

ANOVA基本概念

- 四大檢定中, $H_0: \mu_1 = \mu_2 \Rightarrow$ 用 t 檢定

統計量為
$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{S \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \sim t_{(n_1+n_2-2)}$$

由此延伸至 3 個以上 populations

$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 \Rightarrow$ 該用什麼檢定?

Answer: 用 F 檢定

統計量
$$F = \frac{\frac{SSB}{k-1}}{\frac{SSE}{n-k}} \sim F_{(k-1, n-k)}$$

\uparrow
 組數 (3)

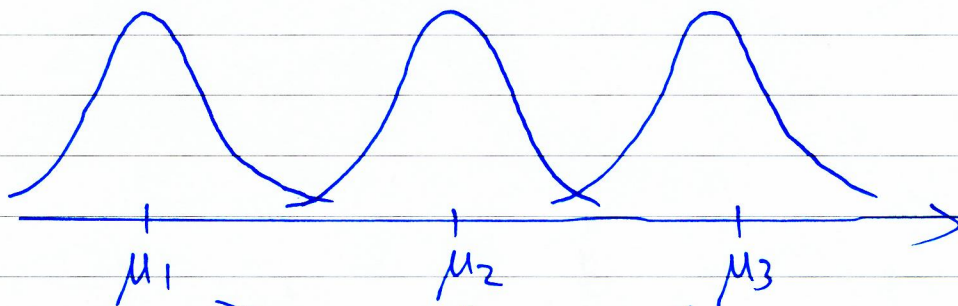
Idea:

比較 "變異" 以對 "平均值" 進行推論

\uparrow
 ANOVA (變異分析)

- ANOVA

$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ (前提 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2$)



Q: 此3者是否足夠接近?

"变量" → 平方和 (SS = sum of squares)

① 总变量 (SST) $T = \text{total}$

$$SST = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{x})^2$$

全体总平均

② 组间变量 (SSB) $B = \text{between}$

$$SSB = \sum_{i=1}^k n_i (\bar{x}_i - \bar{x})^2$$

↓ 组平均 ↓ 总平均

③ 组内变量 (SSE) $E = \text{error}$

$$SSE = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{x}_i)^2$$

数学上可证明

$$SST = SSB + SSE$$

(总变量) (组间变量) (组内变量)

ANOVA table

变量 (SS)	df	均方 (MS)	F
SSB (组间)	k-1	$MSB = \frac{SSB}{k-1}$	↑ 比较 (除)
SSE (组内)	n-k	$MSE = \frac{SSE}{n-k}$	
SST (总)	n-1		

$$F = \frac{MSB}{MSE} \sim F_{(k-1, n-k)}$$

↑ 组间
↓ 组内

$\left\{ \begin{array}{l} F \uparrow, \text{表组间差异相对} \\ \text{组内差异较大} \\ \Rightarrow \text{倾向拒绝 } H_0 \end{array} \right.$