Observables et Mesures

1 Opérateurs :

- Soit $\mathcal{H}$ un espace de Hilbert. Un opérateur A est une fonction qui à tout vecteur de $\mathcal{H}$ en associe un autre. Soit $|\psi\rangle \in \mathcal{H}$, on note $A(|\psi\rangle) = A|\psi\rangle$.
- Une observable est l'équivalent en mécanique quantique de la notion de grandeur physique en mécanique classique : l'observable position, l'observable impulsion...
- Une observable est formalisée par un opérateur linéaire agissant sur les vecteurs de $\mathcal{H}$. Un opérateur d'observable décompose un vecteur en une combinaison linéaire de ses états propres.
- Les états propres d'un opérateur A sont les vecteurs α_i tels qu'il existe $\lambda \in \mathbb{C}$ tel que $A\alpha_i = \lambda\alpha_i$, où λ est appelée valeur propre de α_i.

Les opérateurs correspondant à des observables sont notés $\hat{A}$ Ces opérateurs doivent vérifier les conditions suivantes :

- $\hat{A}$ est linéaire
- $\{\alpha_i\}$ forme un base de $\mathcal{H}$
- $i \neq j \Rightarrow \alpha_i \cdot \alpha_j = 0$ i.e la base $\{\alpha_i\}$ est orthogonale

Soit $\hat{A}$ un opérateur formalisant une observable, soit $\{\alpha_i\}$ l'ensemble de ses états propres et soit un vecteur $|\psi\rangle \in \mathcal{H}$. Alors, $\hat{A}|\psi\rangle = \sum \lambda_i |\alpha_i\rangle$. Les coefficients λ_i donnent la probabilité que la mesure donne le résultat correspondant à l'état α_i. On remarquera que, λ_i étant la composante de $|\psi\rangle$ selon $|\alpha_i\rangle$, on a $\lambda_i = \langle\alpha_i|\psi\rangle$. Dès lors, si on suppose que les vecteurs $|\psi\rangle$ et α_i sont normés, cette probabilité vaut $P = |\langle\alpha_i|\psi\rangle|^2$.

Appliquer un opérateur à une fonction d'onde permet donc de l'écrire sous un forme permettant de déterminer les probabilités de mesurer les différents états. Les états propres de l'opérateur représentent les différents résultats possibles pour la mesure (il y en a éventuellement un nombre infini).