四大基本檢定問題 - 平均值與變異數檢定

Tests on Means and Variances)

1 基本該學的檢定小整理

- 前面我們看過「比例檢定」(單母體，雙母體) $\rightarrow$ 小試身手 (蠻有用的，當作熱身)

  ▷ 注意比例檢定中的「檢定統計量」在大樣本的前提下會遵循 Z 分配 (也就是標準常態分配)，所以我們稱該「檢定統計量」為 Z-統計量

  ▷ 記得 Z-統計量的式子嗎? $\left(\text{記它的概念} \rightarrow \dfrac{\text{某個可以反應 } \mathrm{H}_0 \text{ 正確性的量}}{\text{正規化因子}}\right)$

- 本單元我們正試討論「四大基本檢定」問題 $\rightarrow$ 最重要

	單一母體 one population	兩個母體 two populations
平均值 mean	H_0: $\mu = 10$ t-統計量	H_0: $\mu_1 = \mu_2$ t-統計量
變異數 variance	H_0: $\sigma^2 = 20$ χ^2-統計量	H_0: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ F-統計量

  ▷ 每學一個檢定先問「虛無假設」是什麼? 其次理解為什麼「檢定統計量」要那樣定? 再其次了解它遵循什麼「機率分配」(以及有什麼條件)

  ▷ 常見檢定統計量的機率分配有四種: Z, t, χ^2, F

- 所以，最基本的檢定，我們總共要學$2 + 4 = 6$ 種 $\rightarrow$ 按照適當的順序把這 6 種檢定學清楚 (不一定要弄懂數學式，但一定要搭著範例學)，就不會再怕統計了! 而這些也是後面 ANOVA 和 Regression(迴歸) 的基礎

2 單一母體平均值檢定

- 理論基礎簡述

  ▷ 虛無假設為 $\rightarrow \mathrm{H}_0$: $\mu = 10$ (對立假設按單雙尾有不同寫法)

  ▷ 檢定統計量為 $\rightarrow t = \dfrac{\bar{X} - 10}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \sim t_{(n-1)}$，它遵循一個自由度為 $n-1$ 的 t 分配

- 例題 1: 銀行客戶的等候時間

銀行經理懷疑客戶平均等候時間大於 10 分鐘，因而設立虛無假設和對立假設為:

$$\begin{aligned} &\mathrm{H}_0: \quad \mu = 10 \quad (\text{or} \quad \mu \le 10) \\ &\mathrm{H}_1: \quad \mu > 10 \end{aligned}$$

銀行經理設定顯著水準 $\alpha = 0.05$。(傳統法才需先決定 α，p-value 法則不用)

由於銀行經理想盡快了解結果，決定僅抽取 9 位客戶 (算是小樣本)，故在母體為常態分配的假設 (此為 t 檢定前提) 下，檢定統計量 (test statistic) 選擇為:

$$t = \frac{\bar{X} - 10}{\frac{S}{\sqrt{9}}} \sim t_{(8)}$$

(上式解讀方式為: 在未完成抽樣前，即尚未確定是那 9 位客戶被選出之前，這個 t 統計量會是一個機率分配而非數值，它將遵循一個自由度為 8 的 t 分配。一旦確定了是那 9 位客戶被抽出，那 t 統計量就是一個數值了 $\to$ 聯想: 對無罪的一般人，Y 是機率分配，對某甲，Y 是數值)

根據 $\alpha = 0.05$，此次假設檢定的拒絕域為 $t > 1.860$。(此為單尾檢定，此處 1.860 就是臨界值，可由查表得知 $\to$ 聯想: 法官選的 5 億為臨界值。)

銀行經理隨機抽取 9 位客戶，並記錄客戶的等候時間如下:

9.8　7.4　8.3　12.5　10.2　13.2　15.0　12.0　12.3

(注意: 現在才完成抽樣，決定是那 9 個客戶被抽到，這時 t 統計量就針對這組樣本的是一個數值了 $\to$ 聯想: Y 統計量是針對某甲的數值為 7 億)

經計算 $\bar{X} = 11.1889$，$S = 2.4441$，可得 (針對這組樣本的)t 統計量的值為

$$t = \frac{11.1889 - 10}{\frac{2.4441}{\sqrt{9}}} = 1.4593$$

因 $1.4593 < 1.860$，檢定統計量的值並未落在拒絕域內，所以，在 0.05 的顯著水準下，不拒絕虛無假設，也就是說，在 0.05 的顯著水準下，根據此 9 位客戶的等候時間，並沒有充分證據顯示銀行客戶 (指母體，所有銀行客戶) 平均等候時間大於 10 分鐘。

▷ 討論: 以上使用傳統法 (臨界值法)，如使用 p-value 法將如何進行分析?

(p-value 法不需事先設定顯著水準 α)

- 例題 2: 我國境內基金現金股息的檢定

國外財務規劃專業人員認為，我國境內基金因全球金融海嘯影響到其績效表現，而懷疑整體基金 (指母體) 過去 5 年累計現金股息發放金額的平均數是低於 2.2 元，因此設立虛無假設與對立假設為:

$$
\begin{aligned}
\mathrm{H}_0 &: \ \mu = 2.2 \quad (\text{or} \ \ \mu \geq 2.2) \\
\mathrm{H}_1 &: \ \mu < 2.2
\end{aligned}
$$

該專員設定顯著水準 $\alpha = 0.1$ (10%)。

該專員決定抽取 6 家基金 (小樣本)，故在母體為常態分配的假設下，檢定統計量 (test statistic) 選擇為:

$$
t = \frac{\bar{X} - 2.2}{\dfrac{S}{\sqrt{6}}} \ \sim \ t_{(5)}
$$

此次假設檢定的拒絕域為 $t < -1.476$ (查表練習)。

該專員隨機抽取 6 家基金，並分別查詢其過去 5 年現金股息累積金額如下:

配息期間	日盛基金	兆豐國際國民	建弘雙福	富邦基金	寶來台灣金融	元大多元
2007~2011 年	1.48	1.12	2.35	0.96	0.7	2.66

經計算 $\bar{X} = 1.5450$，$S = 0.7915$，t 統計量的值為

$$
t = \frac{1.5450 - 2.2}{\dfrac{0.7915}{\sqrt{6}}} = -2.0271
$$

因 $-2.0271 < -1.476$，檢定統計量的值落在拒絕域內，所以，在 0.1 的顯著水準下，拒絕虛無假設。也就是說，在 0.1 的顯著水準下，由此 6 家基金過去 5 年發放現金股息的情形，有充分證據顯示我國境內基金 (指母體) 過去 5 年現金股息發放總金額的平均數是低於 2.2 元。

▷ 討論: 如改用 p-value 法將如何進行分析? (不需事先設定顯著水準 α)

- 例題 3: 白氏雞精標示焦糖比重的檢定

  白氏雞精標示焦糖比重是 0.32%，公司品保人員定期抽樣檢驗白氏雞精的焦糖比重，以確保出廠的雞精有最佳的口感，在抽樣檢驗時，品保人員設立虛無假設和對立假設為: (太大太小都不好 $\rightarrow$ 雙尾檢定)

$$\begin{aligned} \mathrm{H}_0: &\quad \mu = 0.32 \\ \mathrm{H}_1: &\quad \mu \neq 0.32 \end{aligned}$$

  品保人員設定顯著水準 $\alpha = 0.01$。

  由於檢驗一瓶就耗損一瓶，為節省成本，品保人員決定抽取 10 瓶 (小樣本)，故在母體為常態分配的條件下，檢定統計量選擇為:

$$t = \frac{\bar{X} - 0.32}{\frac{S}{\sqrt{10}}} \sim t_{(9)}$$

  此次假設檢定的拒絕域為 $|t| > 3.250$。(注意: 雙尾檢定的拒絕域寫法不同)

  品保人員隨機抽取 10 瓶，經測量焦糖比重紀錄如下:

  0.312 0.314 0.309 0.318 0.321 0.310 0.312 0.318 0.321 0.315

  經計算: $\bar{X} = 0.3150$，$S = 0.0043$，t 統計量的值為

$$t = \frac{0.3150 - 0.32}{\frac{0.0043}{\sqrt{10}}} = -3.6771$$

  因 $|t| = 3.6771 > 3.250$，檢定統計量之值落入拒絕域內，所以，在 0.01 的顯著水準下，拒絕虛無假設。也就是說，在 0.01 的顯著水準下，此 10 瓶的焦糖比重有充分證據顯示白氏雞精的平均焦糖比重不是 0.32%。

▷ 討論: 如何用 p-value 法重做一遍? (注意: 比較單雙尾檢定下，臨界值和 p-value 計算方法的不同之處)

3 兩個母體平均值檢定

- 理論基礎簡述

  ▷ 虛無假設為 → H_0: $\mu_1 = \mu_2$ (對立假設按單雙尾有不同寫法)

  ▷ 檢定統計量為 → $t = \dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{S_p^2\left(\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}\right)}} \sim t_{(n_1+n_2-2)}$

  此統計量遵循一個為一自由度為 n_1+n_2-2 的 t 分配 [前提: 母體為常態]

  ▷ 上式中 $S_p^2 = \dfrac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$，可視為 S_1^2 和 S_2^2 的加權平均數

  ▷ 若虛無假設寫作 H_0: $\mu_1-\mu_2 = 3$，此時 $t = \dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - 3}{\sqrt{S_p^2\left(\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}\right)}} \sim t_{(n_1+n_2-2)}$

  ▷ 如果樣本數夠大 (如 $n_1 \geq 30$，$n_2 \geq 30$)，t 分配會近似一個 Z 分配

  此時上例可採 Z 統計量 $Z = \dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - 3}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n_1}+\dfrac{S_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$

- 例題 1: 「金控銀行」與「非金控銀行」平均逾期放款比率差異之檢定

  金管會銀行局局長懷疑金控銀行平均逾期放款比率 μ_1 與非金控銀行平均逾期放款比率 μ_2 不同。銀行局局長為證實其看法，因此欲進行假設檢定，而其虛無假設與對立假設設立為: (此為雙尾檢定)

$$\begin{aligned} \mathrm{H}_0: &\ \mu_1 - \mu_2 = 0 \\ \mathrm{H}_1: &\ \mu_1 - \mu_2 \neq 0 \end{aligned}$$

  局長設定顯著水準 $\alpha = 0.1$。

  局長確信金控銀行逾期放款比率和非金控銀行逾期放款比率皆為常態分配，且兩者變異數相等 (前提)，故決定將調查 11 家金控銀行及 8 家非金控銀行，其檢定統計量選擇為:

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{S_p^2\left(\dfrac{1}{11}+\dfrac{1}{8}\right)}} \sim t_{(17)}$$

  此次假設檢定的拒絕域為 $|t| > 1.740$。

  一切就緒後，局長遂從臺灣上市銀行中調查 11 家金控銀行及 8 家非金控銀行，各家銀行的逾期放款比率如下示:

金控銀行	一銀	華銀	開發	兆豐商銀	中信銀	國泰世華	台北富邦	永豐銀	玉山銀	元大銀	台新銀
逾放比率(%)	0.47	0.47	0.18	0.24	0.20	0.28	0.26	0.47	0.20	0.19	0.16
非金控銀行	彰銀	京城銀	台中銀	臺企銀	聯邦銀	遠東銀	大眾銀	安泰銀			
逾放比率(%)	0.37	0.33	0.30	0.65	0.36	0.22	0.46	0.34			

經計算 11 家金控銀行逾放比率的 (樣本) 平均數 $\bar{X}_1 = 0.2836$，變異數 $S_1^2 = 0.0155$；8 家非金控銀行逾放比率的平均數 $\bar{X}_2 = 0.3788$，變異數 $S_2^2 = 0.0166$。金控銀行與非金控銀行混合樣本變異數為 $S_p^2 = 0.0160$。代入檢定統計量內，得出

$$t = \frac{0.2836 - 0.3788}{\sqrt{0.0160\left(\frac{1}{11} + \frac{1}{8}\right)}} = -1.6197$$

故 $|t| \leq 1.740$。

又因屬雙尾檢定，可以軟體工具計算自由度為 17 的 t 分配之雙尾求出 p-value:

$$p\text{-value} = 2 \times \mathrm{P}(t > 1.6197) = 2 \times 0.062 = 0.124 > 0.1$$

因檢定統計量之值未落入拒絕域內，或因 p-value$> \alpha = 0.1$，所以在 0.1 的顯著水準下，不拒絕虛無假設 H_0。也就是說，在 0.1 的顯著水準下，此 11 家金控銀行及 8 家非金控銀行的逾放比率沒有充分證據顯示金控銀行的逾放比率與非金控銀行的逾放比率有所不同。

- 例題 2: 銀行與麥當勞顧客平均等候時間差異之檢定

銀行經理懷疑銀行內客戶平均等候時間 μ_1 比麥當勞裡顧客平均等候時間 μ_2 長超過 1 分鐘。為證實其看法，銀行經理將進行假設檢定，而其虛無假設與對立假設為: (單尾檢定)

$$\begin{aligned} \mathrm{H}_0 &: \quad \mu_1 - \mu_2 = 1 \quad (\text{or} \quad \mu_1 - \mu_2 \leq 1) \\ \mathrm{H}_1 &: \quad \mu_1 - \mu_2 > 1 \end{aligned}$$

銀行經理設定顯著水準 $\alpha = 0.05$。

銀行經理決定將從銀行客戶中隨機抽取 80 位，再從麥當勞顧客中隨機抽取 100 位，故檢定統計量選擇為:

$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - 1}{\sqrt{\frac{S_1^2}{80} + \frac{S_2^2}{100}}} \sim N(0,1)$$

此次假設檢定的拒絕域為 $Z > 1.645$。

一切就緒後，銀行經理遂從銀行內與麥當勞裡分別隨機抽取 80 位客戶及 100 位顧客，並計算出 80 位銀行客戶等候時間的平均數 $\bar{X}_1 = 10.5$，變異數 $S_1^2 = 60$；

100 位麥當勞顧客等候時間的平均數為 $\bar{X}_2 = 8.3$，變異數 $S_2^2 = 48$。代入檢定統計量內，得出:

$$Z = \frac{10.5 - 8.3 - 1}{\sqrt{\frac{60}{80} + \frac{48}{100}}} = 1.0820$$

故 $Z \leq 1.645$。

又因屬右尾檢定，可以軟體工具求出 p-value 為:

$$p\text{-value} = \mathrm{P}(Z > 1.0820) = 0.1396$$

因檢定統計量之值未落入拒絕域內，或因 p-value$> \alpha = 0.05$，所以在 0.05 的顯著水準下，不拒絕虛無假設；也就是說，在 0.05 的顯著水準下，此 80 位銀行客戶與 100 位麥當勞顧客的等候時間沒有充分證據顯示銀行客戶平均等候時間比麥當勞顧客平均等候時間長超過 1 分鐘。

4 單一母體變異數檢定

- 理論基礎簡述

  ▷ 虛無假設為 → H_0: $\sigma^2 = 20$ (對立假設按單雙尾有不同寫法)

  ▷ 檢定統計量為 → $\chi^2 = \dfrac{(n-1)}{20} S^2 \sim \chi^2_{(n-1)}$

  它遵循一個自由度為 $n-1$ 的 χ^2 分配 (卡方分配) [前提: 母體為常態]

- 例題 1: 活塞內徑尺寸變異數的檢定

  賓士汽車製造公司為使其汽車引擎能有最高品質的表現，對引擎活塞內徑尺寸有嚴格控管。其中，品管工程師得定時監控活塞內徑尺寸的變異數是否超過 0.00009；若是超過，就得停機查出原因，並進行調整及校正，再開機運轉。因此，虛無假設與對立假設設立為: (此為單尾檢定)

$$\begin{aligned} \mathrm{H}_0: &\quad \sigma^2 = 0.00009 \quad (\text{or} \quad \sigma^2 \leq 0.00009) \\ \mathrm{H}_1: &\quad \sigma^2 > 0.00009 \end{aligned}$$

  品管工程師設定顯著水準 $\alpha = 0.01$。

  品管工程師決定隨機抽檢 20 個活塞，在母體為常態分配的條件下，檢定統計量選擇為:

$$\chi^2 = \frac{(20-1)}{0.00009} S^2 \sim \chi^2_{(19)}$$

  此次假設檢定的拒絕域為 $\chi^2 > 36.1908$。

  然後品管工程師從生產線下抽取 20 個活塞，經測量，活塞內徑尺寸紀錄如下:

3.996	3.993	3.998	3.998	4.000	4.002	4.008	3.992	4.012	4.006
3.986	3.981	4.014	4.005	4.007	4.011	3.999	3.989	4.013	3.998

  經計算 $S^2 = 0.000093042$，故 $\chi^2 = 19.6422$。

  因 $\chi^2 = 19.6422 < 36.1908$，檢定統計量之值未落入拒絕域內，所以，在 0.01 的顯著水準下，不拒絕虛無假設 H_0；也就是說，在 0.01 的顯著水準下，此 20 個活塞的內徑尺寸沒有充分證據顯示內徑尺寸的變異數超過 0.00009。

  ▷ 討論: 如何用 p-value 法重做一遍?

- 例題 2: 股票投資風險的檢定

  在財務分析上，經常以股價月報酬率的變異數代表投資此股票之風險。變異數越小，顯示風險越低。分析師想瞭解中華電信股價月報酬率的變異數是否低於 18。因此，虛無假設與對立假設設立為: (此為單尾檢定)

$$
\begin{aligned}
\mathrm{H}_0 &: \quad \sigma^2 = 18 \quad (\text{or} \quad \sigma^2 \geq 18) \\
\mathrm{H}_1 &: \quad \sigma^2 < 18
\end{aligned}
$$

  分析師設定顯著水準 $\alpha = 0.1$。

  分析師決定隨機選取 21 個月，故在母體為常態分配的條件下，檢定統計量選擇為：

$$\chi^2 = \frac{(21-1)}{18} S^2 \ \sim \ \chi^2_{(20)}$$

  此次假設檢定的拒絕域為 $\chi^2 < 12.4426$。

  然後分析師蒐集中華電信自 2010 年 1 月～ 2011 年 9 月之股價月報酬率 (%) 記錄如下：

−2.35	−4.86	3.85	−0.97	0.65	3.23	6.26	2.60	6.87	2.29	3.35
0.14	−1.00	−1.23	3.97	−0.55	2.74	5.56	6.59	−0.10	1.60	

  經計算 $S^2 = 9.867$，故 $\chi^2 = 10.9633$。

  因 $\chi^2 = 10.9633 < 12.4426$，檢定統計量之值落入拒絕域內，所以在 0.1 的顯著水準下，拒絕虛無假設 H_0；也就是說，在 0.1 的顯著水準下，此 21 個月之股價月報酬有充分證據顯示中華電信股價月報酬率的變異數低於 18。

▷ 討論: 如何用 p-value 法重做一遍?

- 例題 3: 大學應屆畢業生起薪變異數的檢定

  101 人力銀行企劃專員懷疑大學應屆畢業生月薪的變異數已不是 0.2(萬元)^2，而欲進行假設檢定。因此，虛無假設與對立假設設立為: (此為雙尾檢定)

$$\begin{aligned} \mathrm{H}_0: &\quad \sigma^2 = 0.2 \\ \mathrm{H}_1: &\quad \sigma^2 \neq 0.2 \end{aligned}$$

  企劃專員設定顯著水準 $\alpha = 0.1$。

  企劃專員決定隨機抽訪 24 位應屆畢業生，故在母體為常態分配的條件下，檢定統計量選擇為：

$$\chi^2 = \frac{(24-1)}{0.2} S^2 \ \sim \ \chi^2_{(23)}$$

  此次假設檢定的拒絕域為 $\chi^2 > 35.1725$ 和 $\chi^2 < 13.0905$。然後企劃專員由去年畢業生中隨機抽訪 24 位，並記錄其月薪（萬元）如下:

3.0	2.1	2.8	2.5	1.9	2.6	3.5	3.9	1.8	2.3	2.2	2.6
2.8	2.3	2.7	2.9	3.4	3.1	1.7	2.1	2.1	2.0	2.4	2.5

  經計算 $S^2 = 0.3096$，故 $\chi^2 = 35.6040$。

  因 $\chi^2 = 35.6040 > 35.1725$，檢定統計量之值落入拒絕域內，所以，在 0.1 的顯著水準下，拒絕虛無假設 H_0；也就是說，在 0.1 的顯著水準下，此 24 位應屆畢業生的月薪資料有充分證據顯示大學應屆畢業生月薪的變異數不是 0.2(萬元)^2。

▷ 討論: 如何用 p-value 法重做一遍?

5 兩個母體變異數檢定

- 理論基礎簡述

  ▷ 虛無假設為 → H_0: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ (對立假設按單雙尾有不同寫法)

  ▷ 檢定統計量為 → $F = \dfrac{S_1^2}{S_2^2} \sim F_{(n_1-1, n_2-1)}$

  它遵循一個自由度為 $n_1 - 1$ 和 $n_2 - 1$ 的 F 分配 [前提: 母體為常態]

- 例題 1: 金融業與電子業投資風險之檢定

  某財經雜誌報導臺灣金融業的獲利變異幅度比電子業的獲利變異幅度小，因此鼓勵保守型投資人持有金融類公司股票。怡富投顧副總為證明此報導是否屬實，因此欲進行假設檢定。而其虛無假設與對立假設設立為: (單尾檢定)

$$\begin{aligned} \mathrm{H}_0: &\ \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad (\text{or} \ \ \sigma_1^2 \geq \sigma_2^2) \\ \mathrm{H}_1: &\ \sigma_1^2 < \sigma_2^2 \end{aligned}$$

  投顧副總設定顯著水準 $\alpha = 0.05$。

  投顧副總決定將從台灣股票上市公司選擇 6 家金融類的公司以及 16 家電子類的公司進行分析，故在兩母體皆為常態分配的條件下，檢定統計量選擇為:

$$F = \frac{S_2^2}{S_1^2} \sim F_{(15,5)} \quad (\text{通常變異數大的放分子})$$

  此次假設檢定的拒絕域為 $F > 4.62$。(原 H_1 為左尾，若按原定義變異數小的放分子，則 F 分配應觀察左尾。此處將變異數大的放分子，F 分配需觀察右尾。)

  一切就緒後，投顧副總遂從臺灣股票上市公司中隨機選擇 6 家金融類的公司及 16 家電子類的公司，並調查各公司於 2011 年之每股盈餘如下:

金融類	1.34	0.79	3.16	0.71	−0.71	−0.16						
電子類	1.56	2.91	3.24	−6.94	0.31	1.08	−0.58	−0.37	6.16	−1.25	3.25	2.36
	1.61	−8.92	5.53	1.68								

  經計算，6 家金融公司每股盈餘的變異數為 $S_1^2 = 1.8106$，16 家電子公司每股盈餘的變異數為 $S_2^2 = 15.6031$。代入檢定統計量內，得出

$$F = \frac{15.6031}{1.8106} = 8.6176$$

  故 $F > 4.62$。

  又因屬右尾檢定，可以軟體工具計算自由度為 15 與 5 之 F 分配的右尾以求得 p-value 為:

$$p\text{-value} = \mathrm{P}(F > 8.6176) = 0.013$$

  因檢定統計量之值落入拒絕域內，或因p-value $< \alpha = 0.05$，所以在 0.05 的顯著水準下，拒絕虛無假設；也就是說，在 0.05 的顯著水準下，由此 6 家金融公司及 16 家電子公司的每股盈餘有充分證據顯示金融業的獲利變異幅度比資訊電子業的獲利變異幅度小。

▷ 請查表並畫圖來說明本題的 p-value 確實是在上述範圍內

6 請自行作一檢定觀念的總整理 (參考 2+4 種基本檢定整理之手寫筆記)

- 各種檢定的檢定統計量所遵循的「機率分配」為何?
  - ⋆ 雖說四大分配 Z，t，χ^2，F 都重要，其中最重要且常用的仍是 t
  - ⋆ 可以的話，請試註明其自由度 (df = degree of freedom) 與樣本數間的關係
  - ⋆ 若再深入探討，可註明其假設前題 (如常態分配，大樣本等)
  - ⋆ 以上為什麼會是某分配或自由度為多少，為一數學 (數理統計) 的問題，從實用角度來是「需要知道而不需完全懂的」，會用比較重要!
- 單尾和雙尾檢定下，「由 α 決定統計量臨界值」的方式，和「由統計量觀察值決定 p-value」的方式，有何不同? (可以查表查出臨界值和 p-value 嗎?) 如果以計量研究為目的 (而非以考試為目的)，你覺得那種方法 (思維) 較為實用呢? (研究上 p-value 法較為實用，為什麼?)
- 陳述檢定結果時，為何說「拒絕或不拒絕」，而不說「拒絕或接受」呢?