

# Gestion de Portefeuille

## Ex-3: Risque Systématique et Risque Spécifique dans un modèle à un facteur

Patrick Hénaff

Version: 07 févr. 2024

### Modèle à un facteur (CAPM/MEDAF)

L'excès de rendement des titres est déterminé par le coefficient d'exposition au risque de marché  $\beta_i$ :

$$r_i = r_f + \beta_i(r_M - r_f) + \epsilon_i$$

ou  $r_i$ ,  $r - M$ ,  $\epsilon_i$  sont des variables aléatoires, avec  $\text{cov}(\epsilon_i, r_M) = 0$  et donc:

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_M^2 + \sigma_\epsilon^2$$

Le risque du titre  $i$  est décomposé en un risque de marché  $\beta_i^2 \sigma_M^2$  et un risque spécifique  $\sigma_\epsilon^2$  qui peut être éliminé par diversification.

### Questions

On se propose de mesurer numériquement cet effet de diversification sur un exemple numérique:

On considère  $n$  actifs ayant tous  $\beta_i = 0.8$ ,  $\sigma_i = .25$  alors que  $\sigma_M = .2$ .

**Calculer le risque systématique et le risque spécifique de chacun de ces titres.**

**Construire un portefeuille équipondéré de  $n$  titres, et calculer de nouveau le risque total du portefeuille, décomposé en risque systématique et le risque spécifique.**

**Faire varier  $n$  et tracer un graphe des deux composantes du risque en fonction de  $n$ .**

Quelle conclusion en tirer pour ce qui est de la réduction du risque spécifique?