$\Delta$  un axe fixe,  $\mathscr{D} \in \Delta$ , O,O',M des points de l'espace, et H  $\in \Delta$  le un projeté orthogonal de M sur  $\Delta$ 

| Référenciels non Galiléens                               |   |
|--|---|
| Nom de la formule  | Expression mathématique   |
| Formule de dérivation composée                           | $\left(\frac{\mathrm{d}\vec{\mathrm{U}}}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathscr{R}} = \left(\frac{\mathrm{d}\vec{\mathrm{U}}}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathscr{R}'} + \overrightarrow{\Omega}_{\mathscr{R}'/\mathscr{R}} \wedge \overrightarrow{\mathrm{U}}$  |
| Vitesse  | $\vec{v_{\mathcal{R}}}(\mathbf{M}) = \vec{v_{\mathcal{R}'}}(\mathbf{M}) + \vec{v_e}(\mathbf{M})$  |
| Vitesse d'entrainement                                   | $\vec{v_e}(\mathbf{M}) = \vec{v_{\mathcal{R}}}(\mathbf{O}') + \vec{\Omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}} \wedge \vec{\mathbf{O}'}\mathbf{M}$   |
| Vitesse ref en translation uniforme                      | $\vec{v_{\mathcal{R}}}(\mathbf{M}) = \vec{v_{\mathcal{R}'}}(\mathbf{M}) + \vec{v_e}(\mathbf{M}) = \vec{v_{\mathcal{R}}}(\mathbf{O}') + \vec{v_{\mathcal{R}}}(\mathbf{O}')$  |
| Vitesse ref en rotation uniforme d'axe fixe              | $\vec{v_{\mathcal{R}}}(\mathbf{M}) = \vec{v_{\mathcal{R}'}}(\mathbf{M}) + \vec{\Omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}} \wedge \vec{\mathbf{HM}}$   |
| Accélération ref en translation uniforme                 | $\vec{a}_{\mathscr{R}}(M) = \vec{a}_{\mathscr{R}'}(M) + \vec{a}_{\mathscr{R}}(O')$  |
| Accélération ref en rotation uniforme d'axe fixe         | $\vec{a_{\mathcal{R}}}(\mathbf{M}) = \vec{a_{\mathcal{R}'}}(\mathbf{M}) + \vec{a_c}(\mathbf{M}) + \vec{a_e}(\mathbf{M})$  |
| Accélération de Coriolis                                 | $\vec{a}_e(\mathbf{M}) = 2\vec{\Omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}} \wedge \vec{v_{\mathcal{R}'}}(\mathbf{M})$  |
| Accélération d'entrainement                              | $ec{a}_c(\mathrm{M}) = -\Omega^2_{\mathscr{R}'/\mathscr{R}} ec{\mathrm{HM}}$  |
| Théorème de la résultante dynamique                      | $\vec{a_{\mathcal{R}'}} = \sum \vec{F_{ext}} - m\vec{a_e} - m\vec{a_c} = \sum \vec{F_{ext}} + \vec{F_{ie}} + \vec{F_{ic}}$  |
| Théorème du moment cinétique                             | $\left(\frac{\mathrm{d}\vec{\mathcal{L}}_{\mathrm{A}/\mathscr{R}'}(\mathrm{M})}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathscr{R}} = \sum \vec{\mathcal{M}}_{\mathrm{A}}\left(\vec{\mathrm{F}_{ext}}\right) + \vec{\mathcal{M}}_{\mathrm{A}}\left(\vec{\mathrm{F}_{ie}}\right) + \vec{\mathcal{M}}_{\mathrm{A}}\left(\vec{\mathrm{F}_{ic}}\right)$ |
| Energie d'entrainement, cas translation rectiligne       | $E_{p,ie} = ma_e x + C^{\text{ste}}$  |
| Energie d'entrainement, cas rotation uniforme d'axe fixe | $E_{p,ie} = -\frac{1}{2} m\Omega_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}}^2 r^2 + C^{\text{ste}}$   |

TABLE 1 – Formules relatives aux référentiels non inertiels.

On se limite à des signaux lentements variables (En basse fréquence)

| Énergétique   |   |
|---|---|
| Nom de la formule                                       | Expression mathématique   |
| Puissance d'une force                                   | $\mathscr{P}(\vec{f}) = \vec{f} \cdot \vec{v}$  |
| Travail élémentaire                                     | $\delta \mathbf{W}(\vec{f}) = \mathscr{P}(\vec{f}) \mathbf{d}t = \vec{f} \cdot \mathbf{d}\vec{\mathbf{O}}\mathbf{M}$  |
| Force conservative                                      | $\exists \mathbf{E}_p \mid \delta \mathbf{W}(\vec{f}) = -\mathbf{d}\mathbf{E}_p$                                      |
| Travail d'une force                                     | $W(\vec{f}) = \int_{M \in \widehat{AB}} \delta W(\vec{f})$  |
| Condition pour qu'une force dérive d'une $\mathrm{E}_p$ | $\vec{\mathrm{rotF}} = \vec{0}$   |
| Théorème de l'énergie cinétique                         | $\Delta \mathbf{E}_c = \sum_i \mathbf{W}(\vec{f}_i)$  |
| Energie potentielle                                     | $\Delta \mathbf{E}_{c} = \sum_{i} \mathbf{W}(\vec{f}_{i})$ $\mathbf{E}_{p} = -\int_{\Gamma} \mathbf{d}\mathbf{E}_{p}$ |
| Energie mécanique                                       | $\mathbf{E}_m = \mathbf{E}_p + \mathbf{E}_c$  |
| Théorème de l'énergie mécanique                         | $\Delta E_m = \sum_i W(\vec{F}_{i, \text{ non conservative}})$  |
| Lien énergie potentielle / force                        | $\vec{F} = -\vec{\nabla}E_p = -g\vec{rad}(E_p)$   |
| Lien puissance / Energie                                | $\mathscr{P} = \frac{\mathrm{dE}}{\mathrm{d}t}$   |
| Théorème de la puissance cinétique                      | $\mathcal{P} = \frac{dE}{dt}$ $\frac{dE_c}{dt} = \sum_i \mathcal{P}(\vec{f_i})$                                       |

Table 2 – Formules énergiétiques.

| Electromagnétique |
|-------------------|
|-------------------|

|   | omagnetique  |
|---|--|
| Nom de la formule   | Expression mathématique  |
| Vecteur densité de courant volumique  | $\vec{j} = q n^* \vec{v} = \rho \vec{v}$   |
| Lien densité de courant volumique / Charge  | $dQ = \vec{j} \cdot d\vec{S}dt$  |
| Maxwell Gauss   | $\operatorname{div}(\vec{\mathrm{E}}) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$  |
| Maxwell Thomson / Flux  | $\operatorname{div}(\vec{\mathrm{B}}) = 0$   |
| Maxwell Faraday   | $\vec{\text{rot}}(\vec{E}) = -\frac{\partial B}{\partial t}$   |
| Maxwell Ampère  | $\vec{\text{rot}}(\vec{\mathbf{B}}) = \mu_0 \vec{\mathbf{j}} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$   |
| Ostrogradski  | $\iiint\limits_{\mathscr{H}} \operatorname{div}(\vec{F}) d\tau = \iint\limits_{S} \vec{F} \cdot d\vec{S}$  |
| Stokes  | $\iint_{S} \vec{rot}(\vec{F}) \cdot d\vec{S} = \oint_{T} \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$  |
| Théorème de Gauss   | $div(\vec{B}) = 0$ $r\vec{o}t(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ $r\vec{o}t(\vec{B}) = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ $\iiint_{\mathcal{I}_S} div(\vec{F}) d\tau = \iiint_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$ $\iiint_S r\vec{o}t(\vec{F}) \cdot d\vec{S} = \oint_S \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$ $\iiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$ $\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{enl}$ $\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{V} = \mu_0 I_{enl}$ $\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\vec{J}) = 0$ $\frac{\partial Q}{\partial t} + \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = 0$ |
| Théorème d'Ampère   | $\oint_{\Gamma} \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \mathbf{I}_{\text{enl}}$  |
| Conservation de la charge (local)   | $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\vec{j}) = 0$   |
| Conservation de la chage (Global)   | $\frac{\mathrm{dQ}}{\mathrm{d}t} + \iint_{\mathbf{S}} \vec{\mathbf{j}} \cdot d\vec{\mathbf{S}} = 0$  |
| Lien champ éléctrique potentiels  | $\vec{E} = -g\vec{rad}(V)$   |
| Lien champ éléctrique potentiels  | $\mathbf{dV} = -\vec{\mathbf{E}} \cdot \mathbf{d} \vec{\mathcal{C}}$   |
| Pour une variable d'état &  | $\Delta \mathscr{E} = \sum_{i} \mathscr{E}_{i, \text{\'echang\'e}} + \mathscr{E}_{\text{cr\'ee}}$  |
| Pour une variable d'état (infinitésimal) ${\mathscr E}$   | $\mathrm{d}\mathscr{E} = \sum \delta\mathscr{E}_{i,\mathrm{\acute{e}chang\acute{e}}} + \delta\mathscr{E}_{\mathrm{cr\acute{e}e}}$  |
| Potentiel Dipôle  | $V = \frac{\vec{p} \cdot \vec{u}_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{p\cos(\theta)}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$  |
| Champ éléctrique, dipôle non rayonnant  | $\vec{E} = \frac{\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} (2\cos(\theta)\vec{u}_r + \sin(\theta)\vec{u}_r)$   |
| Champ éléctrique dipôle non rayonnant, Forme intrinseque  | $\vec{E} = \frac{\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} (2\cos(\theta)\vec{u}_r + \sin(\theta)\vec{u}_r)$ $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^5} (3(\vec{p} \cdot \vec{r})\vec{r} - r^2 \vec{p})$   |
| Moment dûe à un champ éléctrostatique sur un dipôle <i>rigide</i> non rayonnant                                 | $\vec{\mathcal{M}}_{\mathrm{O}} = \vec{p} \wedge \vec{\mathrm{E}}_{\mathrm{ext}}$  |
| Énergie potentielle dûe à l'action éléstrostatique d'un champ uniforme sur un dipôle $\it rigide$ non rayonnant | $\mathscr{E}_{\mathrm{p}} = -\vec{p} \cdot \vec{\mathrm{E}}_{\mathrm{ext}}$  |
| Force exercée par un champ electrostatique sur un dipôle non rayonnant au point O                               | $\vec{F}_{E_{\text{ext}} \to \text{dip}} = (\vec{p} \cdot \text{grad}) \vec{E}_{\text{ext}}(O)$  |
| Analogie champ éléctrique / magnétique  | $\frac{1}{\varepsilon_0} \longleftrightarrow \mu_0 \text{ et } \vec{p} \longleftrightarrow \vec{M}$  |

TABLE 3 – Formules électromagnétique.

| Formule d'énergétique électromagnétique               |  |
|---|--|
| Nom de la formule                                     | Expression mathématique  |
| Force de Lorentz                                      | $\vec{\mathbf{F}}_{\text{Lorentz}} = q\left(\vec{\mathbf{E}} + \vec{v} \wedge \vec{\mathbf{E}}\right)$   |
| Force de Lorentz volumique                            | $\vec{f}_{\text{Lorentz}} = \rho \vec{E} + \vec{j} \wedge \vec{B}$   |
| Force de Laplace                                      | $\vec{\mathrm{F}_{\mathscr{L}}} = i\vec{\mathrm{L}} \wedge \vec{\mathrm{B}}$   |
| Force de Drude  | $\vec{\mathrm{F}}_{\mathrm{Drude}} = -\frac{m_i}{\tau_i} \vec{v_i}$  |
| Loi d'Ohm locale                                      | $\vec{F}_{Drude} = -\frac{m_i}{\tau_i} \vec{v}_i$ $\vec{J} = \gamma \vec{E}, \ \gamma = \sum_i \frac{n_i^* \tau_i q_i^2}{m_i}$   |
| Lien puissance (Volumique) Lorentz / Drude            | $p_{\text{lorentz}} = \vec{\mathbf{j}} \cdot \vec{\mathbf{E}} = -p_{\text{Drude}}$   |
| Densité volumique énergétique éléctromagnétique       | $e_{\mathrm{em}}$ tel que $\mathscr{E}_{\mathrm{em}} = \iiint e_{\mathrm{em}} \mathrm{d}\mathscr{V}$   |
| Conservation de l'énergie éléctromagnétique (Globale) | $e_{\text{em}} \text{ tel que } \mathcal{E}_{\text{em}} = \iiint_{\text{M} \in V} e_{\text{em}} d\mathcal{V}$ $\frac{d\mathcal{E}_{\text{em}}}{dt} + \iiint_{\text{S}_{\mathcal{V}}} \vec{\Pi} \cdot d\vec{S} = -\mathcal{P}_{\text{Lorentz}}$ |
| Conservation de l'énergie éléctromagnétique (Local)   | $\frac{\partial e_{\text{em}}}{\partial dt} + \text{div}(\vec{\Pi}) = -\vec{p}_{\text{Lorentz}}$ $e_{\text{em}} = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0}$ $\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{2}$                             |
| Formule pour $e_{ m em}$                              | $e_{\rm em} = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0}$  |
| Vecteur de Poynting                                   | $\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$   |

TABLE 4 – Energie éléctromagnétique

| Ondes éléctromagnétiques dans les conducteurs Ohmiques          |  |
|---|--|
| Nom de la formule   | Expression mathématique  |
| Approximation basse fréquence                                   | $\tau\omega\ll 1,\frac{\omega\varepsilon_0}{\gamma_0}\ll 1$  |
| Ordre de grandeur de $\omega$ pour le cuivre à $100 \mathrm{K}$ | $10 \times 10^{14} \text{rad/s}$   |
| Cette approximation est vérifiée lorsque (Radiofréquences)      | $\omega \ll 10 \times 10^{14} \text{rad/s}$  |
| Radiofréquences :   | $f\lesssim 10 	imes 10^9 \mathrm{Hz}$  |
| Équations de Maxwell dans l'ARQS                                | $(MG): \operatorname{div}\vec{E} = 0 \qquad (MF): \overrightarrow{\operatorname{rot}}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ |
|   | (MT): $\operatorname{div}\vec{B} = 0$ (MA): $r\vec{o}t\vec{B} = \mu_0 \gamma_0 \vec{E}$  |
| Relation de dispertion (Obtenue en injectant (MF) dans (MA))    | $\underline{k}^2 = -i\mu_0 \gamma_0 \omega$  |
| Expression du champ éléctrique                                  | $\vec{E}(M,t) = \vec{E}_0 e^{-\frac{u}{\delta}} \cos\left(\omega t - \frac{u}{\delta} + \Phi\right)$                                 |

TABLE 5 – Ondes éléctromagnétiques dans les conducteurs Ohmiques

## Avec u une coordonnée de l'espace (u=ax+by+cz), et $\vec{r}=\vec{e_x}+\vec{e_y}+\vec{e_z}$

| Formules: Les ondes                 |  |
|-------------------------------------|--|
| Nom de la formule                   | Expression mathématique  |
| D'Alembertien                       | $\Box \Psi = \Delta \Psi - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$   |
| Équation de D'Alembert              | $\Box \Psi = 0$  |
| Cas 1D                              | $\Box \Psi = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial u^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = 0, \text{ avec } u = \alpha x + \beta y + \gamma z$                                 |
| Surface d'onde                      | Points M à $t$ fixé tel que $\Psi(M, t) = C^{\text{ste}}$  |
| Solutions de l'EDA 1D               | $\Psi(u,t) = f(u-tv) + g(u+vt) \text{ ou } f(t-\frac{u}{v}) + g(t+\frac{u}{v})$  |
| Pour $\Psi$ solution de l'EDA 1D    | Avec $a(u) = \Psi(u, 0)$ et $b(u) = \frac{\partial \Psi}{\partial t}(u, 0) = b(u)$   |
| On a                                | $\Psi(u,t) = \frac{1}{2} \left( a(u - vt) + a(u + vt) + \frac{1}{v} \int_{u - vt}^{u + vt} b(s) ds \right)$  |
| Onde progressive monochromatique    | $\Psi(u, t) = \Psi_0 \cos(\omega t \pm ku + \phi) = \Psi_0 \cos(\omega (t \pm \frac{u}{v}) + \phi)$  |
| Vecteur d'onde                      | $\vec{k} = k\vec{e_u}$   |
| Norme du vecteur d'onde             | $\ \vec{k}\  = k(\omega) = \frac{\omega}{\nu} = \vec{r} \cdot \vec{k}$   |
| Longueur d'onde                     | $\ \vec{k}\  = k(\omega) = \frac{\omega}{\nu} = \vec{r} \cdot \vec{k}$ $\lambda = \mathbf{T}^{-1} = \frac{2\pi}{\underline{k}} \left( \operatorname{car} k(u + \lambda) = ku + 2\pi \right)$ |
| Célérité d'une onde dans la matière | $v_{\rm mat} = \sqrt{\frac{{\rm K}a^2}{m}} = \sqrt{\frac{{\rm E}}{\rho}}$ Avec E = $\frac{{\rm K}}{a}$ le module de Young et $\rho$ sa masse   |
|                                     | volumique.   |
| Célérité d'une onde dans une corde  | $v_{\rm corde} = \sqrt{\frac{{ m T}}{\mu_0}}$ Avec T la tension et $\mu_0$ la masse linéique   |
| Ondes stationnaires                 | $\Psi(u,t) = \gamma(t)\phi(u)$   |
| Sur une corde de longueur L,        | $y_n(x,t) = \left[a_n \cos\left(\frac{n\pi v}{L}t\right) + b_n \sin\left(\frac{n\pi v}{L}t\right)\right] \sin\left(\frac{n\pi v}{L}\right)$  |

 ${\it TABLE~6-Formules: Les~Ondes}$ 

| Quelques constantes                                |   |
|--|---|
| Nom de la formule                                  | Expression mathématique                                   |
| Constante de gravitation                           | $\mathcal{G} = 6.67 \times 10^{-11} \mathrm{N  m^2/kg^2}$ |
| Vitesse de la lumière                              | $c = 3,00 \times 10^8 \mathrm{m/s}$                       |
| Constante de Planck                                | $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{J s}$                     |
| Charge élémentaire                                 | $e = 1,60 \times 10^{-19}$ C                              |
| Constante de Boltzmann                             | $k_{\rm B} = 1.38 \times 10^{-23} \text{J/K}$             |
| Masse du proton                                    | $m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{kg}$                    |
| Masse de l'électron                                | $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{kg}$                    |
| Constante de permittivité du vide                  | $\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{F/m}$         |
| Constante de perméabilité du vide                  | $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$                  |
| Champ de claquage de l'air sec                     | $E_{claquage, airsec} = 10 \times 10^5 V/m$               |
| Masse de la Terre                                  | $M_{Terre} = 5.97 \times 10^{24} \text{kg}$               |
| Rayon moyen de la Terre                            | $R_{Terre} = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$                  |
| Constante de Stefan-Boltzmann                      | $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{W/m}^2 / \text{K}^4$  |
| Constante d'Avogadro                               | $N_A = 6,022 \times 10^{23} 1/\text{mol}$                 |
| Constante des gaz parfaits                         | R = 8.31J/(mol K)   |
| Masse du Soleil                                    | $M_{\odot} = 1,989 \times 10^{30} \text{kg}$              |
| Rayon moyen du Soleil                              | $R_{\odot}=6.96\times10^8 m$                              |
| K standard de la réaction d'autoprotolise de l'eau | $K_e = 10 \times 10^{-14}$                                |

TABLE 7 – Quelques constantes physiques

Avec j l'unité complexe de partie imaginaire positive.  $(j^2=-1,\Im(j)=1)$ . On pose  $x=\frac{\omega}{\omega_0}$ 

| Quelques constantes                 |   |
|-------------------------------------|---|
| Nom de la formule                   | Expression mathématique   |
| Fonction de transfert complexe      | $\underline{\mathbf{H}} = \frac{s}{e}$  |
| $FC^1$ : Passe bas du premier ordre | $\underline{\mathbf{H}} = \frac{-\mathbf{H}_0}{1+jx}$   |
| FC : Passe haut du premier ordre    | $\underline{\mathbf{H}} = \frac{\mathbf{H_0}  \mathbf{j}  x}{1 + i  x}$   |
| FC : Passe bas du second ordre      | $\underline{\mathbf{H}} = \frac{\mathbf{H_0}}{1 - (x)^2 + j\frac{x}{\Omega}}$   |
| FC : Passe haut du second ordre     | $\underline{\mathbf{H}} = \frac{\mathbf{H}_0(x)^2}{1 - (x)^2 + j\frac{x}{\Omega}}$  |
| FC : Passe bande                    | $\underline{\mathbf{H}} = \frac{\mathbf{H}_0}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)}$  |
| Remarque                            | Pour passer d'un filtre passe haut à un filtre passe bas, il suffit de multi-<br>plier le numérateur par le terme prédominant en x au denominateur! |
| Bande passante                      | $\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}$ et $\Delta f = \frac{f_0}{Q}$   |

Table 8 – Filtrage d'un signal periodique en RSF

| Paquets d'ondes  |  |
|--|--|
| Expression mathématique  |  |
| $\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \frac{1}{\tau} \frac{\partial \theta}{\partial t} - \omega_0^2 \theta$  |  |
| $\underline{\theta}(x,t) = \underline{\theta}_0 e^{i(\omega t - kx)}$  |  |
| $-\omega^2\theta = v^2k^2\theta - \frac{1}{2}i\omega\theta - \omega_0\theta$   |  |
| $ \frac{\theta(x,t) = \theta_0 e^{i(\omega t - kx)}}{-\omega^2 \theta = v^2 k^2 \theta - \frac{1}{\tau} i\omega \theta - \omega_0 \theta} $ $ \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{v^2} + \frac{1}{v^2 \tau} i\omega = k^2 $ |  |
| k = k' - i  k''  |  |
| $\underline{\theta}(x,t) = \underline{\theta}_0 e^{-k''x} e^{i(\omega t - kx)}$  |  |
| $v_{\varphi} = \frac{\omega}{k}$   |  |
| $\overline{ k''(\omega) }$   |  |
| $\underline{k}^2 = \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\omega_0^2}$   |  |
| $\frac{k^2}{w^2} = \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{v^2}$ $v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{1}{\frac{dk}{d\omega}}$  |  |
|  |  |

TABLE 9 – Paquets d'onde

| Optique Ondulatoire                                 |  |
|---|--|
| Nom de la formule                                   | Expression mathématique  |
| Longueur d'onde dans le vide (Resp. vecteur d'onde) | $\lambda_0 \ ({ m resp} \ k_0)$  |
| Rappel : Relation de Plank Einstein :               | $\mathscr{E} = \hbar \nu = \hbar \omega = \frac{2\pi \hbar}{\lambda_0}$  |
| Onde lumineuse monochromatique :                    | $\underline{\psi}(\mathbf{M}, t) = \Psi(\mathbf{M}) e^{i(\omega t - \varphi(\mathbf{M}))}$   |
| Retard de phase :                                   | $\varphi(M) = \tau_{SM} + \varphi(S)$  |
| Retard de phase (2):                                | $\tau_{\text{SM}} = \int_{\Gamma_{\text{SM}}} \frac{d\ell}{\nu_{\varphi}} = \int_{\Gamma_{\text{SM}}} \frac{nd\ell}{c} = \frac{1}{c} \int_{\Gamma_{\text{SM}}} nd\ell = \frac{1}{c} (\text{SM})$ $I(M) = k \cdot \langle \psi^{2}(M, t) \rangle_{\tau_{r}} = \frac{k}{\tau_{r}} \int_{t}^{t+\tau_{r}} \psi^{2}(M, u) du, \ k = c\varepsilon_{0} \text{ Note : à l'usage,}$ |
| Intensité lumineuse :                               | $I(M) = k \cdot \langle \psi^2(M, t) \rangle_{\tau_r} = \frac{k}{\tau_r} \int_{t}^{t+\tau_r} \psi^2(M, u) du, \ k = c\varepsilon_0 \text{ Note : à l'usage,}$  |
|   | on ne prends pas en compte le $k$ . $\tau_r$ le temps de réponse du capteur.   |
| Ordre de grandeur de $	au_r$ :                      | $\tau_{r,\text{oeuil humain}} = 1 \times 10^{-1} = 0.1 \text{s} \ \tau_{r,\text{capteur CCD}} = 1 \times 10^{-6} \text{s}$   |
| Pour une onde monochromatique :                     | $I(M) = \frac{\psi^2(M)}{2}$   |
| Durée de cohérence                                  | $I(M) = \frac{\psi^{2}(M)}{2}$ $\tau_{c} = \frac{1}{\Delta \nu} = \pi \tau$  |

TABLE 10 – Optique ondulatoire

| Dispositif interferenciels des trous d'Young    Dispositif interferenciels à élargissement des fronts d'onde                                    |  |
|---|--|
| Nom de la formule   | Expression mathématique                              |
| Interférences à grande distance : Dans l'hyposthèse où M est à grande distance des points $S_1$ et $S_2$  | $a \ll D \text{ et }  x ,  y  \ll D$                 |
| Difference de marche à grande distance dans le dispositif des trous d'Young :   | $\delta_{1/2}(\mathbf{M}) = n \frac{ax}{\mathbf{D}}$ |
| Difference de marche à grande distance dans le montage de Frauhofer :   | $\delta_{1/2}(\mathbf{M}) = n \frac{ax}{f_2'}$       |
| Critère de brouillage par extension spatiale d'une fente source<br>primaire, et critère de brouillage par extension spectrale de la<br>source : | $ \Delta p  \gtrsim 1$                               |
| Perte de contraste par élargissement angulaire de la source   | $\theta_{\text{source}} \simeq \frac{\lambda}{a}$    |

Table 11 – Dispositif interferenciels des trous d'Young

## Interferomètre à division d'amplitude $\parallel$ Dispositif interferenciels de Michelson

| Nom de la formule  | Expression mathématique  |
|--|--|
| Difference de marche au point M par l'interferomètre :                               | $\delta_{1/2}(\mathbf{M}) = 2ne\cos(i)$  |
| Intensité en un point M de l'écran (Fresnel) :                                       | $\mathscr{I}(\mathbf{M}) = \frac{\mathbf{I}_0}{2} \left( 1 + \cos(\frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot 2en\cos i) \right)$   |
| Rappel : Dans les conditions de gauss, $\mathrm{DL}_2$ :                             | $\cos(i) = 1 - \frac{i^2}{2} + o_{i \to 0}(i^2)$ $\sin(i) = i + o_{i \to 0}(i^2) = \tan(i)$  |
| Reformulation de l'intensité en un point M de l'écran dans les conditions de gauss : | $\mathscr{I}(\mathbf{M}) = \frac{\mathbf{I}_0}{2} \left[ 1 + \cos \left( \frac{4\pi en}{\lambda_0} \left( 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{r}{f'} \right)^2 \right) \right) \right]$ |
| Rayon des anneaux :  | $r = f' \sqrt{2\left(1 - \frac{p}{p(O')}\right)}$  |

TABLE 12 – Dispositif interferenciels de Michelson

| Introduction aux equations de la physique quantique   |  |
|---|--|
| Nom de la formule   | Expression mathématique  |
| Energie du photon   | $\mathscr{E}_{\mathrm{photon}} = \hbar \omega$   |
| Amplitude de protobabilité de présence  | $\psi(\mathbf{M},t), \mathrm{Im}(\psi) \subset \mathbb{C}$   |
| Amplitude de protobabilité de présence  | $dP(u,t) = \psi^*(u,t)\psi(u,t)du =  \psi(u,t) ^2 du$ (La dernière égalité dans le cas $u$ coordonée cartésienne)  |
| En cartésien 1D, on écrit la densité de probabilité de présence   | $\rho(u,t) =  \psi(u,t) ^2$  |
| La probabilité de trouver la particule dans $[a,b]$ s'écrit   | $P(a \le u \le b, t) = \int_{a}^{b} \rho(u, t) du$   |
| Extension spatiale typique de la fonction d'onde  | $\Delta u$   |
| Longueur d'onde de Broglie (à prononcer <i>Breuil</i> )   | $\lambda_0$ ou $\lambda_{ m DB}$   |
| Pour $u$ une variable aléatoire :   |  |
| Moyenne de $u$ ( <i>Esperance</i> )   | $\langle u(t)\rangle_{\psi} = \int_{\mathbb{D}} u\rho(u,t) du$   |
| Moments de <i>u</i> ( <i>Théorème de transfert</i> )  | $\langle u^n(t)\rangle_{\psi} = \int_{\mathbb{D}} u^n \rho(u,t) du, \ n \in \mathbb{N}^*$  |
| Si $u$ est en cartésien :   |  |
| Extension spatiale typique de la fonction d'onde ( $\acute{E}$ cart $type$ ):   | $\Delta u = \sigma(u) = \sqrt{\mathbb{V}(u)} = \sqrt{\mathbb{E}(u^2) - \mathbb{E}(u)^2} = \sqrt{\langle u^2(t) \rangle_{\psi} - \langle u(t) \rangle_{\psi}^2}$  |
| Condition aux limites de Born   | $\int_{\mathbb{D}} \rho(u, t) du = 1$  |
| Équation de Schrödinger   | K.H. $\int_{\mathbb{R}} \rho(u, t) du = 1$ $i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{-\hbar^2}{2m} \Delta \psi + V \psi$ $\frac{-\hbar}{2m} \delta \psi$  |
| Terme d'énergie cinétique de la particule   | $\frac{-\hbar}{2m}\delta\psi$  |
| Terme lié à l'énergie potentielle   | $ m V\psi$   |
| Vitesse de la particule (def)   | $\langle v_x(t) \rangle_{\psi} = \lim_{dt \to 0} \frac{\langle x(t+dt) \rangle_{\psi} - \langle x(t) \rangle_{\psi}}{dt}$  |
| Vitesse de la particule   | $\langle \nu_{x}(t) \rangle_{\psi} = \lim_{\substack{dt \to 0 \\ dt}} \frac{\langle x(t+dt) \rangle_{\psi} - \langle x(t) \rangle_{\psi}}{dt}$ $\langle \nu_{x}(t) \rangle_{\psi} = \frac{\hbar}{im} \int_{\mathbb{R}} \psi^{*} \frac{\partial \psi}{\partial x} dx$                         |
| Quantité de mouvement   | $\langle p_x \rangle_{\psi} = m \langle v_x \rangle_{\psi} = \int_{\mathbb{D}} \psi^* \left( \frac{\hbar}{i} \right) \frac{\partial \psi}{\partial x} dx$  |
| Quantité de mouvement (Moment d'ordre 2)  | $\langle p_x \rangle_{\psi} = m \langle v_x \rangle_{\psi} = \int_{\mathbb{R}} \psi^* \left( \frac{\hbar}{i} \right) \frac{\partial \psi}{\partial x} dx$ $\langle p_x^2 \rangle_{\psi} = \int_{\mathbb{R}} \psi^* \left( \frac{\hbar}{i} \right)^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} dx$ |
| Théorène d'Ehrenfest  | $\frac{\mathrm{d}\langle p_x \rangle_{\psi}}{\mathrm{d}t} = -\left\langle \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial x} \right\rangle_{\psi}$   |
| Dans la limite classique $\Delta x \ll \Lambda$ ( $\Lambda$ l'echelle de longueur typique sur laquelle x varie, i.e. $V(x)$ peut être approché par sa tangente) | $\frac{\mathrm{d}\langle p_x\rangle_{\psi}}{\mathrm{d}t} = -\frac{\partial V}{\partial x} \left(\langle x\rangle_{\psi,t}\right) \text{ C'est le TRD!}$  |
| Énergie cinétique   | $\langle \mathbf{E}_c \rangle_{\psi} = \int_{\mathbb{R}} \psi^* \left( \frac{-\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right) \mathrm{d}x$   |
|   |  |

Table 13 – Introduction aux equations de la physique quantique

 $\varphi$ 

Dans l'état stationnaire