

Grundpraktikum Maschinenlabor

Frequenzgangangalyse

Praktikumsbericht

Mittwoch, 04. Dezember 2014

Gruppe 6

Version 4dcc29d vom 10. Dezember 2014

Ole Brinkmann 406572 obr11@tu-clausthal.de

Lasse Fröhner 420013 lf12@tu-clausthal.de

Sebastian Löhr 341792 swl@tu-clausthal.de

Anna Stillfried 421777 apmsr12@tu-clausthal.de

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Aufbau	1
3	Durchführung	2
4	Auswertung	4
4.1	Rekonstruktion des Eingangssignal aus den Messungen	4
4.2	Auswertung der Ergebnisse im Bode-Diagramm	5
4.3	Identifikation der Systemparameter	6
5	Fehlerbetrachtung	8
6	Fazit	9

1 Einleitung

Der sechste Versuch im Grundpraktikum Maschinenlabor WS 2014/15 vom 03.12.2014 am Institut für elektrische Informationstechnik befasst sich mit der Auswertung des Übertragungsverhalten eines dynamisch ermittelten Systems (Identifikation).

Die Übertragungsglieder lassen sich sowohl im Zeitbereich, wie auch im Frequenzbereich analysieren [BW13]. Auf das dynamische System wird eine Eingangsgröße (Sinusfunktion) aufgegeben und eine Ausgangsgröße (Sinusantwort) mithilfe des Übertragungsverhalten des Übertragungsgliedes (LZI-Glied) ausgegeben. Hierdurch werden Phasenverschiebung und Winkelauslenkung für beide Frequenzspektren aufgenommen und miteinander verglichen. Das Oszilloskop zeigt die Sprungfunktion, sowie die Sinusfunktion. Aus diesem Vergleich wird der Frequenzgang bei Aufschaltung eines harmonischen, sinusförmigen Eingangssignales für alle Frequenzen beschrieben. Der Frequenzgang wird in Phasen und Amplitudengang aufgeteilt und in Form eines Bodediagramms graphisch dargestellt. Die Analysen hierfür können zur Erstellung neuer schwingfähiger System wie auch zur Verbesserung bestehender Systeme dienlich sein. Ziel dieser Frequenzganganalyse ist es den mathematischen Zusammenhang zwischen den Ein- und Ausgangsgrößen herzustellen, die Übertragungsfunktion.

2 Aufbau

Eine Frequenzganganalyse wird an einem Federpendel durchgeführt, bestehend aus einer Torsionsfeder und einer Schwungmasse. Eine Wirbelstrombremse dient als Systemdämpfung. Die Wirbelstrombremse ist stufenlos einstellbar. Eine Spule erzeugt ein elektromagnetisches Feld in der Aluminiumschwungscheibe. Es entsteht ein kreisförmiger Stromfluss bzw. ein Wirbelstrom aufgrund der Lorentzkraft. Der Wirbelstrom hat ein Magnetfeld zur Folge welches dem elektromagnetischen Feld und somit der Bewegung der Scheibe entgegen wirkt.

Das Federpendel wird über einen stufenlos einstellbaren Gleichstrommotor angetrieben. Die rotierende Bewegung des Motors muss jedoch in eine Sinusbewegung transformiert werden. Dies geschieht mit Hilfe eines Kurbeltriebs. Die Antriebsscheibe des Motors bewegt eine Pleuelstange, welche wiederum den Antriebshebel antreibt. Dieser führt nun vereinfacht eine horizontale Bewegung aus. Der Antriebshebel tordiert auf diese Weise die Feder in einer sinusförmigen Bewegung.

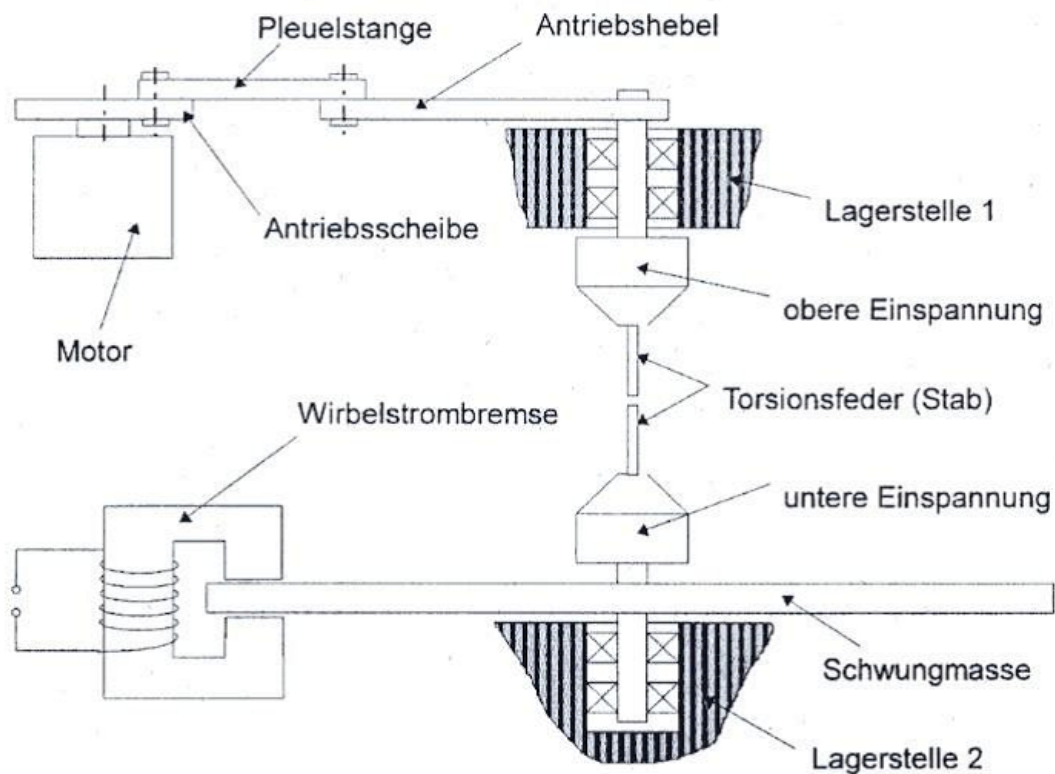


Abbildung 1: Versuchsaufbau nach [Hei14]

Das erzeugte Eingangs- und Ausgangssignal wird über ein Oszilloskop sichtbar gemacht, wobei das Eingangssignal als Impuls und das Ausgangssignal als Sinusschwingung angegeben wird. Dies liegt an den verschiedenen Messaufbauten für das Eingangs- und Ausgangssignal. Ein Impulsgeber zeichnet die Bewegung des Antriebshebels auf, sobald dieser seinen maximalen Ausschlag erreicht hat. Daraus kann im Nachhinein jedoch die Sinusschwingung rekonstruiert werden. Das Ausgangssignal wird durch einen inkrementalen optoelektronischen Drehgeber aufgezeichnet.

3 Durchführung

Zu Beginn des Versuchs werden zusätzlich zu der Resonanz und der Kennkreisfrequenz noch acht weitere Messpunkte festgelegt und die Einschwingzeit ermittelt. Dazu wird die Schwungmasse mit der Hand ausgelenkt und die Zeit bis zum Stillstand auf dem Oszilloskop abgelesen (vgl. **Abbildung 2**) Wichtig ist nun, dass während des Versuchs, erst nach dieser, ermittelten Einschwingzeit, die Werte auf dem Oszilloskop abgelesen werden, also das System sich im eingeschwungenen Zustand befindet.

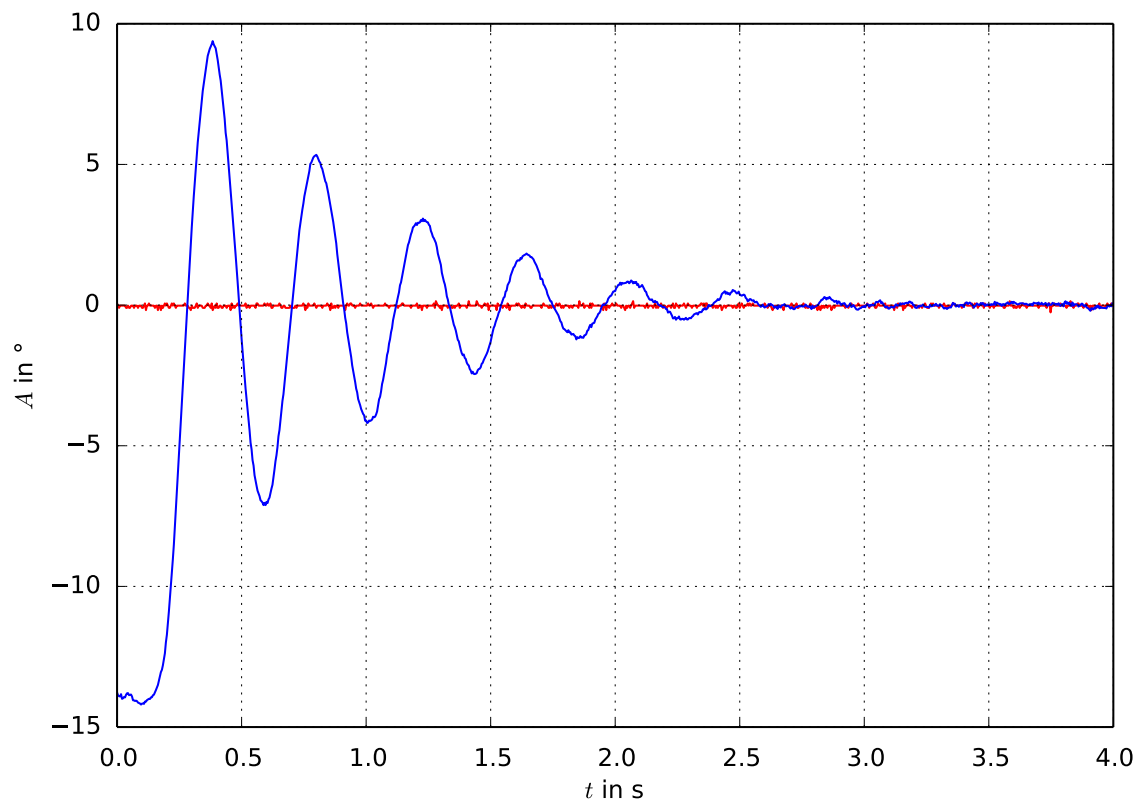


Abbildung 2: Ermitteln der Einschwingzeit

Nun wird das Einstellrad für die Drehzahl des Gleichstrommotors auf null gedreht und der Gleichstrommotor eingeschaltet. Anschließend wird zur Ermittlung der Resonanzfrequenz, das Einstellrädchen langsam in Richtung steigender Drehzahl gedreht, bis die maximale Amplitude erreicht wird, welche auf dem Oszilloskop abgelesen werden kann. Zur Ermittlung der Kennkreisfrequenz wird ähnlich vorgegangen: Experimentell wird jene Drehzahl gesucht, bei welcher zwischen Eingangs- und Ausgangssignal ein Phasenverschub von 90° besteht, dargestellt in **Abbildung 3**.

Wurden diese beiden Winkelgeschwindigkeiten ermittelt, so werden nun nacheinander die unterschiedlichen, vorher festgelegten, Frequenzen eingestellt und anschließend die Amplitude und die Periodendauer auf dem Oszilloskop abgelesen. Aus der Periodendauer wird die reale Winkelgeschwindigkeit errechnet $\omega_{real} = \frac{2\pi}{T}$, welche durch Ungenauigkeiten in der manuellen Einstellung von dem geplanten Wert abweichen kann. Eine Momentaufnahme zur späteren Auswertung wird gespeichert.

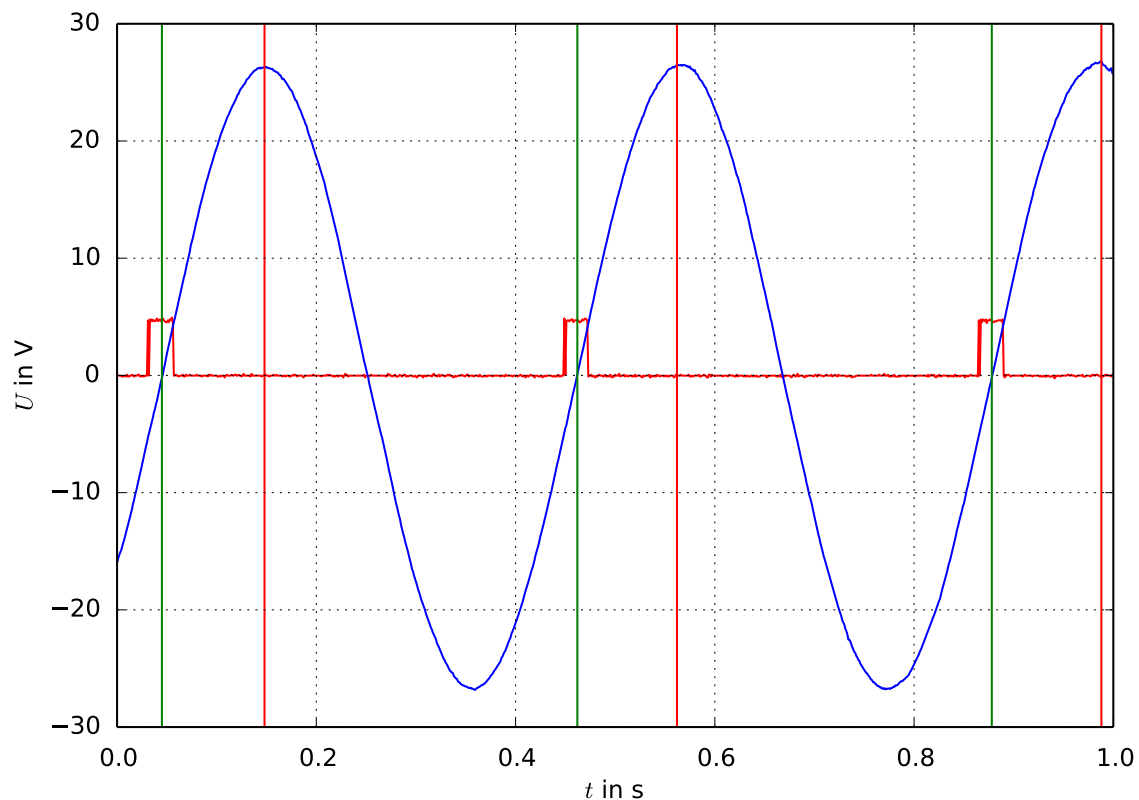


Abbildung 3: Messdatenschrieb bei Kennkreisfrequenz ω_n

4 Auswertung

4.1 Rekonstruktion des Eingangssignal aus den Messungen

Zunächst wird der Zusammenhang zwischen den tatsächlichen Zeitverläufen des Auslenkungswinkels $\alpha(t)$ und dem gemessenen Eingangssignal hergestellt.

Der Auslenkungswinkel $\alpha(t)$ des Antriebshebels verändert seine Maximalauslenkung γ während des Versuchs nicht, jedoch wird die Drehzahl beeinflusst. Demzufolge ändert sich die Winkelgeschwindigkeit bzw. die Zeit die benötigt wird um den Winkel γ zu überstreichen. Das Eingangssignal kann als ideale Sinusschwingung angenommen werden. Es wird folglich die Periodendauer verändert. Die daraus entstehenden veränderlichen Zeitverläufe des Auslenkungswinkels $\alpha(t)$ sollen gemessen werden.

Dies geschieht über einen Impulsgeber, welcher einen Impuls abgibt sobald der Hebel vorbeistreicht. Da dieser Impulsgeber sehr nah am oberen Totpunkt des Hebels mon-

tiert ist, gibt es dadurch jede Periode zwei direkt aufeinander folgende Pulse. Wird der Mittelwert der Zeitpunkte dieser Pulse gebildet, lässt sich so unter Annahme einer konstanten Winkelgeschwindigkeit der Zeitpunkt der maximalen Amplitude des Eingangssignals ermitteln. Das gemessene Eingangssignal gibt lediglich Aussage über die Periodendauer der Sinusschwingung nicht über dessen Amplitude.

Nun wird der maximale Auslenkungswinkel γ berechnet. Es wird angenommen, dass die Bewegung des Antriebshebels linear verläuft und nicht als Kreisbogen. Die gesamte Strecke, die vom Antriebshebel abgefahren wird, ergibt sich zu $2 \cdot r_1$. Nun kann der Winkel γ errechnet werden.

$$\frac{\gamma}{2} = \arcsin \frac{r_1}{r_2} = \arcsin \frac{0.043}{0.235} = 10.54^\circ \quad (1)$$

Der insgesamt vom Antriebshebel überstrichene Winkel γ ergibt sich somit zu 21.086°

4.2 Auswertung der Ergebnisse im Bode-Diagramm

Aus den Messschrieben des Oszilloskops lassen sich für jeden Betriebspunkt Amplitude und Phasenverschiebung des Federpendels ermitteln. Zur Darstellung in einem Bode-Diagramm muss die Amplitude jedoch noch normiert und in die logarithmische Einheit Dezibel (dB) umgerechnet werden:

$$A_{\text{dB}} = \left. \frac{A_{\text{aus}}}{A_{\text{ein}}} \right|_{\text{dB}} = \left. \frac{A_{\text{aus}}}{10.54^\circ} \right|_{\text{dB}} = A_{\text{rel}}|_{\text{dB}} = 20 \cdot 10^{A_{\text{rel}}} \text{ dB} \quad (2)$$

Zur Glättung der Messwerte wurde ein exponentiell gewichteter laufender Mittelwert verwendet, wobei das Verfahren zur Korrektur einer dabei auftretenden Phasenverschiebung einmal vorwärts und einmal rückwärts angewendet wurde, [Joh14].

In **Tabelle 1** sind die ermittelten Messdaten zusammengestellt.

Trägt man in einem Diagramm mit logarithmischer x-Achse die logarithmische normierte Amplitude A_{dB} sowie die Phasenverschiebung $\Delta\varphi$ über der Kreisfrequenz ω auf erhält man ein Bode-Diagramm, dargestellt in **Abbildung 4**.

Tabelle 1: Messwerte

geplant	ω $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$	A °	A_{dB} dB	$\Delta\varphi$ °
ω_n	15.09	53.66	14.14	-86.5
ω_r	15.06	50.30	13.57	-82.9
0.5 Hz	3.36	9.93	-0.52	-2.3
0.7 Hz	4.70	10.28	-0.22	1.1
1.0 Hz	6.71	11.37	0.65	-4.6
1.3 Hz	8.56	13.60	2.22	-8.8
1.5 Hz	9.86	16.17	3.72	-10.2
2.0 Hz	12.91	31.23	9.44	-23.7
2.5 Hz	15.85	43.37	12.29	-120.0
3.0 Hz	18.81	14.99	3.06	-155.2
4.0 Hz	24.71	5.65	-5.42	-160.2
5.0 Hz	30.69	2.92	-11.14	-168.6

4.3 Identifikation der Systemparameter

Um das Trägheitsmoment der Aluminiumscheibe zu berechnen, sehen wir diese als Zylinder an. Nach [Fis11] gilt:

$$J_z = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2 \quad (3)$$

Mit eingesetzten Werten ergibt sich somit:

$$R = 0.2 \text{ m} \quad (4)$$

$$h = 9.4 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad (5)$$

$$\rho = 2.7 \cdot 10^6 \frac{\text{g}}{\text{m}^3} \quad (6)$$

$$M = \rho \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h \quad (7)$$

$$= 2.7 \cdot 10^6 \frac{\text{g}}{\text{m}^3} \cdot \pi \cdot (0.2 \text{ m})^2 \cdot 9.4 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad (8)$$

$$= 3.189 \text{ kg} \quad (9)$$

Eingesetzt in (3) erhält man für das Trägheitsmoment J_z :

$$J_z = \frac{1}{2} \cdot 3.189 \text{ kg} \cdot 0.2 \text{ m}^2 = 63.79 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2 \quad (10)$$

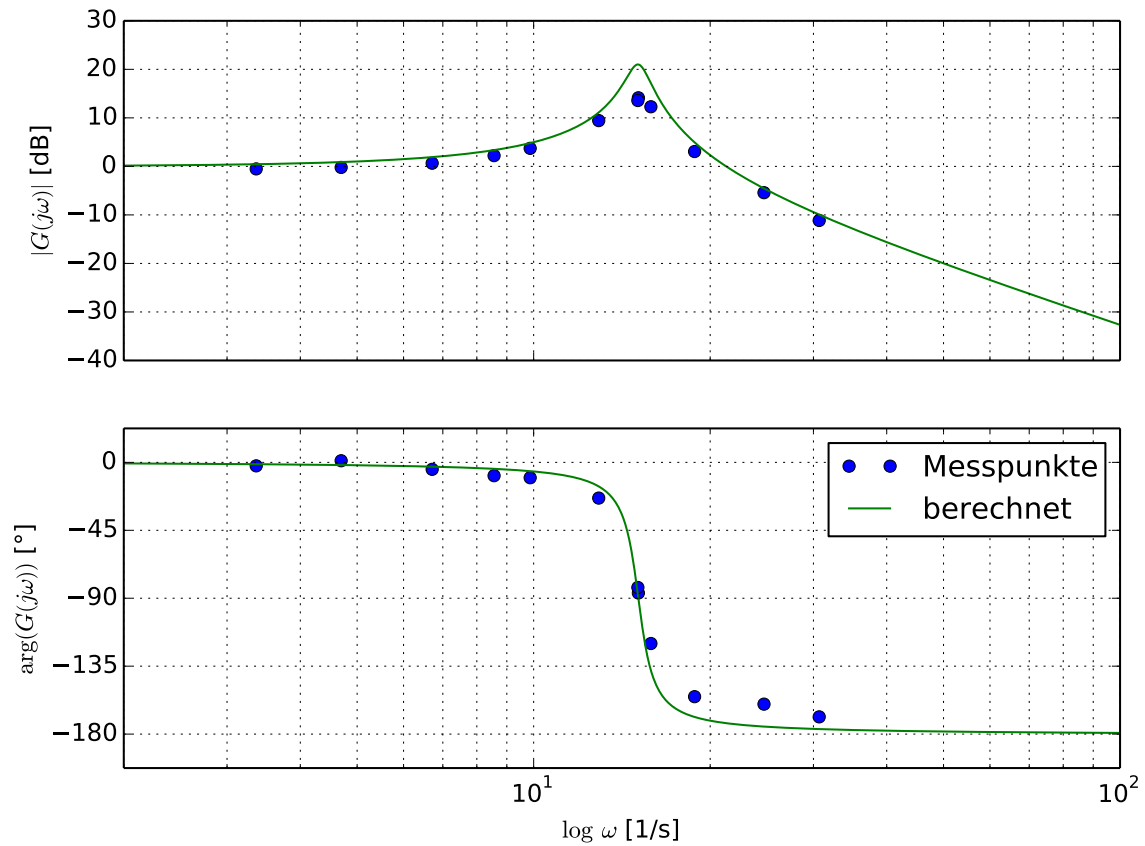


Abbildung 4: Bode-Diagramm

Das Trägheitsmoment der Aluminiumscheibe beträgt somit $J_z = 63.79 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2$.

Nach [Hei14] gilt:

$$D = \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{\omega_r}{\omega_n}\right)^2}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{15.06 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}{15.09 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}\right)^2}{2}} = 44.57 \cdot 10^3 \quad (11)$$

Setzt man die experimentell ermittelten Werte für die Kennkreisfrequenz ω_n und die Resonanzfrequenz ω_r ein (**Tabelle 1**), ergibt sich eine Dämpfung von $D = 0.045$, vgl. (11). Beim Vergleich des Bode-Diagramms mit Abbildungen in der Literatur erscheint dieser Wert plausibel.

Setzt man die Dämpfung und die Kennkreisfrequenz in die Übertragungsfunktion eines PT2s-Systems mit einer stationären Verstärkung von $K_P = 1$ ein, erhält man die Übertragungsfunktion des verwendeten Federpendels im Bildbereich:

$$G(s) = \frac{K_P}{\frac{1}{\omega_n^2} s^2 + \frac{2D}{\omega_n} s + 1} = \frac{1}{0.00439 s^2 + 0.00591 s + 1} \quad (12)$$

In **Abbildung 4** ist neben den Messpunkten ebenfalls der Frequenzgang der in (12)

ermittelten Übertragungsfunktion dargestellt. Es ist ersichtlich, dass das System in Wirklichkeit stärker gedämpft ist als das aufgestellte Modell zeigt.

Diese Abweichung lässt sich durch Messfehler erklären. Aus (11) ist ersichtlich, dass die berechnete Dämpfung lediglich von dem Verhältnis aus Resonanz- und Kennkreisfrequenz abhängt. Bei näherer Betrachtung der Messwerte wird jedoch deutlich, dass die ermittelten Frequenzen nicht stimmen können. Ein PT2s-System schwingt bei Resonanzfrequenz mit größtmöglicher Amplitude, bei der Kennkreisfrequenz wurde hingegen eine größere Amplitude gemessen. Da die gesamte Rechnung von diesem Messfehler abhängt, sind die Werte kritisch zu betrachten.

Dennoch ist in **Abbildung 4** erkennbar, dass der rechnerisch ermittelte Frequenzgang trotz der fehlerhaften Messung in guter Näherung mit den Messpunkten übereinstimmt.

Aus [Hei14] ist bekannt:

$$\frac{1}{\omega_n^2} = \frac{k}{J} \quad (13)$$

$$\frac{2D}{\omega_n} = \frac{d}{k} \quad (14)$$

Umgestellt und eingesetzt ergibt sich:

$$k = J \cdot \omega_n^2 = 63.79 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2 \cdot \left(15.09 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 = 14.52 \cdot 10^3 \frac{\text{N m}}{\text{rad}} \quad (15)$$

$$d = \frac{2 \cdot D \cdot k}{\omega_n} = 85.78 \frac{\text{N m s}}{\text{rad}} \quad (16)$$

5 Fehlerbetrachtung

Hinsichtlich der Erfassung und Protokollierung der Messwerte der Frequenzganganalyse können verschiedene Fehler auftreten. Die verschiedenen Fehler sind in systematische, stochastische und methodische Fehler zu unterscheiden. Systematische Fehler sind bei identischer Anwendung reproduzierbar und sofern diese bekannt sind, auch korrigierbar. Ein systematischer Fehler wäre bei diesem Versuch zum Beispiel, dass die Eingangsschwingung keine ideale Sinusschwingung aufgrund des Kurbelbetriebs aufweist. Ferner ist die Federkonstante von der Temperatur abhängig, was eine weitere Fehlerquelle aufzeigt. Die Temperatur wird nicht gemessen und somit können auch die Reibungsverluste die in den Lager auftreten nicht berücksichtigt werden. Der Elektromotor läuft bei niedrigen Drehzahlen unruhig und es sind Toleranzabweichungen in den Messgeräten vorhanden.

Stochastische Fehler können bei diesem Versuch in verschiedenen Arten vorkommen. Einerseits kann ein Messrauschen, wie es aus der Messtechnik und Signalübertragung bekannt ist, die angezeigten Ergebnisse verfälschen, andererseits können auch menschliche Fehler entstehen. Hier ist vor allen der Ablesefehler zu nennen. Auch Rundungsfehler sind in den Berechnungen zu berücksichtigen. Insbesondere durch das glätten der aufgezeichneten Messwerte. Diese Fehler lassen sich in der Regel nur schwer korrigieren und auch vermeiden. Ein methodischer Fehler liegt in dem Versuch durch die geringe Anzahl der Messpunkte von insgesamt einem Dutzend vor, dadurch lässt sich ein vollständiges Bodediagramm nicht abbilden.

6 Fazit

Dieser Versuch hat gezeigt, dass es möglich ist den Frequenzgang von Systemen experimentell zu bestimmen und so Aufschluss über das Verhalten bei bestimmten Frequenzen zu bekommen. Dies ist für viele schwingende Bauteile relevant, da die Amplitude stark variieren kann und somit auch der Verschleiß. Es ist also zum Beispiel interessant das Verhalten eines Bauteils so anzupassen, dass die Resonanzfrequenz und somit auch die überhöhte Amplitude im Betrieb vermieden wird. Dazu wurden hier im Versuch verschiedene, auf den Frequenzgang Einfluss nehmende Größen bestimmt. Wenn man den genauen Zusammenhang dieser Größen im Bauteil versteht, so kann man einzelne von ihnen ändern und so durch relativ leichte eingriffe starken Einfluss auf das Schwingverhalten und somit auch die Betriebsfestigkeit nehmen.

Literatur

- [BW13] Thomas Beier und Petra Wurl. *Regelungstechnik*. Hanser Verlag, 2013.
- [Fis11] Ulrich Fischer. *Tabellenbuch Metall*. 45. Aufl. Europa-Lehrmittel, 2011. ISBN: 978-3-8085-1446-7.
- [Ger13] Hendrik Gerth. *Messtechnik 1 - Skript zur Vorlesung*. Clausthal-Zellerfeld, 2013.
- [Hei14] Dipl. Math. Wiebke Heins. „Grundpraktikum Frequenzganganalyse“. In: *TU Clausthal, Grundpraktikum Maschinenlabor* (2014).
- [Joh14] Connor Johnson. *Smoothing with Exponentially Weighted Moving Averages*. 1. Feb. 2014. URL: <http://connor-johnson.com/2014/02/01/smoothing-with-exponentially-weighted-moving-averages/> (besucht am 05.12.2014).
- [McK13] Wes McKinney. *Python for Data Analysis*. Sebastopol, CA 95472: O'Reilly Media, Inc., 2013. ISBN: 978-1-449-31979-3.