R Programming Part 8
การทดสอบสมมติฐานเชิงสถิติ

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อัชฌาณัท รัตนเลิศนุสรณ์

สาขาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

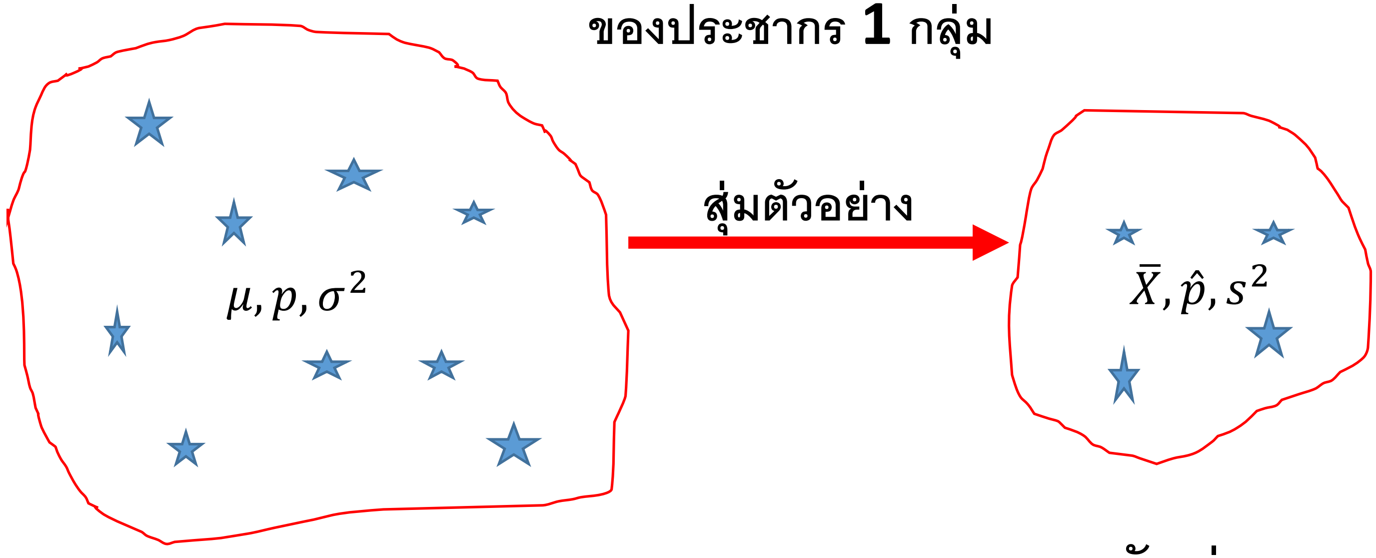
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี

สารบัญ
Contents

สมมติฐานเชิงสถิติ
(Statistical hypothesis)

- สมมติฐานเชิงสถิติ หมายถึง ความเชื่อที่เกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ของประชากรที่ต้องการศึกษา

ทดสอบสมมติฐานเชิงสถิติ
ของประชากร 1 กลุ่ม



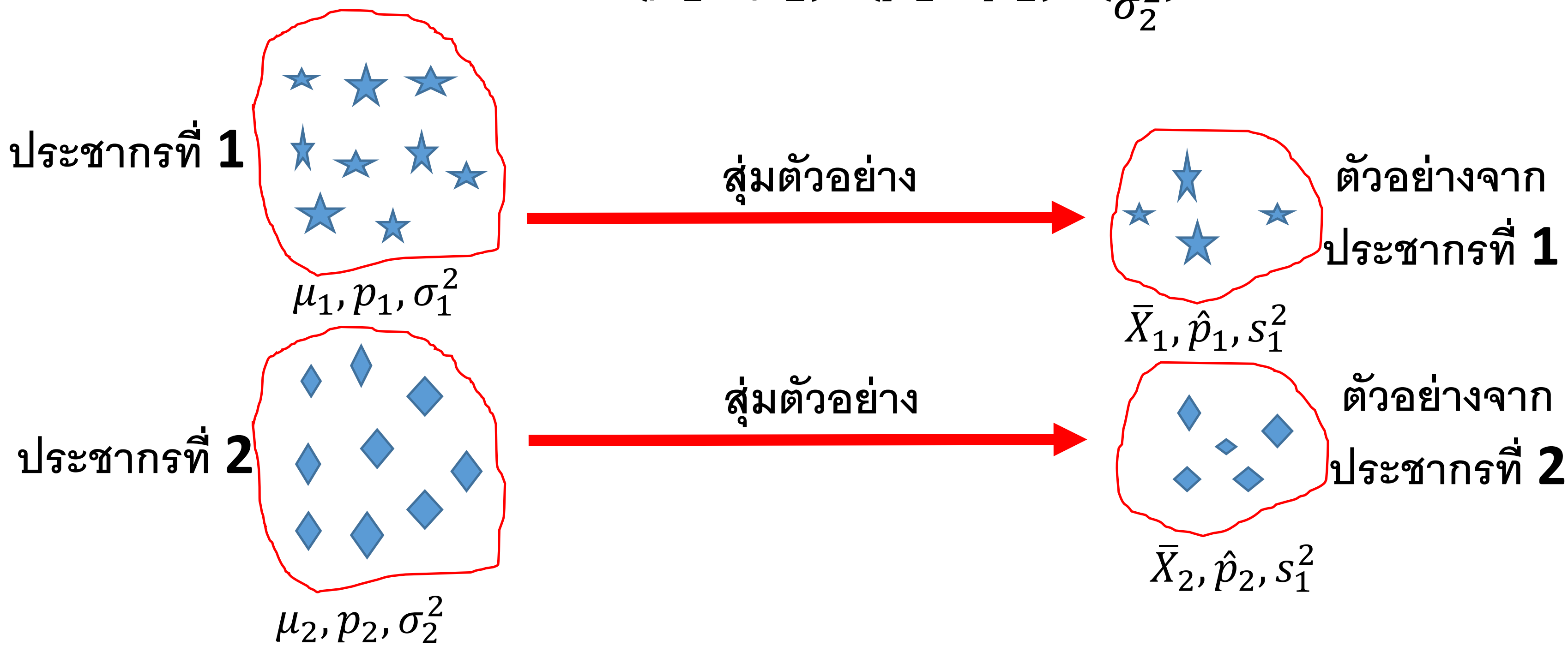
ประชากร

ตัวอย่าง

สมมติฐานเชิงสถิติ
(Statistical hypothesis)

ทดสอบสมมติฐานเชิงสถิติของประชากร 2 กลุ่ม

$$(\mu_1 - \mu_2), (p_1 - p_2), \left(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}\right)$$



ประเภทของสมมติฐานเชิงสถิติ

- สมมติฐานว่าง (Null hypothesis : H_0) คือ ความเชื่อที่เกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ว่ามีค่าเท่ากับค่าคงที่
- สมมติฐานทางเลือก (Alternative hypothesis : H_1) คือ ความเชื่อที่เกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ว่ามีค่าตรงกันข้ามกับสมมติฐานว่าง

- ค่าพารามิเตอร์ที่ต้องการทดสอบในกรณีประชากร 1 กลุ่ม
  - ค่าเฉลี่ยประชากร (μ)
  - สัดส่วนประชากร (p)
  - ความแปรปรวนประชากร (σ^2) หรือส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร (σ)

การตั้งสมมติฐานเชิงสถิติกรณีประชากร 1 กลุ่ม

- **การตั้งสมมติฐานเพื่อทดสอบค่าเฉลี่ยประชากร**

$H_0: \mu = \mu_0$

$H_1: \mu < \mu_0$ (การทดสอบทางซ้าย)

$H_0: \mu = \mu_0$

$H_1: \mu \neq \mu_0$ (การทดสอบสองทาง)

$H_0: \mu = \mu_0$

$H_1: \mu > \mu_0$ (การทดสอบทางขวา)

การตั้งสมมติฐานเชิงสถิติกรณีประชากร 1 กลุ่ม

- **การตั้งสมมติฐานเพื่อทดสอบสัดส่วนประชากร**

$H_0: p = p_0$

$H_1: p < p_0$ (การทดสอบทางซ้าย)

$H_0: p = p_0$

$H_1: p \neq p_0$ (การทดสอบสองทาง)

$H_0: p = p_0$

$H_1: p > p_0$ (การทดสอบทางขวา)

การตั้งสมมติฐานเชิงสถิติกรณีประชากร 1 กลุ่ม

การตั้งสมมติฐานเพื่อทดสอบความแปรปรวนประชากร

$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$

$H_1: \sigma^2 < \sigma_0^2$ (การทดสอบทางซ้าย)

$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$

$H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ (การทดสอบสองทาง)

$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$

$H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$ (การทดสอบทางขวา)

การตั้งสมมติฐานเชิงสถิติกรณีประชากร 1 กลุ่ม

การตั้งสมมติฐานเพื่อทดสอบส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานประชากร

$H_0: \sigma = \sigma_0$

$H_1: \sigma < \sigma_0$ (การทดสอบทางซ้าย)

$H_0: \sigma = \sigma_0$

$H_1: \sigma \neq \sigma_0$ (การทดสอบสองทาง)

$H_0: \sigma = \sigma_0$

$H_1: \sigma > \sigma_0$ (การทดสอบทางขวา)

ประเภทของการทดสอบสมมติฐานเชิงสถิติ

- **การทดสอบทางซ้าย**

  การทดสอบสมมติฐานที่มีค่าวิกฤติหนึ่งค่าอยู่ทางด้านซ้ายของสถิติทดสอบ

- **การทดสอบทางขวา**

  การทดสอบสมมติฐานที่มีค่าวิกฤติหนึ่งค่าอยู่ทางด้านขวาของสถิติทดสอบ

- **การทดสอบสองทาง**

  การทดสอบสมมติฐานที่มีค่าวิกฤติสองค่าอยู่ทางด้านซ้ายและด้านขวาของสถิติทดสอบ

การตั้งสมมติฐานเชิงสถิติกรณีประชากร 2 กลุ่ม

- **การตั้งสมมติฐานเพื่อทดสอบผลต่างค่าเฉลี่ยประชากร 2 กลุ่ม**

$H_0: \mu_1 - \mu_2 = \mu_d$

$H_1: \mu_1 - \mu_2 < \mu_d$ (การทดสอบทางซ้าย)

$H_0: \mu_1 - \mu_2 = \mu_d$

$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \mu_d$ (การทดสอบสองทาง)

$H_0: \mu_1 - \mu_2 = \mu_d$

$H_1: \mu_1 - \mu_2 > \mu_d$ (การทดสอบทางขวา)

การตั้งสมมติฐานเชิงสถิติกรณีประชากร 2 กลุ่ม

- **การตั้งสมมติฐานเพื่อทดสอบผลต่างสัดส่วนประชากร 2 กลุ่ม**

$H_0: p_1 - p_2 = p_d$

$H_1: p_1 - p_2 < p_d$ (การทดสอบทางซ้าย)

$H_0: p_1 - p_2 = p_d$

$H_1: p_1 - p_2 \neq p_d$ (การทดสอบสองทาง)

$H_0: p_1 - p_2 = p_d$

$H_1: p_1 - p_2 > p_d$ (การทดสอบทางขวา)

การตั้งสมมติฐานเชิงสถิติกรณีประชากร 2 กลุ่ม

- **การตั้งสมมติฐานเพื่อทดสอบอัตราส่วนของความแปรปรวนประชากร 2 กลุ่ม**

$$H_0: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$$

$$H_1: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < 1$$ (การทดสอบทางซ้าย)

$$H_0: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$$

$$H_1: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \neq 1$$ (การทดสอบสองทาง)

$$H_0: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$$

$$H_1: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} > 1$$ (การทดสอบทางขวา)

ระดับนัยยะสำคัญของการทดสอบสมมติฐาน

- **ระดับนัยยะสำคัญ** (Significant level) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ α หมายถึง ความผิดพลาดสูงสุดที่ยอมให้เกิดขึ้นในการทดสอบสมมติฐานเชิงสถิติ

อาทิ ระดับนัยยะสำคัญ 0.05 หมายถึง ความผิดพลาดสูงสุดที่ยอมให้เกิดขึ้น 5%

ระดับนัยยะสำคัญ 0.01 หมายถึง ความผิดพลาดสูงสุดที่ยอมให้เกิดขึ้น 1%

ขั้นตอนการทดสอบสมมติฐาน

1. ตั้งสมมติฐานว่างและสมมติฐานทางเลือก
2. เลือกสถิติทดสอบและคำนวณสถิติทดสอบ
3. กำหนดระดับนัยยะสำคัญของการทดสอบ
4. หาค่าวิกฤติ
5. สรุปผลการทดสอบ

การทดสอบค่าเฉลี่ยประชากรหนึ่งกลุ่ม

- การทดสอบค่าเฉลี่ยประชากร มีขั้นตอนดังนี้

1. ตั้งสมมติฐานว่างและสมมติฐานทางเลือก

$H_0\colon \mu = \mu_0$

$H_1\colon \mu < \mu_0$ หรือ $H_1\colon \mu \neq \mu_0$ หรือ $H_1\colon \mu > \mu_0$

2. เลือกสถิติทดสอบและคำนวณสถิติทดสอบ

2.1 กรณีทราบการแจกแจงปกติและทราบค่า $\boldsymbol{\sigma^2}$

$$Z_{cal} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

2.2 กรณีไม่ทราบการแจกแจงปกติ และไม่ทราบค่า $\boldsymbol{\sigma^2}$ แต่ $\boldsymbol{n \geq 30}$

$$Z_{cal} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$$

2.3 กรณีไม่ทราบการแจกแจงปกติ และไม่ทราบค่า $\boldsymbol{\sigma^2}$ แต่ $\boldsymbol{n < 30}$

$$T_{cal} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}, \quad \text{df=n-1}$$

การทดสอบค่าเฉลี่ยประชากรหนึ่งกลุ่ม

3. กำหนดระดับนัยยะสำคัญของการทดสอบสมมติฐาน

อาทิ $\boldsymbol{\alpha = 0.05}$ *หรือ* $\boldsymbol{\alpha = 0.01}$

4. หาค่าวิกฤติ

การหาค่าวิกฤติต้องทราบประเภทของการทดสอบว่าเป็นการทดสอบทางซ้าย การทดสอบทางขวา หรือการทดสอบสองทาง และค่าระดับนัยยะสำคัญ

5. สรุปผลการทดสอบ

เปรียบเทียบสถิติทดสอบที่คำนวณได้ในขั้นตอนที่ **2** กับค่าวิกฤติในขั้นตอนที่ **4**

- ถ้าสถิติทดสอบตกในบริเวณปฏิเสธสมมติฐานว่างหรือบริเวณวิกฤติ ก็สรุปว่าปฏิเสธสมมติฐานว่าง
- ถ้าสถิติทดสอบตกในบริเวณยอมรับสมมติฐานว่างหรือบริเวณยอมรับ ก็สรุปว่ายอมรับสมมติฐานว่าง

การทดสอบสัดส่วนประชากรหนึ่งกลุ่ม

- การทดสอบสัดส่วนประชากร มีขั้นตอนดังนี้

1. ตั้งสมมติฐานว่างและสมมติฐานทางเลือก

$H_0: p = p_0$

$H_1: p < p_0$ หรือ $H_1: p \neq p_0$ หรือ $H_1: p > p_0$

2. เลือกสถิติทดสอบและคำนวณสถิติทดสอบ

$$\boldsymbol{Z_{cal} = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}}},$$

โดยที่ $\boldsymbol{\hat{p} = \frac{x}{n}, q_0 = 1 - p_0}$

การทดสอบสัดส่วนประชากรหนึ่งกลุ่ม

3. กำหนดระดับนัยยะสำคัญของการทดสอบสมมติฐาน

อาทิ $\boldsymbol{\alpha = 0.05}$ *หรือ* $\boldsymbol{\alpha = 0.01}$

4. หาค่าวิกฤติ

การหาค่าวิกฤติต้องทราบประเภทของการทดสอบว่าเป็นการทดสอบทางซ้าย การทดสอบทางขวา หรือการทดสอบสองทาง และค่าระดับนัยยะสำคัญ

5. สรุปผลการทดสอบ

เปรียบเทียบสถิติทดสอบที่คำนวณได้ในขั้นตอนที่ **2** กับค่าวิกฤติในขั้นตอนที่ **4**

- ถ้าสถิติทดสอบตกในบริเวณปฏิเสธสมมติฐานว่างหรือบริเวณวิกฤติ ก็สรุปว่าปฏิเสธสมมติฐานว่าง
- ถ้าสถิติทดสอบตกในบริเวณยอมรับสมมติฐานว่างหรือบริเวณยอมรับ ก็สรุปว่ายอมรับสมมติฐานว่าง

การทดสอบความแปรปรวนประชากรหนึ่งกลุ่ม

- การทดสอบความแปรปรวนประชากร มีขั้นตอนดังนี้

1. ตั้งสมมติฐานว่างและสมมติฐานทางเลือก

$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$

$H_1: \sigma^2 < \sigma_0^2$ หรือ $H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ หรือ $H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$

2. เลือกสถิติทดสอบและคำนวณสถิติทดสอบ

$$\boldsymbol{\chi^2_{cal} = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}} \ ,$$

โดยที่ $\boldsymbol{df = n - 1}$

การทดสอบความแปรปรวนประชากรหนึ่งกลุ่ม

3. กำหนดระดับนัยยะสำคัญของการทดสอบสมมติฐาน

อาทิ $\alpha = 0.05$ *หรือ* $\alpha = 0.01$

4. หาค่าวิกฤติ

การหาค่าวิกฤติต้องทราบประเภทของการทดสอบว่าเป็นการทดสอบทางซ้าย การทดสอบทางขวา หรือการทดสอบสองทาง และค่าระดับนัยยะสำคัญ

5. สรุปผลการทดสอบ

เปรียบเทียบสถิติทดสอบที่คำนวณได้ในขั้นตอนที่ **2** กับค่าวิกฤติในขั้นตอนที่ **4**

- ถ้าสถิติทดสอบตกในบริเวณปฏิเสธสมมติฐานว่างหรือบริเวณวิกฤติ ก็สรุปว่าปฏิเสธสมมติฐานว่าง
- ถ้าสถิติทดสอบตกในบริเวณยอมรับสมมติฐานว่างหรือบริเวณยอมรับ ก็สรุปว่ายอมรับสมมติฐานว่าง

การทดสอบผลต่างค่าเฉลี่ยประชากร 2 กลุ่ม

- การทดสอบผลต่างค่าเฉลี่ยประชากร 2 กลุ่ม มีขั้นตอนดังนี้

1. ตั้งสมมติฐานว่างและสมมติฐานทางเลือก

$H_0: \mu_1 - \mu_2 = \mu_d$

$H_1: \mu_1 - \mu_2 < \mu_d$ หรือ $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \mu_d$ หรือ $H_1: \mu_1 - \mu_2 > \mu_d$

2. เลือกสถิติทดสอบและคำนวณสถิติทดสอบ

2.1 กรณีประชากรทั้ง 2 กลุ่มมีการแจกแจงปรกติ และทราบค่า σ_1^2 และ σ_2^2

$$Z_{cal} = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \mu_d}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

2.2 กรณีไม่ทราบการแจกแจงของประชากร และไม่ทราบค่า σ_1^2 และ σ_2^2 แต่ $n_1, n_2 \geq 30$

$$Z_{cal} = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \mu_d}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

การทดสอบผลต่างค่าเฉลี่ยประชากร 2 กลุ่ม

2.3 กรณีไม่ทราบการแจกแจงของประชากรทั้ง 2 กลุ่ม
และไม่ทราบค่า σ_1^2 และ σ_2^2 แต่ทราบว่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$
และ $n_1, n_2 < 30$

$$T_{cal} = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \mu_d}{S_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

โดยที่ $s_p = \sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{(n_1+n_2-2)}}$ และ $\upsilon = n_1 + n_2 - 2$

การทดสอบผลต่างค่าเฉลี่ยประชากร 2 กลุ่ม

2.4 กรณีไม่ทราบการแจกแจงของประชากรทั้ง 2 กลุ่ม
และไม่ทราบค่า σ_1^2 และ σ_2^2 แต่ทราบว่า $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$
และ $n_1, n_2 < 30$

$$T_{cal} = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \mu_d}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

โดยที่

$$\upsilon = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}}$$

การทดสอบผลต่างค่าเฉลี่ยประชากร 2 กลุ่ม

3. กำหนดระดับนัยยะสำคัญของการทดสอบสมมติฐาน

อาทิ $\alpha = 0.05$ *หรือ* $\alpha = 0.01$

4. หาค่าวิกฤติ

การหาค่าวิกฤติต้องทราบประเภทของการทดสอบว่าเป็นการทดสอบทางซ้าย การทดสอบทางขวา หรือการทดสอบสองทาง และค่าระดับนัยยะสำคัญ

5. สรุปผลการทดสอบ

เปรียบเทียบสถิติทดสอบที่คำนวณได้ในขั้นตอนที่ 2 กับค่าวิกฤติในขั้นตอนที่ 4

- ถ้าสถิติทดสอบตกในบริเวณปฏิเสธสมมติฐานว่างหรือบริเวณวิกฤติ ก็สรุปว่าปฏิเสธสมมติฐานว่าง
- ถ้าสถิติทดสอบตกในบริเวณยอมรับสมมติฐานว่างหรือบริเวณยอมรับ

  ก็สรุปว่ายอมรับสมมติฐานว่าง

การทดสอบผลต่างสัดส่วนประชากร 2 กลุ่ม

การทดสอบผลต่างสัดส่วนประชากร 2 กลุ่ม มีขั้นตอนดังนี้

1. ตั้งสมมติฐานว่างและสมมติฐานทางเลือก

   $H_0: p_1 - p_2 = p_d$

   $H_1: p_1 - p_2 < p_d$ **หรือ** $H_1: p_1 - p_2 \neq p_d$ **หรือ** $H_1: p_1 - p_2 > p_d$

2. **เลือกสถิติทดสอบและคำนวณสถิติทดสอบ**

$$Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_d)}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}}$$

โดยที่ $n_1\hat{p}_1 \geq \mathbf{5}$ **และ** $n_2\hat{p}_2 \geq \mathbf{5}$

การทดสอบผลต่างสัดส่วนประชากร 2 กลุ่ม

3. กำหนดระดับนัยยะสำคัญของการทดสอบสมมติฐาน

อาทิ $\alpha = 0.05$ *หรือ* $\alpha = 0.01$

4. หาค่าวิกฤติ

การหาค่าวิกฤติต้องทราบประเภทของการทดสอบว่าเป็นการทดสอบทางซ้าย การทดสอบทางขวา หรือการทดสอบสองทาง และค่าระดับนัยยะสำคัญ

5. สรุปผลการทดสอบ

เปรียบเทียบสถิติทดสอบที่คำนวณได้ในขั้นตอนที่ 2 กับค่าวิกฤติในขั้นตอนที่ 4

- ถ้าสถิติทดสอบตกในบริเวณปฏิเสธสมมติฐานว่างหรือบริเวณวิกฤติ ก็สรุปว่าปฏิเสธสมมติฐานว่าง
- ถ้าสถิติทดสอบตกในบริเวณยอมรับสมมติฐานว่างหรือบริเวณยอมรับ

  ก็สรุปว่ายอมรับสมมติฐานว่าง

การทดสอบอัตราส่วนของความแปรปรวนประชากร 2 กลุ่ม

การทดสอบอัตราส่วนของความแปรปรวนประชากร 2 กลุ่ม มีขั้นตอนดังนี้

1. ตั้งสมมติฐานว่างและสมมติฐานทางเลือก

$$H_0 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$$

$H_1 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < 1$ **หรือ** $H_1 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \neq 1$ **หรือ** $H_1 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} > 1$

2. เลือกสถิติทดสอบและคำนวณสถิติทดสอบ

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} \times \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$$

โดยที่ $\nu_1 = n_1 - 1$ **และ** $\nu_2 = n_2 - 1$

การทดสอบอัตราส่วนของความแปรปรวนประชากร 2 กลุ่ม

3. กำหนดระดับนัยยะสำคัญของการทดสอบสมมติฐาน

อาทิ $\alpha = 0.05$ *หรือ* $\alpha = 0.01$

4. หาค่าวิกฤติ

การหาค่าวิกฤติต้องทราบประเภทของการทดสอบว่าเป็นการทดสอบทางซ้าย การทดสอบทางขวา หรือการทดสอบสองทาง และค่าระดับนัยยะสำคัญ

5. สรุปผลการทดสอบ

เปรียบเทียบสถิติทดสอบที่คำนวณได้ในขั้นตอนที่ 2 กับค่าวิกฤติในขั้นตอนที่ 4

- ถ้าสถิติทดสอบตกในบริเวณปฏิเสธสมมติฐานว่างหรือบริเวณวิกฤติ ก็สรุปว่าปฏิเสธสมมติฐานว่าง
- ถ้าสถิติทดสอบตกในบริเวณยอมรับสมมติฐานว่างหรือบริเวณยอมรับ

  ก็สรุปว่ายอมรับสมมติฐานว่าง

งานที่มอบหมาย แบ่งกลุ่มละ 2 คน

- ให้นักศึกษาแต่ละกลุ่มศึกษาการทดสอบสมมติฐานเชิงสถิติกรณีประชากร 1 กลุ่ม และประชากร 2 กลุ่ม โดยใช้ฟังก์ชั่นดังต่อไปนี้
  - ZTest()
  - t.test()
  - prop.test()
  - sigma.test()
  - var.test()
- ให้นักศึกษาแต่ละกลุ่มนำเสนอในชั้นเรียน