Лабораторная работа 4.

**Нахождение корней нелинейного уравнения**.

**Цель работы**:

- программирование численных методов решения нелинейных уравнений;  
- сравнительный анализ методов простой итерации, половинного деления и метода Ньютона.

**Задание:**

1. Найти корень уравнения

x - cos(x) = 0

простой итерацией, половинным делением и методом Ньютона с погрешностью eps<0.000001 и для каждого из трех методов определить количество шагов алгоритма.

2. Выполнить п.1 для eps < 0.00000001.

3. Выполнить п.1 для уравнения

x – 10cos(x) = 0

и объяснить результаты.

**Указания**

Численному решению уравнения

f(x) = 0 (1)

должно предшествовать хотя бы грубое исследование вопросов существования и положения корней.

Итерационные методы

Заданное уравнение f(x) = 0 приводят к виду

x = ϕ(x). (2)

Выбирая некоторое начальное приближение Х0,  вычисляют последовательные приближения

Хj+1 = ϕ(Xj), (j=0, 1, 2, …).

Сходимость таких приближений к искомому решению Х требует отдельного исследования. Сходимость зависит прежде всего от вида функции, а также от начального приближения. (В данной лабораторной работе такие исследования не делаются, но в пункте 3 задания приведена функция, для которой решения методом Ньютона и методом простой итерации расходятся.) Для того, чтобы программа нахождения корней этими методами не зацикливалась, следует ограничивать максимальное число итераций Nmax, например, Nmax < 100000.

Возможны различные способы приведения уравнения (1) к виду (2).

Простая итерация

Хj+1 = Xj - f(Xj).

Метод Ньютона

Хj+1 = Xj - f(Xj)/ f ′(Xj).

Метод половинного деления

Для использования этого метода нужно задать границы интервала на оси абсцисс, содержащего ровно один корень [xl, xr] и требуемую точность вычислений.

Суть метода заключается в следующем. Выбирают Х на середине интервала [xl, xr] и определяют f(X). Если f(X) < eps, то середина интервала считается корнем функции, иначе корень ищется на том интервале из двух полученных, для которого значения функции на концах имеют разные знаки.

**Требования к отчету**

Отчет по лабораторной работе должен состоять из 4-х разделов, отражающих основные этапы разработки программы:

- Постановка задачи;

- Разработка алгоритма;

- Кодирование (соответствующий раздел отчета называется «Текст программы»);

- Тестирование (соответствующий раздел отчета называется «Анализ результатов»).

В разделе «Постановка задачи» должен быть приведен текст задания.

Раздел «Разработка алгоритма» должен содержать следующую информацию:

* краткое описание (обоснование) алгоритма (для 3-х методов);
* описание входных, выходных и вспомогательных данных с указанием их идентификаторов и типов;
* схему алгоритма, состоящую из двух частей: общей (укрупненной) схемы и уточненной схемы одного из блоков:

1. Простая итерация;
2. Метод Ньютона;
3. Половинное деление.

(Номер блока равен остатку от деления порядкового номера студента в списке группы на 3.)

В разделе «Текст программы» должен быть приведен листинг программы, включающий необходимые комментарии.

В разделе «Анализ результатов» должны быть приведены распечатки экранов. Для экономии краски изображения экранов должны иметь белый фон, для чего их нужно предварительно обработать в графическом редакторе (Paint).

Отчет должен быть распечатан на принтере на листах бумаги формата А4, скрепленных в левом верхнем углу с помощью степлера, и подписан исполнителем с указанием даты сдачи отчета преподавателю.