

# 通信原理实验三

何德轩 521030910063

F2103002

日期: October 31, 2023

## 1 实验目的

1. 熟练掌握模拟信号数字化中量化与编码过程的基本原理和数学表达。
2. 通过实验加深对量化与编码过程及性能特点的认识和理解。
3. 通过实验探究非均匀量化技术的特点和应用场景。

## 2 实验主要器材和设备

LabVIEW2018 程序开发和应用环境。

## 3 实验系统构成

本次实验的实验系统主要有以下模块构成：（储存在 modules 目录下）

- ADC.vi: 使用均匀量化方案的编码器
- DAC.vi: 均匀量化译码器
- S-N.vi: 输入信号与噪声波形，输出信噪比以及信号和噪声的平均功率
- A87.6-encoder.vi: 非均匀编码（A 律）方案的编码器
- A87.6-decoder.vi: 非均匀编码的译码器
- 段内码.vi: 输入段落位置，参考电压和信号点电压，输出段内码

将以上模块组装形成 3-1, 3-2, 3-3, 3-4 等任务文件，并将 3-2 与 3-4 整合为一个文件便于对比。

## 4 实验任务完成情况

### 4.1 3-1 与 3-3

在该实验任务中，我们分别采用均匀量化和非均匀量化中的 A87.6/13 两种方案对给定的信号点进行量化编码，译码复原并计算量化误差，实验结果如表记录：

由上表可见均匀量化采用的是传统二进制编码方式，而 A 律采用分段的折叠码方式，同时相比均匀量化，非均匀量化在小幅度范围的量化误差有较大改善，而在峰值附近的量化误差显著高于均匀量化。

模拟信号 取样值 (V)	均匀量化实验			非均匀量化实验		
	数字编码	复原信号 (V)	量化误差 (V)	数字编码	复原信号 (V)	量化误差 (V)
0.075	1000 0011	0.07	0.005	1010 1110	0.07625	-0.00125
0.130	1000 0110	0.13	0	1011 1010	0.1325	-0.0025
0.131	1000 0110	0.13	0.001	1011 1010	0.1325	-0.0015
1.239	1011 1101	1.23	0.009	1110 1110	1.22	0.019
2.510	1111 1101	2.51	0	1111 1111	2.52	-0.01
-2.540	0000 0001	-2.53	-0.01	0111 1111	-2.52	-0.02
-2.700	0000 0000	-2.55	-0.15	0111 1111	-2.52	-0.18

表 1: 实验记录表

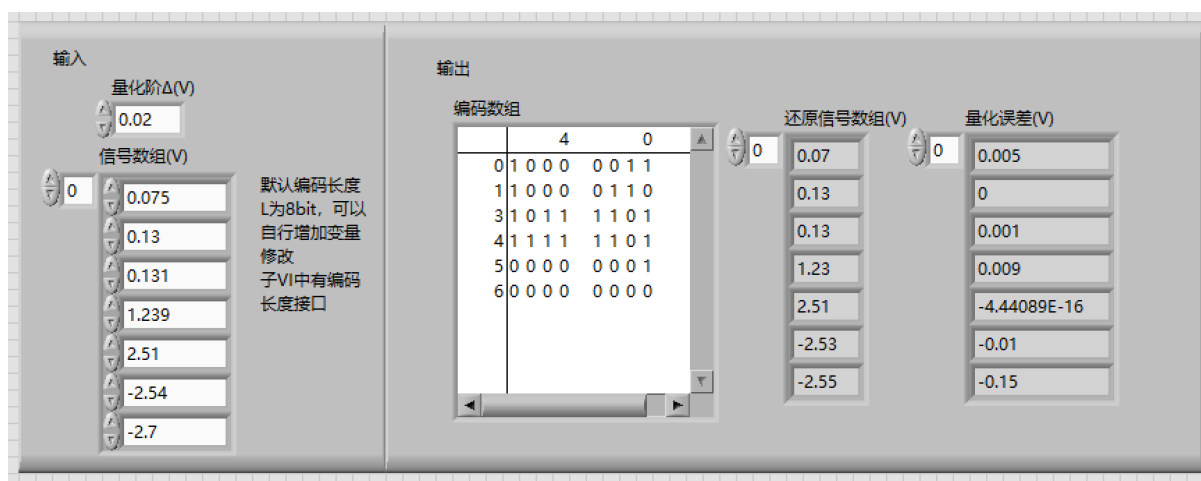


图 1: 3-1 前面板



图 2: 3-3 前面板

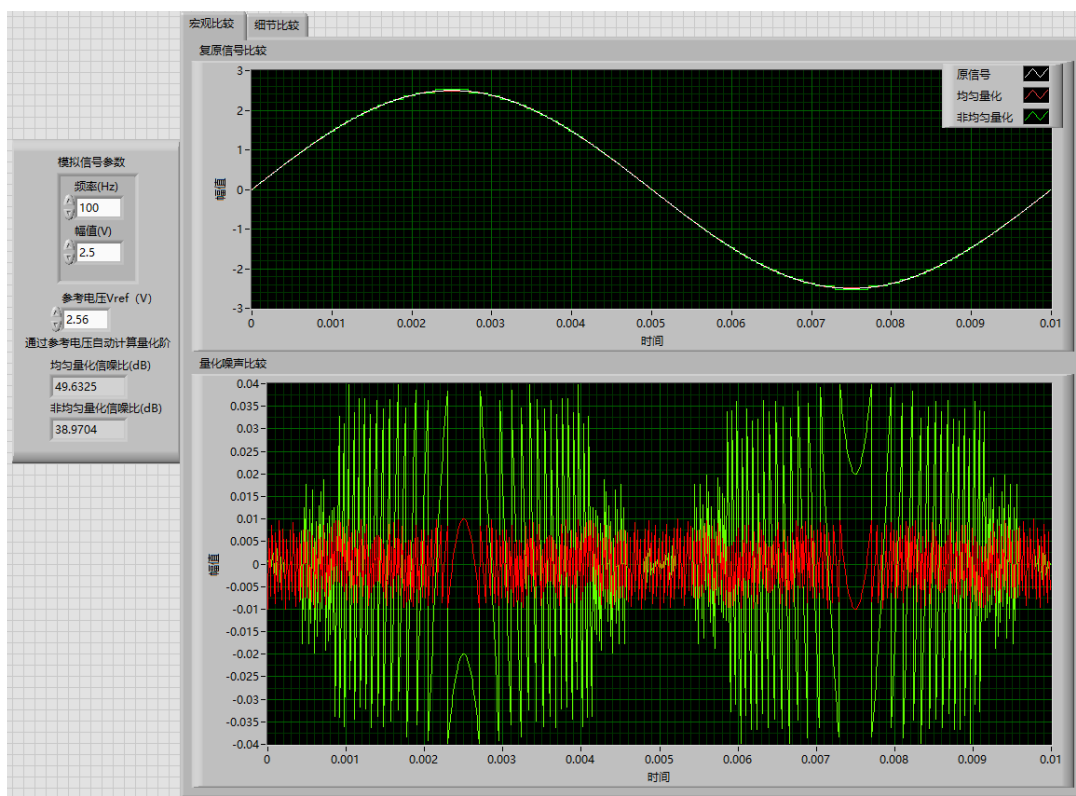


图 3: A=2.5V

## 4.2 3-2 与 3-4

在这一任务中我们需要对 3-1 和 3-3 的量化器和译码器进行改造，使其能处理连续的模拟信号，并且对比在不同的峰平比条件下均匀量化与非均匀量化方案的复原信号、量化噪声和信噪比。以下是实验结果：

首先，对于 A=2.5V，观察均匀量化信噪比 49.63，与理论值  $\Delta^2/12 = 49.92$  相差无几。横向对比 A=0.64V，0.1V，2.5V 可以发现，非均匀量化的信噪比相比均匀量化在信号幅值较小时有明显优势，而随着信号的峰平比增加，均匀量化的信噪比显著增加，而非均匀量化变化平缓，增长不明显，且始终小于 40dB（水平渐近线），并且在  $\sigma_x \approx -15dB$  时均匀量化和非均匀量化信噪比达到一致，符合理论描述。

当 A=3V 时（幅值超过参考电压），两种量化方法都发生失真。通过横向对比和观察还原波形细节都可以看出非均匀量化的特点：对小信号量化阶小，大信号的量化阶大。

## 5 主要程序框图

下面给出实现该虚拟实验系统的 labview 程序面板图：

首先是 ADC 模块，我们使用模数转换 vi 直接将信号数组转换为给定编码位数和量化阶的编码数组。在 DAC 模块中，直接对每一个二进制编码数计算其还原电平。[!hbt] 对于输入的信号波形和噪声模型，通过基本平均直流-均方根 vi 可以得到信号的均方根，平方后即信号的平均功率，进一步可以计算信噪比。最后的三个程序：段内码生成模块，A87.6/13 编码器和解码器，第

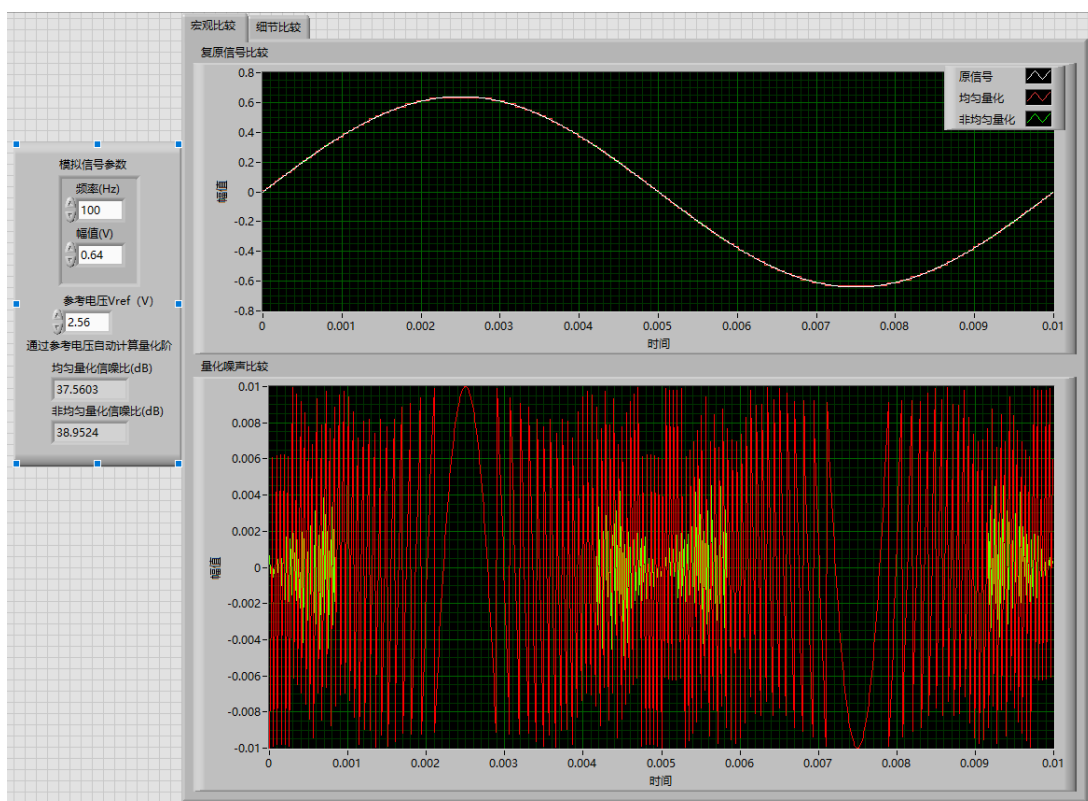


图 4:  $A=0.64V$

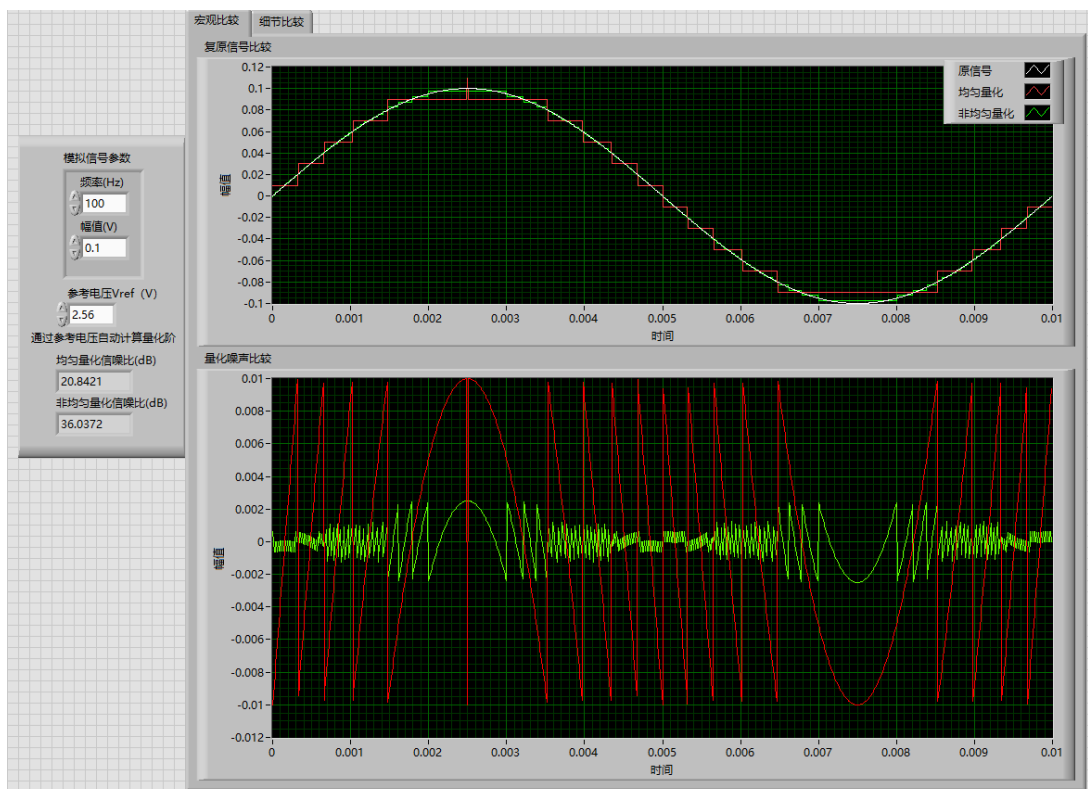


图 5:  $A=0.1V$

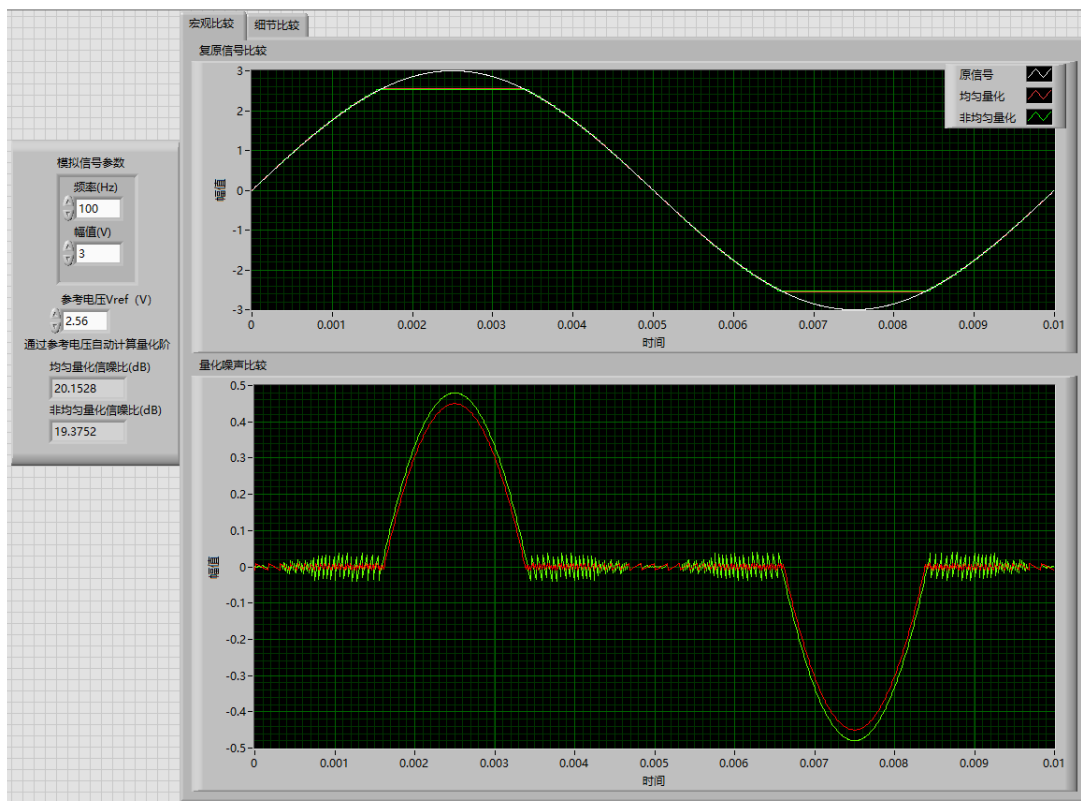


图 6:  $A=3V$

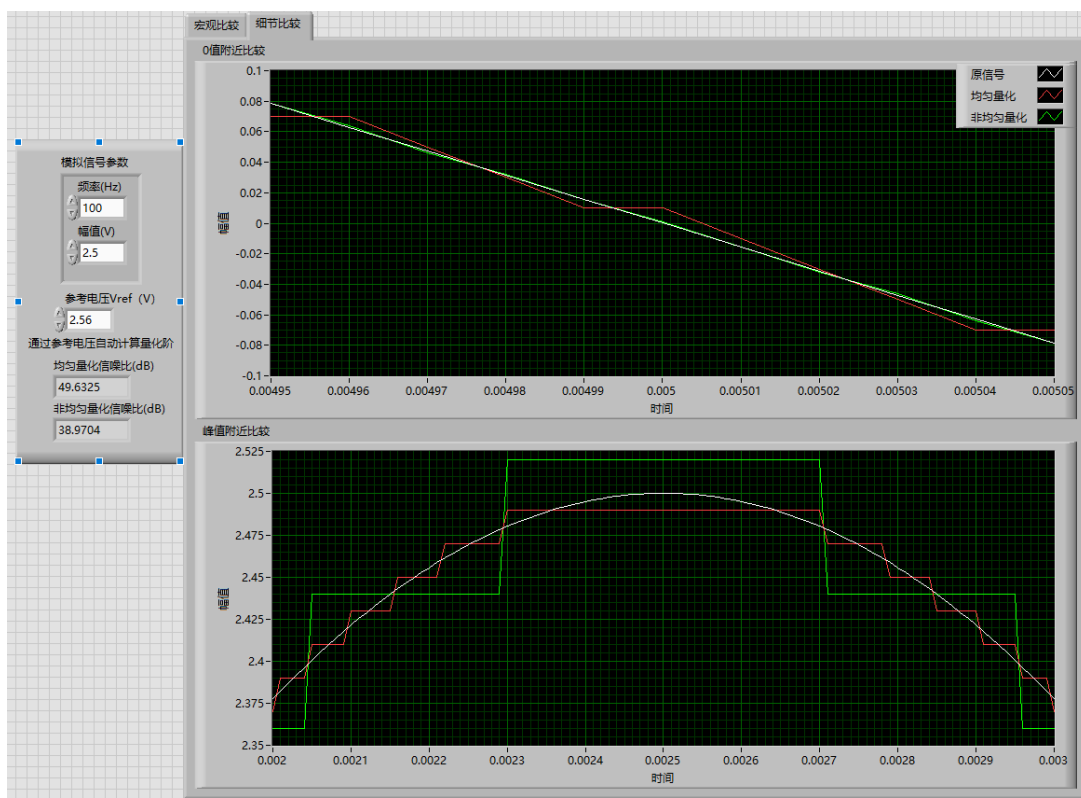


图 7: 复原信号细节 ( $A=2.5V$ )

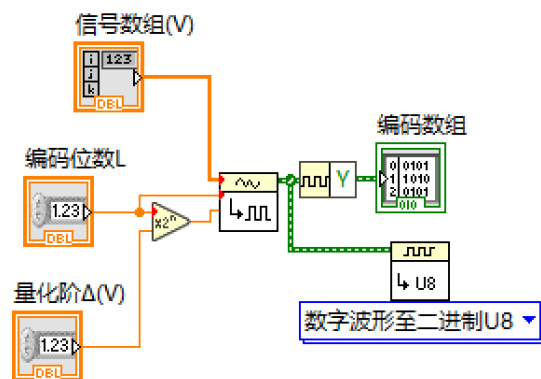


图 8: ADC 模块

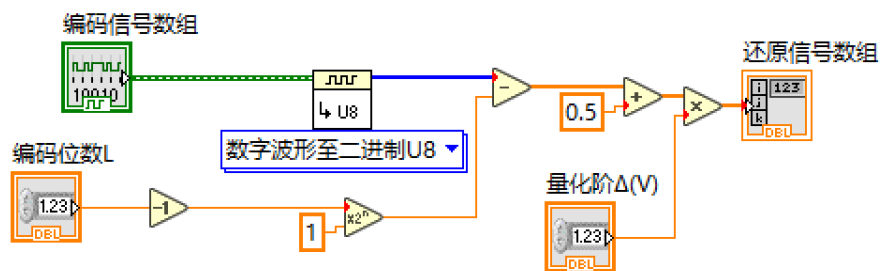


图 9: DAC 模块

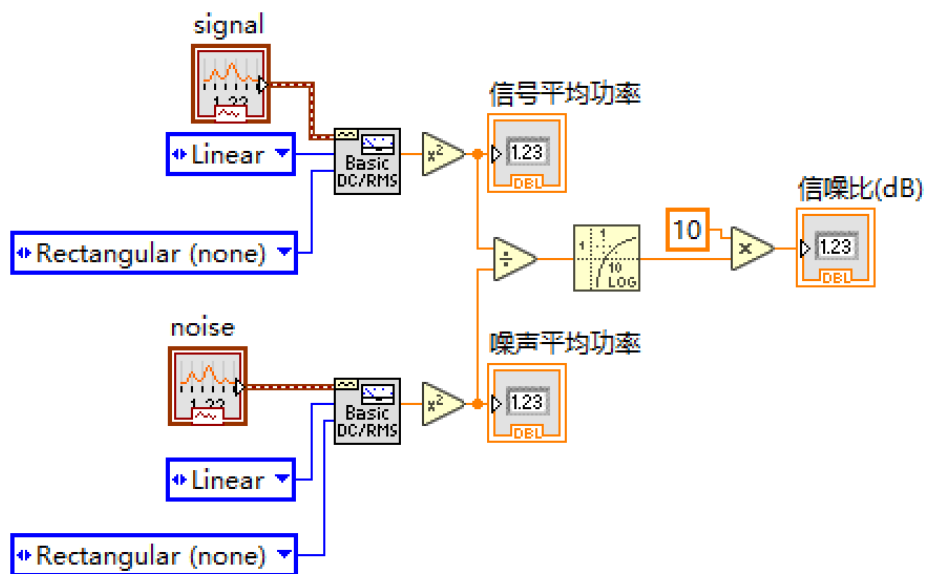


图 10: 信噪比计算模块

一个利用折叠码在段内是均匀二进制编码的特点生成段内码，第二个把二分比较得到的段落码与极性码和段内码生成 vi 返回的段内码拼接得到完整的折叠码。最后一个利用指导书中给出的公式从折叠码直接计算出还原信号，其中 V 为重建电平，V<sub>ref</sub> 为参考电压，P、C、S 分别为极性码，段落码和段内码。

$$V = \begin{cases} (-1)^{P+1} \frac{2^{C+1}}{128} \cdot \frac{0.5+S}{32} \cdot V_{\text{ref}} & \text{if } C = 0 \\ (-1)^{P+1} \frac{2^C}{128} \cdot \frac{16.5+S}{32} \cdot V_{\text{ref}} & \text{if } C \neq 0 \end{cases} \quad (1)$$

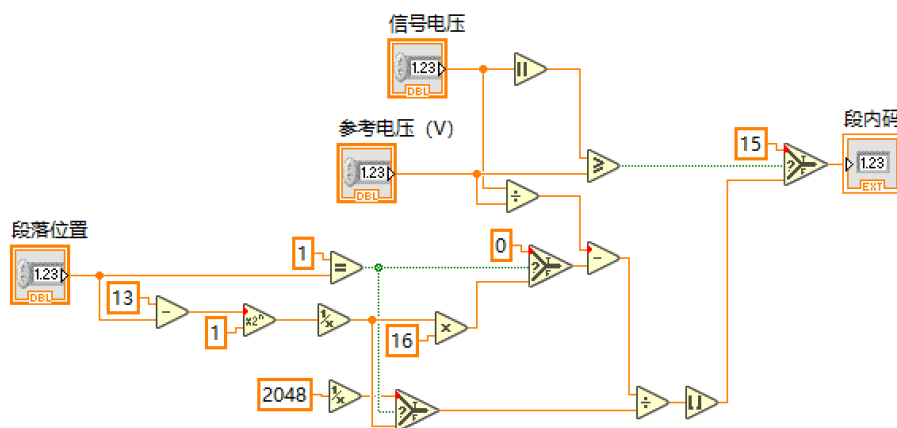


图 11: 段内码生成模块

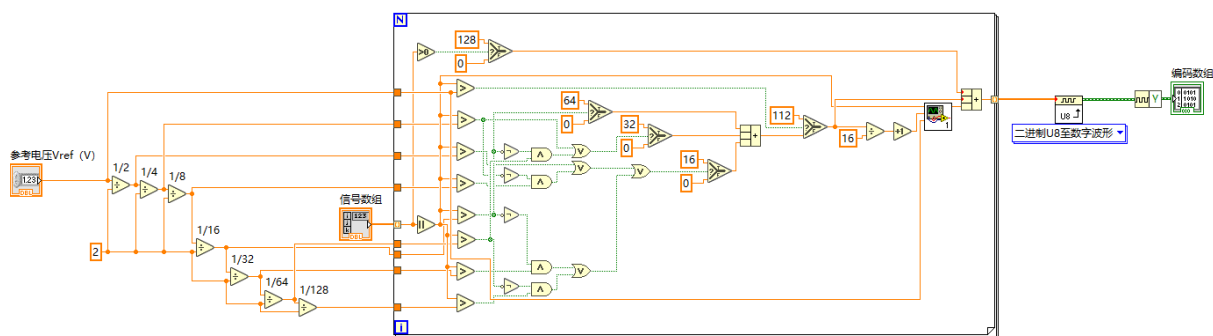


图 12: A87.6/13 编码器

## 6 拓展探究

在这一次拓展探究中，给定一模拟信号的概率分布特性（幅度-概率），需要根据这一分布设计一种三位编码方式，使得量化信噪比尽量高。其概率分布如下图所示：

由于信号幅值关于 0 对称，故取第一位码为极性码，仅考虑幅值大于 0 作两位编码，问题为四个量化区间与量化电平的选取。为了使量化信噪比最低，我们考虑最小化量化噪声功率，即

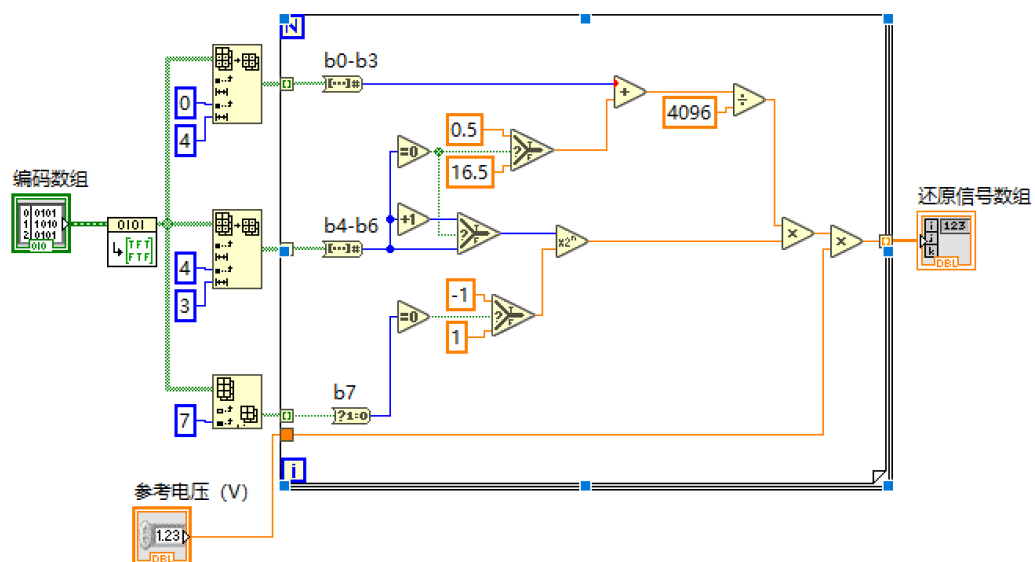


图 13: A87.6/13 解码器

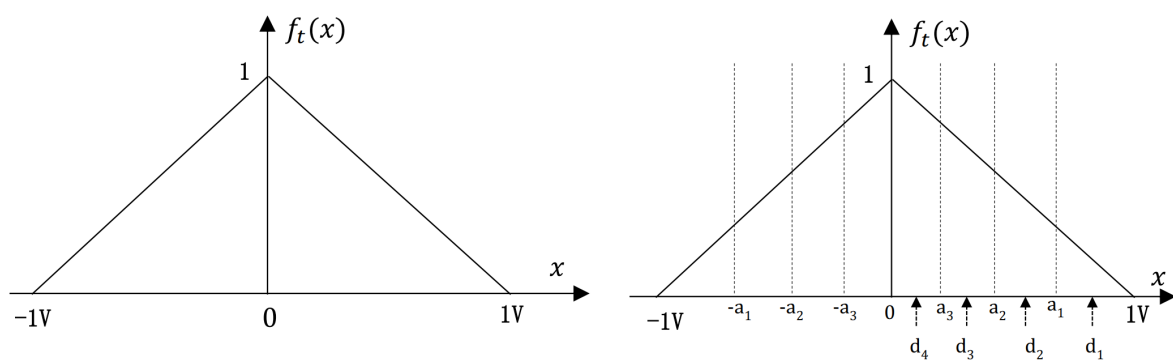


图 14: 幅度概率特性与量化参数示意图



量化的均方误差 **MSE**。为了便于推广，我们直接讨论  $n$  个量化区间的情形。

$$\mathcal{L} = MSE = \sum_{i=1}^M \int_{a_i}^{a_{i-1}} (x - d_i)^2 f(x) dx \quad (2)$$

其中  $a_i, d_i, f(x)$  分别为量化区间界点，量化电平，幅值  $x$  对应概率分布，下面求解使得 **MSE** 最小的条件。

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{a}} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial \vec{a}} \sum_{i=1}^M \int_{a_i}^{a_{i-1}} (x - d_i)^2 f(x) dx = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial a_i} \sum_{i=1}^M \int_{a_i}^{a_{i-1}} (x - d_i)^2 f(x) dx = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial a_i} \left( \int_{a_i}^{a_{i-1}} (x - d_i)^2 f(x) dx + \int_{a_{i+1}}^{a_i} (x - d_{i+1})^2 f(x) dx \right) = 0 \quad (6)$$

$$-(a_i - d_i)^2 f(a_i) + (a_i - d_{i+1})^2 f(a_i) = 0 \quad (7)$$

$$a_i = \frac{d_i + d_{i+1}}{2} \quad (8)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{d}} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial d_i} \sum_{i=1}^M \int_{a_i}^{a_{i-1}} (x - d_i)^2 f(x) dx = 0 \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^M \int_{a_i}^{a_{i-1}} \frac{\partial}{\partial d_i} (x - d_i)^2 f(x) dx = 0 \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^M \int_{a_i}^{a_{i-1}} -(2x - 2d_i) f(x) dx = 0 \quad (12)$$

$$d_i = \frac{\int_{a_i}^{a_{i-1}} x f(x) dx}{\int_{a_i}^{a_{i-1}} f(x) dx} \quad (13)$$

于是我们得到了能够使量化噪声平均功率最小的量化区间与量化电平条件：

$$a_i = \frac{d_i + d_{i+1}}{2}$$

$$d_i = \frac{\int_{a_i}^{a_{i-1}} x f(x) dx}{\int_{a_i}^{a_{i-1}} f(x) dx}$$

即门限电平在相邻量化电平中点，量化电平在量化区间的质心（Lloyd-Max）。下面带入本题给定条件： $a_0 = 1V, a_4 = 0, f(x) = 1 - x$ ，先得到一组递推公式：

$$a_i = \frac{d_i + d_{i+1}}{2}$$

$$d_i = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}(a_{i-1} + a_i) + \frac{1}{3} \frac{a_i a_{i-1} - 1}{1 - \frac{1}{2}(a_{i-1} + a_i)}$$

由于该递推为交叉数列双向递推，且含有自指项，不便于直接求解表达式，因此我们采用数值迭代优化的方法，采用如图所示的迭代方式，给定初始值为  $\vec{a} = [1, 0.75, 0.5, 0.25, 0]$ ，直至各参数（量化区间界点）收敛至定值，迭代求解的 python 程序文件随实验工程文件给出。最终解出

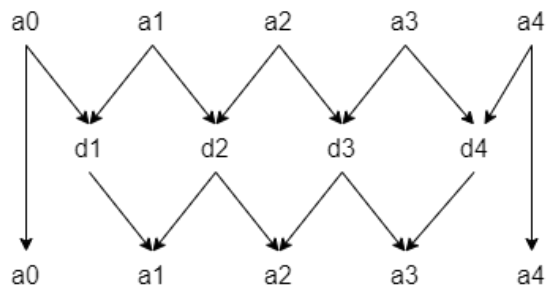


图 15: 参数迭代求解

如下最优量化区间界点与量化电平值（三位有效数字）。

$$\vec{a} = [1, 0.624, 0.392, 0.188, 0]$$

$$\vec{d} = [0.750, 0.499, 0.285, 0.091]$$

即需要求解的数值从小到大依次为  $[0.091, 0.188, 0.285, 0.392, 0.499, 0.624, 0.750]$ 。对于 8 位编码的情形可以采用完全相同的方法得到结果，同样的我们给出部分量化区间界点与量化电平的示例值（5 位有效数字）。

$$[d_{128}, d_{127}, d_{50}, d_6, d_1] = [0.0029265, 0.0087910, 0.50897, 0.90390, 0.98093]$$

$$[a_{127}, a_{126}, a_{50}, a_6, a_1] = [0.0058588, 0.0117298, 0.50527, 0.89765, 0.97140]$$

## 7 实验心得

本次实验我们通过仿真实现模拟信号的量化编码，了解和熟悉了量化编码过程的数学表达，具体实现和性能特点，在均匀量化与非均匀量化的对比中我们还体会到了不同技术的性能与应用场景挂钩，在拓展探究中我们试图寻找最优化的编码方式，并成功推导出 pdf 最优编码条件 (lloyd-max)，并且以程序的形式实现了这一条件的实际问题求解，提高了自主探究、理论分析和解决实际问题的能力。