**Unit 4 การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่สำคัญบางชนิด**

**การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง**

**1. การแจกแจงแบบทวินาม <Binominal Distribution>**

**เงื่อนไข**

♦ การทดลองซ้ำๆกัน n ครั้ง โดยผลของการทดลองแบ่งเป็น 2 ลักษณะ คือ1. สิ่งที่สนใจ / ความสำเร็จ <Success>  
2. สิ่งที่ไม่สนใจ / ความไม่สำเร็จ <Failure>โดยตัวแปรสุ่ม X แทนจำนวนครั้งของการเกิดเหตุการณืที่สนใจ โดย X = 0,1,2,…,n

♦ กำหนดให้ความน่าจะเป็นของสิ่งที่สนใจแทนด้วย p  
ความน่าจะเป็นของสิ่งที่ไม่สนใจแทนด้วย q โดย p + q = 1 ( q = p - 1 )

♦ ในการทดลองแต่ละครั้งให้ผลลัพธ์ที่เหมือนกัน (ค่าเท่ากัน) และเป็นอิสระซึ่งกันและกัน

**นิยาม**

รูปภาพประกอบด้วย ข้อความ

คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ♦ X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องแทนจำนวนครั้งของการเกิดเหตุการณ์ที่สนใจที่มีค่าพารามิเตอร์   
♦ n แทนจำนวนครั้งของการทดลอง   
♦ p แทนด้วยความน่าจะเป็นของการเกิดสิ่งที่สนใจโดยที่จะกล่าวว่า X มีการแจกแจงแบบทวินาม ถ้า

f (x) = nCx ⋅ px qn-x ; x = 0,1,2,…,n

♦ ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงแบบทวินาม คือ E(X) = μ = np  
♦ ความแปรปรวนของการแจกแจงแบบทวินาม คือ V(X) = μ = npq

**ตัวอย่างการแจกแจงแบบทวินาม**

**ตัวอย่างที่ 1 จากข้อมูลที่ผ่านมาพบว่าความน่าจะเป็นที่นักศึกษาจะสอบผ่านวิชาสถิติทั่วไปเท่ากับ 0.70 หากสุ่มนักศึกษามาจำนวน 15 คน**

**1.1 จงหาความน่าจะเป็นที่นักศึกษาจะสอบผ่านเท่ากับ 10 คน**

|  |  |
| --- | --- |
| **p =** | **0.70** |
| **q = 1 - p** | **1 – 0.70 = 0.30** |
| **n =** | **15** |
| **x =** | **10** |
| **f (x) = nCx ⋅ px qn-x** | **P(x = 10) = f(10)**  **= 15C10 ⋅ 0.7010 (0.30)15-10**  **= 0.2061** |

**1.2 จงหาความน่าจะเป็นที่นักศึกษาจะสอบผ่านไม่เกิน 2 คน**

|  |  |
| --- | --- |
| **p =** | **0.70** |
| **q = 1 - p** | **1 – 0.70 = 0.30** |
| **n =** | **15** |
| **x =** | **0, 1, 2** |
| รูปภาพประกอบด้วย ข้อความ  คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ**f (x) = nCx ⋅ px qn-x** | |

**1.3 จงหาความน่าจะเป็นที่นักศึกษาจะสอบผ่านมากกว่า 3 คน**

|  |  |
| --- | --- |
| **p =** | **0.70** |
| **q = 1 - p** | **1 – 0.70 = 0.30** |
| **n =** | **15** |
| **x =** | **10** |
| **รูปภาพประกอบด้วย ข้อความ  คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติf (x) = nCx ⋅ px qn-x** | |

**1.4 ถ้าให้ x ตัวแปรสุ่มแทนจำนวนนักศึกษาที่สอบผ่าน   
จงหาค่าเฉลี่ย ความแปรปรวนและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ x**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **ค่าเฉลี่ย** | **E(X) = np** | **p =** | **0.70** |
| **ความแปรปรวน** | **σx2 = V(X) = npq** | **q = 1 - p** | **1 – 0.70 = 0.30** |
| **ส่วนเบี่ยงเบนมาตราฐาน** | **σx = √V(X)** | **n =** | **15** |
|  |  | **x =** | **4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15** |
| **E(X) = np = (15)(0.7) = 10.5 σx2 = V(X) = npq = (15)(0.7)(0.3) = 3.15 σx = √V(X) = √3.15 = 1.77** | | | |

**ตัวอย่างการแจกแจงแบบทวินาม**

**ตัวอย่างที่ 2 ในการทำข้อสอบ 4 ตัวเลือกจำนวน 10 ข้อโดยการเดา**

**2.1 จงหาความน่าจะเป็นที่จะเดาไม่ถูกเลย**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **p =** | **0.25** | **ความน่าจะเป็นที่จะเดาถูก** |
| **q = 1 - p** | **0.75** |  |
| **n =** | **10** |  |
| **x =** | **0** | **ตัวแปรสุ่มแทนจำนวนนักศึกษาที่สอบผ่าน** |
| **f (x) = nCx ⋅ px qn-x** | | **P(x = 0) = f(0)**  **= 10C0 ⋅ 0.250 (0.75)10**  **= 0.0563** |

**2.2 จงหาความน่าจะเป็นที่เดาถูกไม่เกิน 3 ข้อ**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **p =** | **0.25** | **ความน่าจะเป็นที่จะเดาถูก** |
| **q = 1 - p** | **0.75** |  |
| **n =** | **10** |  |
| **x =** | **0, 1, 2, 3** | **ตัวแปรสุ่มแทนจำนวนนักศึกษาที่สอบผ่าน** |
| **รูปภาพประกอบด้วย ข้อความ  คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติf (x) = nCx ⋅ px qn-x** | | |

**2.3 จงหาความน่าจะเป็นที่จะถูก 2 ถึง 3 ข้อ**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **p =** | **0.25** | **ความน่าจะเป็นที่จะเดาถูก** |
| **q = 1 - p** | **0.75** |  |
| **n =** | **10** |  |
| **x =** | **2, 3 : 2 ≤ X ≤ 3** | **ตัวแปรสุ่มแทนจำนวนนักศึกษาที่สอบผ่าน** |
| **f (x) = nCx ⋅ px qn-x** | | **P(2≤X≤3) = f(2) + f(3)**  **= 0.2816 + 0.2503**  **= 0.5319** |

**2.4 ถ้าให้ X ตัวแปรสุ่มแทนจำนวนข้อสอบที่เดาถูก   
จงหาค่าเฉลี่ย, ความแปรปรวน, ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ X**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **ค่าเฉลี่ย** | **E(X) = np** | **p =** | **0.70** |
| **ความแปรปรวน** | **σx2 = V(X) = npq** | **q = 1 - p** | **0.30** |
| **ส่วนเบี่ยงเบนมาตราฐาน** | **σx = √V(X)** | **n =** | **15** |
|  |  | **x =** | **4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15** |
| **E(X) = np = 10 (0.25) = 2.5 σx2 = V(X) = npq = 10 (0.25) (0.75) = 1.875 σx = √V(X) = √1.875 = 1.37** | | | |

**ตัวอย่างการแจกแจงแบบทวินาม**

**ตัวอย่างที่ 3 ในห้องทดลองแห่งหนึ่งมีการตรวจหาระดับน้ำตาลในเลือดของผู้ป่วยที่เป็นโรคเบาหวานพบว่ามีความถูกต้องในการตรวจ 95% ถ้าในวันพรุ่งนี้มีตัวอย่างเลือดที่ต้องตรวจสอบจำนวน 5 คน จงหาความน่าจะเป็นที่ผลการตรวจสอบถูกต้อง 4 คน**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **p =** | **0.95** | **ความน่าจะเป็นที่จะตรวจสอบถูกต้อง** |
| **q = 1 - p** | **0.05** |  |
| **n =** | **5** |  |
| **x =** | **1, 2, 3, 4, 5** | **จำนวนผู้ป่วยที่ผลการตรวจถูกต้อง** |
| **f (x) = nCx ⋅ px qn-x**  **รูปภาพประกอบด้วย ข้อความ  คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ** | | |

**ตัวอย่างการแจกแจงแบบทวินาม**

**ตัวอย่างที่ 4 โยนลูกเต๋า 1 ลูก 10 ครั้ง จงหา**

**4.1 ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าขึ้นแต้ม 6**

**S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}   
P = ลูกเต๋าขึ้นแต้ม 6   
P = 1/6**

**4.2 ฟังก์ชันความน่าจะเป็นของจำนวนครั้งที่ลูกเต๋าขึ้นแต้ม 6**

|  |  |
| --- | --- |
| **p =** | **1/6** |
| **q = 1 - p** | **5/6** |
| **รูปภาพประกอบด้วย ไวท์บอร์ด  คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ** | |

**4.3 ความน่าจะเป็นที่ได้ลูกเต๋าขึ้น 6 ไม่เกิน 2 ครั้ง**

|  |  |
| --- | --- |
| **p =** | **1/6** |
| **q = 1 - p** | **5/6** |
| **X =** | **0, 1, 2** |
| **f (x) = nCx ⋅ px qn-x**  **รูปภาพประกอบด้วย ข้อความ  คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ** | |

**ตัวอย่างการแจกแจงแบบทวินาม**

**ตัวอย่างที่ 5 จากข้อมูลนักศึกษาของคณะหนึ่งพบว่านักศึกษาของคณะนี้กู้ยืมเงินในกองทุนเพื่อการศึกษา (กยศ.) คิดเป็นร้อยละ 80 ถ้าสุ่มนักศึกษาของคณะนี้มาจำนวน 10 คน แล้วสอบถามว่ากู้ยืมเงินจาก กยศ. หรือไม่ จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้นักศึกษากู้ยืมเงิน กยศ. ไม่เกิน 2 คน**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **p =** | | **0.8** | | **ความน่าจะเป็นที่จะตรวจสอบถูกต้อง** | |
| **q = 1 - p** | | **0.2** | |  | |
| **n =** | | **10** | |  | |
| **x =** | | **0, 1, 2** | | **จำนวนนักศึกษาที่กู้ยืม กยศ.** | |
| **f (x) = nCx ⋅ px qn-x**  **รูปภาพประกอบด้วย ข้อความ  คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ** | | | | | |
| **ค่าเฉลี่ย** | **E(X) = np** | | **= (10) (0.80)** | | **= 8** |
| **ความแปรปรวน** | **σx2 = V(X) = npq** | | **= (10) (0.80) (0.2)** | | **= 1.6** |

2. **การแจกแจงแบบพัวส์ซอง <Poisson Distribution>**

**ลักษณะของการทดลอง**

♦ การทดลองเป็นการนับจำนวนครั้งของความสำเร็จที่เกิดขึ้นในขอบเขตที่กำหนด โดยขอบเขตดังกล่าวนี้อาจเป็นช่วงเวลา อาณาบริเวณ พื้นที่ ปริมาตร  
♦ ทราบค่าเฉลี่ยของจำนวนครั้งความสำเร็จในขอบเขตที่กำหนดให้นั้น  
♦ จำนวนครั้งของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นเป็นอิสระต่อกัน

**นิยาม**

♦ X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง แทนจำนวนครั้งของการเกิดเหตุการณืที่สนใจภายในช่วงเวลาหรือขอบเขตที่กำหนดจะกล่าวว่า X มีการแจกแจงปัวส์ซอง ถ้า

รูปภาพประกอบด้วย ดู, มาตรวัด

คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ

♦ ถ้าให้ X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีแจกแจงแบบพัวส์ซองแล้ว จะได้ว่าค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของ X คือ μ = μ , σ2 = μ

**ตัวอย่างการแจกแจงแบบพัวส์ซอง**

**ตัวอย่างที่ 1 ธนาคารแห่งหนึ่งเปิดให้บริการวันละ 8 ชั่วโมง ซึ่งโดยเฉลี่ยแล้วจะมีลูกค้ามาใช้บริการ   
80 คนต่อวัน**

**1.1 จงหาความน่าจะเป็นที่จะมีลูกค้ามาใช้บริการ 40 คนต่อวัน**

|  |  |
| --- | --- |
| **ค่าเฉลี่ย people** | **μ = 80 คน / 8 ชม.** |
| **โจทย์ให้หา** | **x = 40 คน** |
| **รูปภาพประกอบด้วย ดู, มาตรวัด  คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ** | **รูปภาพประกอบด้วย ข้อความ, อุปกรณ์, มาตรวัด  คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ** |

**1.2 จงหาความน่าจะเป็นที่จะลูกค้ามาใช้บริการ 39 - 40 คน**

|  |  |
| --- | --- |
| **ค่าเฉลี่ย people** | **μ = 40 คน / 4 ชม.** |
| **โจทย์ให้หา** | **x = 39 ≤ X ≤ 40** |
| **รูปภาพประกอบด้วย ดู, มาตรวัด  คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ** | **= 0.0629 + 0.0629  = 0.1258** |

**1.3 จงหาความน่าจะเป็นที่ในช่วงเวลา 9.00 – 10.00 จะมีลูกค้ามาใช้บริการไม่เกิน 2 คน**

|  |  |
| --- | --- |
| **ค่าเฉลี่ย people** | **μ = 10 คน / 8 ชม.** |
| **โจทย์ให้หา** | **x = 0, 1, 2** |
| **รูปภาพประกอบด้วย ดู, มาตรวัด  คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ** | **รูปภาพประกอบด้วย ข้อความ  คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ** |

**ตัวอย่างการแจกแจงแบบพัวส์ซอง**

**ตัวอย่างที่ 2 จากข้อมูลของแผนกเวชระเบียนของโรงพยาบาลแห่งหนึ่งพบว่าจะมีผู้ป่วยรายใหม่ที่เป็นโรคมะเร็งเพิ่มขึ้นโดยเฉลี่ย 5 รายต่อ 1 เดือน  
X = ตัวแปรสุ่มแทนจำนวนผู้ป่วยรายใหม่   
2.1 จงหาความน่าจะเป็นที่จะมีผู้ป่วยมะเร็งเพิ่มขึ้นไม่เกิน 3 คนในเดือนนี้**

|  |  |
| --- | --- |
| **ค่าเฉลี่ย people** | **μ = 5 ราย / เดือน** |
| **โจทย์ให้หา** | **x = 0, 1, 2, 3** |
| **รูปภาพประกอบด้วย ดู, มาตรวัด  คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ** |  |

**2.2 จงหาความน่าจะเป็นที่จะมีผู้ป่วยมะเร็งเพิ่มขึ้นไม่เกิน 1 คนในรอบสัปดาห์นี้**

|  |  |
| --- | --- |
| **ค่าเฉลี่ย people** | **μ = 5/4 ราย / สัปดาห์** |
| **โจทย์ให้หา** | **x = 0, 1** |
| **รูปภาพประกอบด้วย ดู, มาตรวัด  คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ** | รูปภาพประกอบด้วย ข้อความ  คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ |

**2.3 จงหาความน่าจะเป็นที่จะมีผู้ป่วยมะเร็งเพิ่มขึ้นมากกว่า 1 คนในรอบสัปดาห์นี้**

|  |  |
| --- | --- |
| **ค่าเฉลี่ย people** | **μ = 5 ราย / สัปดาห์** |
| **โจทย์ให้หา** | **x = 1** |
| **รูปภาพประกอบด้วย ดู, มาตรวัด  คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ** | **P(X>1) = 1 – P (X≤1)  = 1 – 0.6446  = 0.3554** |

**ตัวอย่างการแจกแจงแบบพัวส์ซอง**

**ตัวอย่างที่ 3 จำนวนอุบัติเหตุที่เกิดขึ้นในโรงงานอุตสาหกรรมโดยเฉลี่ยจะเกิดขึ้น 3 ครั้งต่อปี   
จงหาความน่าเป็นที่มีอุบัติเหตุเกิดขึ้นจำนวน 5 ครั้งใน 2 ปี  
x = จำนวนอุบัติเหตุ**

|  |  |
| --- | --- |
| **ค่าเฉลี่ย people** | **μ = 3 ครั้ง / 1 ปี**  **μ = 6 ครั้ง / 2 ปี** |
| **โจทย์ให้หา** | **x = 5** |
| **รูปภาพประกอบด้วย ดู, มาตรวัด  คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ** |  |

**ตัวอย่างการแจกแจงแบบพัวส์ซอง**

**ตัวอย่างที่ 4 สี่แยกแห่งหนึ่งมีอุบัติเหตุเกิดขึ้นโดยเฉลี่ย 3 ครั้งต่อวัน   
(โดยที่ 1 วัน คิดเป็น 12 ชั่วโมง) จงหา**

**4.1 ค่าเฉลี่ยของจำนวนครั้งการเกิดอุบัติเหตุบริเวณสี่แยกนี้ภายในเวลา 1 ชั่วโมง**

|  |  |
| --- | --- |
| **ค่าเฉลี่ย people** | **μ = 3 ครั้ง / 12 ชั่วโมง** |
|  | **μ = 3/12 = 0.25 ครั้ง / 1 ชั่วโมง** |

**4.2 ฟังก์ชันความน่าจะเป็นของจำนวนครั้งของการเกิดอุบัติเหตุบริเวณสี่แยกนี้ภายในเวลา 1 ชั่วโมง**

|  |  |
| --- | --- |
| **ค่าเฉลี่ย people** | **μ = 0.25 ครั้ง / 1 ชั่วโมง** |
| **โจทย์ให้หา** | **x = ?** |
| **รูปภาพประกอบด้วย ดู, มาตรวัด  คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ** |  |

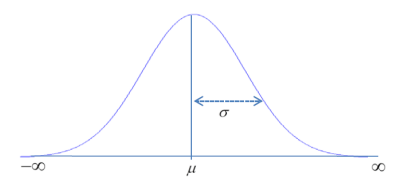
**4.3 ความน่าจะเป็นของการเกิดอุบัติเหตุบริเวณสี่แยกนี้เกิน 2 ครั้งในเวลา 8:00 – 9:00 น.**

|  |  |
| --- | --- |
| **ค่าเฉลี่ย people** | **μ = 0.25 ครั้ง / 1 ชั่วโมง** |
| **โจทย์ให้หา** | **x = 0, 1, 2** |
| **รูปภาพประกอบด้วย ดู, มาตรวัด  คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ** |  |

**ตัวอย่างการแจกแจงแบบพัวส์ซอง**

**ตัวอย่างที่ 5 บนทางหลวงมุ่งสู่ทางเหนือมีอุบัติเหตุเกิดขึ้นโดยเฉลี่ย 24 ครั้งต่อวัน   
(โดยที่ 1 วัน คิดเป็น 8 ชั่วโมง) จงหาความน่าจะเป็นของการเกิดอุบัติเหตุบนทางทางหลวงนี้อย่างน้อย 1 ครั้งภายในเวลา 1 ชั่วโมง**

|  |  |
| --- | --- |
| **ค่าเฉลี่ย people** | **μ = 24 ครั้ง / 8 ชั่วโมง**  **μ = 24/8 = 3 ครั้ง / 1 ชั่วโมง** |
| **โจทย์ให้หา** | **x = จำนวนอุบัติเหตุที่เกิดขึ้น** |
| **รูปภาพประกอบด้วย ดู, มาตรวัด  คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ** |  |

**การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง**

**คุณสมบัติของเส้นโค้งปกติ**

♦ เป็นเส้นโค้งรูประฆังคว่ำ  
♦ พื้นที่ระหว่างเส้นโค้งปกติกับแกน X จะเท่ากับ 1 เสมอ  
♦ ปลายเส้นโค้งทั้งซ้ายและขวาจะโน้มเข้าหาแกน X แต่ไม่สัมผัสแกน X  
♦ ความสูงของเส้นโค้งที่สุด μ ± k จะเท่ากันเสมอนั่นคือสมมาตรรอบค่าเฉลี่ย  
♦ เส้นโค้งมีค่าสูงสุดเมื่อ μ  
♦ เส้นโค้งมีค่าเฉลี่ย ค่ามัธยฐาน ค่าฐานนิยม เท่ากัน  
♦ พื้นที่ใต้เส้นโค้ง คือ ค่าความน่าจะเป็น

♣ ถ้าตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงแบบปกติ  
♣ เขียนสัญลักษณ์แทนการแจกแจงปกติได้มีสัญลักษณ์ความน่าจะเป็นในรูป X ~ N ( μ , σ2 )

รูปภาพประกอบด้วย ข้อความ, นาฬิกา, ดู

คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ

รูปภาพประกอบด้วย ข้อความ, นาฬิกา, ดู

คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ♣ การหาความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มปกติในช่วงหนึ่ง เช่น (a, b) โดยอินทิเกรตฟังก์ชันความน่าจะเป็น

**1. การแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน <Standard Normal Distribution> : Z**

♣ เป็นการแปลงค่าตัวแปนสุ่มแบบปกติ X ~ N ( μ , σ2 )   
♣ คำนวณยากไปเป็นตัวแปรสุ่มตัวใหม่เรียกว่า ตัวแปรสุ่มแบบปกติมาตรฐานมีค่า μ = 0 , σ2 = 1  
♣ เขียนแทนด้วย Z ( Z ~ N (0, 1)) มีฟังก์ชันความน่าจะเป็น

รูปภาพประกอบด้วย ข้อความ, นาฬิกา

คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ

**การหาพื้นที่ใต้โค้งปกติ**

รูปภาพประกอบด้วย ข้อความ, นาฬิกา

คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ♣ ทางปฏิบัติ การหาพื้นที่ใต้โค้งปกติทำได้โดย แปลงข้อมูลจากโดยใช้สูตร

♣ แล้วเปิดตารางเพื่อทำการหาพื้นที่

**ตัวอย่างการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน**

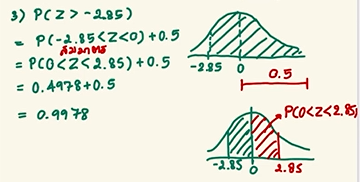
**ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ Z มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน**

**1.1 จงหา P( Z > 1.12 )**

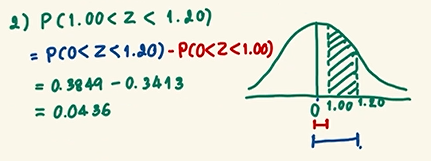
รูปภาพประกอบด้วย ข้อความ

คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ

**1.2 จงหา P( Z > -2.85 )**



**1.3 จงหา P( 1.00 < Z < 1.20 )**



**1.4 จงหา P( -1.00 < Z < 1.20 )**

รูปภาพประกอบด้วย ข้อความ

คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ

**1.5 จงหา P( -2.00 < Z < -0.90 )**

รูปภาพประกอบด้วย ข้อความ

คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ

**ตัวอย่างที่ 2** จงเติมคำลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

**2.1 P(-1.50 < Z < 2.05) = 0.9130**

**2.2 P(Z > 1.88) = 0.0301**

**2.3 P(Z > 2.26) = 0.5 – P (0 < Z < 2.26) = 0.0119**

******2.4 P(0 < Z < 1.56) = 0.446**

**2.5 P(Z < 1.75) =**

**ตัวอย่างการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน**

**ตัวอย่างที่ 3 จงหาค่า b ที่ทำให้**

|  |  |
| --- | --- |
| **3.1 P( 0 < Z < b ) = 0.4664** |  |
| **3.2 P( Z > b ) = 0.9599** | รูปภาพประกอบด้วย ข้อความ  คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ |
| **3.3 P( -b < Z < b ) = 0.8530** | รูปภาพประกอบด้วย ข้อความ  คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ |



**ตัวอย่างการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน**

**ตัวอย่างที่ 4 การสอบวิชาสถิติทั่วไปของนักศึกษาที่ลงทะเบียนเรียนในเทอม 3/28 มีการแจกแจงปกติดดยใช้เกณฑ์ตดสินผลการสอบว่า ถ้านักศึกษาได้ค่ามาตรฐานของคะแนนสอบวิชานี้มากกว่า -1.96 จะถือสอบผ่าน ถ้ามีนักศึกษาเข้าสอบวิชานี้ 432 คน จะมีนักศึกษาสอบผ่านทั้งหมดกี่คน**

|  |  |
| --- | --- |
| n = | 423 |
| X = | จำนวนที่นักศึกษาสอบผ่าน |
| รูปภาพประกอบด้วย ข้อความ  คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ | |

**รูปภาพประกอบด้วย ข้อความ

คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติตัวอย่างที่ 5 กำหนดให้ X เป็นตัวแปรสุ่ม X ~ N ( μ = 20, σ2 = 112 ) จงหาความน่าจะเป็นที่ X มีค่าน้อยกว่า 15**

**ตัวอย่างการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน**

**ตัวอย่างที่ 6 อายุการใช้งานของหลอดไปยี่ห้อหนึ่งมีการแจกแจงแบบปกติโดยมีอายุการใช้งาน  
เฉลี่ย 3 ปี ความแปรปรวน 2 ปี2**

**6.1 จงหาความน่าจะเป็นที่หลอดไฟจะมีอายุการใช้งานไม่เกิน 2 ปี**

|  |  |
| --- | --- |
| **อายุการใช้งานของหลอดไฟ** | **x = ≤ 2** |
| **ค่าเฉลี่ย** | **μ = 3** |
| **ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน** | **σ = √2 : σ2 = 2** |
| รูปภาพประกอบด้วย ข้อความ  คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติรูปภาพประกอบด้วย ข้อความ, นาฬิกา  คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ | รูปภาพประกอบด้วย ข้อความ  คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ |

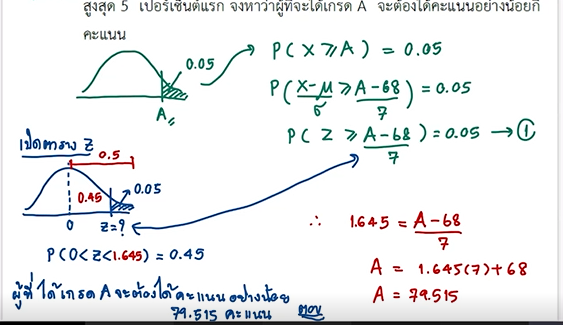
**6.2 จงหาเปอร์เซ็นต์ที่หลอดไฟจะมีอายุการใช้งานอยู่ระหว่าง 2ปี – 3ปี**

|  |  |
| --- | --- |
| **อายุการใช้งานของหลอดไฟ** | **x = 2 < x < 3** |
| **ค่าเฉลี่ย** | **μ = 3** |
| **ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน** | **σ = √2 : σ2 = 2** |
| **รูปภาพประกอบด้วย ข้อความ, นาฬิกา  คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ** | **หลอดไฟจะมีอายุการใช้งานระหว่าง 2 ถึง 3 ปีอยู่ 26.11%** |

**ตัวอย่างการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน**

**ตัวอย่างที่ 7 คะแนนสอบวิชาสถิติทั่วไปมีการแจกแจงปกติมีค่าเฉลี่ย 68 คะแนน   
ความแปรปรวน 49 คะแนน2 อาจารย์ผู้สอนต้องการให้ได้เกรด A กับผู้ที่ทำคะแนนได้สูงสุด 5 เปอร์เซ็นต์แรก จงหาว่าผู้ที่จะได้เกรด A จะต้องได้คะแนนอย่างน้อยกี่คะแนน**

|  |  |
| --- | --- |
| **คะแนนสอบ** | **x = A** |
| **ค่าเฉลี่ย** | **μ = 68** |
| **ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน** | **σ = 7 : σ2 = 49** |



**ตัวอย่างการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน**

**ตัวอย่างที่ 8 ถ้าทราบว่าอายุการใช้งานของโทรศัพท์ยีห้อหนึ่งมีการแจกแจงแบบปกติ โดยมีอายุใช้งานเฉลี่ย 2.5 ปีและมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.5 ปี ทางผู้ผลิตแจ้งแผนการรับประกันคุณภาพสินค้าว่า หากโทรศัพท์เสียภายในระยะเวลา 2 ปีจะมีการซ่อมให้โดยไม่เสียค่าใช้งาน จงหาโอกาสที่โทรศัพท์ยี่ห้อนี้**

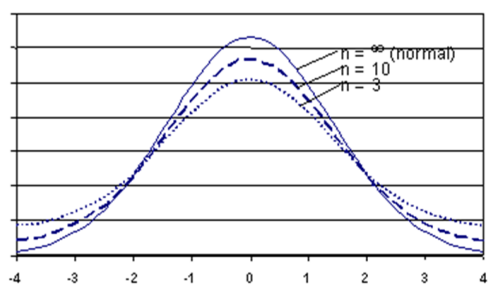
|  |  |
| --- | --- |
| **อายุการใช้งานโทรศัพท์** | **x = 2** |
| **ค่าเฉลี่ย** | **μ = 2.5** |
| **ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน** | **σ = 0.5** |
|  | |

**ตัวอย่างที่ 9 รายได้ของประชาชนใน อ.ธัญบุรี มีการแจกแจงปกติโดยมีรายได้เฉลี่ย 17,450 บาท ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 2,475 บาท จงหาว่ามีประชาชนร้อยละเท่าไหร่ ที่มี  
รายได้ระหว่าง 14,975 – 19,925 บาท**

|  |  |
| --- | --- |
| **รายได้ของประชาชนใน อ.ธัญบุรี** | **x = 14,975 - 19,925** |
| **ค่าเฉลี่ย** | **μ = 17,450** |
| **ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน** | **σ = 2,475** |
| **หา P (17,450 < X < 2,475)**    **มีประชาชนร้อยละ 68.26 ที่มีรายได้ระหว่าง 14,975 – 19,925 บาท** | |

**2. การแจกแจงความน่าจะเป็นที <T Probability Distribution>**

♣ เส้นโค้ง T จะคล้ายกับเส้นโค้งปกติมาตรฐาน คือ ระฆังคว่ำแต่เส้นโค้ง T จะลาดกว่าเส้นโค้งปกติมาตรฐานการที่เส้นโค้ง T จะโด่งหรือไม่ขึ้นกับองศาอิสระ  
♣ Degree of freedom : df : V หรือขนาดตัวอย่าง (n) d.f. = V = n – 1



**คุณสมบัติของโค้ง T <Properties of T>**♣ โค้ง T มีลักษณะคล้ายกับโค้งปกติมาตรฐาน โดยมีลักษณะดังนี้  
♣ เป็นโค้งที่มีลักษณะสมมาตรรอบค่าเฉลี่ย  
♣ พื้นที่ใต้โค้งทั้งหมดมีค่าเท่ากับ 1 และมีความหมายในเชิงความน่าจะเป็น  
♣ เมื่อองศาความเป็นอิสระเพิ่มขึ้นโค้ง T จะมีการแจกแจงใกล้เคียงกับโค้งปกติมาตรฐาน

**การหาพื้นที่ใต้โค้ง T**

♣ การคำนวณหาความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบ T ตามนิยามมีความยุ่งยากในการหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งโดยใช้อินทิเกรตจึงได้มีการใช้ตารางสำเร็จรูปเพื่อคำนวณค่าความน่าจะเป็นหรือการหาพื้นที่ใต้โค้งของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบ T

**นิยาม**

♣ ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่องจะเรียกว่า X มีการแจกแจงแบบ T ที่มีองศาเป็นอิสระ Vถ้าฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X อยู่ในรูปของ

รูปภาพประกอบด้วย ข้อความ

คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ

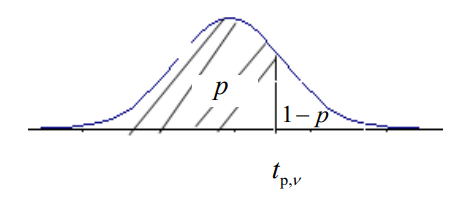
**ทฤษฎี**

รูปภาพประกอบด้วย ดู, นาฬิกา, มาตรวัด

คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ♣ ถ้า X เป็นการแจกแจงแบบ T ที่มีองศาความเป็นอิสระ V แล้วค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของการแจกแจง T คือ

♣ การคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม T สัญลักษณ์





**ตัวอย่างการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบที : T**

**ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าต่อไปนี้จากตารางการแจกแจงที**

**1.1 P ( T < t0.95, 10 ) = 0.95**

**รูปภาพประกอบด้วย ข้อความ

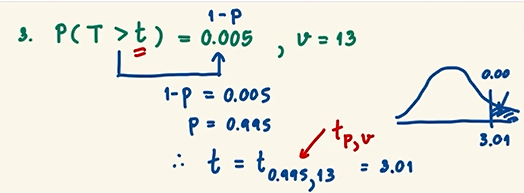
คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ**

**1.2 P ( T ≤ t0.25, 16 ) = 0.25**

**รูปภาพประกอบด้วย ข้อความ

คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ**

**1.3 P ( T ≤ t ) = 0.005 , v = 13**

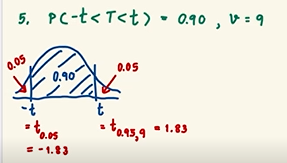
****

**1.4 P ( T > t ) = 0.80 , v = 17**

**รูปภาพประกอบด้วย ข้อความ, ไวท์บอร์ด

คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ**

**1.5 P ( -t < T < t ) = 0.90 , v = 9**

****

**ตัวอย่างการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบที : T**

**ตัวอย่างที่ 2 จงหา a**

**รูปภาพประกอบด้วย ข้อความ

คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ2.1 P ( T < a ) =0.975 , v = 26**

**2.2 P ( T > a ) = 0.05 , v = 25**

**รูปภาพประกอบด้วย ข้อความ

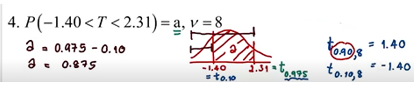
คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ**

**2.3 P ( T < a ) = 0.025 , v = 12**

**รูปภาพประกอบด้วย ข้อความ

คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ**

**2.4 P ( -1.40 < T < a ) = a , v = 8**

****

**ตัวอย่างการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบที : T**

**ตัวอย่างที่ 3** **จงเติมคำลงในช่องว่างให้ถูกต้อง**

**3.1 P(T > 3.5) = 0.005 เมื่อ d.f. = 7**

**3.2 P(T > 1.38) = 0.10 เมื่อ d.f. = 9**

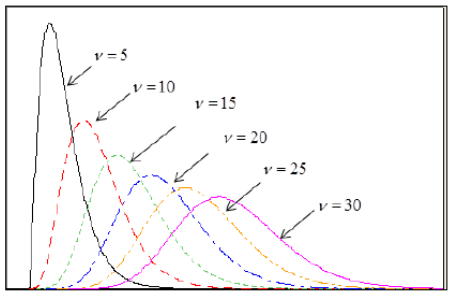
**3.3 t0.95, 15 = 1.75**

**3.4 P(T < 0.7) = 0.75 เมื่อ d.f. = 10**

**3. การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบสไคสแควร์ <Chi – Square Probability Distribution>**

♣ เป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มต่อเนื่องที่มีค่าพารามิเตอร์ คือ V เรียกว่า องสาความเป็นอิสระ <Degree of Freedom>

♣ โดยที่องศาความเป็นอิสระจะแปรผันตรงกับขนาดตัวออย่างกราฟแสดงการแจกแจงแบบไคสแควร์ที่องศาความเป็นอิสระต่างๆ ตามในรูป



**นิยาม**

♣ ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่องจะเรียกว่า X มมีการแจกแจงไคสแควร์ที่มีองศาความเป็นอิสระ V   
♣ ถ้าฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นจองตัวแปรสุ่ม X อยู่ในรูปของ

รูปภาพประกอบด้วย ข้อความ

คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ

**ทฤษฎี**

♣ ถ้าให้ X มีการแจกแจงไคสแควร์ที่มีองสาความเป็นอิสระ V แล้ว  
♣ ค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่มจะมีค่าเท่ากับองศาความเป็นอิสระ (μ = V)  
♣ ความแปรปรวนจะมีค่าเท่ากับ 2 เท่าขององศาความเป็นอิสระ (σ2 = 2V)

**คุณสมบัติของโค้งไคสแควร์ <Properties of Chi - Square>**

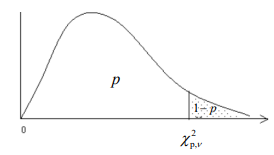
♣ เป็นโค้งมีลักษณะเบ้ขวา  
♣ ค่าของตัวแปรสุ่มมีค่ามากกว่า 0  
♣ พื้นที่ใต้โค้งทั้งหมดมีค่าเท่ากับ 1 และมีความหมายในเชิงความน่าจะเป็น  
♣ เมื่อองศาความน่าจะเป็นอิสระเพิ่มขึ้นเส้นโค้งไคสแควร์จะมีการแจกแจงใกล้เคียงกับโค้งปกติ

**การหาพื้นที่ใต้โค้งไคสแควร์**

♣ การคำนวณหาความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบไคสแควร์ตามนิยมมีความยุ่งยากในการหาพื้นที่ใต้เส้นโค้ง เนื่องจากต้องใช้เทคนิคการอินทิกรัลจำกัดเขตจึงได้มีการใช้ตารางสำเร็จรูปเพื่อคำนวณค่าความน่าจะเป็นหรือการหาพื้นที่ใต้โค้งของจัวแปรสุ่มที่มีการแจกแบบไคสแควร์ได้

♣ การคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มไคสแควร์ สัญลักษณ์

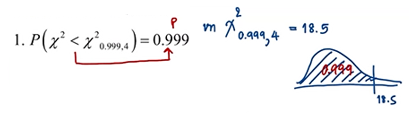




**ตัวอย่างการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบไคสแควร์**

**ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าต่อไปนี้จากตารางการแจกแจงสแควร์**

**1.1 P ( X2 < X20.999, 4) = 0.999**

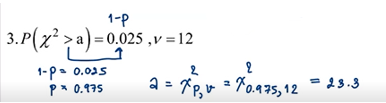
****

**1.2 P ( X2 ≤ X20.005,27 ) = 0.005**

**รูปภาพประกอบด้วย ข้อความ

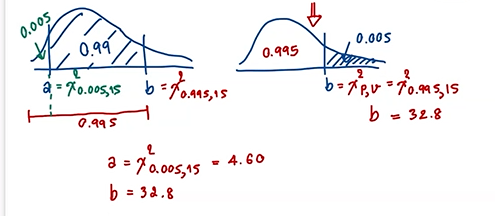
คำอธิบายที่สร้างโดยอัตโนมัติ**

**1.3 P ( X2 > a ) = 0.025 , v = 12**

****

**ตัวอย่างการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบไคสแควร์**

**ตัวอย่างที่ 2 จงหา a และ b ที่ทำให้ P ( a < X2 < b) = 0.99,   
P ( X2 > b ) = 0.005 , v = 15**

****

**ตัวอย่างที่ 3 จงเติมคำลงในช่องว่างให้ถูกต้อง**

**3.1 P(X2 > 23.3) = 0.975 เมื่อ d.f. = 12**

**3.2 P(X2 > 22.3) = 0.10 เมื่อ d.f. = 15**

**3.3 P(X2 > 15.5) = 0.75 เมื่อ d.f. = 20**

**3.4 P(18.1 < X2 < 40.1) = 0.85 เมื่อ d.f. = 27**