



Protokoll zum Versuch

Spezifische Wärmekapazität fester Körper

(Versuch 42)

Autor: Finn Zeumer (hz334)
Versuchspatnerin: Annika Künstle
Versuchsbegleiter: Lewin Dißelmeyer
Datum der Ausführung: 03.09.2025
Abgabedatum: 10.09.2025

Inhaltsverzeichnis

I. Einleitung	3
1.1. Motivation	3
1.2. Physikalische Grundlagen	3
Measurement Data	5
II. Durchführung	8
2.1. Versuchsaufbau	8
2.2. Messverfahren	8
III. Auswertung	9
3.1. Berechnung des Wasserwertes	10
3.2. Berechnung spezifische Wärmekapazität im Kalorimeter	13
3.3. Berechnung spezifische Wärme (Kalt)	15
IV. Diskussion	16
4.1. Zusammenfassung	16
4.2. Diskussion	16
4.3. Kritik	16

I. Einleitung

1.1. Motivation

Ziel des Versuchs ist die Bestimmung der spezifischen Wärmekapazität verschiedener Festkörper (Graphit, Aluminium, Blei) in zwei Temperaturbereichen. Im ersten Versuchsteil wird die Wärmekapazität im Bereich von etwa 20 °C bis 100 °C mithilfe eines Wasserkalorimeters bestimmt. Im zweiten Versuchsteil wird die Wärmekapazität bei tiefen Temperaturen zwischen Raumtemperatur und −195.8 °C (Temperatur von flüssigem Stickstoff) ermittelt.

Die Untersuchung erlaubt es, sowohl den klassischen Bereich, in dem die Dulong-Petitsche Regel eine Näherung darstellt, als auch den niedertemperaturbereich zu erfassen, in dem quantenmechanische Effekte dominieren. Auf diese Weise wird die Temperaturabhängigkeit der Wärmekapazität sichtbar, und es lässt sich auch eine Abschätzung der Debye-Temperatur der Materialien vornehmen.

1.2. Physikalische Grundlagen

[Wag25a]

Definitionen

Führt man einem Körper eine Wärme Q zu, so erhöht sich seine Temperatur um

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \quad (1)$$

mit der Wärmekapazität C .

Die spezifische Wärmekapazität und die molare Wärmekapazität lauten:

$$c = \frac{Q}{m \Delta T}, \quad (2)$$

$$c_{\text{mol}} = \frac{M}{m} \frac{Q}{\Delta T}. \quad (3)$$

Mischungsmethode im Kalorimeter

Ein Festkörper der Temperatur T_1 wird in ein Kalorimeter mit Wasser der Temperatur T_2 getaucht. Die Mischungstemperatur sei T . Die abgegebene Wärme des Festkörpers:

$$Q = m_x c_x (T_1 - T) \quad (4)$$

entspricht der vom Wasser und Kalorimeter aufgenommenen Wärme:

$$Q = (m_w c_w + W)(T - T_2). \quad (5)$$

Durch Umstellen ergibt sich die gesuchte Größe:

$$c_x = \frac{(m_w c_w + W)(T - T_2)}{m_x (T_1 - T)}. \quad (6)$$

Zur Bestimmung des Wasserwerts W :

$$W = m_w c_w \frac{T_1 - T}{T - T_2}, \quad T_1 > T_2. \quad (7)$$

Bestimmung mit flüssigem Stickstoff

Taucht man einen Festkörper der Temperatur T_1 in flüssigen Stickstoff mit $T_2 \approx -195.8^\circ\text{C}$, so gilt:

$$Q = m_x c_x (T_1 - T_2). \quad (8)$$

Die Wärme wird zum Verdampfen des Stickstoffs genutzt:

$$Q = Q_V m_V, \quad (9)$$

mit der Verdampfungswärme $Q_V = 199 \text{ J g}^{-1}$. Kombination von Gleichungen 8 und 9 liefert:

$$c_x = \frac{Q_V m_V}{m_x (T_1 - T_2)}. \quad (10)$$

Theoretische Modelle

Nach dem Äquipartitionsprinzip besitzt jeder Freiheitsgrad die Energie

$$\langle E \rangle = k_B T. \quad (11)$$

Für ein Mol Atome folgt:

$$U_{\text{mol}} = 3N_A k_B T = 3RT. \quad (12)$$

Daraus ergibt sich die Dulong-Petitsche Regel:

$$c_V \approx 3R. \quad (13)$$

Diese Näherung gilt nur eingeschränkt. Genauere Ergebnisse liefert das Debye-Modell, welches die quantisierten Gitterschwingungen berücksichtigt und die Debye-Temperatur Θ_D als charakteristische Größe einführt.

03.03.2025

Finn Ziemer
Amelia Künste

42 - Wärmekapazität

Tabelle 1

Probekörper	Masse des großen Körpers Lg	Masse des kleinen Körpers Lg
Aluminium (Al)	148,3	54,3
Blei (Pb)	618,3	158,3
Graphit (C)	122,2	44,7

Messungen der Massenkörper via Waage

Messgeräte:

Waage: Denver instrument PH-2401

↳ Ungenauigkeit: 0,1g

Thermometer: Voltcraft V101 Digital Thermometer

↳ Ungenauigkeit: 0,3% der Anzeige + 1°C

Zimmertemperatur: 25,0°C

↳ Ungenauigkeit: $\pm 1^\circ\text{C}$ (geschätzt)

Bestimmung des Wasserwertes

Netto-Masse Kalorimeter (ohne Deckel): 253,8g 253,8g

2. Messreihe, da Fehler in der 1.

Masse Kalorimeter mit Wasser (ohne Deckel): 608,0g 608,0g

⇒ Wassermasse: 354,2g Fehler?

Tabelle 2

Zeitpunkt Ls	Wassertemperatur $^\circ\text{C}$
0	50,5 50,0
30	50,3 49,0
60	50,3 48,9
90	50,2 48,8
120	50,2 48,7
150	50,1 48,7
180	50,0 48,5
210	50,0 48,4
240	50,0 48,3
270	49,9 48,3
300	49,9 48,2

Messreihe der Wassertemperatur im isolierten

Zimmertemperatur: 25,1°C 14:16 Uhr = T_2

Wassertemperatur: _____ = T_1

Spezifische Wärme (heiß)

Fehler
Bedenken (0,5 hPa)

Tabelle 3) Aluminium-Körper

Luftdruck $p = 1001,2$

um 14.30

Uhr

Zeit [s]	Wassertemperatur im Kalorimeter [°C]	(Start-Temp: 25,8°C)
60	25,8	
120	25,8	
180	25,8	
240	25,8	
300	26,0	
0	26,5	
60	30,3	
120	30,7	
180	30,7	
240	30,7	
300	30,5	

Netto-Masse Kalorimeter (ohne Deckel): 253,8 g

Masse Kalorimeter mit Wasser (ohne Deckel): 627,0 g

=> Wassermasse: 373,2 g **Fehler?**

Aluminium-Körper wird hinzugefügt

Raumtemperatur (T_2): 25,5°C

Tabelle 4) Blei-Körper

Zeit [s]	Wassertemperatur im Kalorimeter [°C]	(Start-Temp: 30,8°C)
0	31,2	
60	33,3	
120	33,4	
180	33,3	
240	33,2	
300	33,3	

Masse Kalorimeter mit Wasser (ohne Deckel): 626,8 g

=> Wassermasse: 373,0 g

15:03 Uhr

Raumtemperatur (T_2): 26,0°C

Tabelle 5) Graphit-Körper

Zeit [s]	Wassertemperatur im Kalorimeter [$^{\circ}\text{C}$]	(Start-Temp: $33,4^{\circ}\text{C}$)
0	33,5	
60	35,9	
120	36,4	
180	36,5	
240	36,6	
300	36,6	

Masse Kalorimeter mit Wasser (ohne Deckel): 626,0 g

=> Wassermasse: 372,2 g

15:14 Uhr

Raumtemperatur (T_2): 26,1 $^{\circ}\text{C}$

Spezifische Wärme (Kalt)

Tabelle 6) Abgekühlte Körper

Material	Stickstoffmasse zuvor [g]	Stickstoffmasse danach [g]
Aluminium	657,1 644,5	545,1 615,6
Blei	640,0 615,6	543,7 536,6
Granit	642,3 586,6	579,1 571,3

2. Messreihe

mit richtigen Massen (den Kleinen),
da 1. mit Größen

Leptgewicht des Dewar-Gefäßes: 428,5 [g]

03.09.25

II. Durchführung

2.1. Versuchsaufbau

Für den Versuch wurden folgende Geräte und Materialien verwendet:

- Wasserkalorimeter mit Magnetrührer
- Elektrischer Kocher bzw. Heizplatte mit Glasbecher
- Dewargefäß für flüssigen Stickstoff
- Elektronisches Thermometer
- Elektronische Waage
- Stoppuhr
- Stativ mit Drahhaken
- Schutzbrille und Schutzhandschuhe
- Große Testkörper aus Graphit, Aluminium, Blei
- Kleine Testkörper derselben Materialien für die Stickstoffmessungen

Flüssiger Stickstoff

Für tiefe Temperaturen wird ein kleiner Testkörper mit Temperatur T_1 in ein Dewargefäß mit flüssigem Stickstoff ($T_2 \approx -195.8^\circ\text{C}$) eingebracht. Die Masse des verdampften Stickstoffs m_V wird durch Wiegen des Dewargefäßes vor und nach dem Versuch bestimmt.

Mit der Verdampfungswärme Q_V folgt aus [Gleichung 10](#) die spezifische Wärmekapazität des Festkörpers.

Die Messung wird für Graphit, Aluminium und Blei durchgeführt. Parallel werden Raumtemperatur und Atmosphärendruck protokolliert.

2.2. Messverfahren

Wasserkalorimeter

Die Bestimmung der Wärmekapazität im Bereich von 20°C bis 100°C erfolgt mit der Mischungsmethode. Ein Probekörper wird in kochendem Wasser auf Temperatur T_1 gebracht und anschließend in das Kalorimeter mit Wasser der Temperatur T_2 überführt. Nach Einstellung der Gleichgewichtstemperatur T lässt sich c_x mit [Gleichung 6](#) berechnen.

Zur Bestimmung des Wasserwerts W wird ein separates Experiment durchgeführt, siehe [Gleichung 7](#).

III. Auswertung

Fehlerrechnung

Für die statistische Auswertung von n Messwerten x_i werden folgende Größen definiert [Wag25b]:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{Arithmetisches Mittel} \quad (1)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad \text{Variation} \quad (2)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{Standardabweichung} \quad (3)$$

$$\Delta \bar{x} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2} \quad \text{Fehler des Mittelwerts} \quad (4)$$

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \Delta y\right)^2} \quad \text{Gauß'sches Fehlerfortpflanzungsgesetz für } f(x, y) \quad (5)$$

$$\Delta f = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \quad \text{Fehler für } f = x + y \quad (6)$$

$$\Delta f = |a| \Delta x \quad \text{Fehler für } f = ax \quad (7)$$

$$\frac{\Delta f}{|f|} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2} \quad \text{relativer Fehler für } f = xy \text{ oder } f = x/y \quad (8)$$

$$\sigma = \frac{|a_{lit} - a_{gem}|}{\sqrt{\Delta a_{lit}^2 + \Delta a_{gem}^2}} \quad \text{Berechnung der signifikanten Abweichung} \quad (9)$$

3.1. Berechnung des Wasserwertes

Wir beginnen mit der [Hierfür](#) benötigen wir zwei Referenztemperaturen. Wir nutzen einmal die Zimmertemperatur $T_2 = 25,1^\circ\text{C}$. Wir sind dabei von einer Unenauigkeit des Thermometers von 1°C ausgegangen. Wichtig für die Rechnung werden wie Werte aus Tabelle 2 des Protokolls. Hier sind zwei Messreihen aufgeführt. Dabei wurde die zweite Messreihe durchgeführt, da wir bei der ersten die Durchführung nicht genau genug beachtet hatten. Die grauen Werte sind dabei immer die der ersten Messreihe. In der Gleichung des Wasserwertes kommt die spezifische Wärmekapazität des Wassers drinnen vor, dafür nutzen wir den Literaturwert von $c_w = (4,186 \pm 0,004) \frac{\text{J}}{\text{g}\cdot\text{K}}$. Zur Bestimmung der Masse des Wassers m_w wurde das Kalorimeter ohne Deckel einmal leer m_l und mit Wasser gefüllt m_v gewogen. Zieht man die Differenz beider, so kommt man auf eine Masse von:

$$m_w = 354,2\text{g}. \quad (10)$$

Diesen Wert können wir aber nicht einfach so übernehmen, wir müssen noch seine Ungenauigkeit bestimmen. Die Messungenauigkeit der Waage liegt dabei bei $\Delta m = 0,1\text{g}$. Dieser Fehler gilt für beide Massen. Über die [Gauß'sche Fehlerfortpflanzung](#) kommt man somit eine Ungenauigkeit

$$\Delta m_w = \sqrt{\Delta m_l^2 + \Delta m_v^2} = 0,141\text{g}. \quad (11)$$

Fügen wir das zusammen, haben wir eine Wassermasse von

$$m_w = (354,2 \pm 0,14)\text{g}. \quad (12)$$

Wir haben bei der zweiten Messreihe extra darauf geachtet, die möglichst exakt gleich Masse zu erreichen. Für den Wasserwert brauchen wir aber noch einen zweiten Referenzwert, T_1 . Das Thermometer weist einen Fehler von $\pm(0,3\% + 1^\circ\text{C})$ auf. Systematische Fehler, die

absolute Temperaturmessungen verzerren, sind hierin vermutlich bereits berücksichtigt. Da in diesem Versuch nur Temperaturdifferenzen relevant sind, auf die systematische Abweichungen kaum Einfluss haben, wird hier ausschließlich der relative Fehler von 0,3% des Messwerts angesetzt. Der Wert T_1 ist dem Protokoll, Tabelle 2 zu entnehmen:

$$T_1 = (50,0 \pm 0,15)^\circ\text{C} \quad (13)$$

$$T_1 = (50,5 \pm 0,15)^\circ\text{C}.$$

Der [Abbildung 3.1](#) sind die Werte

$$\overline{T_A} = 49,09^\circ\text{C} \text{ und} \quad (14)$$

$$\overline{T_F} = 49,18^\circ\text{C} \quad (15)$$

zu entnehmen. Dabei berechnet sich die Ungenauigkeit zu

$$\Delta \bar{T} = |\overline{T_A} - \overline{T_F}| = 0,09[^\circ\text{C}]. \quad (16)$$

Zusammengefügt wird dies zu:

$$\bar{T} = (49,09 \pm 0,09)^\circ\text{C}. \quad (17)$$

Mit diesen Werten können wir schonmal den Wasserwert berechnen:

$$W = 354,2 \cdot 4,186 \frac{0,91}{23,99} = 56,24176 \frac{\text{J}}{\text{K}} \quad (18)$$

Müssen wir noch die Ungenauigkeit bestimmen. Wir nutzen wieder die [Gauß'sche Fehlerfortpflanzung](#):

$$\Delta W = \sqrt{\begin{aligned} &\left(c_w \frac{T_1 - \bar{T}}{\bar{T} - T_2} \Delta m_w\right)^2 \\ &+ \left(m_w \frac{T_1 - \bar{T}}{\bar{T} - T_2} \Delta c_w\right)^2 \\ &+ \left(m_w c_w \frac{1}{\bar{T} - T_2} \Delta T_1\right)^2 \\ &+ \left(-m_w c_w \frac{T_1 - \bar{T}}{(\bar{T} - T_2)^2} \Delta T_2\right)^2 \\ &+ \left(m_w c_w \frac{T_2 - T_1}{(\bar{T} - T_2)^2} \Delta \bar{T}\right)^2 \end{aligned}} \quad (19)$$

Setzen wir alles in diese Formel ein, so kommen wir auf

$$\Delta W = 11,1714 \frac{J}{K}. \quad (20)$$

Noch zu einem Ergebnis zusammenfügen:

$$\boxed{W = (56,24 \pm 11,17) \frac{J}{K}} \quad (21)$$

$$\boxed{W = (9 \pm 54) \frac{J}{K}}$$

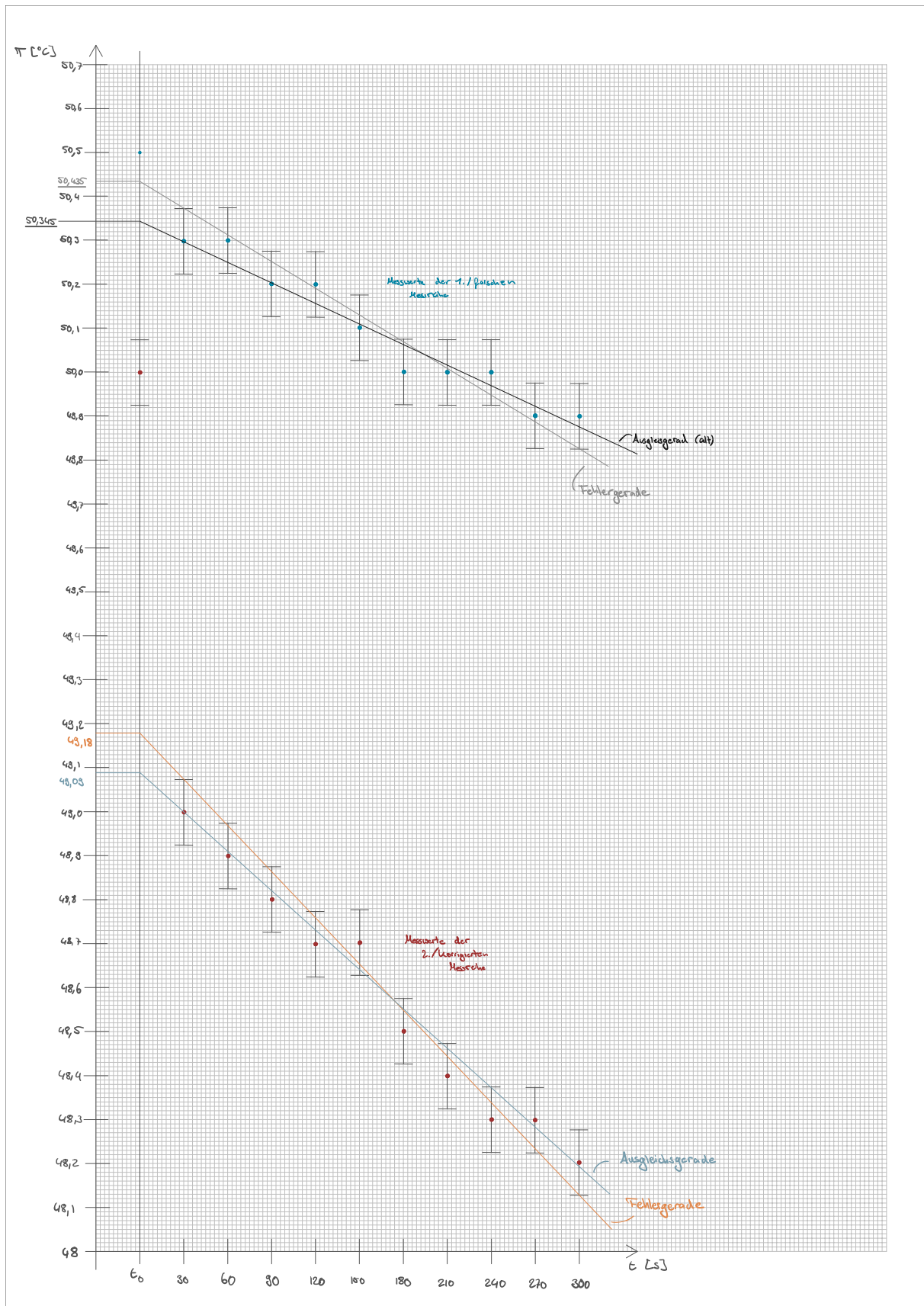


Abbildung III.1.: Resonance curve for weak dumping (340mA). The red line is the maximum ω' and orange is the half-width H .

Es ist sehr eindeutig, dass die Ertse Messreihe misslungen ist, und keinen Sinn ergibt.

3.2. Berechnung spezifische Wärmekapazität im Kalorimeter

Wir bestimmen nun die spezifische Wärme der drei Probematerialien (Aluminium (Al), Blei (Pb) und Graphit (C-Verbindung)). Doch zunächst müssen wir bestimmen, wie warm das kochende Wasser tatsächlich war; denn die 100°C gelten bei einem Normaldruck $p_0 = 1013\text{hPa}$. Daher rechnen wir unsere tatsächliche Temperatur aus:

$$T_1(p) = 100^\circ\text{C} + 0,0276 \frac{^\circ\text{C}}{\text{hPa}} \cdot (p - p_0). \quad (22)$$

Wir haben dabei einen Luftdruck von $P = 1001,2\text{hPa}$ abgelesen, und gehen von einer Ungenauigkeit von $\Delta p = 0,5\text{hPa}$. Setzen wir diese Werte in die [Gleichung](#) ein, so kommen wir auf:

$$T_1 = 99,674^\circ\text{C}. \quad (23)$$

Die Ungenauigkeit berechnet sich über:

$$\Delta T_1 = 0,0276^\circ\text{C hPa} \cdot \Delta p = 0,0138, \quad (24)$$

somit kommen wir auf ein Ergebnis von

$$\underline{T_1 = (99,674 \pm 0,014)^\circ\text{C}}. \quad (25)$$

Wir berechnen nun die [spezifische Wärme](#). Dafür müssen wir jedoch auch die Ungenauigkeit über die [Gauß'sche Fehlerfortpflanzung](#) bestimmen:

$$\Delta c_x = \sqrt{\begin{aligned} &\left(\frac{c_W(\bar{T} - T_2)}{T_1 - \bar{T}} \frac{1}{m_x} \Delta m_W\right)^2 \\ &+ \left(\frac{m_W(\bar{T} - T_2)}{T_1 - \bar{T}} \frac{1}{m_x} \Delta c_W\right)^2 \\ &+ \left(\frac{\bar{T} - T_2}{(T_1 - \bar{T})m_x} \Delta W\right)^2 \\ &+ \left(\frac{c_x \Delta m_x}{m_x}\right)^2 \\ &+ \left(-\frac{(T_1 - T_2)(c_W m_W + W)}{m_x(T_1 - \bar{T})^2} \Delta \bar{T}\right)^2 \\ &+ \left(\frac{(c_W m_W + W)}{m_x(\bar{T} - T_2)} \Delta T_1\right)^2 \\ &+ \left(\frac{c_x \Delta T_2}{\bar{T} - T_2}\right)^2 \end{aligned}} \quad (26)$$

Wir nutzen für ΔT_1 die Angaben des Thermometerherstellers: $\Delta T_1 = \pm(0,3\% + 1^\circ\text{C})$. Wir stellen die Ergebnisse [Tabellarisch](#) dar:

Größe	Graphit	Blei	Aluminium
$T_2[^\circ C]$	$33,5 \pm 1$	$30,8 \pm 1$	$25,5 \pm 1$
$\bar{T}[^\circ C]$	$36,6 \pm 0,09$	$33,3 \pm 0,09$	$30,5 \pm 0,1$
$m_w[g]$	$372,2 \pm 1$	373 ± 1	$373,2 \pm 1$
$m_x[g]$	$122,2 \pm 1$	$618,3 \pm 1$	$148,9 \pm 1$
$M[g/mol]$	12,01	207,2	26,98
$c_x[J/g \cdot K]$	$0,64926 \pm 0,21878$	$0,09854 \pm 0,04222$	$0,64926 \pm 0,16175$
$c_{mol}[J/mol \cdot K]$	8 ± 3	20 ± 9	19 ± 4

Tabelle III.1.: Messwerte und Unsicherheiten für Graphit, Blei und Aluminium

3.3. Berechnung spezifische Wärme (Kalt)

IV. Diskussion

4.1. Zusammenfassung

4.2. Diskussion

4.3. Kritik

Abbildungsverzeichnis

III.1. Resonance curve for weak dumping (340mA). The red line is the maximum ω' and orange is the half-width H	12
---	----

Tabellenverzeichnis

I.1.	Undamped period	8
I.2.	Damped period with eddy current brake	8
I.3.	Amplitude over periods of the damped pole	8
I.4.	Damped pole (340 mA) connected to step generator at different frequencies . . .	8
I.5.	Damped pole (440 mA) connected to step generator at different frequencies . . .	8
III.1.	Messwerte und Unsicherheiten für Graphit, Blei und Aluminium	14

[[Dem17](#)]

Literaturverzeichnis

- [Dem17] Jochen Demtröder. *Experimentalphysik 2: Elektrizität und Optik*. Springer Spektrum, Berlin, Heidelberg, 7 edition, 2017.
- [Wag25a] Dr. J. Wagner. *Physikalisches Praktikum PAP 1 für Studierende der Physik*, chapter 42. Universität Heidelberg, 2025.
- [Wag25b] Dr. J. Wagner. *Physikalisches Praktikum PAP 1 für Studierende der Physik*, pages 4–28. Universität Heidelberg, 2025.