

Finance Quantitative

Gestion Obligataire Solution

Patrick Hénaff

Version: 07 févr. 2024

Couverture d'un passif obligataire

L'objet de cette partie est de construire un modèle de gestion obligataire qui combine les méthodes d'adossement flux à flux et d'immunisation.

La méthode d'adossement flux à flux est adaptée aux échéances court-terme, car elle évite de faire des transactions trop nombreuses. Par contre, elle manque de flexibilité, et se révèle être une solution chère. Pour un horizon plus lointain, on lui préfère donc l'immunisation.

Données

Les données sont simulées pour les besoins du TP.

Obligations

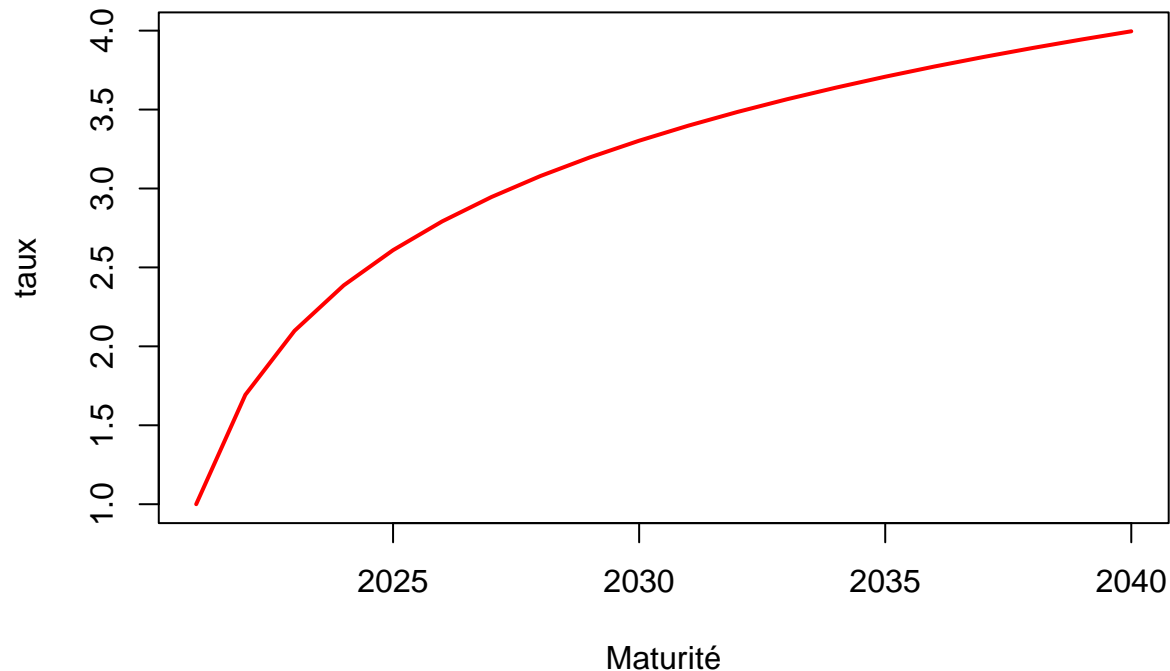
```
df.o <- read.csv("../GP/data/obligations.csv",
                  colClasses=c("character", "character", NA))
df.o$dtE <- as.Date(df.o$dtE, format("%m/%d/%Y"))
df.o$dtM <- as.Date(df.o$dtM, format("%m/%d/%Y"))
df.o$Nom <- sapply(seq_along(df.o$dtE), function(x) paste('Bond-',x, sep=''))
nb.bonds <- nrow(df.o)
kable(df.o[1:10,],
      col.names=c("Dt Emission", "Dt Maturité", "Coupon (%)", "Nom"),
      format="latex", booktabs=T)%>%
  kable_styling(position="center")
```

Dt Emission	Dt Maturité	Coupon (%)	Nom
2018-06-01	2021-06-01	1.7	Bond-1
2016-12-01	2021-12-01	3.5	Bond-2
2019-04-01	2022-04-01	1.7	Bond-3
2017-10-01	2022-10-01	2.6	Bond-4
2020-02-01	2023-02-01	2.7	Bond-5
2016-04-01	2023-04-01	1.2	Bond-6
2018-08-01	2023-08-01	5.0	Bond-7
2020-12-01	2023-12-01	2.2	Bond-8
2017-02-01	2024-02-01	3.5	Bond-9
2019-06-01	2024-06-01	2.7	Bond-10

Courbe des taux actuariels

```
dt.mat <- seq(ymd('2021-01-01'), ymd('2040-01-01'), by="year")
tx <- 1 + log(seq_along(dt.mat))
df.cdt <- data.frame(mat=dt.mat, tx=tx)
plot(dt.mat, tx, type='l', lwd=2, col='red',
     main='Courbe des taux actuariels',
     xlab="Maturité", ylab="taux")
```

Courbe des taux actuariels



Calculs préliminaires

- Ecrire une fonction qui permet d'interpoler la courbe de taux pour une date de maturité donnée.
- Choisir une obligation de la liste, interpoler le rendement actuariel et calculer le prix "pied de coupon", le coupon couru, le prix "avec coupon couru", et les indicateurs de risque. Utiliser le paquet "BondValuation" et la convention AFB ACT/ACT pour les décomptes de jours.

Partie 1: Immunisation

Soit un passif de 10,000,000€ payable le 2/1/2025. Construisez un portefeuille de deux obligations ayant, au 17/3/2021, la même valeur et la même PV01 que le passif. Optimisez le rendement moyen du portefeuille ainsi construit.

Calcul de prix et indicateurs de risque des obligations

Prix et PV01 du passif

Programme d'immunisation: maximiser le rendement du portefeuille.

Vérification

Partie 2: Adossement flux à flux et immunisation

On considère maintenant un passif composé de plusieurs flux, comme indiqué dans le tableau ci-dessous:

Table 1: Echancier du passif à financer

Date	Montant
2021-10-01	1,000,000
2022-04-01	1,000,000
2022-10-01	1,000,000
2023-04-01	1,000,000
2023-10-01	1,000,000
2024-04-01	1,000,000
2024-10-01	10,000,000

Construire un portefeuille de rendement maximum tel que:

- les 4 premiers flux de passif sont adossés
- au 01/04/2023 (date d'immunisation), la PV et PV01 de l'actif et du passif sont égales.

On suppose que la courbe des taux au 01/04/2023 sera la même qu'au 17/03/2021.

Les étapes du calcul sont les suivantes:

Prix et PV01 des obligations à la date d'immunisation

Prix et PV01 du passif à la date d'immunisation

Résolution du programme linéaire

Valorisation d'une option sur obligation avec le modèle de Black-Derman-Toy

On considère le modèle de Black, Derman et Toy décrit dans la note de cours.

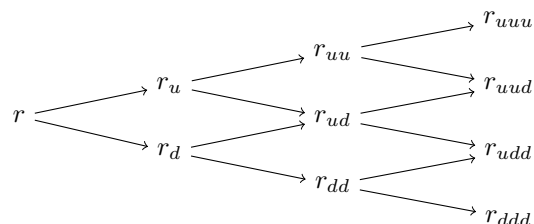


Figure 1: Black-Derman-Toy short rate tree

L'objectif de cette partie est de calibrer le modèle à une courbe zero-coupon et une courbe de volatilité du taux zero-coupon afin de valoriser une option sur obligation.

Maturity	$z(t)$	$\beta(t)$
1	10.0	
2	11.0	19
3	12.0	18
4	12.5	17
5	13.0	16

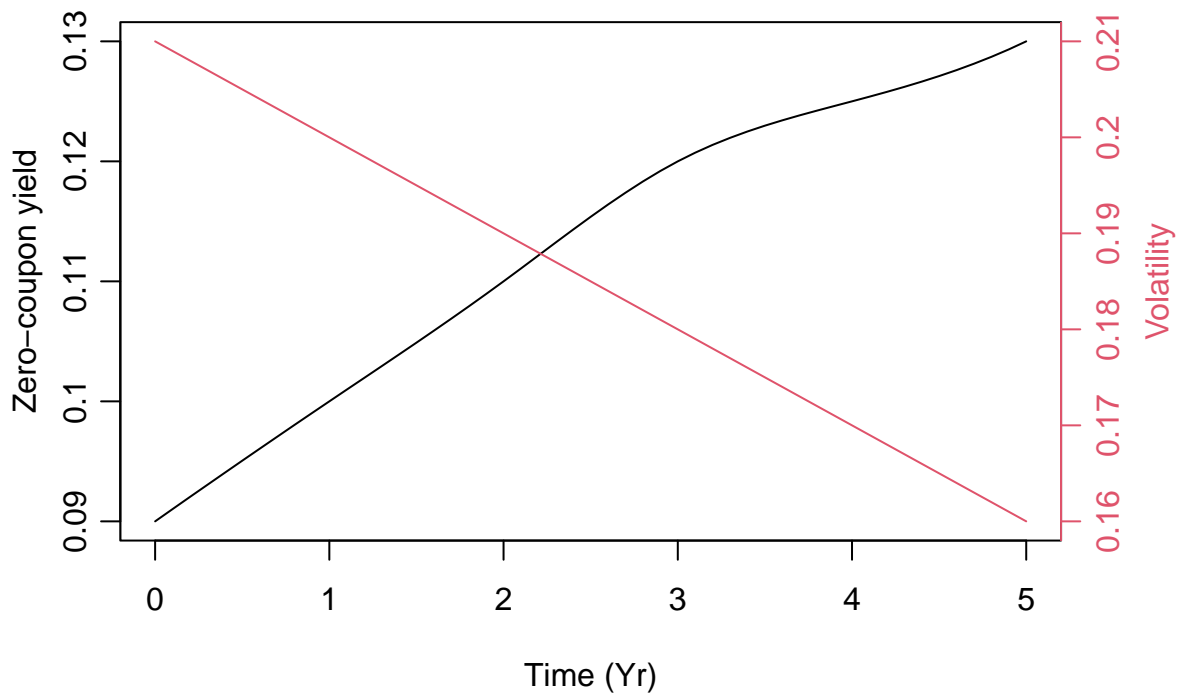
Construction d'un arbre BDT

```
z <- data.bdt$z/100
beta <- data.bdt$b/100
```

Fonctions d'interpolation pour la courbe zero-coupon et la courbe de volatilité. On ajoute un taux court à la courbe zero-coupon pour permettre une interpolation robuste.

```
zc.curve <- splinefun(seq(0,5), c(.09, z))
beta[1] <- .2
vol.curve <- splinefun(seq(0,5), c(.21, beta))

df <- function(r) {
  1/(1+r)
}
```



Questions

1. Calibrage de l'arbre: généraliser la méthode de calibration vue en cours pour pouvoir construire un arbre de n pas, et d'incrément Δt .
2. A partir de l'article de Boyle (2000), utiliser les prix d'Arrow-Debreu pour optimiser les calculs.
3. Construire un arbre de maturité 5 ans, par pas de temps de 1 mois.

4. Utiliser cet arbre pour valoriser un call de strike 79, de maturité 1 an, sur une obligation de maturité 5 ans et de coupon 5%.