der Schwerpunkt der unregelmäßigen Messingplatte ist.

Aufgabe 4 + 5) Steinsch'er Satz

Die letzten zwei Aufgaben dienen dazu, den Stein'schen Satz zu zeigen. Dafür werden auf den unregelmäßigen Messingkörper 5 weitere Markierungen gesetzt, die auf einer der Geraden auf der Messingplatte liegen. Sie werden alle im Abstand von 0,5cm gesetzt, startend vom

Schwerpunkt. Es sind nun insgesamt 6 Makierungen auf dem unregelmäßigen Messingkörper.

Nun wird die Messingplatte auf den Drehtisch fixiert. Das Ziel ist es, für alle Makierungen wieder die Schwingdauer für 20 Schwingungen zu bestimmen. Die Werte für alle Schwingdauern werden dokumentiert und dann die jeweiligen Trägheitsmomente bestimmt.

2.2. Messverfahren

III. Auswertung

Fehlerrechnung

Für die statistische Auswertung von n Messwerten x_i werden folgende Größen definiert [Wag25]:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{Arithmetisches Mittel} \quad (1)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad \text{Variation} \quad (2)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{Standardabweichung} \quad (3)$$

$$\Delta \bar{x} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2} \quad \text{Fehler des Mittelwerts} \quad (4)$$

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \Delta y\right)^2} \quad \text{Gauß'sches Fehlerfortpflanzungsgesetz für } f(x, y) \quad (5)$$

$$\Delta f = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \quad \text{Fehler für } f = x + y \quad (6)$$

$$\Delta f = |a| \Delta x \quad \text{Fehler für } f = ax \quad (7)$$

$$\frac{\Delta f}{|f|} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2} \quad \text{relativer Fehler für } f = xy \text{ oder } f = x/y \quad (8)$$

$$\sigma = \frac{|a_{lit} - a_{gem}|}{\sqrt{\Delta a_{lit}^2 + \Delta a_{gem}^2}} \quad \text{Berechnung der signifikanten Abweichung} \quad (9)$$

Masse [g]	x [deg]	Differenz [deg]
0 ¹	0	—
50	60	60
100	122	62
150	180	58
200	242	62
250	302	60
300	366	64

Tabelle III.1.: Messungen der Rotationsauslenkung der Aluminumscheibe.

Scheibe	Schwingdauer t [s]	\bar{t} [s]
Keine	23,09	23,227
	23,31	
	23,28	
Messing- Platte	34,89	34,807
	34,75	
	34,78	

Tabelle III.2.: Messungen der Schwingdauer einer regelmäßigen Messingplatte.

Achse	d [mm]	t [s]	I [$kg \cdot m^2$]
a_0	0,0	44,42	
a_1	0,5	44,58	
a_2	1,0	44,73	
a_3	1,5	45,10	
a_4	2,0	45,90	
a_5	2,5	47,67	

Tabelle III.3.: Messung des Trägheitsmomente verschiedener Drehachsen einer unregelmäßigen Messingplatte.

IV. Diskussion

4.1. Zusammenfassung

4.2. Diskussion

4.3. Kritik

Abbildungsverzeichnis

I.1. Visualisierung des Stein'schen Satzes	4
I.2. Versuchsskizze	4

Tabellenverzeichnis

I.1. Vergleich der Größen in der Translation und Rotation	3
I.1. Scheibendrehung	7
I.2. Trägheitsmoment der regelmäßigen Messingplatte	7
I.3. Trägheitsmoment der unregelmäßigen Messingplatte	7
I.4. Schein'scher Satz	7
II.1. Genauigkeit der benutzen Geräte [TFA, Oha25]	7
III.1. Messungen der Rotationsauslenkung der Aluminumscheibe.	10
III.2. Messungen der Schwingdauer einer regelmäßigen Messingplatte.	10
III.3. Messung des Trägheitsmomente verschiedener Drehachsen einer unregelmäßigen Messingplatte.	10

[[Dem17](#)]

Literaturverzeichnis

- [Dem17] Jochen Demtröder. *Experimentalphysik 2: Elektrizität und Optik*. Springer Spektrum, Berlin, Heidelberg, 7 edition, 2017.
- [Oha25] Ohaus. Ohaus cs200, 2025. Zugriff am 5. September 2025.
- [TFA] TFA. Tfa dostmann westheim stoppuhr (kat:nr. 38.2026). Zugriff am 27. August 2025.
- [Wag25] Dr. J. Wagner. *Physikalisches Praktikum PAP 1 für Studierende der Physik*, pages 4–28. Universität Heidelberg, 2025.