

Finance Quantitative

Exo: Formule de Breeden-Litzenberger

Version: 07 févr. 2024

On se propose de calculer la distribution empirique de S_T à partir de la volatilité implicite des options.

La courbe de volatilité est donnée par un polynome du second degré. La volatilité de “Black-Scholes” est la volatilité à l’argent, réputée indépendante du strike.

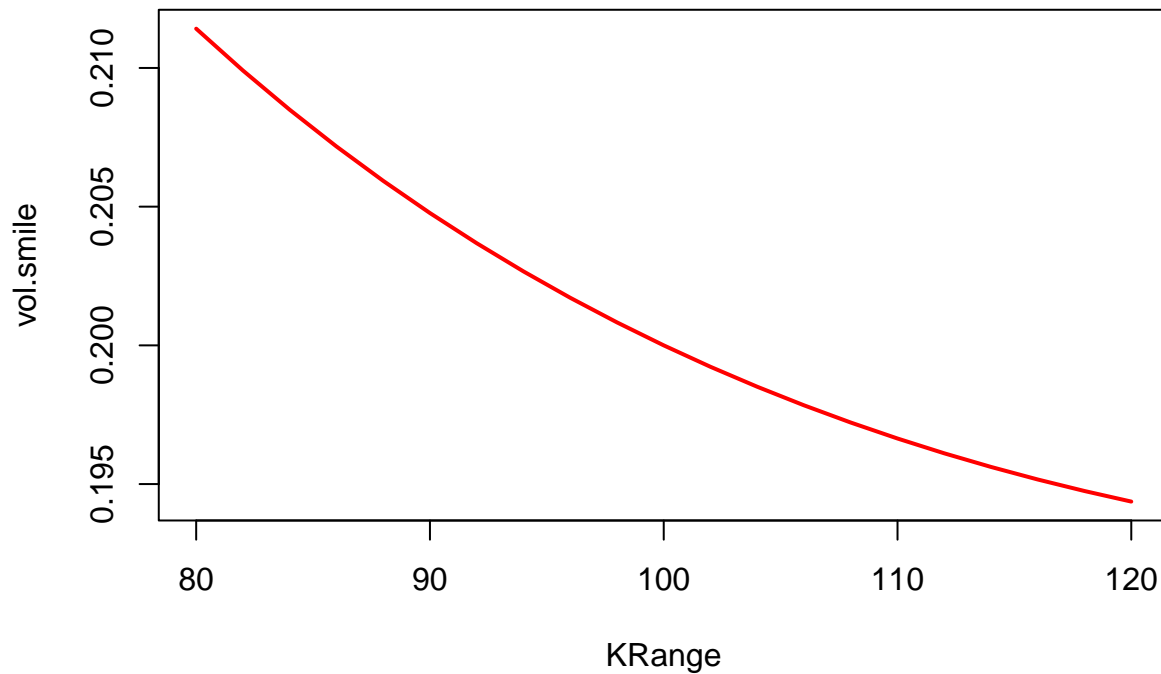
```
## quadratic smile coefficients
a1 <- -.40/10
a2 <- .5/10

## BS volatility function
bsVol <- function(K) {
  rep(sigma, length(K))
}

## Volatility with smile
smileVol <- function(K) {
  sigma + a1*log(K/S) + a2*log(K/S)^2
}
```

Smile de volatilité

```
KRange <- seq(80, 120, by=2)
vol.smile <- sapply(KRange, smileVol)
plot(KRange, vol.smile, type="l", col="red", lwd=2)
```



```
# Call avec smile de volatilité
call.sm <- function(K) {
  tmp <- GBSOption(TypeFlag="c", S, X=K,Time=T,
                    r=r, b=b, sigma=smileVol(K))
  tmp@price
}
# test
print(paste("Call 90: ", round(call.sm(90),3)))

## [1] "Call 90:  13.746"
```

Densité de S_T

Calculer la densité $p(S_T)$ en utilisant la formule de Breeden-Litzenberger.

Valorisation de call digitaux strike=140

Valoriser un call digital en dehors de l'argent ($K = 105$), en utilisant la distribution lognormale (Black-Scholes) et la distribution implicite dérivée du smile.