

# Autour des diagrammes de décision quantiques

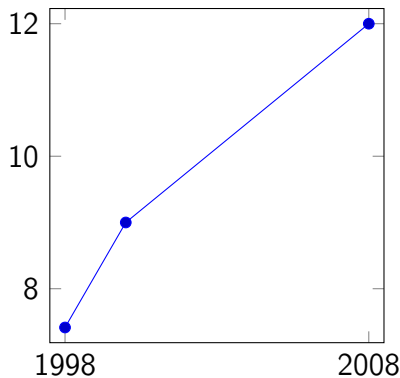
Malo Leroy

Parcours recherche – CentraleSupélec

12 juin 2024

Les bases de données croissent rapidement

Les algorithmes classiques sont parfois inefficaces

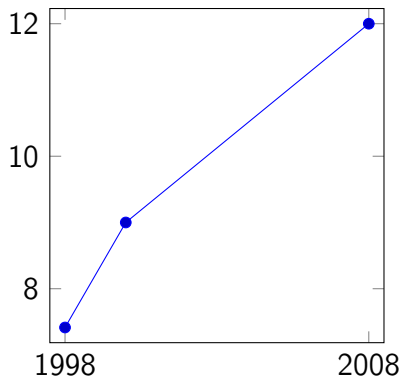


---

.  $\log_{10}$  du nombre de pages indexées par Google

Les bases de données croissent rapidement

Les algorithmes classiques sont parfois inefficaces



Les **algorithmes quantiques** permettent de résoudre certains problèmes plus efficacement

---

.  $\log_{10}$  du nombre de pages indexées par Google

Les machines quantiques sont en développement et resteront coûteuses financièrement



Il y a un besoin d'outils de simulation et de vérification d'algorithmes quantiques

Les simulations sont très coûteuses en temps de calcul

<i>Grover</i>	Classique	Quantique	Simulation
Complexité	$N$	$\sqrt{N}$	$N\sqrt{N}$

Elles nécessitent une **structure de données** adaptée

## État de l'art

- Interprétation abstraite
- Arithmétique des intervalles réels
- Diagrammes de décision quantiques

## État de l'art

- Interprétation abstraite
- Arithmétique des intervalles réels
- Diagrammes de décision quantiques

Solution : diagrammes additifs abstraits

L'**interprétation abstraite** permet de déterminer des propriétés ou d'accélérer des calculs

Exemple : signe d'une expression  $e = (3 + 2) \times (-5)$

$$\begin{aligned}\text{signe}(e) &= (\text{signe}(3) + \text{signe}(2)) \times \text{signe}(-5) \\ &= (\oplus + \oplus) \times \ominus \\ &= \oplus \times \ominus \\ &= \ominus\end{aligned}$$



L'interprétation abstraite permet de déterminer des propriétés ou d'**accélérer des calculs**

Elle peut être exacte ou **approximative**

L'interprétation abstraite est applicable aux **intervalles réels**

$$[1,2] * [-1,1] = [-2,2]$$

$$[1,2] + [-1,1] = [0,3]$$

$$[1,2] \wedge [-1,1] = [1,1]$$

Le résultat de l'opération est **le plus petit intervalle** contenant tous les résultats élément par élément

## Une fonction booléenne

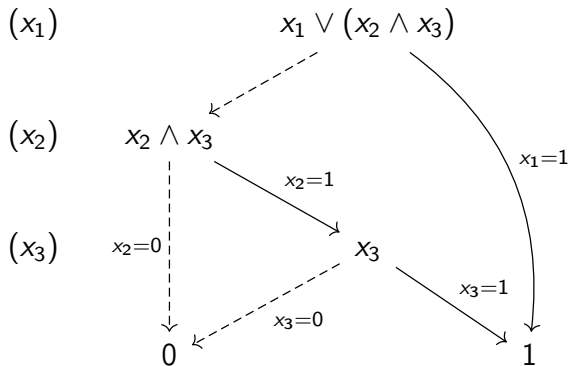
$$f : \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}$$

peut être représentée par une **table de vérité**

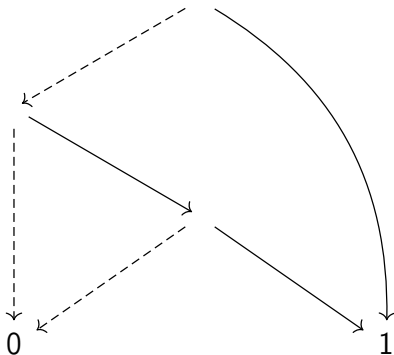
$x_1$	$x_2$	$x_3$	$f(x_1, x_2)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

pour  $f(x_1, x_2) = x_1 \vee (x_2 \wedge x_3)$

Les **diagrammes de décision** permettent de représenter des fonctions booléennes



Les **diagrammes de décision** permettent de représenter des fonctions booléennes



On tire parti de la **structure** de la fonction

Un **état quantique** est une superposition d'états incompatibles

$$|\psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle \quad (\text{un qubit})$$

Un **état quantique** est une superposition d'états incompatibles

$$|\psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle \quad (\text{un qubit})$$

$n$  qubits  $\Rightarrow 2^n$  états incompatibles

On note les états sous forme de **vecteurs**

$$\alpha |01\rangle + \beta |11\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ 0 \\ \beta \\ 0 \end{pmatrix}$$

La représentation usuelle est proche des **tables de vérité**

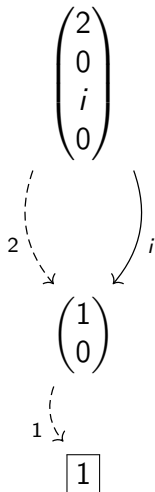
$x_1$	$x_2$	$\langle x_1 x_2   \psi \rangle$
0	0	$\alpha$
0	1	0
1	0	$\beta$
1	1	0

pour  $|\psi\rangle = \alpha |00\rangle + \beta |10\rangle$



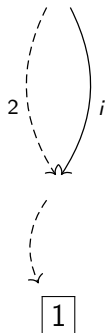
Les états peuvent être représentés par des **diagrammes de décision quantiques**

On tire parti de la **structure** de l'état



Les états peuvent être représentés par des **diagrammes de décision quantiques**

Dans le pire cela reste **exponentiel**



## Retour sur l'état de l'art

- ✓ Interprétation abstraite
- ✓ Arithmétique des intervalles réels
- ✓ Diagrammes de décision quantiques

On va utiliser ces concepts ensemble,  
avec une nouveauté : l'**additivité**



## Retour sur l'état de l'art

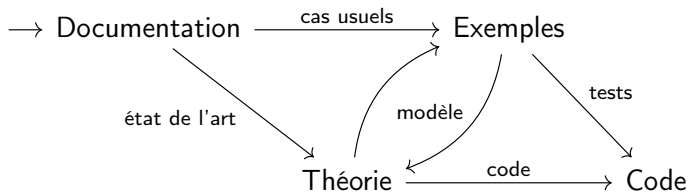
- ✓ Interprétation abstraite
- ✓ Arithmétique des intervalles réels
- ✓ Diagrammes de décision quantiques
- + Nouveauté : additivité

Solution : diagrammes additifs abstraits

## Objectifs

- **Modèle formel** de diagrammes de décision additifs abstraits
- **Implémentation** du modèle

## Méthodologie



## Modèle

- ✓ Intervalles de  $\mathbb{C}$  cartésiens & polaires
- ✓ Diagrammes
- ✓ Approximation locale, globale
- ✓ Erreur
- ✓ Fusion forcée
- ✓ Algorithmes de réduction

Exemple : on considère l'état  $\begin{pmatrix} 2 + 10i \\ 1 + 4i \\ 2i \\ i \end{pmatrix}$

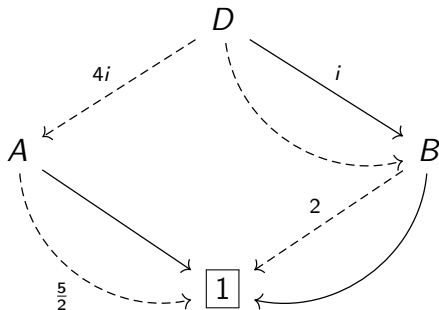


Exemple : on considère l'état

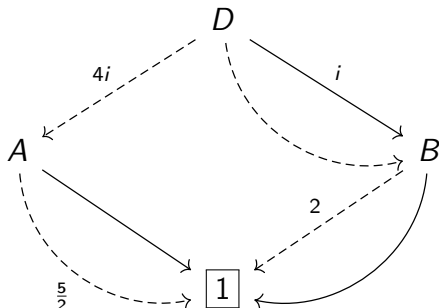
$$\begin{pmatrix} 2 + 10i \\ 1 + 4i \\ 2i \\ i \end{pmatrix}$$

Il existe des **régularités**.

Exemple : on obtient le diagramme additif

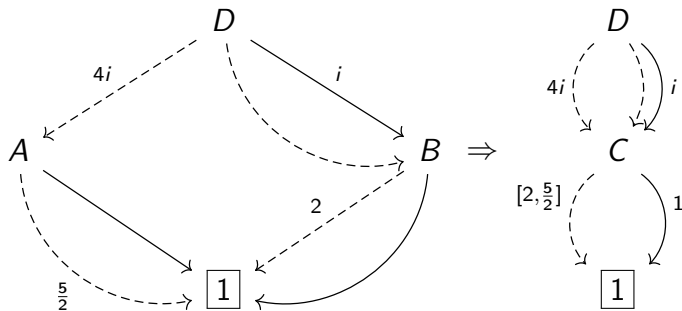


Exemple : on obtient le diagramme additif



Réduisons ce diagramme

On peut forcer la fusion de  $A$  et  $B$



## Implémentation

- ✓ Intervalles de  $\mathbb{C}$  cartésiens & polaires
- ✓ Diagrammes : construction, évaluation
- ✓ Diagrammes aléatoires
- ✓ Fusion forcée
- ~ Algorithmes de réduction

On peut toujours plus réduire les diagrammes



Gain en espace arbitrairement grand (jusqu'à exponentiel)

## Suite du projet

### ■ Ajustements

- Fonctions d'erreur
- Algorithmes de réduction

### ■ Nouveaux concepts

- Automates d'arbres
- Diagrammes de décisions et applications localement inversibles (LIMDD)

### ■ Implémentation

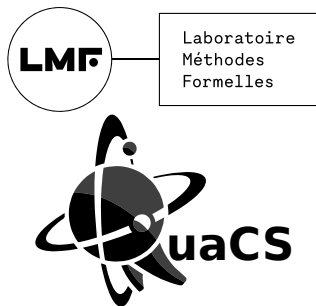
- Interface graphique
- Lecteur QASM

# Cadre du projet

## Formation future



- **Encadrant** : Renaud Vilmart
- **Équipe** : QuaCS
- **Laboratoire** : Laboratoire  
Méthodes Formelles



## Continuer la formation en **informatique théorique**...

### Électifs

- Génie logiciel orienté objet
- Informatique théorique
- Calcul haute performance
- Modèles et sys. pour la gestion de données

Complément scientifique : métaheuristiques

... et progresser en **programmation**

Année de césure *Digital Tech Year*

- Semestre au Paris Digital Lab
- Semestre en entreprise à l'international
- Projets variés en équipe

## Dominantes / mentions

- **Informatique et numérique**

- Sciences du logiciel
- Architecture des systèmes informatiques

- **Physique et nanotechnologies**

- Quantum engineering

# Conclusion

# Questions

## Complément sur les césures

### ■ Digital Tech Year

- Semestre au Paris Digital Lab
- Semestre en entreprise à l'international

### ■ Stage

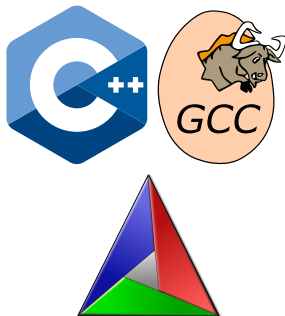
- Entreprise
- Laboratoire
- France ou à international

### ■ Stage en laboratoire

- En France ou à l'international

## Implémentation

- **Code** (2,2k lignes)
  - Langage C++
  - GNU C Compiler
  - CMake
- **Tests**
  - Google Test
  - GitHub Actions





Mise en forme

- **Versionnage**

- Git
- GitHub

- **Documentation**

Doxygen

