



Protokoll zum Versuch

Fourieroptik

(Versuch 233)

Autor: Finn Zeumer (hz334)

Versuchspartnerin: Annika Künstle

Versuchsbegleiter: Lasse Hertle

Datum der Ausführung: 13.02.26, 17.02.26

Abgabedatum: 18. Februar 2026

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	3
1.1 Aufgabe und Motivation	3
1.2 Physikalische Grundlagen	3
1.3 Versuchsaufbau	3
1.4 Messmethodik und Datenanalyse	4
1.5 Beugungsbild des Spalts als Fourier-Transformation der Spaltfunktion	4
1.6 Zusammenfassung des theoretischen Hintergrundes	4
2. Messprotokoll	6
3. Durchführung	10
3.1 Messverfahren	10
3.1.1 Vorbereitung des Aufbaus	10
3.1.2 Aufnahme von Bildern	10
3.1.3 Auswertung der Aufnahmen	10
3.1.4 Dokumentation	10
4. Auswertung	12
4.1 Aufgabe 1:	13
4.2 Aufgabe 2:	13
4.3 Aufgabe 3:	13
4.4 Aufgabe 4:	13
4.5 Aufgabe 5:	13
5. Diskussion	14
5.1 Zusammenfassung	14
5.2 Analyse der Messwerte	14
5.3 Kritik	14
6. Python-Code	15
7. Anhang	16

1. Einleitung

1.1 Aufgabe und Motivation

[Wag26] Im Rahmen des Praktikums *Fourier-Optik* sollen die Beugungsphänomene eines einfachen und eines doppelten Spalts experimentell untersucht werden. Ziel ist es, die gemessenen Beugungsbilder mit den theoretischen Vorhersagen der Fraunhofer-Beugung zu vergleichen und dabei explizit die Zusammenhänge zwischen dem Spaltbild und seiner Fourier-Transformation herauszuarbeiten. Durch die Variation der Spaltbreite und das gezielte Ausblenden einzelner Beugungsordnungen wird zudem demonstriert, wie Modenfilter die räumliche Frequenzverteilung beeinflussen können. Die gewonnenen Erkenntnisse bilden eine wichtige Grundlage für Anwendungen wie optische Bildverarbeitung, Spektroskopie und die Entwicklung von hochauflösenden Mikroskopen.

1.2 Physikalische Grundlagen

Die theoretische Beschreibung beruht auf der Fraunhofer-Beugung, bei der die einfallenden Lichtstrahlen als ebenwellig angenommen werden. Für einen einfachen Spalt ergibt sich das komplexe Feld im Fernfeld zu

$$E(\alpha) = E_0 e^{i\omega t} \int_{-d/2}^{d/2} e^{-ik y \sin \alpha} dy \quad (1)$$

wobei d die Spaltbreite, $k = 2\pi/\lambda$ die Wellenzahl und α der Beobachtungswinkel ist. Die Auswertung des Integrals liefert

$$E(\alpha) = E_0 e^{i\omega t} d \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi d \sin \alpha}{\lambda}\right). \quad (2)$$

Die Intensität ist das Quadrat des Betrags des Feldes:

$$I(\alpha) = I_0 \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi d \sin \alpha}{\lambda}\right). \quad (3)$$

Für den Doppelspalt mit Spaltbreite d und Spaltabstand g ergibt sich das Feld als Superposition zweier einzelner Spalte:

$$E_{\text{Doppel}}(\alpha) = 2E_0 e^{i\omega t} \cos\left(\frac{\pi g \sin \alpha}{\lambda}\right) d \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi d \sin \alpha}{\lambda}\right). \quad (4)$$

Damit lautet die Intensitätsverteilung

$$I_{\text{Doppel}}(\alpha) = I_0 \cos^2\left(\frac{\pi g \sin \alpha}{\lambda}\right) \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi d \sin \alpha}{\lambda}\right). \quad (5)$$

Die Gleichungen 2 bzw. 5 zeigen deutlich, dass das Beugungsbild die Fourier-Transformation der jeweiligen Spaltfunktion ist. Durch das Einführen einer Modenblende in der Fourier-Ebene können einzelne Nullstellen der 2 bzw. 5 ausgespart und damit gezielt bestimmte Ordnungen unterdrückt werden.

1.3 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau ist im MEssprotokoll, sowie in Abbildung I skizziert. Er besteht aus den folgenden Komponenten:

- **Laser:** Single-Mode-Diodenlaser, Wellenlänge $\lambda \approx 635 \text{ nm}$, mit einstellbarer Stromversorgung.
- **Variable Spalte:** ein verstellbarer Einfachspalt bzw. ein Doppelspalthalter, die als Objekt dienen.
- **Linse L_1** (Brennweite $f_1 = 80 \text{ mm}$): erzeugt die Fourier-Ebene im Abstand f_1 hinter dem Spalt.
- **Analysierspalt / Modenblende** in der Fourier-Ebene, über den einzelne Beugungsordnungen selektiv blockiert werden können.
- **Linse L_2** (Brennweite f_2 , im Praktikum $f_2 = 100 \text{ mm}$): bildet das Beugungsbild auf den Detektor.
- **Kamera (ThorCam):** Sensorgröße $4,968 \text{ mm} \times 3,726 \text{ mm}$, Auflösung $1440 \times 1080 \text{ Pixel}$, Pixelgröße $3,45 \mu\text{m}$.
- **Strahlteiler und Umlenkspiegel** zur Führung des Strahls zum Detektor.
- **Graufilter** zur Intensitätskontrolle.



Abbildung I: Schematischer Versuchsaufbau für die Fourier-Optik-Messungen.

1.4 Messmethodik und Datenanalyse

Zur Quantifizierung der Beugungsbilder werden zunächst die Pixel-Positionen der Minima und Maxima im Kamerabild ermittelt. Anschließend wird eine lineare Eichung zwischen Pixel- und Millimeteereinheiten durchgeführt ($m = 0.0041 \text{ mm/px}$). Mit dieser Skalierung lässt sich der Abstand d zwischen den Beugungsordnungen in physikalische Längen umrechnen, woraus über die bekannten Formeln (3) und (5) die Spaltbreite b bzw. der Spaltabstand g bestimmt werden.

1.5 Beugungsbild des Spalts als Fourier-Transformation der Spaltfunktion

Einzelspalt

Der Einzelspalt lässt sich durch eine rechteckige Spaltfunktion $f(y)$ beschreiben, die von der transversalen Koordinate y abhängt (vgl. Abb. II).

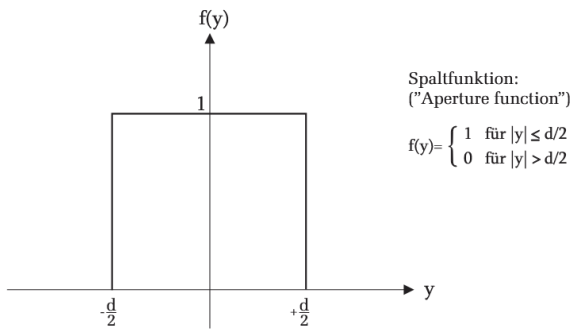


Abbildung II: Spaltfunktion des Einfachspalts

Die Fourier-Transformierte $F(k_y)$ lautet dann

$$F(k_y) = A \operatorname{sinc}\left(\frac{k_y d}{2}\right), \quad (6)$$

wobei die Nullstellen bei

$$k_{y,n} = \frac{2\pi n}{d} \quad (7)$$

liegen.

Um die ursprüngliche Spaltfunktion zurückzugewinnen, muss das Inverse-Fourier-Integral ausgewertet werden. Da dieses Integral analytisch nicht lösbar ist, wird es numerisch über die symmetrische Beziehung $F(k_y) = F(-k_y)$ berechnet:

$$f(y) = \frac{d}{\pi} \int_0^\infty \operatorname{sinc}\left(\frac{k_y d}{2}\right) \cos(k_y y) dk_y. \quad (8)$$

Durch Beschränkung des Integrationsbereichs bis zur n -ten Nullstelle $k_{y,n}$ erhalten wir ein modifiziertes Bild, das nur einen Teil des Spektrums berücksichtigt:

$$f_{\text{mod}}(y) = \frac{d}{\pi} \int_0^{k_{y,n}} \operatorname{sinc}\left(\frac{k_y d}{2}\right) \cos(k_y y) dk_y. \quad (9)$$

Das Ergebnis wird anschließend quadriert, um die Intensitätsverteilung zu erhalten.

Doppelspalt

Für den Doppelspalt wird die Spaltfunktion als Überlagerung zweier um den Abstand g verschobener Einzelspalte modelliert (vgl. Abb. III).

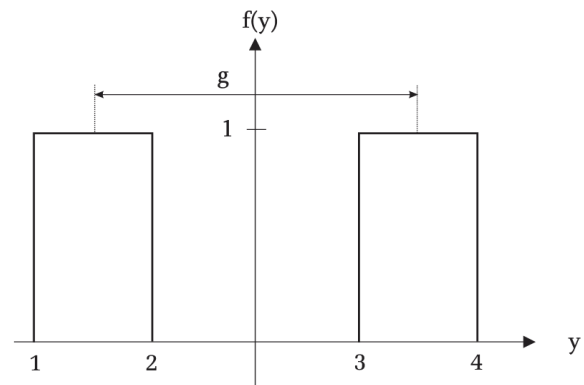


Abbildung III: Spaltfunktion des Doppelspalts

Die Fourier-Transformierte ergibt sich zu

$$F(k_y) = 2d \cos\left(\frac{k_y g}{2}\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{k_y d}{2}\right). \quad (10)$$

Nach Quadrieren und geeigneter Substitution $k_y = 2\pi \sin \alpha / \lambda$ erhält man die bekannte Intensitätsverteilung des Doppelspalts:

$$I(\alpha) = 4d^2 \cos^2(\pi g \sin \alpha / \lambda) \operatorname{sinc}^2(\pi d \sin \alpha / \lambda). \quad (11)$$

Analog zum Einzelspalt wird das modifizierte Bild durch Beschränkung des Integrals bis zur n -ten Nullstelle bestimmt:

$$f_{\text{mod}}(y) = \frac{2d}{\pi} \int_0^{k_{y,n}} \cos\left(\frac{k_y g}{2}\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{k_y d}{2}\right) \cos(k_y y) dk_y. \quad (12)$$

Beugungsbilder

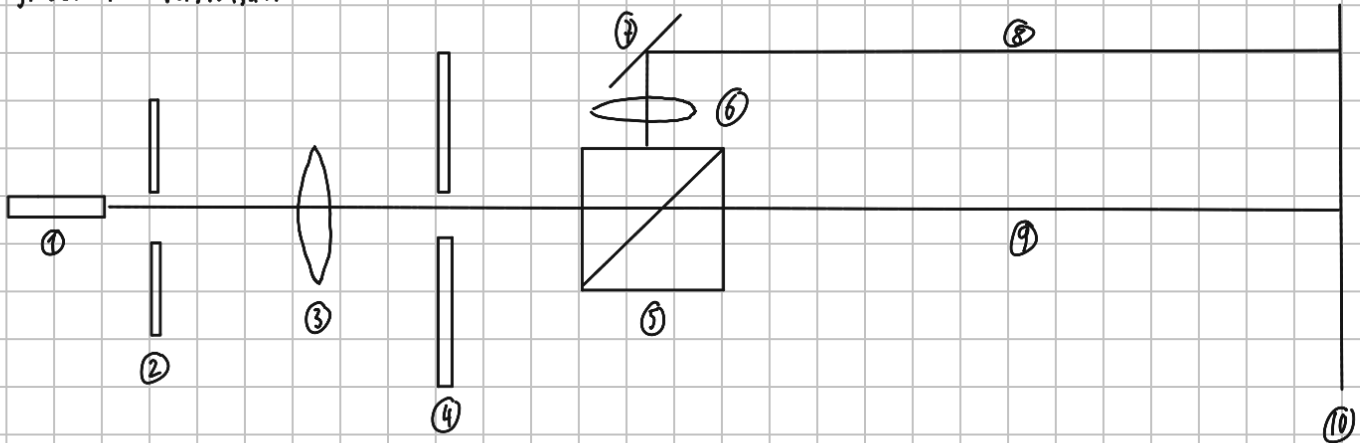
1.6 Zusammenfassung des theoretischen Hintergrundes

Die zentrale Aussage des Versuchs lautet, dass das im Fernfeld beobachtete Beugungsbild exakt die Fourier-Transformation der räumlichen Spaltfunktion ist. Für

einen rechteckigen Einzelspalt führt dies zu einer sinc-Funktion, während beim Doppelspalt zusätzlich eine \cos^2 -Modulation entsteht, die das Interferenzmuster zwischen den beiden Spalten beschreibt. Durch das gezielte Blockieren einzelner Fourier-Komponenten (Modenblende) lässt sich das Bild manipulieren und so die Wirkung einzelner Frequenzanteile auf die Gesamtdarstellung veranschaulichen - ein wichtiges Prinzip für moderne Techniken der optischen Bildverarbeitung und spektralen Analyse.

V233 : Fourieroptik (Doppelversuch)

Skizze 1: Versuchsaufbau



1 - Diodenlaser

2 - Objekt

3 - Linse 1

4 - Spaltblende /
Modenblende

5 - Strahlteiler

6 - Linse 2

7 - Spiegel

8 - Beugungsbild

9 - Objektbild

10 - Schirm

Messprotokoll

Fehlergrößen:

Messscheine: $\pm 0,5 \text{ mm}$ ($\frac{1}{2}$ der Skaleneinheit)

Einzelspalt: „Mikrometerschraube Spaltbreite“ $\pm 0,5 \mu\text{m}$

Offset: $30 \mu\text{m}$ (Spalt geht nur mit Gewalt weiter zu)

„Mikrometerschraube horizontale Position“ $\pm 0,5 \mu\text{m}$

Linse:
 $f_1 = 80 \text{ mm}$
 $f_2 = 160 \text{ mm}$ } kein Fehler angegeben

Messuhr: $\pm 0,005 \text{ mm}$ ($\frac{1}{2}$ der Skaleneinheit)

Pixelfehler: Der Pixelfehler wurde für den gesamten Versuch abgeschätzt. Dabei wurde für die Ortsposition x jeweils ein Fehler von $\Delta x = 3$ gewählt, da hier vergleichsmäßig wenige Schwankungen auftraten und nur die menschliche Treffsicherheit ein Hindernis darstellte. Für die Intensität I wählten wir einen Fehler von $\Delta I = 10$, da hier zusätzlich zur Treffunsicherheit deutlich stärkere Schwankungen auftraten.

Aufgabe 1

- a) Variierter Parameter: Spaltbreite Objekt
Bei Vergrößerung der Spaltbreite wächst auch die Breite des Objektbildes, während die Breite des Beugungsbildes abnimmt. Visuell scheint es beim Beugungsbild außerdem zu einer Steigerung der Intensität zu kommen.
- b) Variierter Parameter: Rotation Objekt
Bei links zirkulärer Rotation des Objektes rotieren beide Bilder ebenfalls links zirkulär.
- c) Variierter Parameter: Spaltbreite Analysespalt
Es wird beobachtet, dass ab einem gewissen kritischen Punkt das Bild wie zu erwarten verschwindet. (Spalt zu)
Bei minimaler Öffnung werden zwei vertikale parallele Lichtstreifen beobachtet. Im Zentrum befindet sich ein Minimum.
Je weiter der Spalt geöffnet wird, desto mehr verschwindet die Grenze und die Mitte der Striche wird ebenfalls beleuchtet bis erneut ein einziger breiter Streifen zu beobachten ist. Dabei ändern sich die Positionen der äußeren Striche nicht. (Variieren wir nun jedoch den Spaltbreite des Objektes können wir deren horizontalen Abstand vergrößern.
Ab einem gewissen Maß an Spaltbreite wird nur einer (!) der Striche breiter und steigt in Intensität. Die Beobachtung betrifft sowohl Beugungs- als auch Objektbild.
- d) Variierter Parameter: Modenblende
Bei Einfügen der Modenblende verschwindet der mittlere und hellste Strich und es sind nur noch weniger helle Striche (symmetrisch) zu dessen Seite zu beobachten. Im Beugungsbild beobachten wir dasselbe.

Aufgabe 2

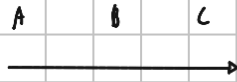
Minimum	Pixel (x)	Spaltbreite	Analysespalt (mm)
5	236 \pm 3		0,600 \pm 0,005
4	386 \pm 3		0,443 \pm 0,005
3	432 \pm 3		0,310 \pm 0,005
2	477 \pm 3		0,200 \pm 0,005
1	525 \pm 3		0,110 \pm 0,005

Skizze 2: Eichung der Abtaste

Aufgabe 3

Doppelspalt :

Abstand der Spalte :



Skizze :

Doppelspalt A



Doppelspalt B



Doppelspalt C



Interpretation :

Je größer der Abstand zwischen den beiden Spalten, desto enger stehen die Maxima bzw. Minima zusammen. Ein größerer Spaltabstand bedeutet einen größeren Gangunterschied schon bei kleinen Winkeln, weshalb Interferenzen häufiger hintereinander auftreten.

Zuordnung Beugungsordnung :

$$n\lambda = d \sin(\alpha)$$

$n \hat{=}$ Beugungsordnung

Da das Hauptmaximum klar zu erkennen ist lassen sich die Beugungsordnungen durch durchzählen ermitteln.

DS A : $n = 4$

DS B : $n = 8$

DS C : $n = 12$

Maximum	Pixel (x)	Intensität (y)
1. NM links	812 ± 3	666 ± 10
HM	843 ± 3	1005 ± 10
1. NM rechts	875 ± 3	550 ± 10

Tabelle 3.1 : Intensität der Doppelspaltmaxima

Aufgabe 4

maximal zugelassene Ordnung	Spaltabstand Analysierspalt [mm]
0	0,110
1	0,286
2	0,420
3	0,649
„voll geöffnet“	18,975

Tabelle 4.1: Spaltabstand des Analysierspalt bei maximal zugelassener Beugungsordnung am Einzelspalt

Gemessene Bildweite $b = 35,0 \text{ cm} \pm 0,5 \text{ cm}$

Abstand zwischen L_1 und Objekt $d = 115 \text{ mm} \pm 0,5 \text{ mm}$

Brennweite $L_1: f_1 = 80 \text{ mm}$

Aufgabe 5

maximal zugelassene Ordnung	Spaltabstand Analysierspalt [mm]
0	0,057
1	0,171

Tabelle 5.1: Spaltabstand des Analysierspalt bei maximal zugelassener Beugungsordnung am Doppelspalt

3. Durchführung

3.1 Messverfahren

Für die Aufnahme und Auswertung der Beugungsbilder wurde das folgende Messprotokoll verwendet. Alle Schritte wurden gemäß den Anweisungen des Praktikumsskripts durchgeführt und dokumentiert.

3.1.1 Vorbereitung des Aufbaus

1. Der Diodenlaser wurde eingeschaltet und auf stabile Ausgangsleistung eingestellt. Der Graufilter wurde zunächst aus dem Strahlengang genommen, um eine ausreichende Intensität für die Justage zu gewährleisten.
2. Der variable Einzelspalt (bzw. später der Doppelspalt) wurde als Objekt vor dem Laser positioniert. Die Spaltbreite wurde zunächst so gewählt, dass mindestens das Hauptmaximum und fünf Nebenmaxima im Bildsensor erfasst werden konnten (vgl. Abschnitt 1.2).
3. Die Linse L_1 wurde so platziert, dass ihr Abstand zum Analyserspalt exakt $f_1 = 80\text{ mm}$ betrug (vgl. Abb. 1). Dieser Abstand definiert die Fourier-Ebene.
4. Der Analyserspalt bzw. die Modenblende wurde in die Fourier-Ebene eingesetzt. Durch schrittweises Schließen des Spalts konnten die gewünschten Beugungsordnungen selektiv abgeschaltet werden.
5. Die zweite Linse L_2 wurde so justiert, dass das Beugungsbild auf dem Detektor scharf abgebildet wird. Der Strahlteiler und der Umlenkspiegel leiteten das Bild zur ThorCam-Kamera.

3.1.2 Aufnahme von Bildern

1. Die Kamera wurde über die Software ThorCam konfiguriert:
 - Bildformat: 16-bit TIFF without Annotations.
 - Belichtungszeit so eingestellt, dass weder das Hauptmaximum noch die ersten Nebenmaxima gesättigt waren (vgl. (3)).
 - Gain=0.
2. Für jede Spaltbreite bzw. jeden Spaltabstand wurden mindestens drei Bilder aufgenommen:
 - a) Bild mit voller Beugungsordnung (keine Abschattung).

- b) Bild mit abgeschalteter Nullordnung (Modenblende blockiert $k_y = 0$).
- c) Bild mit abgeschalteten höheren Ordnungen (z. B. $\pm 1, \pm 2$).

3. Zusätzlich wurden für den Doppelspalt Bilder bei verschiedenen Spaltabständen g aufgenommen, um die Interferenzterm $\cos^2(\pi g \sin \theta / \lambda)$ aus (5) zu untersuchen.

3.1.3 Auswertung der Aufnahmen

1. Die aufgenommenen TIFF-Dateien wurden in das Analyseprogramm Gwyddion importiert. Dort wurde für jedes Bild ein Intensitätsprofil entlang einer horizontalen Linie durch das Hauptmaximum erzeugt (Menü **Intensity Profile**).
2. Das Profil wurde als Textdatei exportiert, sodass die Intensität $I(x)$ in Abhängigkeit von der Pixelposition x vorliegt.
3. Die Pixelpositionen wurden mit der bekannten Pixelgröße $p = 3,45\text{ }\mu\text{m}$ in physikalische Koordinaten umgerechnet:

$$X = p \cdot x.$$

4. Zur Kalibrierung der Abszisse wurden die Positionen mehrerer Beugungsminima (mindestens fünf gut sichtbare Minima) gemessen. Aus den bekannten theoretischen Minima-Positionen $x_n = n\lambda f / (d)$ (Einzelspalt) bzw. $x_n = n\lambda f / g$ (Doppelspalt) wurde der Skalierungsfaktor bestimmt und die Bildweite b sowie die Vergrößerung $M = f/b$ berechnet.
5. Die gemessenen Intensitätsprofile wurden mit den theoretischen Funktionen (3) bzw. (5) verglichen. Für die Anpassung wurden die Parameter d (Spaltbreite) und g (Spaltabstand) als freie Variablen in einem nichtlinearen Fit (Levenberg-Marquardt) verwendet.

3.1.4 Dokumentation

Alle relevanten Daten wurden archiviert:

- Rohbilder (TIFF) für Einzel- und Doppelspalt.
- Exportierte Intensitätsprofile (Textdateien).
- Tabellen mit gemessenen Pixel- und Real-Koordinaten der Minima.
- Fit-Ergebnisse inklusive Unsicherheiten für d , g , M und b .

Diese Unterlagen bilden die Basis für die nachfolgenden Auswertungen und Diskussionen im Protokoll.

4. Auswertung

Fehlerrechnung

Für die statistische Auswertung von n Messwerten x_i werden folgende Größen definiert [Wag25]:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{Arithmetisches Mittel} \quad (1)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad \text{Variation} \quad (2)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{Standardabweichung} \quad (3)$$

$$\Delta \bar{x} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2} \quad \text{Fehler des Mittelwerts} \quad (4)$$

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \Delta y\right)^2} \quad \text{Gauß'sches Fehlerfortpflanzungsgesetz für } f(x, y) \quad (5)$$

$$\Delta f = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \quad \text{Fehler für } f = x + y \quad (6)$$

$$\Delta f = |a| \Delta x \quad \text{Fehler für } f = ax \quad (7)$$

$$\frac{\Delta f}{|f|} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2} \quad \text{relativer Fehler für } f = xy \text{ oder } f = x/y \quad (8)$$

$$\sigma = \frac{|a_{lit} - a_{gem}|}{\sqrt{\Delta a_{lit}^2 + \Delta a_{gem}^2}} \quad \text{Berechnung der signifikanten Abweichung} \quad (9)$$

4.1 Aufgabe 1:

4.2 Aufgabe 2:

4.3 Aufgabe 3:

4.4 Aufgabe 4:

4.5 Aufgabe 5:

5. Diskussion

5.1 Zusammenfassung

5.2 Analyse der Messwerte

5.3 Kritik

6. Python-Code

Der gesamte Pythoncode ist auf auf meinem GitHub unter <https://github.com/FinnZeumer/PAP-2> zu finden. Zudem ist hier auch der Souce-Code für dieses Projekt selbst, falls Interesse besteht diesen zu sehen.

7. Anhang

Abbildungsverzeichnis

I	Schematischer Versuchsaufbau für die Fourier-Optik-Messungen.	3
II	Spaltfunktion des Einfachspalts	4
III	Spaltfunktion des Doppelspalts	4

Tabellenverzeichnis

2..1	Eichung der Abszisse	10
2..2	Intensität der Doppelspaltmaxima	10
2..3	Spaltabstand des Analysespalt bei maximal zugelassener Beugungsordnung am Einzelspalt	10
2..4	Spaltabstand des Analysespalt bei maximal zugelassener Beugungsordnung am Doppelspalt	10

Literaturverzeichnis

- [Wag25] Dr. J. Wagner. *Physikalisches Praktikum PAP 1 für Studierende der Physik*, pages 4–28. Universität Heidelberg, 2025.
- [Wag26] Dr. J. Wagner. *Physikalisches Anfängerpraktikum PAP 2.1 für Studierende der Physik*, chapter 233. Universität Heidelberg, 2026.

Hinweis zur Nutzung des Universitäts-Logos sind unter: [Nutzung des Universitätslogos](#) zu finden. Der rechtliche Hinweis sagt dabei:

"Das Logo der Universität Heidelberg steht Ihnen ausschließlich zur Nutzung für universitäre Zwecke zur Verfügung. Eine anderweitige Verwendung muss mit der Abteilung Kommunikation und Marketing abgestimmt werden. Schriftzüge und Siegel dürfen nicht verändert werden."

Es wurden alle Designrichtlinien ordnungsgemäß nach Vorgabe eingehalten.