Ad-Soyad: **No:** **1.Öğretim** ☐ **2.Öğretim** ☐

Sivas Cumhuriyet Üniversitesi – Mühendislik Fakültesi – Bilgisayar Mühendisliği Bölümü 2021-2022 Akademik Yılı Bil1006 Bilgisayar Destekli Lineer Cebir – Vize Sınavı

1. Hayali 3 kişi oluşturun. Bu 3 kişinin herbirini 3 farklı sayısal özellik kullanarak 3 boyutlu bir vektör ile ifade ediniz (her kişi için aynı özellikler kullanılacak) Bu kişilerin birbirine olan benzerliklerini iç çarpım kullanarak hesaplayınız. (*Create three imaginary persons. Represent these persons by three-dimensional vectors, where each dimension corresponds to a numerical property - be sure to use the same property for each person; and then calculate the similarities between these three persons using the dot product.*) (20P)

Çözüm.

Bu kişiler K1, K2 ve K3 olsun ve yaş, kilo ve boy gibi sayısal özelliklerle ifade edilsin. Hayali olarak bu kişileri şu şekilde gösterelim:

	Yaş	Kilo	Boy
K1	26	55	165
K2	37	85	187
K3	23	66	171

Şu halde K1 ve K2 kişilerinin birbirine benzerliği $< \begin{bmatrix} 26 \\ 55 \\ 165 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 37 \\ 85 \\ 187 \end{bmatrix} > = 26 \cdot 37 + 55 \cdot 85 + 165 \cdot 187 = 36492$

K1 ve K3 kişilerinin birbirine benzerliği $< \begin{bmatrix} 26 \\ 55 \\ 165 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 23 \\ 66 \\ 171 \end{bmatrix} > = 26 \cdot 23 + 55 \cdot 66 + 165 \cdot 171 = 32443$

K2 ve K3 kişilerinin birbirine benzerliği $< \begin{bmatrix} 37 \\ 85 \\ 187 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 23 \\ 66 \\ 171 \end{bmatrix} > = 37 \cdot 23 + 85 \cdot 66 + 187 \cdot 171 = 38438$

olduğundan birbirine en benzer iki kişi K1 ve K3'tür.

---

2. $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ fonksiyonu $T\left(\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ olarak matris- vektör çarpımı olarak tanımlansın. Bu fonksiyonun bir lineer transformasyon olup-olmadığını gösteriniz.
(*The definition of the function T is given as a matrix-vector product, as shown above. Show whether or not this function is a linear transformation.*) (20P)

Çözüm.

Öncelikle gerekli matris vektör çarpımını yaparak T'yi tam olarak tanımlayalım:

$$T\left(\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} a - b \\ 2a + 3b \end{bmatrix}$$

Şimdi bir lineer transformasyon olupolmadığına bakalım:

i) k bir reel sayı olmak üzere $T\left(k\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}\right) = T\left(\begin{bmatrix} ka \\ kb \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} ka - kb \\ 2ka + 3kb \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k(a-b) \\ k(2a+3b) \end{bmatrix} = k\begin{bmatrix} a - b \\ 2a + 3b \end{bmatrix} = kT\left(\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}\right)$

olduğundan ilk şart sağlanır.

ii) $T\left(\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = T\left(\begin{bmatrix} a + x \\ b + y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} a + x - b - y \\ 2a + 2x + 3b + 3y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a - b + x - y \\ 2a + 3b + 2x + 3y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a - b \\ 2a + 3b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x - y \\ 2x + 3y \end{bmatrix}$

$$= T\left(\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}\right) + T\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right)$$

olup ikinci şart da sağlanır. O halde T bir lineer transformasyondur.

---

3. $\mathbb{R}^2$ uzayının $u = \begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$ ve $u = \begin{bmatrix}2\\-1\end{bmatrix}$ vektörleri tarafından gerilebildiğini gösteriniz.
(Show that $\mathbb{R}^2$ can be spanned using the vectors u and v vectors shown above.) (20P)

Çözüm.

u ve v vektörlerinin $\mathbb{R}^2$ uzayını gerebilmesi için bu uazyın her elemanı u ve v vektörlerinin bir lineer kombinasyonu şeklinde yazılabilmesi gerekir, böylece bu uzayin her elemani u ve v vektörlerince üretilmiş olur.

$\mathbb{R}^2$ ‘den herhangi bir $\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ vektörü alalım. Eğer bu vektörü, u ve v vektörleri tarafından üretilebiliyorsa

$$\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix} = c_1\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix} + c_2\begin{bmatrix}2\\-1\end{bmatrix}$$

olacak şekilde c_1 ve c_2 katsayıların bulunabilmesi gerekir.

Yukarıdaki eşitliği düzenlersek

$$\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}c_1 + 2c_2\\c_1 - c_2\end{bmatrix}$$

olur. Iki vektörün eşitliğinden

$$a = c_1 + 2c_2$$

$$b = c_1 - c_2$$

Olur. Buradan $c_1 = \frac{1}{3}(a + 2b)$ ve $c_2 = \frac{1}{3}(a - b)$ elde edilir. $\mathbb{R}^2$ ‘nin $\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ şeklindeki her vektörü/elemanı için bu şekilde c_1 ve c_2 katsayıları bulunabildiğinden u ve v vektörleri $\mathbb{R}^2$ uzayını geriyordur diyebiliriz.

---

4. Girilen bir matrisin <u>digonal üstü</u> elemanlarının (bileşenlerinin) toplamının 3’e bölününden kalanı veren bir fonksiyonu iki adet for loop içeren bir MATLAB/Octave kodu olarak yazınız.
(*Write a MATLAB function that contains two for loops, takes a matrix as input, and then returns the remainder after dividing the sum of the elements above the diagonal of the matrix by 3)* (20P)

Çözüm.

ucDenKalan.m

```
function retDeger= ucDenKalan(A)

[m,n]=size(A); %once boyutlari alalim

top=0;
for i=1:m-1 %son satırı almıyoruz
    for j=i+1:n %diagonalın ustunu almak icin
        top=top+A(i,j);
    end
end

retDeger =rem(top,3);
```

---

5. Girilen iki adet matris çarpılabilir ise ekrana “Bu matrisler çarpılabilidir”, değilse ekrana duruma göre “Birinci matrisin kolon sayısı azdır” yada “Birinci matrisin kolon sayısı fazladır” yazan bir MATLAB/Octave fonksiyonu yazınız.
(Write a MATLAB function that takes two matrices as input and then prints “These matrices can be multiplied” if the matrices can be indeed multiplied. Otherwise the function will print either “The number of the columns for the first matrix must be reduced” or “The number of the columns for the first matrix must be increased” depending on the situation.) (20P)

carpilabilirMi.m

```
function [] =carpilabilirMi(A,B)

[m,n]=size(A);
[k,l]=size(B);

if n ==k
    disp('Bu matrisler carpilabilirdir')
else if n>k
     disp('Birinci matrisin kolon sayisi fazladir.')
else
    disp('Birinci matrisin kolon sayisi azdir.')
end
end
```