

Worksheet 01

Men's Preferences Profile

	0 th	1 st	2 nd	3 rd	4 th
Victor	Bertha	Amy	Diane	Erika	Clare
Wyatt	Diane	Bertha	Amy	Clare	Erika
Xavier	Bertha	Erika	Clare	Diane	Amy
Yancey	Amy	Diane	Clare	Bertha	Erika
Zeus	Bertha	Diane	Amy	Erika	Clare

Women's Preferences Profile

	0 th	1 st	2 nd	3 rd	4 th
Amy	Zeus	Victor	Wyatt	Yancey	Xavier
Bertha	Xavier	Wyatt	Yancey	Victor	Zeus
Clare	Wyatt	Xavier	Yancey	Zeus	Victor
Diane	Victor	Zeus	Yancey	Xavier	Wyatt
Erika	Yancey	Wyatt	Zeus	Xavier	Victor

Semua laki-laki dan perempuan belum mempunyai pasangan

Ada laki-laki yang belum mempunyai pasangan

Looping 1 : m = Victor

w = Bertha

w belum mempunyai pasangan

Victor & Bertha dijodohkan

Looping 2 : m = Wyatt

w = Diane

w belum mempunyai pasangan

Wyatt & Diane dijodohkan

Looping 3 : m = Xavier

w = Bertha

Bertha sudah mempunyai pasangan m' = Victor

w lebih memilih m daripada m'

Xavier & Bertha dijodohkan

Victor belum mempunyai pasangan

Looping 4 : m = Yancey

w = Amy

Amy belum mempunyai pasangan

Yancey & Amy dijodohkan

Looping 4 : m = Zeus

w = Bertha

w sudah memiliki pasangan m' = Xavier

w lebih memilih m' daripada m

Zeus belum mempunyai pasangan

Looping 5 : m = Victor

w = Amy

w sudah memiliki pasangan m' = Yancey

w lebih memilih m daripada m'

Victor & Amy dijodohkan

Yancey belum memiliki pasangan

Looping 6 : m = Yancey

w = Diane

w sudah memiliki pasangan m' = Wyatt

w lebih memilih m daripada m'

Yancey & Diane dijodohkan

Wyatt belum memiliki pasangan

Looping 7 : m = Zeus

w = Diane

w sudah memiliki pasangan m' = Yancey

w lebih memilih m daripada m'

Zeus & Diane dijodohkan

Yancey belum memiliki pasangan

Looping 8 : m = Wyatt

w = Bertha

w sudah memiliki pasangan $m' = \text{Xavier}$

w lebih memilih m' daripada m

Wyatt belum memiliki pasangan

Looping 9 : m = Yancey

w = Clare

w belum memiliki pasangan

Yancey & Clare dijodohkan

Looping 10 : m = Wyatt

w = Amy

w sudah memiliki pasangan $m' = \text{Victor}$

w lebih memilih m' daripada m

Wyatt belum memiliki pasangan

Looping 11 : m = Wyatt

w = Clare

w sudah memiliki pasangan $m' = \text{Yancey}$

w lebih memilih m daripada m'

Wyatt & Clare dijodohkan

Yancey belum memiliki pasangan

Looping 12 : m = Yancey

w = Bertha

w sudah memiliki pasangan Xavier

w lebih memilih m' daripada m

Yancey belum memiliki pasangan

Looping 13 : m = Yancey

w = Erika

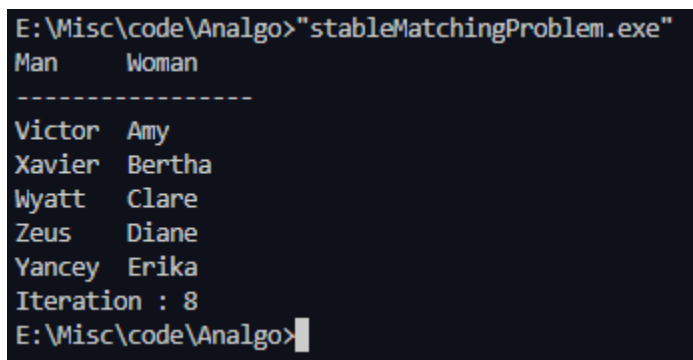
w belum memiliki pasangan

Yancey & Erika dijodohkan

Hasil :

$S = \{(Victor, Amy),$
 $(Wyatt, Clare),$
 $(Xavier, Bertha),$
 $(Yancey, Erika),$
 $(Zeus, Diane)\}$

Hasil Program :



```
E:\Misc\code\Analgo>"stableMatchingProblem.exe"
Man      Woman
-----
Victor   Amy
Xavier   Bertha
Wyatt    Clare
Zeus     Diane
Yancey   Erika
Iteration : 8
E:\Misc\code\Analgo>
```

1. Apakah jawaban anda di Worksheet 01 sama persis dengan jawaban pada program? Jika tidak mengapa?

Ya.

- Teorema (1.3)
Algoritma G-S berakhir setelah paling banyak n^2 iterasi menggunakan while loop. Buktikan!

Pada setiap iterasi seorang pria melamar ke seorang wanita dan tidak ada pria yang melamar ke satu wanita lebih dari sekali. Jika semua n pria melamar ke semua n wanita, maka jumlah lamaran yang ada adalah n^2 lamaran. Karena tidak mungkin ada pria yang melamar ke satu wanita lebih dari sekali, maka tidak mungkin ada lebih dari n^2 lamaran. Maka jumlah iterasi maksimal adalah n^2 .

- Teorema (1.4)
Jika seorang pria bebas di beberapa titik dalam eksekusi algoritma, maka ada seorang wanita yang belum dia ajak bertunangan

Asumsikan seorang pria m yang bebas dan sudah melamar ke setiap wanita. Itu artinya setiap wanita lebih memilih pasangannya daripada m , ini menunjukkan bahwa semua n wanita sudah berpasangan dengan

($n-1$) pria. Ini artinya ada wanita yang memiliki lebih dari satu pasangan, hal ini tidak mungkin terjadi sebab algoritma hanya akan memasangkan seorang pria dengan seorang wanita.

- Teorema (1.5)
Himpunan S yang dikembalikan saat terminasi adalah perfect matching. Buktikan!

Asumsikan algoritma mengembalikan hasil S yang bukan perfect matching. Ini artinya ada minimal seorang pria m yang belum mempunyai pasangan saat eksekusi berakhir. Karena algoritma selalu memilih satu wanita yang belum dilamar oleh m untuk dilamar, maka artinya m sudah melamar ke setiap wanita dan ditolak oleh semua wanita. Jika m ditolak oleh semua wanita, maka artinya setiap wanita sudah mempunyai pasangannya sendiri. Dengan kata lain semua n wanita sudah berpasangan dengan ($n-1$) pria, ini artinya ada wanita yang berpasangan dengan lebih dari satu pria. Hal ini tidak mungkin terjadi karena algoritma hanya akan memasangkan wanita dengan tepat satu pria.

- Teorema (1.6)
Sebuah eksekusi algoritma G-S mengembalikan satu set pasangan S . Set S adalah pasangan yang stabil. Buktikan!

Asumsikan set S mempunyai pasangan yang tidak stabil. Maka ada pria dan wanita m , w , m' , dan w' yang dimana:

- m dan w bukan pasangan
- m berpasangan dengan w'
- m' berpasangan dengan w
- m lebih memilih w daripada w'
- w lebih memilih m daripada m'

Dari asumsi ini, m dan w akan berjodoh dan membatalkan lamaran mereka dengan w' dan m' , sehingga set S yang dihasilkan algoritma tidak stabil.

Pada saat algoritma dijalankan, m pasti sudah melamar w , karena m pada akhirnya melamar dengan w' dan m lebih memilih w daripada w' . Apabila m melamar w' , maka m pasti sudah melamar ke setiap wanita yang lebih dia pilih dan termasuk juga w .

Ketika m melamar w , hanya ada dua kemungkinan. Antara w menerima atau menolak.

Jika w menerima, m dan w akan menjadi pasangan yang stabil. Karena pada hasil set S m dan w bukan pasangan, w pasti membatalkan lamarannya untuk pria yang lebih dia pilih daripada m . Hasil set S menunjukkan bahwa pada akhirnya w berpasangan dengan m' yang artinya w tidak berpasangan dengan orang yang lebih ia sukai. Hal ini tidak mungkin terjadi sebab algoritma memastikan w akan berpasangan dengan orang yang sesuai dengan urutan pilihannya

Jika w menolak, maka w pasti sudah berpasangan dengan pria yang lebih ia sukai, yaitu m'' . Karena w pada akhirnya berpasangan dengan m' yang ia tidak terlalu sukai daripada m , maka bisa didapat bahwa w lebih memilih m' daripada m'' . Ini artinya w mendapat pasangan yang tidak sesuai dengan urutan

pilihannya, ini tidak mungkin terjadi sebab algoritma memastikan w akan berpasangan dengan orang yang sesuai dengan urutan pilihannya.

Maka dapat dilihat bahwa antara m tidak melamar w atau w lebih memilih orang lain yang tidak terlalu ia sukai, kedua kemungkinan berkontradiksi dengan algoritma