# Tutorium 11

Florian Weber

2. Juli 1014

# Kürzeste Wege

# Kürzeste Wege auf DAGs

- Erzeuge eine topologische Sortierung $S$ der Knoten
  - $\forall uv \in E$: $u$ kommt vor $v$
- Initialisiere alle Distanzen auf $\infty$
- Führe eine Runde Bellman-Ford aus (Knoten in Reihenfolge $S$!)
- Laufzeit: $O(|E|)$

# Minimale Spannbäume

# Übersicht

- Baum $\rightarrow$ zusammenhängend, nur ein Pfad zwischen zwei Knoten
- Minimal $\rightarrow$ leichtester Baum der alle Knoten verbindet
- Nur auf ungerichteten Graphen sinnvoll und primär auf gewichteten interessant

# Der Jarník-Prim-Algorithmus

- Entdeckt von Jarník (1930), Prim (1957) und Dijkstra (1959)
- Fast identisch mit Dijkstras Algorithmus (kürzeste Wege):

# Der Jarník-Prim-Algorithmus

- Entdeckt von Jarník (1930), Prim (1957) und Dijkstra (1959)
- Fast identisch mit Dijkstras Algorithmus (kürzeste Wege):

- $R := \{\text{Startknoten}\}$, $M := \emptyset$
- Solange $|R| \neq |V|$:
  - Wähle leichteste Kante $e$, die von $R$ nach $\overline{R}$ geht
  - Füge den nicht in $R$ liegenden Knoten von $e$ zu $R$ hinzu
  - $M := M \cup \{e\}$
- $M$ = Kanten des MST

# Der Jarník-Prim-Algorithmus

- Entdeckt von Jarník (1930), Prim (1957) und Dijkstra (1959)
- Fast identisch mit Dijkstras Algorithmus (kürzeste Wege):

- $R := \{\text{Startknoten}\}$, $M := \emptyset$
- Solange $|R| \neq |V|$:
  - Wähle leichteste Kante $e$, die von $R$ nach $\overline{R}$ geht
  - Füge den nicht in $R$ liegenden Knoten von $e$ zu $R$ hinzu
  - $M := M \cup \{e\}$
- $M =$ Kanten des MST

- Benötigt: Prioritätsliste von $\overline{R}$, sortiert nach Kosten den Knoten hinzuzufügen
- Mit Binary-Heap: $O((|E| + |V|) \log |V|)$
- Mit Fibonacci-Heap: $O(|E| + |V| \log |V|)$

# Algorithmus von Kruskal

- Nächste Woche
- Idee: Nehme solange die kürzeste Kante des Graphen die keinen Kreis mit bisherigen Kanten bildet bis diese Kanten einen MST bilden.

# Nachbesprechung Mittsemesterklausur