



## Protokoll zum Versuch

### *Bestimmung der Elementarladung nach Millikan*

(Versuch 22)

Autor: Finn Zeumer (hz334)

Versuchspartnerin: Annika Künstle

Versuchsbegleiter: Louis Laschinger

Datum der Ausführung: 16.09.2025

Abgabedatum: 23.09.2025

## Inhaltsverzeichnis

<b>I. Einleitung</b>	<b>3</b>
1.1. Motivation . . . . .	3
1.2. Physikalische Grundlagen . . . . .	3
<b>Messdaten</b>	<b>5</b>
<b>II. Durchführung</b>	<b>8</b>
2.1. Versuchsaufbau . . . . .	8
2.2. Messverfahren . . . . .	8
<b>III. Auswertung</b>	<b>10</b>
3.1. Aufgabe 1: Verifizierung von Excel . . . . .	11
3.2. Aufgabe 2: Histogramm . . . . .	12
3.3. Aufgabe 3: Obergrenze . . . . .	12
3.4. Aufgabe 4: Systemischer Ladungsfehler . . . . .	13
<b>IV. Diskussion</b>	<b>17</b>
4.1. Zusammenfassung . . . . .	17
4.2. Diskussion . . . . .	17
4.3. Kritik . . . . .	17

# I. Einleitung

## 1.1. Motivation

Der Versuch 22 basiert auf dem von Robert A. Millikan entwickelten Prinzip zur Bestimmung der Elementarladung  $e$ . Millikan veröffentlichte 1913 in der Fachzeitschrift *Physical Review* eine Arbeit mit dem Titel *On the Elementary Electrical Charge and the Avogadro Constant* [?], für die er 1923 den Nobelpreis für Physik erhielt.

Das Grundprinzip besteht in der Betrachtung der Kräfte, die auf ein elektrisch geladenes Teilchen (hier: Ölropfchen) im homogenen Feld eines Plattenkondensators wirken. Die Elementarladung ist nach aktuellem Wissenstand die kleinste mögliche elektrische Ladung und von fundamentaler Bedeutung. Der Versuch ermöglicht es, aus der Fallgeschwindigkeit  $v_f$  im feldfreien Raum und der Steiggeschwindigkeit  $v_s$  im elektrischen Feld die Ladung  $q$  eines einzelnen Ölropfchens zu bestimmen. Die Quantelung elektrischer Ladung wird so experimentell nachgewiesen.

## 1.2. Physikalische Grundlagen

[Wag25a] Wir betrachten ein Ölropfchen mit Radius  $r$ , Dichte  $\rho_{\text{Öl}}$  und Geschwindigkeit  $v$ , das sich in Luft mit der Dichte  $\rho_{\text{Luft}}$  bewegt. Es wirken folgende Kräfte:

$$F_G = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{\text{Öl}} g \quad (1)$$

$$F_A = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{\text{Luft}} g \quad (2)$$

$$F_R = 6\pi r \eta v \quad (3)$$

$$F_E = q \frac{U}{d} \quad (4)$$

Hierbei bezeichnet  $g$  die Schwerkraftbeschleunigung,  $\eta$  die Viskosität der Luft,  $U$  die Spannung am Kondensator und  $d$  den Plattenabstand.  $q$  ist die Ladung des Ölropfchens.

### Feldfreier Raum

Liegt keine Spannung am Kondensator an, wirkt keine elektrische Kraft. Das Kräftegleichgewicht für die konstante Fallgeschwindigkeit  $v_f$  lautet nach Gleichung 1, Gleichung 2 und Gleichung 3:

$$F_G - (F_A + F_R) = 0 \quad (5)$$

oder äquivalent:

$$6\pi r \eta v_f + \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{\text{Luft}} g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{\text{Öl}} g \quad (6)$$

Daraus ergibt sich der Radius  $r$  zu:

$$r = \sqrt{\frac{9\eta}{2\rho g} v_f} \quad \text{mit } \rho = \rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}} \quad (7)$$

### Mit elektrischem Feld

Liegt Spannung an, wirkt zusätzlich die elektrische Kraft Gleichung 4. Für die konstante Steiggeschwindigkeit  $v_s$  ergibt sich:

$$(F_E + F_A) - (F_G + F_R) = 0 \quad (8)$$

Aus der Differenzbildung von Gleichung 5 und Gleichung 8 folgt die Ladung  $q$  des Tröpfchens:

$$q = (v_f + v_s) \cdot \frac{6\pi\eta d}{U} \cdot \sqrt{\frac{9\eta}{2\rho g} v_f} \quad (9)$$

## Korrektur der Viskosität

Die Radien der Ölträpfchen liegen im Bereich  $10^{-7}$  m bis  $10^{-6}$  m, was derselben Größenordnung wie die mittlere freie Weglänge von Luftmolekülen entspricht. Deshalb wird die Viskosität  $\eta$  mit der sogenannten Cunningham-Korrektur versehen:

$$\eta(r) = \eta_0 \left(1 + \frac{b}{rp}\right) \quad (10)$$

Hier ist  $\eta_0$  der Grenzwert der Viskosität für große Träpfchen,  $p$  der Luftdruck und  $b$  eine empirische Konstante. Da  $r$  selbst von  $\eta$  abhängt, müsste man [Gleichung 10](#) in [Gleichung 7](#) einsetzen, was zu einer quadratischen Gleichung führt. In der Praxis genügt es, mit  $\eta_0$  zu rechnen. Der Fehler beträgt für  $r$  etwa 5 %, für  $f(r)$  nur 0,5 %.

## Wichtige Konstanten

Die im Versuch relevanten Konstanten sind in [Tabelle I.1](#) angegeben.

Bezeichnung	Wert
Viskosität der Luft	$\eta_0 = 1.81 \times 10^{-5} \text{ Ns/m}^2$
Schwerebeschleunigung	$g = 9.81 \text{ m/s}^2$
Temperatur im Raum	$(25 \pm 0.5)^\circ\text{C}$
Luftdruck im Raum	$(100460 \pm 10) \text{ Pa}$
Anliegende Spannung	$U_0 = 500 \text{ V}$
Dichte des Öls bei $25^\circ\text{C}$	$\rho_{\text{Öl}} = 877 \text{ kg/m}^3$
Dichte der Luft	$\rho_{\text{Luft}} = 1.29 \text{ kg/m}^3$
Konstante im Korrekturfaktor	$b = 7.78 \times 10^{-3} \text{ Pam}$
Abstand der Kondensatorplatten	$d = (6.00 \pm 0.05) \text{ mm}$
Skala auf dem Bildschirm	$1 \text{ Skt} = (5.00 \pm 0.13) \times 10^{-5} \text{ m}$

Tabelle I.1.: Wichtige Konstanten für den Versuch

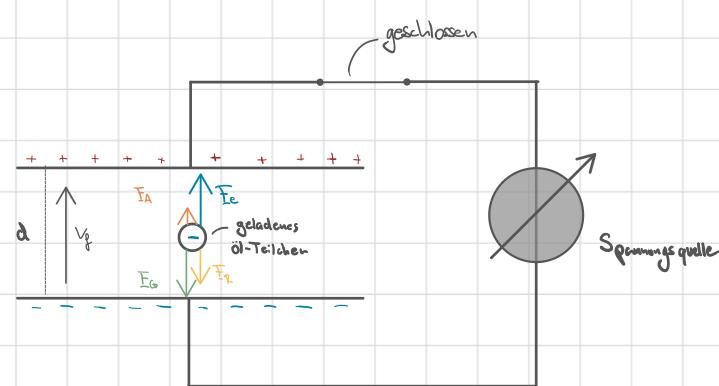
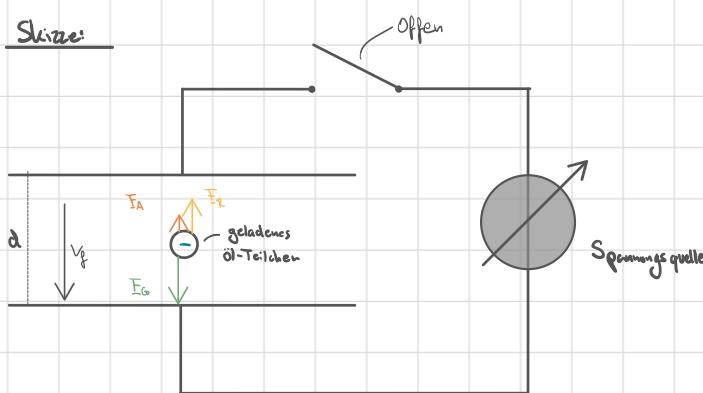
## 22 - Millikan

Ziel: In diesem Versuch geht es um die Bestimmung der Elementarladung, mit dem Versuchsaufbau nach Millikan (1913).

Dabei werden die auf ein kleines Öltröpfchen wirkenden Kräfte beobachtet: Auftrieb, Gravitation und Stokesche Reibung (Viskosität).

Später kommt die Elektrische Kraft in einem Plattenkondensator dazu, die mit dem Auftrieb wirkt.

Skizze:



Versuchsdurchführung ohne angelegte Spannung. Tropfen wird durch Gravitation zum Boden gezogen. Auftrieb und Reibung verlangsamen Fall.

Versuchsanordnung mit anliegender Spannung. elektrische Feldkraft und Auftrieb überkommen Gravitation und Reibung. Öl-Tropfen bewegt sich entgegen der Gravitation.

**Aufgabe 1)** Werte zuvor

Air pressure:  $1007,10 \text{ hPa}$   $\pm 0,70 \text{ hPa}$

Applied voltage:  $500 \text{ V}$   $\pm 0,5\%$

Room temperature:  $23,0^\circ\text{C}$   $\pm 1,0^\circ\text{C}$

**Aufgabe 2)**

In dieser Aufgabe machen wir unsere ersten Fall- und Steigzeitmessungen. Mit diesen Werten soll später die Genauigkeit der Werte aus Aufgabe 3 geprüft werden. Wir wollen vor allem aber sehen, ob unser Teilchen tatsächlich geladen ist.

Tabelle 1) Fall- und Steiggeschwindigkeit

Messung	$U=0 \text{ V}$	$U=500 \text{ V}$
	Fallgeschwindigkeit $[\frac{\text{m}}{\text{s}}]$	Steiggeschwindigkeit $[\frac{\text{m}}{\text{s}}]$
1	4,620	3,420
2	4,611	3,460
3	4,557	3,520
4	4,507	3,687
5	4,623	3,865

Measuring time scale units:  $\rightarrow 10 \text{ Sch.}$

Erste Tropfen-Beobachtung als Test.

### Aufgabe 3)

Nun starten wir eine größere Messreihe der Steig- und Fallzeiten. Diese sind in Tabelle 2 gelistet.

(Tabelle 2) Große Messreihe der Fall- und Steigzeiten

	Messung	Fallzeit [s]	Steigzeit [s]		Messung	Fallzeit [s]	Steigzeit [s]
1. Tropfen	1	8,277	8,088	6. Tropfen	1	4,597	7,577
	2	8,883	8,488		2	4,629	7,855
	3	8,506	8,206		3	4,773	7,713
	4	8,452	7,955		4	4,663	7,816
	5	8,888	8,710		5	4,855	7,811
2. Tropfen	1	5,531	4,987	7. Tropfen	1	6,227	7,930
	2	5,378	5,122		2	6,465	8,095
	3	5,216	4,893		3	6,185	8,688
	4	5,822	5,099		4	6,461	7,857
	5	5,309	4,520		5	6,280	8,604
3. Tropfen	1	4,918	14,758	8. Tropfen	1	13,914	12,463
	2	5,167	14,785		2	13,284	12,143
	3	5,256	15,536		3	13,440	12,862
	4	5,080	15,748		4	14,273	14,413
	5	4,877	14,061		5	13,651	13,008
4. Tropfen	1	7,506	8,871	9. Tropfen	1	9,257	2,585
	2	7,710	9,244		2	9,916	2,674
	3	7,931	16,101		3	6,350	3,620
	4	7,685	8,829		4	7,634	2,343
	5	7,948	9,578		5	8,535	2,324
5. Tropfen	1	6,651	4,006	10. Tropfen	1	9,884	3,342
	2	6,252	4,220		2	9,655	3,633
	3	6,287	4,069		3	9,416	3,606
	4	6,419	4,045		4	9,587	3,500
	5	7,151	4,193		5	9,130	3,883

Tabelle von 10 beobachteten Öl-Tropfen. ZB Steig- und Fallzeiten beobachtet.

Werte dann nach

Luftdruck: 1007,3 hPa  $\pm 0,7 \text{ hPa}$

Angelegte Spannung: 500 V  $\pm 0,5\%$

Weitere  
nur in Excel

Raumtemperatur: 22,9 °C  $\pm 1,0^\circ\text{C}$

### Aufgabe 4)

Auswertung im Excel-Sheet der Messwerte.

#### Geräte / Ungenauigkeiten

Spannungsquelle:  $\pm 0,5\%$

Barometer:  $\pm 0,5 \text{ hPa}$

Stoppuhr:  $\pm 0,001 \text{ s}$

Thermometer:  $\pm 1^\circ\text{C}$

# Versuchsaufbau



Abbildung 1) Versuchsaufbau

- 1.) Kamera
- 2.) Mikroskop
- 3.) Plattenkondensator
- 4.) Lampe
- 5.) Millikan - Öl
- 6.) Wehrziel + Stoppschalter (Millikan Wehrziel)
- 7.) Monitor mit Skalen, links Kamera-Sicht
- 8.) 2 Stoppschaltern (wechseln automatisch)
- 9.) Tablett - handschriftliches Protokoll
- 10.) Laptop mit vorgegebener Tabellen-Kalkulation

Excel sheet geschenkt.

L. Lassdrieger

Abbildung 2) Monitor + Kameraview + Skala

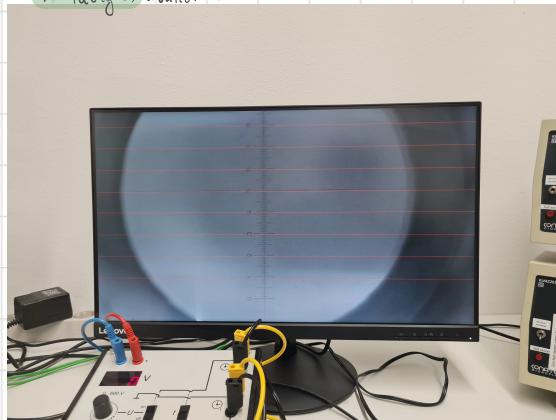


Abbildung 3) Millikan Versuch Setup

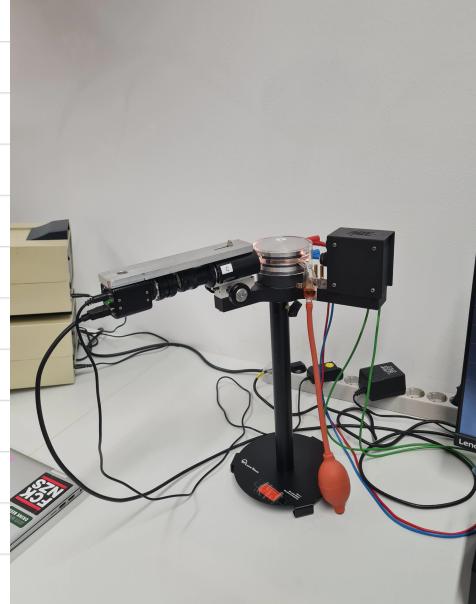
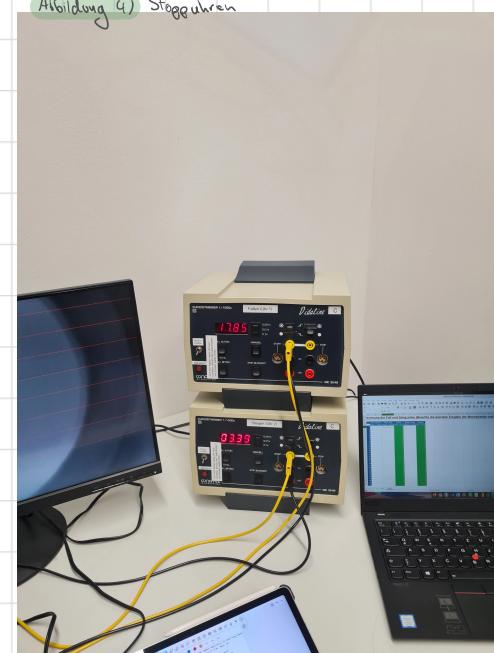


Abbildung 4) Stoppschulen



## II. Durchführung

### 2.1. Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau besteht aus einem Plattenkondensator, in den mit einem Ölzerstäuber feinste Tröpfchen eingebracht werden. Die Tröpfchen werden von einer starken Lichtquelle beleuchtet, sodass sie mit einer Mikroskopkamera sichtbar werden. Diese Kamera ist mit einem Monitor verbunden, auf dem zusätzlich eine Skaleneinteilung eingeblendet ist. Dadurch lassen sich die Wegstrecken der Tröpfchen während Fall- und Steigbewegung bestimmen.

Zur Zeitmessung sind zwei Stoppuhren über ein Steuergerät mit dem Kondensator gekoppelt. Mit dem rechten Schalter des Steuergeräts startet die obere Uhr, welche die Fallzeit eines Tröpfchens ohne angelegte Spannung misst. Durch Umschalten auf den linken Schalter wird die erste Uhr angehalten, gleichzeitig die Spannung am Kondensator (typischerweise  $U \approx 500 \text{ V}$ , vgl. Tabelle I.1) angelegt und die zweite Uhr gestartet, die die Steigzeit des Tröpfchens im elektrischen Feld misst. Am oberen Umkehrpunkt wird der linke Schalter wieder zurückgestellt, sodass die zweite Uhr gestoppt und die erste erneut gestartet wird. Dieser Prozess kann mehrfach wiederholt werden, bis schließlich mit dem rechten Schalter die Messreihe beendet wird.

Damit ermöglicht der Aufbau die Bestimmung von Fall- und Steiggeschwindigkeit  $v_f$  und  $v_s$ , welche für die Berechnung von Tröpfchenradius  $r$  (siehe Gleichung 7) und Ladung  $q$  (siehe Gleichung 9) benötigt werden.

### 2.2. Messverfahren

Vor Beginn der Messungen werden Temperatur und Luftdruck des Raumes bestimmt und notiert, da diese in die Berechnungen eingehen (vgl. Tabelle I.1). Die Spannung am Kondensator wird einmalig auf etwa 500 V eingestellt und im weiteren Verlauf nur noch über den Schalter ein- oder ausgeschaltet.

#### Messung an einem einzelnen Tröpfchen

Zunächst wird ein geeignetes Öltröpfchen ausgewählt, vorzugsweise eines mit langsamer Steigbewegung (z. B. etwa 8 s pro 10 Skalenteile). Für dieses Tröpfchen werden fünf Messungen der Fallzeit im feldfreien Raum und fünf Messungen der Steigzeit im elektrischen Feld durchgeführt. Dabei werden die zurückgelegten Wege anhand der Skaleneinteilung am Monitor notiert. Aus diesen insgesamt zehn Messungen lässt sich die Präzision der Geschwindigkeitsbestimmung abschätzen.

#### Erweiterte Messreihe

Es sollen insgesamt 60 Messwerte für Fall- und Steigzeiten verschiedener Öltröpfchen aufgenommen werden. Dazu werden von etwa fünf Tröpfchen jeweils fünf Werte für Fall- und Steigzeit bestimmt. Jede Messung umfasst also vier Größen: Fallweg, Fallzeit, Steigweg und Steigzeit. Diese Werte werden in vorbereitete Tabellen eingetragen, beispielsweise in ein Excel-Auswertungsblatt, das automatisch die relevanten Größen wie den Radius  $r$  (Gleichung 7) und die Ladung  $q$  (Gleichung 9) berechnet. Dabei ist zu beachten, dass auch die eingestellte Spannung  $U$ , Temperatur  $T$  und Luftdruck

$p$  in die Berechnung einfließen.

### **Hinweis zur Messstrategie**

Für die Auswertung ist entscheidend, dass möglichst einfach geladene Tröpfchen untersucht werden. Dies kann anhand der Konsistenz der Messwerte überprüft werden: Ein mehrfach geladenes Tröpfchen liefert im Vergleich deutlich abweichende Ergebnisse. Daher ist es wichtig, die Messwerte direkt während der Durchführung in das Auswertungsblatt einzutragen, um die Plausibilität sofort zu prüfen.

Die Messung basiert somit vollständig auf der Erfassung von  $v_f$  und  $v_s$ , welche die Grundlage für die Bestimmung der Elementarladung darstellen (vgl. [Gleichung 9](#)).

## III. Auswertung

### Fehlerrechnung

Für die statistische Auswertung von  $n$  Messwerten  $x_i$  werden folgende Größen definiert [Wag25b]:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{Arithmetisches Mittel} \quad (1)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad \text{Variation} \quad (2)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{Standardabweichung} \quad (3)$$

$$\Delta\bar{x} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2} \quad \text{Fehler des Mittelwerts} \quad (4)$$

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \Delta y\right)^2} \quad \text{Gauß'sches Fehlerfortpflanzungsgesetz für } f(x, y) \quad (5)$$

$$\Delta f = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \quad \text{Fehler für } f = x + y \quad (6)$$

$$\Delta f = |a| \Delta x \quad \text{Fehler für } f = ax \quad (7)$$

$$\frac{\Delta f}{|f|} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2} \quad \text{relativer Fehler für } f = xy \text{ oder } f = x/y \quad (8)$$

$$\sigma = \frac{|a_{lit} - a_{gem}|}{\sqrt{\Delta a_{lit}^2 + \Delta a_{gem}^2}} \quad \text{Berechnung der signifikanten Abweichung} \quad (9)$$

### 3.1. Aufgabe 1: Verifizierung von Excel

Wir wollen in der Auswertung damit beginnen, zu schauen, ob die Werte, die in dem vorgefertigtem Excel-Sheet bestimmt werden, stimmen. Dafür habe ich einmal ein eigenes Sheet erstellt, dass nochmal alle Werte erneut berechnet, hier habe ich jedoch die Formeln selbst per Hand eingetragen. Dies wurde dann für alle Tröpfchen gemacht. Excel und Python-Code für meine Auswertungen sind im GitHub [Fin25] hinterlegt. Recht schnell war zu erkennen, dass alle Werte stimmen. Jedoch wollen wir auch wissen, ob Excel wirklich richtig rechnet, daher haben wir uns ein Tröpfchen rausgesucht und werden seine eigenschaften per Hand berechen. Ich habe mich dabei für das 9. Tröpfchen entschieden. Hier sind seine Fall und Steigzeiten nochmal **tabellarisch (3.1)** aufgelistet.

Dabei entspricht  $t_s$  der gemessenen Steigzeit. Die Unsicherheit wurde auf  $\Delta t_s = 0,3$  geschätzt, was in etwas die Reaktionszeit eines Menschen ist. Die Ungenauigkeit der Stoppuhren ist angegeben gewesen mit  $0,001\text{s}$ . Diese kann jedoch entgen der Reaktionszeit und insbesondere der Messzeit vernachlässigt werden.  $t_f$  ist die gemessene Fallzeit. Sie hat denselben Fehler wie die Steigzeit. Die berechneten Geschwindigkeiten  $v_f$  und  $v_s$  sind dabei gleichnamig die Fall- und Steiggeschwindigkeit über  $10\text{Stk}$ . Dies entspricht einer Strecke von  $0,0005\text{m}$ . Die Unsicherheit der Geschwindig-

keit wurde über die **Gauß'sche Fehlerfortpflanzung (5)** bestimmt:

$$\Delta v = \sqrt{\left(\frac{\Delta s}{t}\right)^2 + \left(\frac{v}{t} \cdot \Delta t\right)^2}. \quad (10)$$

Hier haben wir für die Unsicherheit der Strecke  $\Delta s = 0,000013\text{m}$  eingesetzt. Dies ist die Ungenauigkeit der Skala [Wag25a].

Die Berechnung des Radius ist der **Gleichung 7** zu entnehmen. Wir wenden auf diese erneut die **Gauß'sche Fehlerfortpflanzung (5)** an, um ihre Ungenauigkeit zu bestimmen und kommen damit auf die Gleichung:

$$\frac{\Delta r}{r} = \sqrt{\left(\frac{\Delta v_f}{2v_f}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \eta_0}{2\eta_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \rho}{2\rho}\right)^2} \quad (11)$$

Die Erdbeschleunigung  $g$  wird dabei als »unendlich« genau angenommen und wird hier nicht berücksichtigt. Auch für  $\eta_0$  ist keine Ungenauigkeit bekannt, weshalb diese in der Berechnung auch als 0 angenommen wurde.

Die Ungenauigkeit des Korrekturthermes  $\Delta f_0$  war ziemlich kompliziert zu berechnen, aber wurde zu

$$\Delta f_0 = \frac{b}{(rp+b)^2} \sqrt{p^2 \Delta r^2 + r^2 \Delta p^2} \quad (12)$$

berechnet. Der Ungenauigkeit von  $q$  wird später noch besonderes Augenmerk zukommen, daher wird es in diesem Teil erstmal dabei gelassen. Wir sehen, die Werte stimmen alle samt mit den von Excel überein.

$t_s [\text{s}]$	$t_f [\text{s}]$	$v_s [\text{m/s} \cdot 10^{-5}]$	$v_f [\text{m/s} \cdot 10^{-5}]$	$r_0 [\text{m} \cdot 10^{-7}]$	$f_0 \cdot 10^{-1}$	$q [\text{C}]$
$13.9 \pm 0.3$	$12.5 \pm 0.3$	$4,01 \pm 0,14$	$3,5935 \pm 1,214$	$5,86 \pm 0,10$	$8,835 \pm 0,018$	1.514
$13.3 \pm 0.3$	$12.1 \pm 0.3$	$4,12 \pm 0,15$	$3,761 \pm 0,130$	$5,992 \pm 0,104$	$8,858 \pm 0,018$	1.611
$13.4 \pm 0.3$	$12.8 \pm 0.3$	$3,89 \pm 0,14$	$3,720 \pm 0,128$	$5,959 \pm 0,103$	$8,852 \pm 0,018$	1.547
$14.3 \pm 0.3$	$14.4 \pm 0.3$	$3,469 \pm 0,116$	$3,502 \pm 0,117$	$5,78 \pm 0,10$	$8,821 \pm 0,018$	1.367
$13.7 \pm 0.3$	$13.0 \pm 0.3$	$3,844 \pm 0,134$	$3,663 \pm 0,125$	$5,9133 \pm 0,1017$	$8,845 \pm 0,018$	1.512

Tabelle III.1.: Korrekturrechnung der Vorgegebenen Excel-Tabelle

### 3.2. Aufgabe 2: Histogramm

Wir haben alle gemessenen Werte [histographisch III.1](#) aufbereitet. Die Bin-Breite beträgt dabei  $0,2 \cdot 10^{-19} As$ . Das Gesamtintervall geht von  $0 As$  bis  $10 \cdot 10^{-19} As$ .

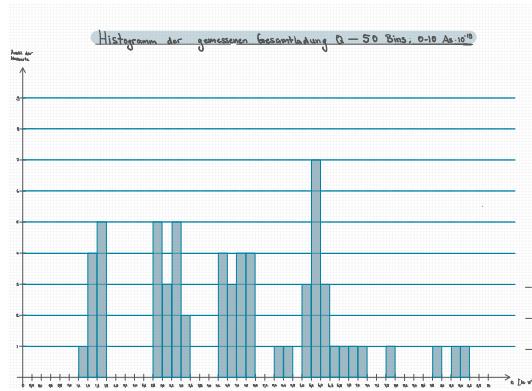


Abbildung III.1.: Histogramm der bestimmten Gesamtladung aller Messungen.

Das Histogramm ist später noch einmal [Ganzseitig \(III.3\)](#) angeführt. Auffällig ist, dass die Container nicht kontinuierlich sind und sich auch keine Gauskrufe klar zeigen lässt. Dies ist damit zu begründen, dass wir nicht nur einfach geladene Öl-Tröpfchen beobachtet haben. Im Gegenteil, wir haben sogar 6-fach negativ geladene Öl-Tröpfchen beobachtet. Zumaldest, wenn man den Rechnungen von Excel vertrauen schenkt. Hier ist also jedes »Cluster« zu verstehen als Sammlung der  $n$ -fach negativ geladenen Tröpfchen. Es lassen sich jedoch nicht klar 6 »Cluster« beobachten; wieso ist das so? Vermutlich liegt dies daran, dass das Ziel war, möglichst langsame Tröpfchen zu beobachten, denn langsam steigende Tröpfchen bedeuten physikalisch weniger stark geladene Tröpfchen. Daher sind besonder die »Cluster« für  $n = 1, 2, 3$  zu erkennen. Ab  $n = 4$  gibt es einen kruzen Peak und  $n = 5$  bzw.  $n = 6$  sind nicht mehr als »Cluster« zu erkennen.

### 3.3. Aufgabe 3: Obergrenze

In dem Excel-Sheet ist eine Obergrenze von  $q_{1,max} = 2,4C$  gesetzt (streng genommen  $2,4 \cdot 10^{-19}C$ , der Einfachheit, lassen wir den Potenzteil weg.). Dies bedeutet, dass jedes Teilchen mit einer Ladung von unter  $q = 2,4C$  noch als einfach geladen gilt. Aber wieso gerade  $2,4C$ ? Dafür lohnt es sich den Literaturwert einmal anzusehen:

$$q_{lit} = e^- = 1,602 \cdot 10^{-19}C.$$

Dieser Wert sitzt alles andere als Willkürlich gewählt, der Wert ist das arithmetische Mittel von  $e^-$  und  $2e^-$ . Dies ist in diesem Fall gleichbedeutend mit einer Abweichung von 50%. Daher lässt sich dieser Wert als grundsätzlich vernünftig einschätzen. Aber als Optimal würde ich diesen Wert nicht einstufen. Eine Ungenauigkeit von 50% ist ziemlich groß.

Viel Eher halte ich einen Wert von 1,7 oder 1,8 für sinnvoll. Damit wären nur noch Abweichungen von ca. 6% bzw. 20%. Zur Visualisierung ist [Graph III.2](#), welcher sehr schön die »Cluster« des Histogrammes wieder spiegelt, dieses Mal als Platons.

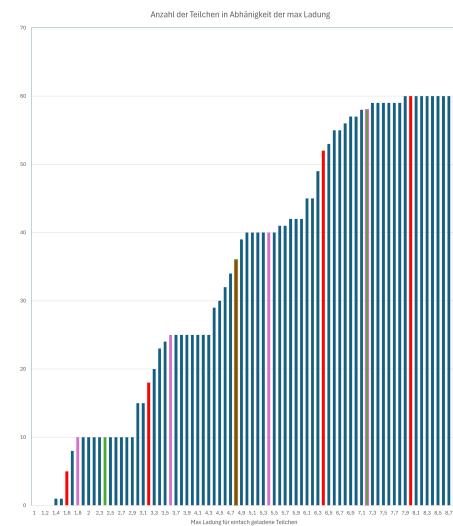


Abbildung III.2.: Messungen vs. maximal Ladung für Einfachladung.

Man sieht ganz schön, dass die roten Balken (ca. ein vielfaches der tatsächlichen Elementarladung) recht zu Beginn der Platos stehn. Die grünen sind vielfache von 2, 4. Man sieht hier, dass diese eher zum Ende der Platos sind, und insbesondere Platos überspringen. Daher scheinen die magenta farbenden die Sinnvollsten, denn diese liegen mittig auf den Platos. Diese sind die Balken, die ein vielfaches von 1, 8 darstellen. Auch dieser Plot ist groß (III.4) später im Dokument zu finden.

Wir wollen unsere Messung nun also in zwei »Teile« aufteilen. Einmal in die Teilchen, die (vermutlich) einfach geladen sind, und die zweifach geladen sind. Dies ist über unser Histogramm sehr gut möglich. Wir wählen die zwei Intervalle  $(1, 0; 2, 2)$  für einfach geladene Teilchen und  $(2, 6; 3, 8)$  für zweifach geladene Teilchen. Wir wollen insbesondere die durchschnittliche Ladung (1) der zwei »Cluster« ermitteln und deren Fehler (4). Dabei kommen wir auf folgende zwei Werte:

$$\overline{Q_1} = (1, 58 \pm 0, 04) \cdot 10^{-19} C \quad (13)$$

$$\overline{Q_2} = (3, 19 \pm 0, 06) \cdot 10^{-19} C. \quad (14)$$

Wir brauchen nun noch die Standardabweichungen (3). Dann nehmen wir deren Maximal- bzw. Minimalwert. Dann wissen wir, dass sich ein Teilchen zu 99,7% in der »richtigen« Umgebung befindet. Somit kommen wir auf:

$$\text{obere Grenze für } 1e^- = 1, 70 \cdot 10^{-19} C \quad (15)$$

$$\text{untere Grenze für } 2e^- = 2, 98 \cdot 10^{-19} C \quad (16)$$

Damit ist es (fast) komplett ausgeschlossen, dass ein Wert über  $1, 8 \cdot 10^{-19} C$  kommt, wenn dieses Teilchen Einfachgeladen war. Über  $2, 4 \cdot 10^{-19} C$  sowieso erst nicht. Beide Werte wären valide, aber ersterer ist natürlich weitaus näher am realen Wert.

Das wir tatsächlich exakt eine Elementarladung in den Tröpfchen haben, ist nicht garantierbar über diesen Versuch, aber wahrscheinlich ist dies dennoch. Denn wir haben aktiv

versucht die langsamsten Teilchen zu beobachten, und selbst dabei einige Teilchen mit 2-, 3- oder noch Mehr-Fachladung gemessen. Und kein einziges Teilchen. Ein wichtiges ABER ist jedoch, dass wir einen Messwert haben, der nicht in der  $3\sigma$ -Umgebung der einfachen Elementarladung liegt. Besagter Wert liegt bei  $1, 367 \cdot 10^{-19} C$ . Dieser Wert stellt damit eine absolute Ausnahme dar, aber schließt damit nicht pauschal aus, dass wir ggf. doch eine kleinere Minimalladung haben. Wahrscheinlich ist jedoch wie angemerkt, dass es sich um eine stochastische Besonderheit handelt, aber (offensichtlich) im Rahmen des Möglichen liegt.

### 3.4. Aufgabe 4: Systemischer Ladungsfehler

Als nächstes wollen wir uns die Berechnung der Ladung anschauen, welche über die Gleichung 9 berechnet haben. Insbesondere wollen wir ihre Ungenauigkeit nach der Gauß'sche Fehlerfortpflanzung (5) betrachten. Die Gleichung ist im Skript bereits vorgegeben [Wag25a]:

$$\frac{\Delta q}{q} = \sqrt{\left(\frac{3\Delta s}{2s}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \rho}{2\rho}\right)^2 + \left(\frac{3\Delta \eta}{2\eta}\right)^2 + \left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2} \quad (17)$$

Zunächst wollen wir verstehen, woher die Faktoren in den verschiedenen Quotienten kommen. Dafür lohnt es sich nochmal Gleichung 9 genau anzusehen. Denn für die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung müssen wir nach allen Fehlerquellen partiell ableiten. Kennt man die Ableitungsregeln, muss man sich nur noch die Proportionalität der einzelnen Variablen anschauen und sieht, dass die Strecke  $s$  nur indirekt in den Geschwindigkeiten steckt. Fasst man alles sinnvoll zusammen, so kommt man zur Proportionalität  $q \propto \sqrt{s^3}$ , dies wird zum Faktor  $\frac{3}{2}$ . Beim Druck ist es ähnlich, dieser geht via  $q \propto \sqrt{p}$  in die Gleichung ein, woraus sich der Faktor  $\frac{1}{2}$  bildet. Das  $\eta$  steht sowieso schon

in der dritten Potenz unter der Wurzel, also  $q \propto \sqrt{\eta}3$  was zu einem Faktor  $\frac{3}{2}$  führt. Negative Vorzeichen können ignoriert werden, da alles quadriert wird.  $d$  und  $U$  gehen dabei linear in die Gleichung ein und haben daher eine Koeffizienten.

Nun berechnen wir hier die Ungenauigkeit nach Gauß, so kommen wir insgesamt auf eine Ladung von:

$$e^- = (1,58 \pm 0,08) \cdot 10^{-19} C. \quad (18)$$

Für die Berechnung wurden folgende Werte benutzt:

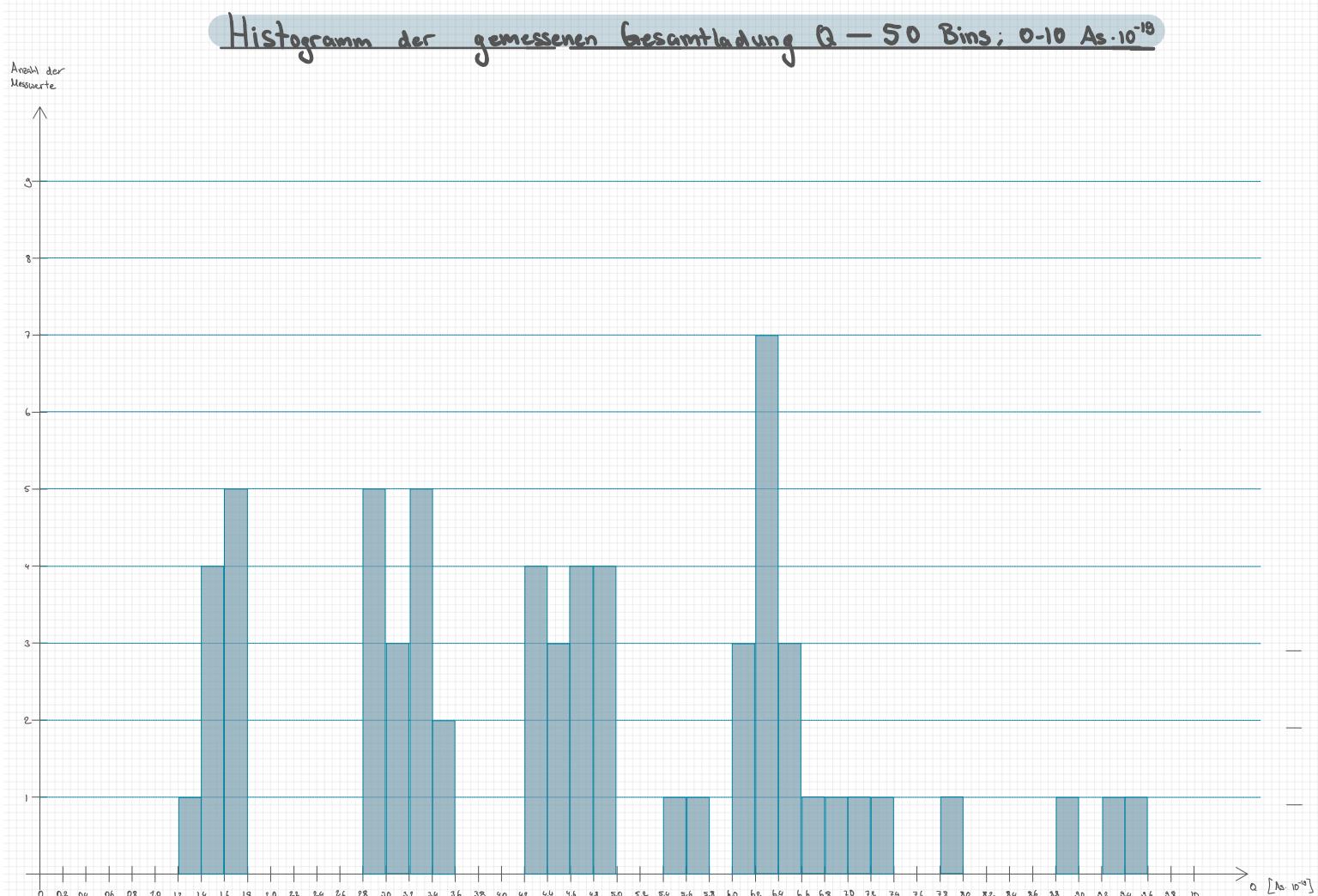


Abbildung III.3.: Histogramm der bestimmten Gesamtladung aller Messungen.

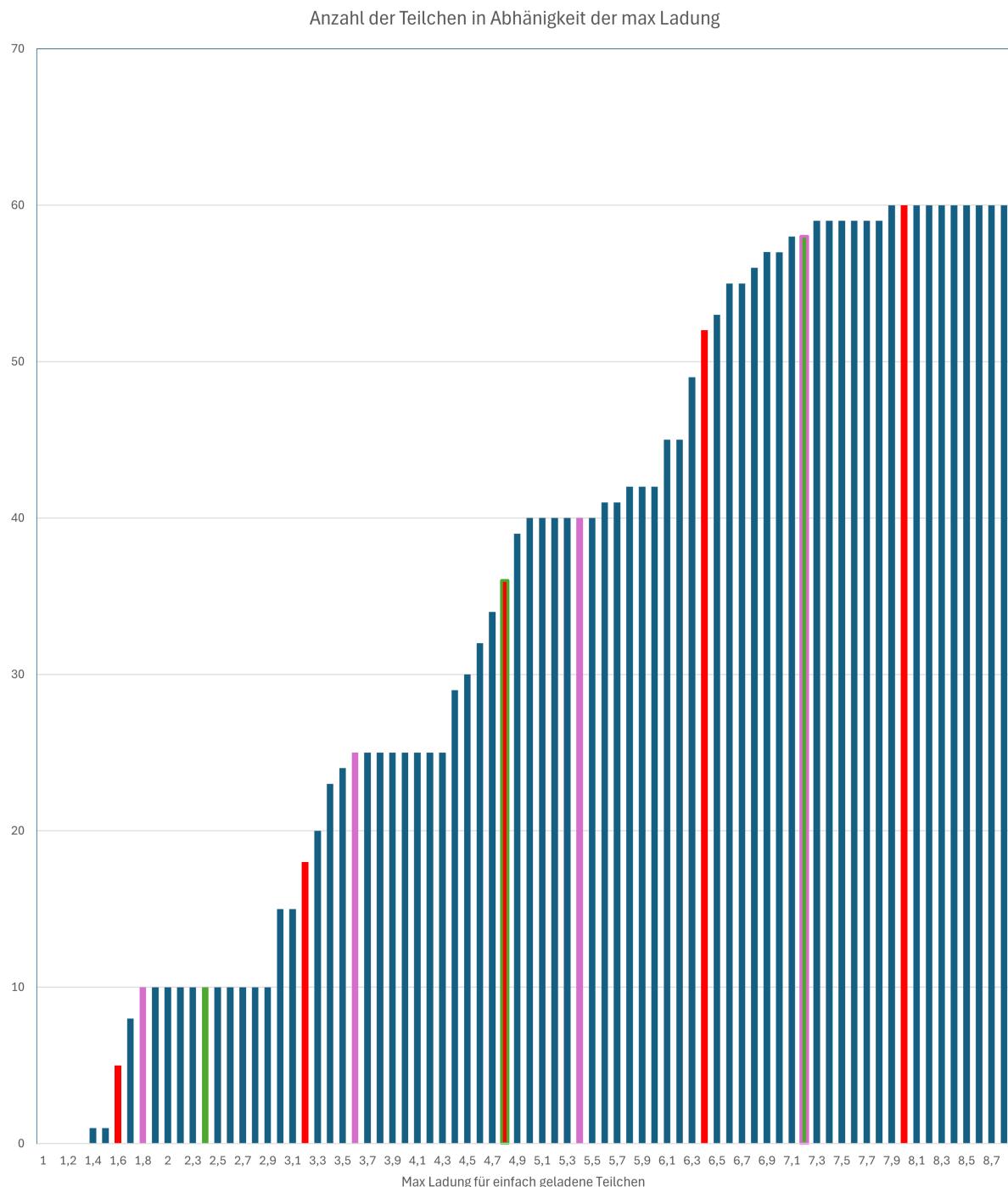


Abbildung III.4.: Messungen vs. maximal Ladung für Einfachladung. Rot sind Vielfache von 1,6, magenta von 1,8 und grün von 2,4.

## IV. Disskusion

**4.1. Zusammenfassung**

**4.2. Disskusion**

**4.3. Kritik**

## Abbildungsverzeichnis

III.1. Histogramm der bestimmten Gesamtladung aller Messungen. . . . .	12
III.2. Messungen vs. maximal Ladung für Einfachladung. . . . .	12
III.3. Histogramm der bestimmten Gesamtladung aller Messungen. . . . .	15
III.4. Messungen vs. maximal Ladung für Einfachladung. Rot sind vielfache von 1,6, magenta von 1,8 und grün von 2,4. . . . .	16

## Tabellenverzeichnis

I.1. Wichtige Konstanten für den Versuch . . . . .	4
I.1. Erste MEssdaten als Test . . . . .	8
I.2. 10 Tropfenanalisiert . . . . .	8
III.1. Korrekturrechnung der Vorgegebenen Excel-Tabelle . . . . .	11

## Literaturverzeichnis

- [Fin25] Finn Zeumer. Pap 1, 2025. Zugriff am 25. August 2025.
- [Wag25a] Dr. J. Wagner. *Physikalisches Praktikum PAP 1 für Studierende der Physik*, chapter 22. Universität Heidelberg, 2025.
- [Wag25b] Dr. J. Wagner. *Physikalisches Praktikum PAP 1 für Studierende der Physik*, pages 4–28. Universität Heidelberg, 2025.