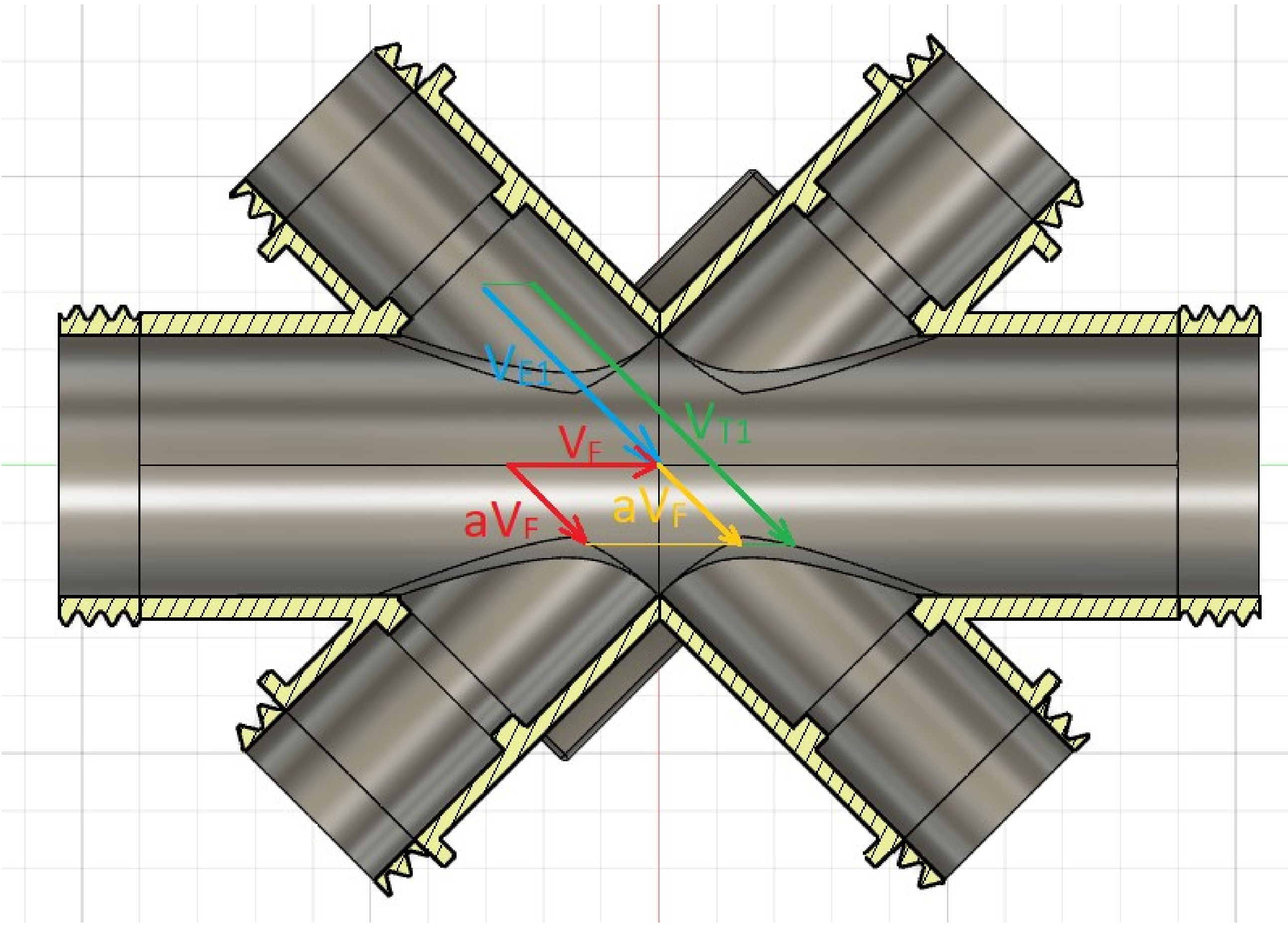
Calcoli per un sensore di flusso a ultrasuoni



Syllabus

V_{T1}: Velocità finale del tono 1

V_{T2}: Velocità finale del tono 2

V_{S1}: Velocità del tono 1 alla sorgente

V_{S2}: Velocità del tono 2 alla sorgente

V_{E1} e V_{E2} dipendono dalla pressione all'interno del flusso ma scompaiono nei calcoli, così non abbiamo bisogno di conoscere il loro effettivo valore.

V_F: Velocità del flusso d'aria

t_1: Tempo di percorrenza del tono 1

t_2: Tempo di percorrenza del tono 2

L: Distanza ricevente-trasmittente (dedotta da t_1 o t_2 misurati in stato di quiete)

Calculus

$$V_{T1} = V_{E1} + aV_F \qquad (1)$$

$$V_{T2} = V_{E2} - aV_F \qquad (2)$$

Poiché l'aria soffia sull'onda acustica lateralmente, con un angolo (α), V_{E1} e V_{E2} saranno incrementate o decrementate con una componente di V_F: aV_F così indicata perché il suo modulo è una percentuale (a) di V_F. La differenza tra il maggiore dei due moduli (V_{T1}) e il minore (V_{T2}) è circa 2 volte aV_F. E poiché i sensori ci permettono di misurare la velocità finale sia col vento a favore (V_{T1}) e sia col vento a sfavore (V_{T2}), possiamo sicuramente eseguire questo calcolo. Da quanto detto fin qui, e considerando che ci interessa la differenza di moduli in valore assoluto e senza segno, estrapoliamo che:

$$aV_F = \frac{|V_{T1} - V_{T2}|}{2} \qquad (3)$$

Finora, a è stata descritta come una generica percentuale. Ma per continuare i calcoli, dobbiamo scoprire cosa contiene e scriverlo esplicitamente. Se ci dessero un numero x e ci dicessero che esso è il valore di aV_F e che l'angolo α è di 45°, per trovare tutto V_F applicheremmo le regole trigonometriche della diagonale del quadrato e moltiplicheremmo il nostro numero per $\sqrt{2}$. Avremmo cioè la seguente situazione:

$$V_F = \sqrt{2} \cdot x \qquad (4)$$

$$V_F = \sqrt{2} \cdot aV_F \qquad (5)$$

Istintivamente vedremmo che per essere vera la (5), $\sqrt{2} \cdot a$ deve fare 1 e quindi che a = $1/\sqrt{2}$. Ma $1/\sqrt{2}$ è il sen(45°) o il cos(45°), cioè il seno o coseno del nostro angolo. Per il nostro disegno possiamo scegliere indifferentemente uno dei due. Allora scegliamo a = cos(α).

Andando a sostituire nella 3 con il risultato trovato e con L e risolvendo per V_F, ecco cosa troviamo:

$$\cos(\alpha) \cdot V_F = \frac{1}{2}|V_{T1} - V_{T2}| \qquad (6)$$

$$\cos(\alpha) \cdot V_F = \frac{1}{2}\left|\frac{L}{t_1} - \frac{L}{t_2}\right| \qquad (7)$$

$$V_F = \frac{1}{2}\frac{1}{\cos(\alpha)} L \left|\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2}\right| \qquad (8)$$

$$V_F = \frac{L}{2\cos(\alpha)} \cdot \frac{|t_2 - t_1|}{t_1 \cdot t_2} \qquad (9)$$

Il problema è che nella realtà non esiste un solo L comune in tutte due le coppie trasmittente-ricevente. Per quanto ci sforziamo di essere precisi, avremo sempre un L_1 e un L_2 diversi tra loro e non possiamo considerare una loro media (produrrebbe grosse inesattezze). Siamo costretti a considerarli entrambi. Perciò scartiamo la (9) (formula teorica) e torniamo nella (7) per ricavare una formula pratica:

$$\cos(\alpha) \cdot V_F = \frac{1}{2}\left|\frac{L_1}{t_1} - \frac{L_2}{t_2}\right| \qquad (7a)$$

$$V_F = \frac{1}{2}\frac{1}{\cos(\alpha)}\left|\frac{L_1}{t_1} - \frac{L_2}{t_2}\right| \qquad (8a)$$

$$V_F = \frac{1}{2\cos(\alpha)} \cdot \frac{|L_1 t_2 - L_2 t_1|}{t_1 \cdot t_2} \qquad (9a)$$

Per flusso intendiamo il volume d'aria che attraversa una sezione di tubo nell'unità di tempo. Per determinare il flusso, bisogna calcolare anche la superficie (S) dell'apertura della condotta d'aria e moltiplicarla per la distanza (d) che l'aria percorre nell'unità di tempo. Se l'unità di tempo è il secondo, abbiamo:

$$d(m) = V_F(m/s) \cdot 1(s) = V_F(m)$$

$$\boldsymbol{\dot{F}(m^3/s)} = \frac{S(m^2) \cdot V_F(m)}{1(s)} = \boldsymbol{S \cdot V_F(m^3/s)}$$

Che possiamo trasformare in L/m o dm^3/s con l'opportuna equivalenza.

Se conosciamo anche la densità ρ del gas, possiamo calcolare anche la spinta del getto d'aria. Si procede determinando innanzitutto la portata (massa d'aria fluita attraverso la sezione nell'unità di tempo):

$$\dot{R}(g) = \dot{F}(m^3/s) \cdot \rho(kg/m^3)$$

Il risultato va moltiplicato per la velocità, perché la spinta, come grandezza fisica, non è altro che la quantità di moto Q = m·v. La nostra massa è la portata R, mentre la nostra velocità è sempre V_F:

$$Q\left(\frac{kg \cdot m}{s^2}\right) = \dot{F}(m^3/s) \cdot \rho(g/m^3) \cdot V_F(m/s)$$

$$\boldsymbol{Q(N) = S \cdot V_F^2 \cdot \rho\left(\frac{kg \cdot m}{s^2}\right)}$$