

## 2. 实验[2] 频率调制与解调

### 2.1 实验目的

熟练掌握频率调制的基本原理和数学表达。

通过实验加深对调频信号频域特性的认识和理解。

建立关于数字调制的初步认知。

### 2.2 实验主要器材和设备

电脑, LabVIEW 程序开发和应用环境。

本实验中建议（但非强制）使用的部分 VI 及调用路径：

信号处理-滤波器-Butterworth 滤波器 VI

信号处理-变换-快速希尔伯特变换 VI

信号处理-信号运算-交流和直流估计 VI

信号处理-波形生成-高斯白噪声波形 VI

数学-积分与微分-求导  $x(t)$  VI

数学-数值-复数-实部虚部至极坐标转换 VI

express-信号测量-频谱分析 VI

### 2.3 实验原理

#### 2.3.1 频率调制

频率调制是角度调制的一种类型，它的特点是已调信号的瞬时（角）频率随调制信号（基带信号）呈线性变化。

若将载波信号表达为

$$y(t) = A_c \cos 2\pi f_c t \quad (\text{式 2-1})$$

则已调信号可表达为

$$x_c(t) = A_c \cos (2\pi f_c t + k_f \int_0^t x(\tau) d\tau) \quad (\text{式 2-2})$$

其中  $x(t)$  为调制信号， $k_f$  称为频偏常数。

在本实验中，请使用 LabVIEW 程序设计语言编程构建虚拟仿真实验系统。在调制端，该实验系统的原理框图如图 2-1。为了使实验结果及其呈现更接近现实，设计了加性高斯噪声  $n(t)$ 。带噪声项的已调信号

$$z_c(t) = x_c(t) + n_c(t) \quad (\text{式 2-3})$$

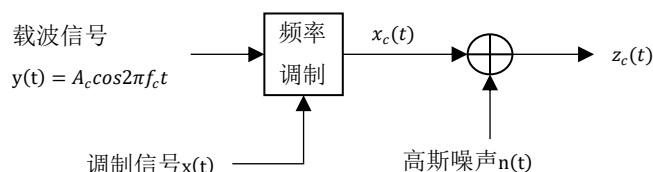


图 2-1 频率调制端原理框图

#### 2.3.2 已调信号的带宽和卡森定则

以单音调制为例，设调制信号

$$x(t) = A_m \cos 2\pi f_m t \quad (\text{式 2-4})$$

频率调制已调信号的带宽与最大相移（或称偏移比） $\beta$ 有关，

$$\beta = \frac{A_m k_f}{2\pi f_m} \quad (\text{式 2-5})$$

在本实验中，场景都是所谓宽带调频（WBFM），即 $\beta > 1$ 。理论上，WBFM 波占有无限频谱，但实际上其主要功率均集中在载波频点附近。工程上有所谓卡森（Carson）定则，将已调信号带宽 $B_T$ 估算为

$$B_T \approx 2(\beta + 1)f_m \quad (\text{式 2-6})$$

如果以未加调制的纯载波信号传输，将此时载波幅度作为归一化标准量。卡森定则的基本思想是，有条件地忽略远离载波频点的边带分量。就是说，当频谱上某一频率分量幅度大于等于标准量 10%，而在它远离载频方向上的其余分量幅度均小于 10%，则以该分量频点作为有效频带边界。在载频两侧各确定一个有效频带边界点，两频点之差即有效带宽。工程实践表明，忽略有效频带以外的信号成分，不影响接收端正常完成解调。

### 2.3.3 调频信号的解调

本实验中，请采用图 2-2 所示简易原理系统完成对调频信号的解调。

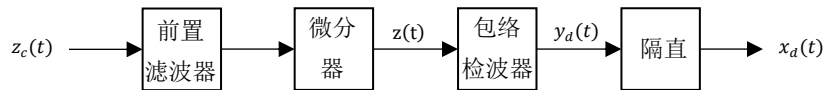


图 2-2 调频信号解调

前置滤波器负责阻拦大部分带外噪声进入接收机（解调器）。接收信号经微分器（求导）得到

$$z(t) \approx -A_c (2\pi f_c + k_f x(t)) \sin(2\pi f_c t + k_f \int_0^t x(\tau) d\tau) \quad (\text{式 2-7})$$

经包络检波，获得其包络信号

$$y_d(t) \approx A_c (2\pi f_c + k_f x(t)) \quad (\text{式 2-8})$$

去除直流成分后，复原得到基带信号

$$x_d(t) \approx A_c k_f x(t) \quad (\text{式 2-9})$$

以上公式中均采用约等号，是考虑到实际有噪声项的存在。

在物理电路中，包络检波常常使用形似图 2-3 的功能电路实现。在本次虚拟仿真实验中，建议使用以下数学运算来做简易模拟。

对式 2-7 做希尔伯特（Hilbert）变换，得到

$$H[z(t)] \approx -A_c (2\pi f_c + k_f x(t)) \cos(2\pi f_c t + k_f \int_0^t x(\tau) d\tau) \quad (\text{式 2-10})$$

不妨将式 2-7 和式 2-10 分别看作同一复数信号的虚部和实部，取该复数信号的幅值，即可得式 2-8。

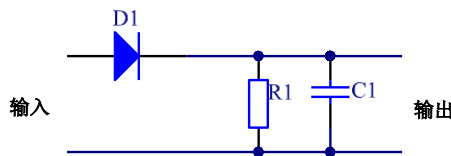


图 2-3 包络检波电路

### 2.3.4 时间连续信号的离散化表示

前文中，数学公式都表达为连续时间形式。如果要通过编程来构建虚拟仿真实验，须对连续信号做离散化处理。例如对式 2-2 信号，离散化表示为

$$x_c[i] = A_c \cos(2\pi f_c \frac{i}{f_s} + k_f \sum_{k=0}^i x(\frac{k}{f_s}) \frac{1}{f_s}) \quad (\text{式 2-11})$$

其中使用加和运算代换积分运算， $f_s$ 为离散化采样频率。

为了取得良好的仿真效果， $f_s$ 至少应为 $f_c$ 的 5 倍以上。在本实验中，建议取 1000 倍，也就是说对于频率为 $f_c$ 的正弦波的一个周期波形，使用 1000 个等间隔采样点来描述，仿真颗粒足够精细。但仿真颗粒度越细，运算量也越大。在实验系统设计中，需平衡折中考虑利与弊两个方面。

### 2.3.5 使用数字基带信号

理论教材的后续章节将有数字调制技术的内容。本次实验中设计安排了少许内容，使用数字基带信号作为频率调制系统的调制信号来做实验，有助于对数字调制技术做一定的提前认知。

此处使用的数字码元基本码形为 NRZ（非归零码），码元时间宽度为  $T$ ，如图 2-4 和式 2-12 的表达。

$$g(t) = \begin{cases} 1V & \text{if } t \in [0, T) \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (\text{式 2-12})$$

如果基带二进制数字序列为“1-0 相间”码，在序列中符号“1”用+1 表示，符号“0”用-1 表示，即

$$a_j = +1, -1, +1, -1, +1, -1, \dots \quad \text{其中 } j = 0, 1, 2, 3, \dots$$

则数字基带信号波形如图 2-5，表达式为

$$x(t) = \sum_{j=0}^{+\infty} a_j g(t - jT) \quad (\text{式 2-13})$$

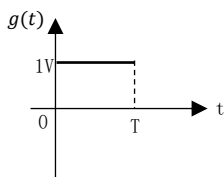


图 2-4 数字码元基本码形

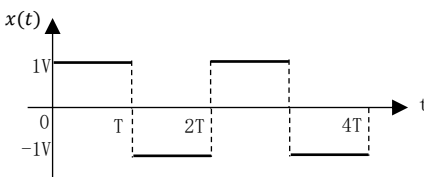


图 2-5 “1-0 相间”码序列信号波形

编程产生数字序列信号的技巧方法不止一种，这里介绍其中一种思路。对当前时刻  $t$ ，先确定其位于序列中第几个码元区间内，记作  $j$ ；再根据  $j$  确定  $a_j$  的值，就可以推算得到  $x(t)$  的取值。以式 2-13 信号为例：

(1) 计算  $j = \lfloor \frac{t}{T} \rfloor$ ，其中  $\lfloor \frac{t}{T} \rfloor$  表示小于等于  $\frac{t}{T}$  的最大整数；

(2) 若  $j$  为偶数，则  $x(t) = 1V$ ；否则  $x(t) = -1V$ 。

### 2.3.6 频谱分析运算有关的实验编程问题

实验任务 2\_1 要求对 FM 已调信号的带宽进行实测，然后与卡森定则理论值相比较，需要对有关时域信号做频谱分析运算。做与频谱分析运算有关的实验编程时，通常会遇到下列两个问题。

(1) 关于带宽实测中的幅度门限取值问题

按卡森定则，将边带幅度达到载波幅度 10% 以上的有用边带分量全部算入，来核定信号近似带宽。那么，当载波（峰值）幅度取 1V 时，在分析已调信号频谱中分量时，这个 10% 的幅度（即算法中判决门限）实际对应取什么数值呢？

若编程所采用的频谱分析函数是图 2-7 这个 vi，选板路径可以为“express-信号测量-频谱分析”，它有属性配置窗口如 2-6。

如果选择“幅度（均方根）”，则幅度为 1 的纯载波频谱线如图 2-8(a)，幅度为 0.7；如果选择“幅度（峰值）”，则幅度为 1 的纯载波频谱线如图 2-8(b)，幅度为 1。所以，对前者，后续算法代码中门限应取 0.07；而后者则取 0.10。

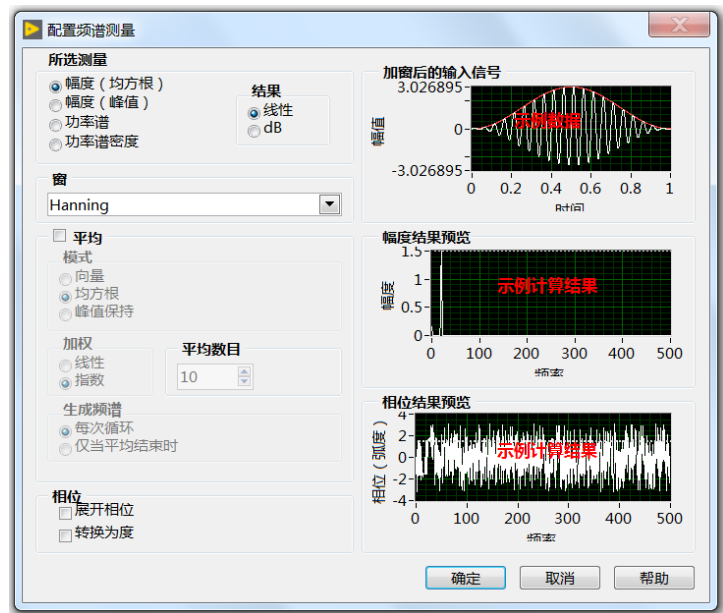
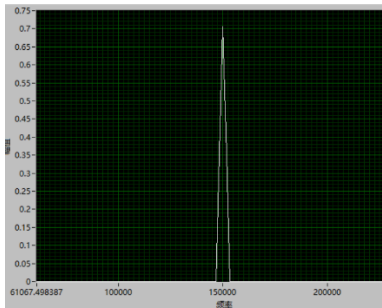


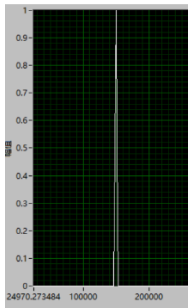
图 2-6 频谱测量的属性配置窗



图 2-7 频谱测量 vi



(a) 幅度 (均方根) 对应的谱线幅度



(b) 幅度 (峰值) 对应的谱线幅度

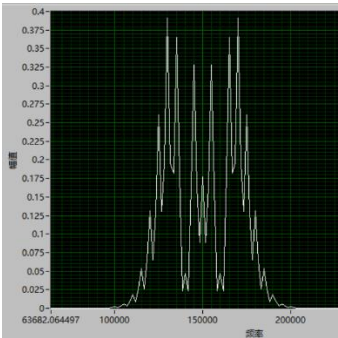
图 2-8 峰值幅度为 1 纯载波的频谱线

若你选用了图 2-9 这种快速傅里叶变换运算控件，不清楚它的幅度模式是均方根还是峰值，不妨也像图 2-8 展示的一样，用幅度确定的纯载波做一个测试。

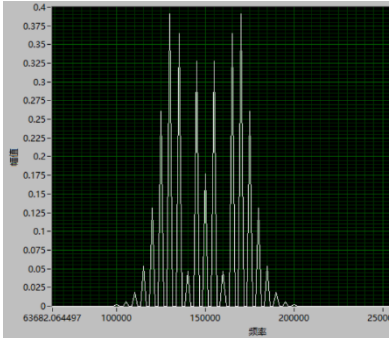


图 2-9 选板路径“信号处理-波形测量”的 FFT 函数之一

(2) 关于本例中 FFT 加窗的问题



(a) 加 Hanning 窗的频谱图效果



(b) 加矩形窗的频谱图效果

图 2-10 对 3 个整基带周期信号做频谱分析

实验任务 2\_1 中，载波频率 150kHz 是单音频基带信号频率 5kHz 的整数倍。而且，绝大部分学习者会选择使用整数个的基带信号周期，来做频谱分析和数据可视化呈现。

图 2-10(a)是取 3 个基带周期，然后 FFT 加 hanning 窗的效果；而图 2-10(b)同样也是取 3 个基带周期，但 FFT 加默认的矩形窗（有时俗称“不加窗”）。显然，本例中后者的谱线更清晰，效果更好。这是因为被分析信号恰好为整周期形式，天然没有频谱泄露问题，所以其实不需要靠加窗来抑制频谱泄露的负面影响，或说加非矩形窗反而有副作用。

但是，必须认识到本例是一个特例！而实际工程上，常规很难满足如本例这样的无频率泄露条件，所以通常都要妥善考虑加窗问题，降低频谱泄露的影响。

## 2.4 实验内容与要求

请按图 2-1、图 2-2 展示的原理搭建虚拟仿真实验系统。

### 2.4.1 实验任务 2\_1

载波信号工作参数取  $f_c = 150\text{kHz}$ 、 $A_c = 1\text{V}$ 。

频偏常数取  $k_f = 2\pi \times 5 \times 10^4 \text{ rad}/(\text{s} \cdot \text{V}) = 50\text{kHz}/\text{V}$ 。高斯噪声幅度标准差设为  $0.02\text{V}$ 。

调制信号取式 2-4 的形式，其中  $f_m = 5\text{kHz}$ ， $A_m = 1\text{V}$ 。

合理设计仿真系统前面板（人机界面），完成以下观测并分析实验结果：

（1）信号时域波形观测

将调制信号和已调信号在同一坐标系波形图中展示。建议一屏展示调制信号的 3 个周期时长，以合理的节奏循环连续刷新。

（2）已调信号频域波形观测

建议频谱测量输出取线性形式；频域波形图横轴为频率，采用线性坐标；竖轴为幅度，采用对数坐标。

（3）实测已调信号带宽

可通过人工读图等方式，按 2.3.2 中所述做法找到已调信号的有效频带边界，测定已调信号实际有效带宽；并与卡森定则理论值相比对，在实验报告中给出验算比对过程。

（4）观测解调复原的基带信号

观测复原的基带信号的时域波形，并与原始调制信号波形相对照。图 2-2 中前置滤波可选用 10 阶巴特沃斯型低通滤波器，其截止频率的合理设置可参照（2）、（3）中对信号频谱和带宽的观测结果。

尝试不接该前置滤波器，观察解调结果有何不同。

（5）增大  $k_f$  取值并观察系统工作情况的变化

分别在  $k_f = 80\text{kHz}/\text{V}$ 、 $150\text{kHz}/\text{V}$ 、 $200\text{kHz}/\text{V}$  时，观察并评论已调信号频谱情况和解调复原信号失真情况。

### 2.4.2 实验任务 2\_2

载波信号工作参数取  $f_c = 150\text{kHz}$ 、 $A_c = 1\text{V}$ 。频偏常数取  $k_f = 50\text{kHz}/\text{V}$ 。高斯噪声标准差设为  $0.1\text{V}$ 。

调制信号取

$$x(t) = \cos 2\pi f_{m1}t + \cos 2\pi f_{m2}t \quad (\text{式 2-14})$$

其中  $f_{m1} = 5\text{kHz}$ ， $f_{m2} = 3\text{kHz}$ 。

合理设计仿真系统前面板，完成以下观测并分析实验结果：

（1）信号时域波形观测

将调制信号和已调信号在同一坐标系波形图中展示。建议一屏展示调制信号  $f_{m1}$  成分的 5 个周期时长，以合理的节奏循环连续刷新。

（2）已调信号频域波形观测

竖轴（幅度）采用对数坐标。

（3）观测解调复原的基带信号

观测复原的基带信号的时域波形，并与原始调制信号波形相对照。

### 2.4.3 实验任务 2\_3

试用形如图 2-5 的数字基带信号作为调制信号，取  $T = 200\mu\text{s}$ 。载波信号工作参数取  $f_c = 150\text{kHz}$ 、 $A_c = 1\text{V}$ 。频偏常数取  $k_f = 50\text{kHz/V}$ 。高斯噪声标准差设为  $0.1\text{V}$ 。

合理设计仿真系统前面板，完成以下观测并分析实验结果：

（1）信号时域波形观测

将调制信号和已调信号在同一坐标系波形图中展示。建议一屏展示调制信号  $4T$  的时长，以合理的节奏循环连续刷新。

（2）已调信号频域波形观测

竖轴（幅度）采用对数坐标。

（3）观测解调复原的基带信号

观测复原的基带信号的时域波形，并与原始调制信号波形相对照。

### 2.4.4 实验任务 2\_4

继续以数字基带信号作为调制信号。数字码元基本码形如图 2-4 和式 2-12 的表达，取  $T = 200\mu\text{s}$ 。载波信号工作参数取  $f_c = 150\text{kHz}$ 、 $A_c = 1\text{V}$ 。频偏常数取  $k_f = 50\text{kHz/V}$ 。高斯噪声标准差设为  $0.1\text{V}$ 。

基带二进制数字序列改为三阶 m 序列（伪随机序列的一种），其一个周期含 7 个二进制符号，符号数字序列为 1110010。若“1”用 +1 表示，符号“0”用 -1 表示，即

$$m_j = +1, +1, +1, -1, -1, +1, -1, +1, +1, +1, -1 \dots \quad \text{其中 } j = 0, 1, 2, 3, \dots$$

调制信号波形如图 2-11，表达式为

$$x(t) = \sum_{j=0}^{+\infty} m_j g(t - jT) \quad (\text{式 2-15})$$

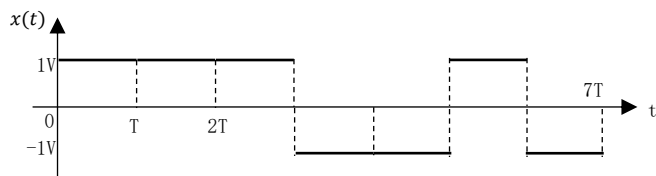


图 2-11 三阶 m 序列一个周期的信号波形

合理设计仿真系统前面板，完成以下观测并分析实验结果：

（1）信号时域波形观测

将调制信号和已调信号在同一坐标系波形图中展示。建议一屏展示调制信号  $7T$  的时长，以合理的节奏循环连续刷新。

（2）已调信号频域波形观测

竖轴（幅度）采用对数坐标。

（3）观测解调复原的基带信号

观测复原的基带信号的时域波形，并与原始调制信号波形相对照。

### 2.4.5 整合所有实验内容

将上述实验任务涉及的实验内容，整合成一个实验系统，并合理设计仿真系统前面板（人机界面），向该虚拟仿真实验系统的使用者（假想用户）提供开展验证性实验的各项应用功能。图 2-12 展示了一种前面板布局方式，采用了选项卡风格，可作为一种参考。但该图的布局效果、装饰效果并非最佳，请勿将其视作标准方案、“满分”方案。

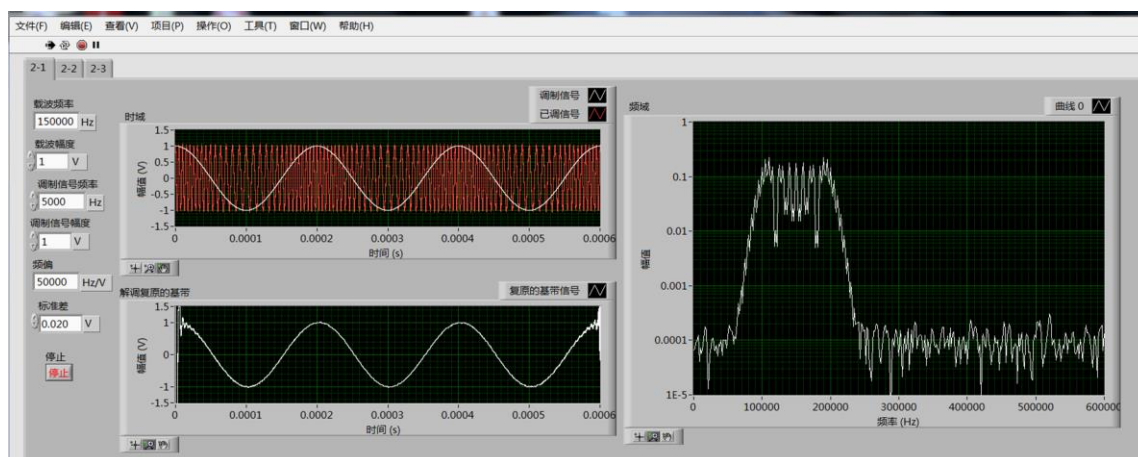


图 2-12 前面板布局和界面整合方案举例

## 2.5 拓展探究

学有余力的学习者可考虑自选或自拟问题，设计实验加以拓展探究，并将有关工作在实验报告中加以描述汇报。以下是建议的几个选题，供参考。为保证工作质量，最多限做一个探究课题。

### (1) 比较系统地验证卡森定则准确性

自行设计实验，在宽带调频系统处于不同工况组合条件下，分别检验卡森定则的准确性。已调信号有效带宽的测定应采用编程自动实现。

### (2) 如何解决系统连续运行中反复出现初始暂态现象的问题

图 2-12 中展示的实验结果带有一定缺陷。可见解调复原的基带信号图的最左侧有一段初始暂态波形，这在系统刚开机时是正常现象。但如果随着系统连续运行，这种情况持续存在，就说明仿真实验系统内在机制有缺陷，与现实系统不完全相符。（类似地，图 2-12 中复原基带波形图最右侧也存在不连续现象。）

请基于 LabVIEW 编程机制，寻找解决方案。

### (3) 使用计算机声卡作为信号的输入输出端口

在本次实验的虚拟仿真系统中，能否使用计算机声卡输入作为调制信号源？或将解调复原的基带信号送往声卡输出？请尝试编程实现。

## 2.6 实验报告要求

根据自己的实验结果记录，编写实验报告。课程提供实验报告模板作为参考。其中标题等组织结构，学习者根据实际情况灵活调整。英文教学班报告写作的语种要求，由理论课教师规定。

## 2.7 考评重点

本实验的考评重点如下：

- (1) 实验各项结果，含波形图示、量化结果、分析结论等；
- (2) 定量求解问题的方法逻辑，比如拓展探究第 1 项求解带宽的算法流程逻辑，应给出必要的简洁说明；
- (3) 人机界面设计的合理性、独到性；
- (4) 拓展探究工作的完成度。

考评时预留约 8% 的评分空间（包括但不限于对拓展探究的评价），用于奖励个性化强、别具匠心的设计。

（袁焱 杨晓 编写 2023.10.6.）