

Finance Quantitative

“Exercice Vanna-Volga” Solution

Patrick Hénaff

Version: 14 mars 2024

Dans cet exercice, on va construire les instruments de référence traditionnels de la méthode Vanna-Volga, et tenter de justifier le choix faits par les praticiens, en particulier sur le marché des changes.

Les données de marché

```
T <- 1
S.0 <- 100
r <- 0
d <- 0
b <- r-d
sigma <- 30/100
X <- 110.50
```

On dispose d’une fonction qui permet de déterminer le smile et fonction du strike:

```
# smile function
smile <- function(X) (-(0/20)*(X-S.0) + (1/300)*(X-S.0)^2)/100
```

Les instruments de référence

On se propose de calculer les caractéristiques des trois instruments de référence:

- un straddle à l’argent
- un risk-reversal à 25 Δ en valeur absolue
- un butterfly vega-neutre.

Straddle

Par définition, le Straddle est valorisé à la volatilité BS. Ecrire une fonction qui calcule la valeur du straddle en fonction du sous-jacent et de la volatilité.

Risk reversal

- Calculer le strike d’un call et d’un put ayant un Δ de .25 en valeur absolue.
- Ecrire une fonction qui calcule la valeur du risk-reversal en fonction du sous-jacent et de la volatilité.

```
# Call
FindK <- function(Strike) {
  0.25 - GBSGreeks(Selection="delta", TypeFlag='c', S=S.0, X=Strike,
    Time=T, r=r, b=b, sigma=sigma)
```

```

}
K.call <- uniroot(FindK, interval=c(50, 150))$root
FindK <- function(Strike) {
  0.25 + GBSGreeks(Selection="delta", TypeFlag='p', S=S.0, X=Strike,
                  Time=T, r=r, b=b, sigma=sigma)
}
K.put <- uniroot(FindK, interval=c(50, 150))$root

C <- function(spot, vol) {
  GBSOption(TypeFlag = "c", S=spot, X=K.call, Time=T, r=r, b=b, sigma=vol)$price
}
P <- function(spot, vol) {
  GBSOption(TypeFlag = "p", S=spot, X=K.put, Time=T, r=r, b=b, sigma=vol)$price
}

Straddle <- function(spot, vol) {
  GBSOption(TypeFlag = "c", S=spot, X=S.0, Time=T, r=r, b=b, sigma=vol)$price +
  GBSOption(TypeFlag = "p", S=spot, X=S.0, Time=T, r=r, b=b, sigma=vol)$price
}

RiskReversal <- function(spot, vol) { P(spot, vol) - C(spot, vol) }

```

On obtient: $K_{\text{call}} = 128.06$ et $K_{\text{put}} = 85.44$

Butterfly

Le butterfly est un portefeuille d'options:

$$\beta(C(S_0, \sigma) + P(S_0, \sigma)) - S(S_0, \sigma)$$

avec: C : call .25 Δ , P : put .25 Δ , S : ATM straddle.

- Calculer β pour être vega-neutre
- Ecrire une fonction qui calcule la valeur du butterfly en fonction du sous-jacent et de la volatilité.

```

BF.tmp <- function(vol, spot=S.0, beta) {
  beta*(P(spot, vol)+C(spot,vol))-Straddle(spot,vol)
}
eps <- 1.e-5
BF.V <- function(vol, beta) {
  (BF.tmp(vol+eps, beta=beta)-BF.tmp(vol-eps, beta=beta))/(2*eps)
}

beta <- uniroot(function(b) BF.V(sigma, b), c(1, 1.5))$root

BF <- function(spot, vol) {
  beta*(P(spot, vol)+C(spot,vol))-Straddle(spot,vol)
}

```

On obtient $\beta = 1.24$.

Indicateurs de risque

```

# d P / d sigma
Vega <- function(f, spot=S.0, vol=sigma) (f(spot, vol+eps)-f(spot, vol-eps))/(2*eps)

```

```

# d Vega / d spot
Vanna <- function(f, spot=S.0, vol=sigma) {
  (Vega(f, spot+1, vol)-Vega(f, spot-1, vol))/2
}

# d Vega / d sigma
Volga <- function(f, vol=sigma) {
  (Vega(f, vol=vol+eps)-Vega(f, vol=vol-eps))/(eps)
}

```

Indicateurs pour chaque instrument de référence:

```

Benchmarks <- c(Straddle, RiskReversal, BF)
B.vega <- sapply(1:3, function(i) Vega(Benchmarks[[i]]))
B.vanna <- sapply(1:3, function(i) Vanna(Benchmarks[[i]]))
B.volga <- sapply(1:3, function(i) Volga(Benchmarks[[i]]))

B.mat <- matrix(c(B.vega, B.vanna, B.volga), nrow=3, byrow=TRUE)
print(B.mat)

```

```

##           [,1]           [,2]           [,3]
## [1,]  78.8956918 -1.106878e-04  0.0000000
## [2,]   0.3947023 -1.428204e+00  0.3943391
## [3,] -11.8340893 -8.574430e+01 251.1164077

```

Justification de la méthode approximée

On observe que l'élément diagonal est le plus important de chaque ligne, ce qui justifie l'utilisation d'une méthode approximative qui ne retient que la diagonale de B.