

Laboratorium Specjalistyczne Koewoluujący model głosującego na sieci przypadkowej		Data: 30.04.18
Autorzy:	Michał Szlupowicz	
Zespół 16 Adres korespondencyjny	Mikołaj Koszowski mkpubliczny@gmail.com	
Prowadzący:	mgr inż. Joanna Toruniewska	Ocena

1. Cel

Zapoznanie się z tematem koewolucji stanów i połączeń w sieciach złożonych, na podstawie modelu głosującego. Przygotowanie programu pozwalającego na symulację sieci wraz z możliwością ustawienia parametrów determinujących zachowanie sieci. Przeprowadzenie symulacji w zależności od parametrów w szczególności prawdopodobieństwa zmiany stanu węzłów.

2. Teoria

Nasz projekt oparty jest na opracowaniu Federico Vazqueza pod tytułem „Generic absorbing transition in coevolution dynamics”. Koewoluujący model głosującego to stochastyczny proces z oddziałującymi obiektami, którego ewolucja jest sekwencyjna i dynamiczna. Głosujący jest tu traktowany jako węzeł sieci, posiadający jeden z dwóch możliwych stanów (-1,1). Między połączonymi węzłami o przeciwnych stanach może zajść jedna z dwóch interakcji, mianowicie zmiana jego stanu (opinii) lub zerwanie połączenia z węzłem.

Własności te pozwalają modelować opinię w społeczeństwie, sedno tego przybliżenia opisuje algorytm interakcji losowej pary połączonych węzłów:

- Jeżeli stany węzłów są identyczne → brak zmian
- Jeżeli stany są różne:
 - Z prawdopodobieństwem p :
 - Następuje zerwanie połączenia, a pierwotny węzeł tworzy nowe połączenie z węzłem o tym samym stanie, z którym nie był aktualnie połączony (połączenia nie dublują się).
 - Z prawdopodobieństwem $1-p$:
 - Następuje przyjęcie stanu wylosowanego sąsiada.

Główne parametry determinujące ewolucję sieci:

- N – liczba węzłów, wielkość sieci.
- p – prawdopodobieństwo zerwania połączenia z węzłem o innej opinii.
- μ – początkowa liczba połączeń dla każdego węzła
(u nas przyjęto $\mu=4$ dla wszystkich symulacji, żeby porównać wyniki ze źródłowym artykułem)

Zmienne opisujące cechy sieci:

- M – magnetyzacja (polaryzacja opinii) mieliśmy 2 stany ± 1 , więc policzenie jej sprowadzało się do policzenia sumy stanów wszystkich węzłów i podzielenia przez ich liczbę.
- $\rho[\text{rho}]$ – gęstość aktywnych połączeń(linków) między węzłami, mianowicie patrząc na algorytm interakcji łatwo zauważyć, że zmiany sieci następują tylko jeśli wylosowano węzły o przeciwnych stanach. Zdefiniowana jest jako liczba aktywnych połączeń podzielona przez całkowitą liczbę połączeń wynoszącą $\frac{\mu N}{2}$.

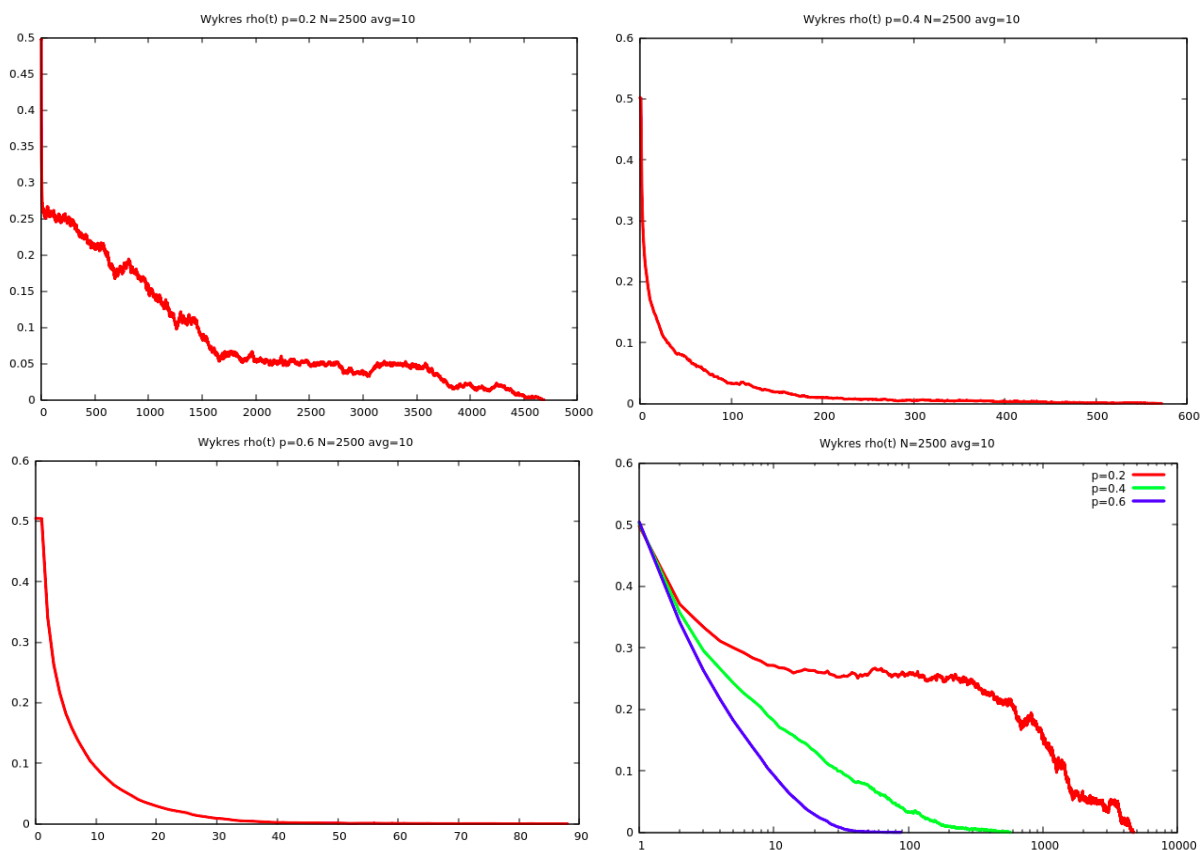
3. Wyniki

Kod programu: <https://github.com/Fisher16/VoterModel>

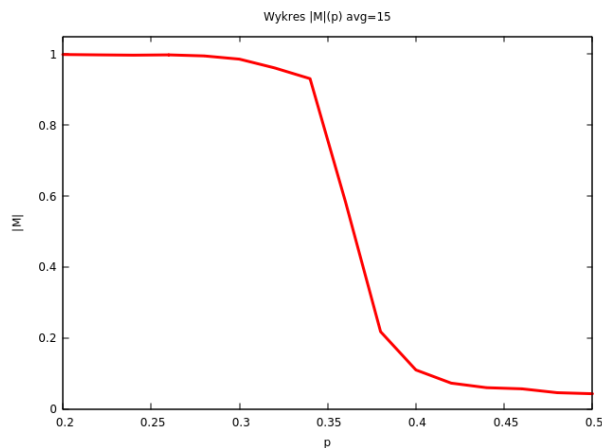
Stan każdego z węzłów był inicjalizowany losowo z jednakowym prawdopodobieństwem dla wszystkich stanów.

Wszystkie symulacje były przeprowadzane do stanu zamrożonego (czyli do momentu gdy wartość ρ spadnie do zera), poza jedną badającą liczbę aktywnych połączeń w zależności od p dla określonej liczby kroków. Za krok czasowy uznano N wykonań algorytmu interakcji.

Poniższe wykresy przedstawiają zmianę gęstości aktywnych połączeń w trakcie symulacji dla różnych p , liczba węzłów to $3k$, wykresy uśredniono dla 5 wygenerowanych sieci, ponieważ inicjalizacja stanów i połączeń, tak samo jak ich ewolucja są losowe.



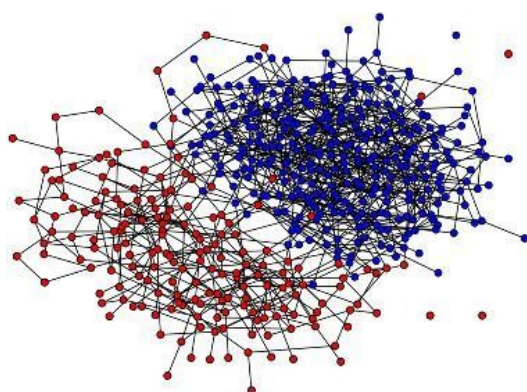
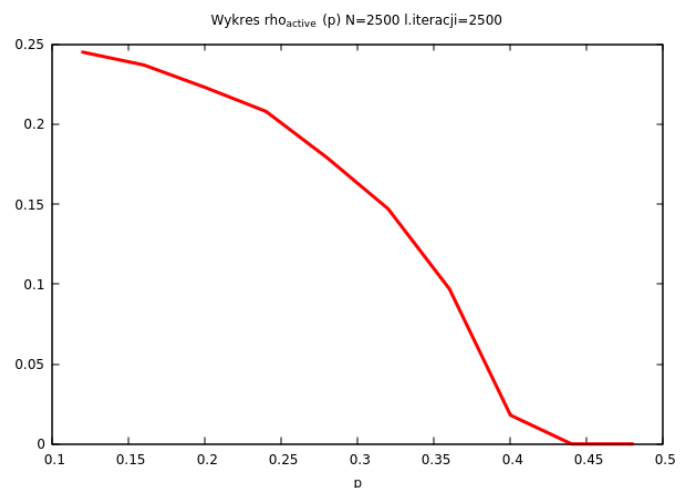
Kolejne interesujące zachowanie w zależności od parametru p opisuje wartość bezwzględna z magnetyzacji.



Widać, że dla p mniejszych od wartości krytycznej ($p_k \approx 0,38$), wartość bezwzględna z magnetyzacji jest bliska jedności. W interakcjach zdecydowanie dominuje zachowanie związane z przejmowaniem przeciwnego stanu. Każdy z węzłów ma przynajmniej kilka sąsiadów przez co polaryzacja może się rozprzestrzeniać po całej sieci. Za to dla p większych od p_k mechanizm odłączania połączeń zaczyna odgrywać znaczącą rolę.

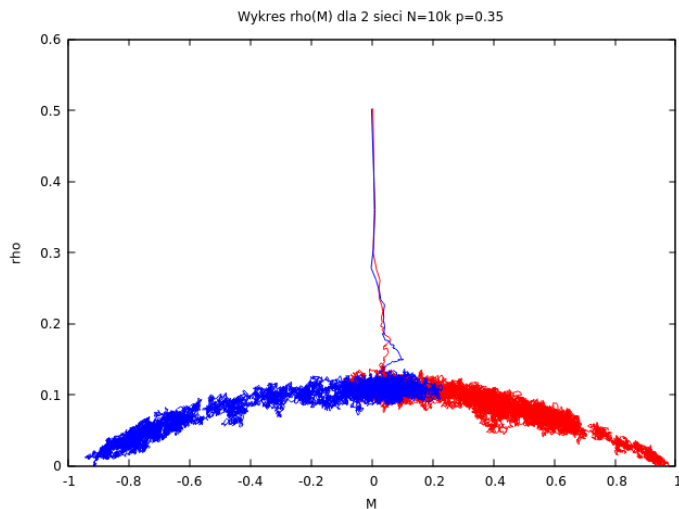
Warto zaznaczyć, że jest to wykres wartości bezwzględnej, dla danego przebiegu magnetyzacja potrafi się bardzo gwałtownie zmieniać, więc bardzo ciężko określić w danym momencie, czy przyjmie stan pierwszy, czy drugi dla danej grupy węzłów.

Na wykresie przedstawiającym wartość ρ od p po N krokach symulacji widać, że dla p poniżej p_k liczba aktywnych połączeń stanowi znaczący procent całkowitej liczby połączeń. Za to dla wartości p większych od krytycznych po N krokach sieć praktycznie się już nie zmienia.



Łącząc informacje otrzymane z dwóch powyższych wykresów, można dojść do wniosku, że dla $p > p_k$ populacje mają tendencję do podziału na odseparowane klastry, składające się z węzłów o jednakowych stanach. Skutkuje to zanikiem aktywnych połączeń i nieznaczną magnetyzacją.

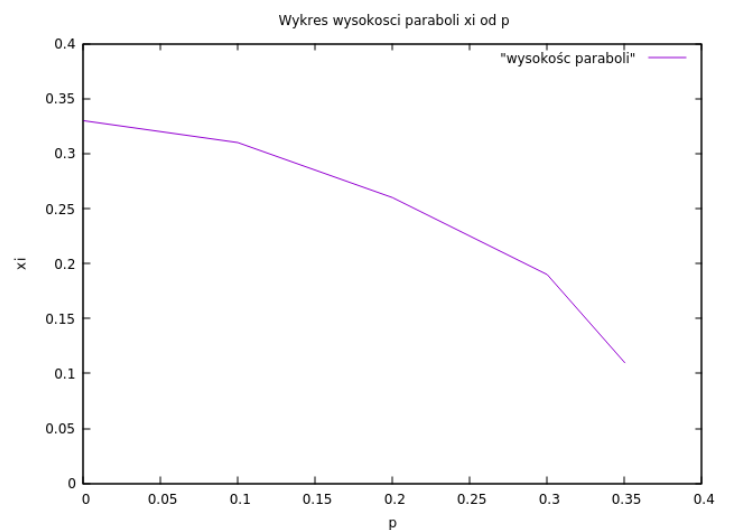
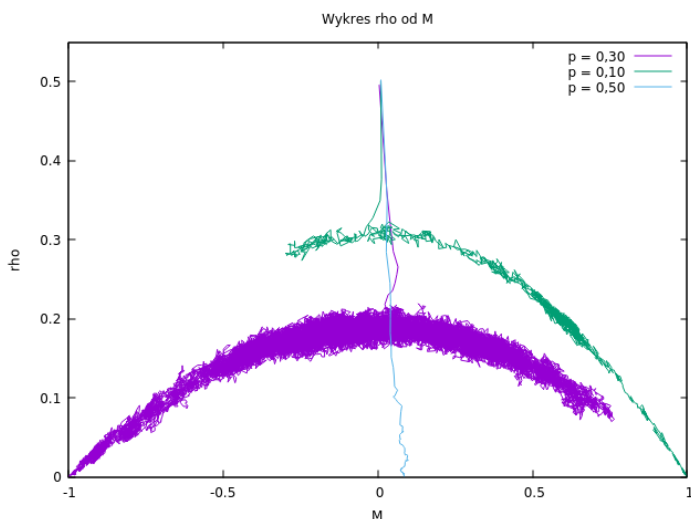
Rysunek 1: Moment przed podziałem sieci na 2 klastry $p=0.65$



Zgodnie z oczekiwaniami, wykres zależności rho od M dla wartości $p < p_k$ przedstawia parabolę którą można opisać wzorem $\rho = \xi(1 - m^2)$ gdzie: ξ to wysokość paraboli w maximum. Można zauważyć że wysokość ta wyznaczająca stan stabilny, jest zależna od wartości p (otrzymane przez nas wartości ξ zgadzają się z oczekiwanymi zawartymi w pracy Federico Vazqueza).

Świadczy to o tym że przy takich warunkach początkowych, populacja dąży do dominacji jednego ze stanów.

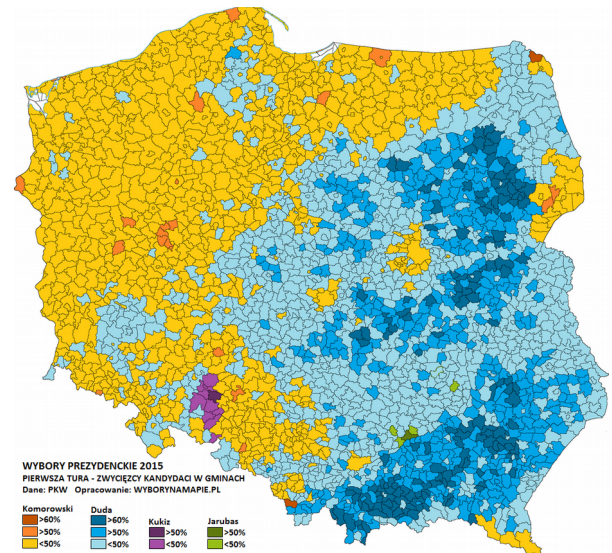
Dla wartości $p=0,50$ ($p > p_k$) zależność przyjmuje formę quasi-liniową. Jest to kolejny przypadek w którym można zaobserwować, opisany już wcześniej podział na klastry.



4. Podsumowanie

Przyjęty przez nas model głosującego pozwala bardzo wnikliwie przebadać relacje zachodzące w populacji węzłów o różnych stanach. Niestety nie jesteśmy w posiadaniu odpowiednich danych aby porównać otrzymane wyniki z sytuacjami mającymi miejsce w realnych wyborach.

Jednak wystarczy spojrzeć na mapę przedstawiającą wyniki głosowania w poszczególnych rejonach Polski aby ujrzyć wyraźny podział na odseparowane grupy o odmiennych przekonaniach politycznych. Oczywiście za podziałem tym w dużej mierze stoją nieuwzględnione w modelu przyczyny historyczne i ekonomiczne, jednak fakt że pomimo upływu czasu podział ten wydaje się wcale nie zmniejszać świadczy o działaniu mechanizmów opisanych w naszym modelu.



Rysunek 2: Mapa wyników wyborów w Polsce

Źródła:

Rys.1, domena publiczna, Richard Durrett

<http://www.pnas.org/content/109/10/3682.abstract>

Rys2. serwis wyborynamapie.pl

<http://www.wyborynamapie.pl/prezydenckie2015/pierwszatura.html>

Literatura

[1] F. Vazquez, V. M. Eguiluz, M. San Miguel,
„Generic absorbing transition in coevolution dynamics”,
Phys. Rev. Lett. 100, 108702 (2008)