TAREA 1: REGRESIÓN LINEAL MÚLTIPLE

Autor: David Montaño Castro

La comisión de comercio federal de Estados Unidos evalúa anualmente distintas marcas de cigarros de acuerdo con su contenido al alquitrán, nicotina y monóxido de carbono. La Asociación de Médicos de Estados Unidos juzga peligrosas cada una de estas sustancias para la salud del fumador. Estudios anteriores han demostrado que un aumento en el contenido de alquitrán y nicotina de un cigarro está acompañado de un incremento en el monóxido de carbono emitido en el humo del cigarrillo.

Se requiere:

1. Realizar una regresión
2. Analizar la ANOVA
3. Realizar el pronóstico con la siguiente información:
    - Peso (g): 1.1
    - Alquitrán (mg): 18
    - Nicotina (mg): 3
4. Realizar el cálculo de intervalos de confianza para valor puntual y valor medio.
5. Analizar los residuales con al menos una distancia (Cook o Mahalanobis) y una diferencia ajustada (Dffiti, Dbeta)

Cargar base de datos

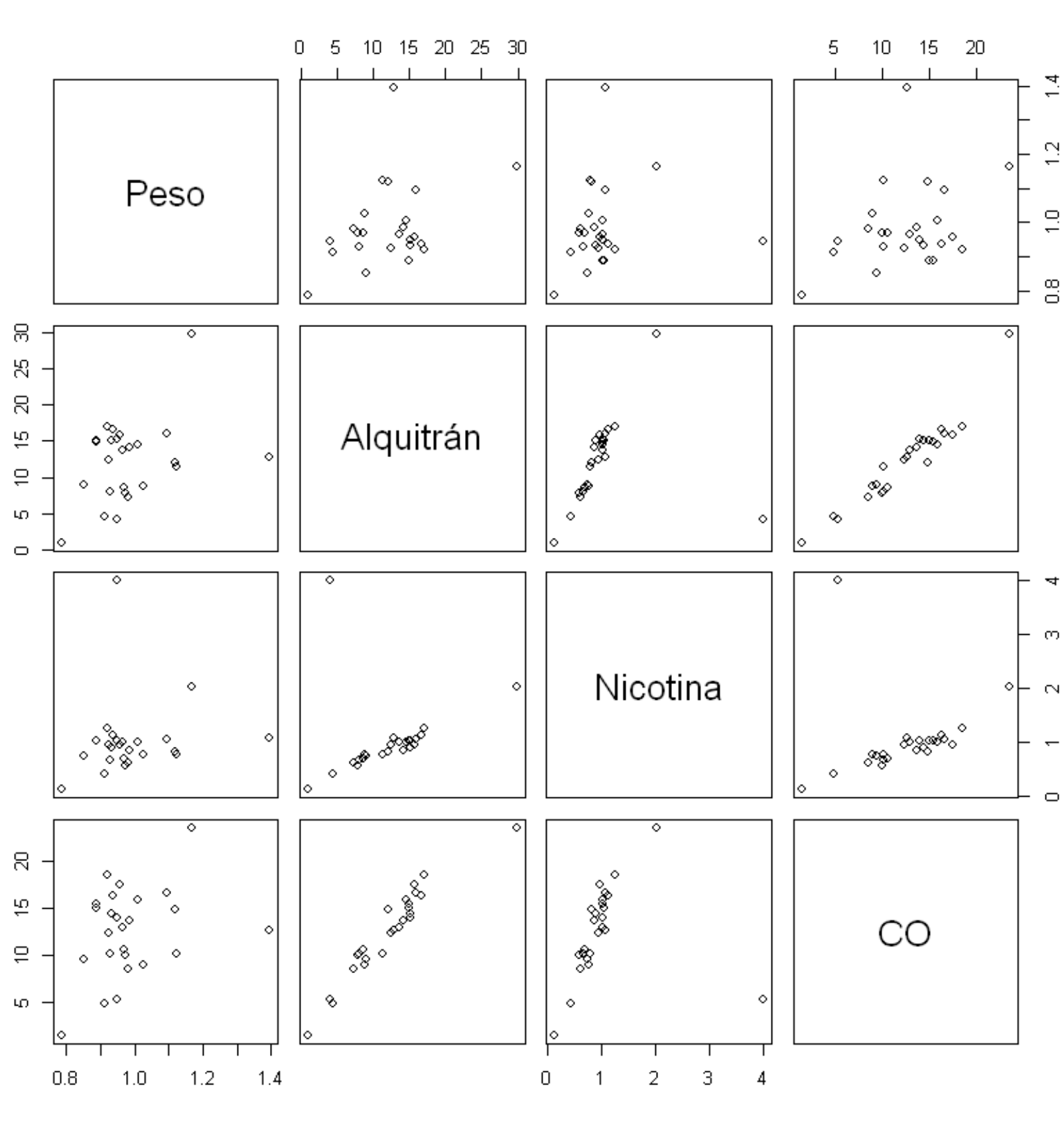
```
In [1]: df = readxl:: read_excel("2 Ejercicio en clase Regresión Multiple oct 2021.xlsx")
        attach(df)
```

Posibles relaciones lineales

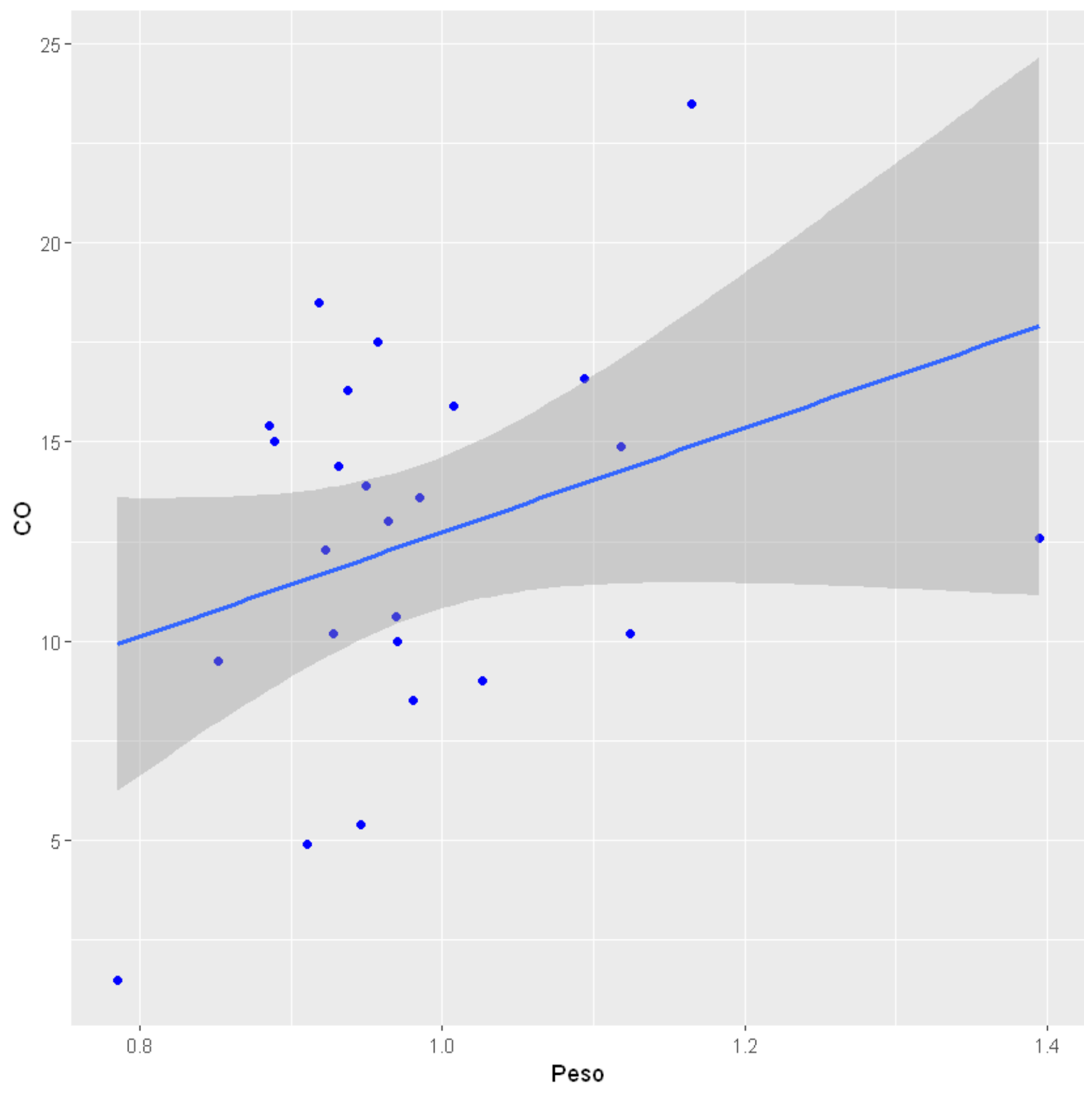
Gráficamente, se describen posibles relaciones lineales que existen entre las variables. La variable dependiente Y (CO) respecto a las variables **Alquitrán** y **Nicotina** parece tener una relación lineal muy fuerte; por el contrario, no se nota mucha relación con la variables **peso**. Resalta que:

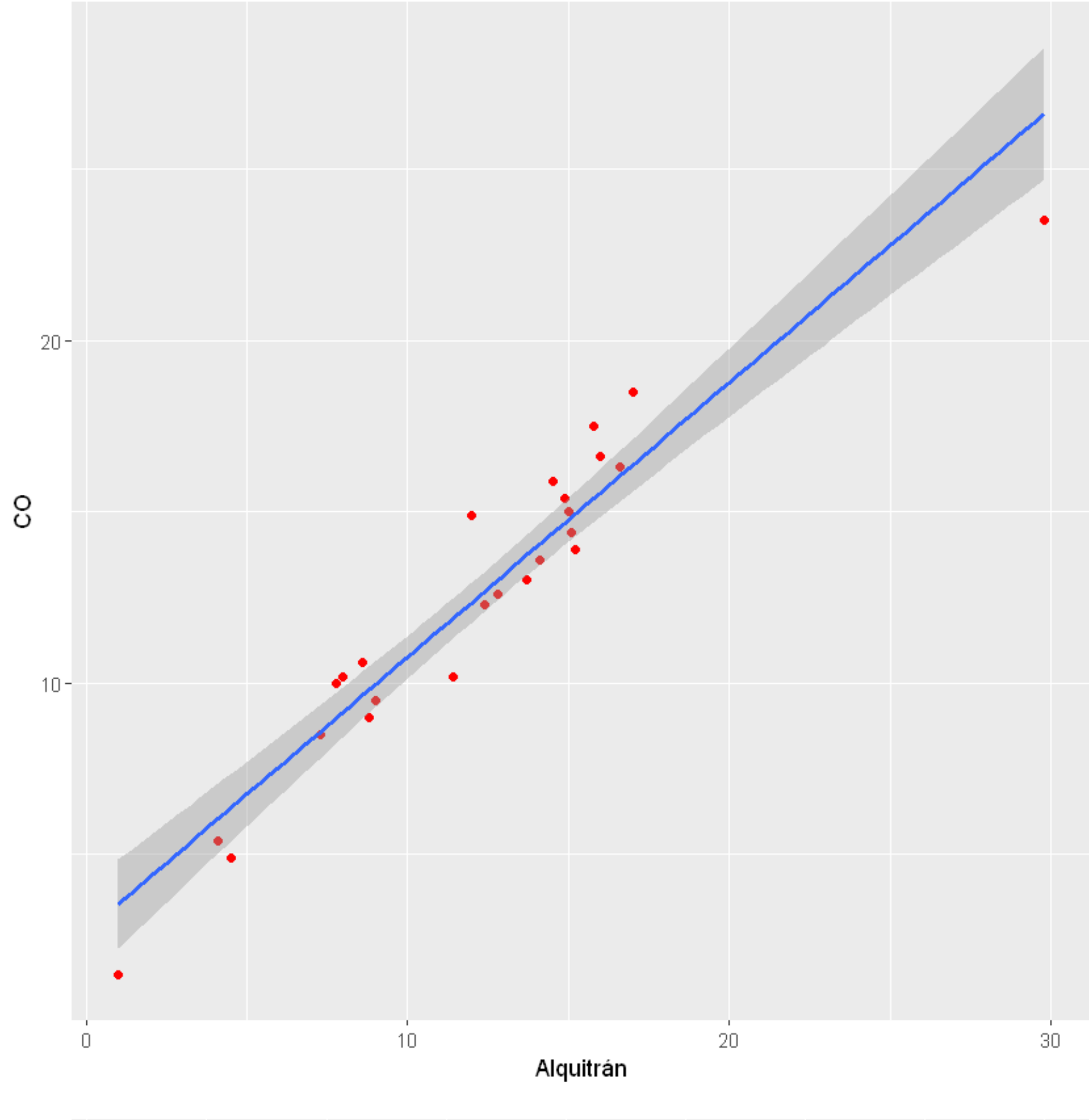
- En el caso de CO~Nicotina existe un *outlier*.
- En el caso de CO~Alquitrán existe un punto de palanca.
- La relación entre Alquitrán~Nicotina también parece ser lineal. Existe un *outlier*.

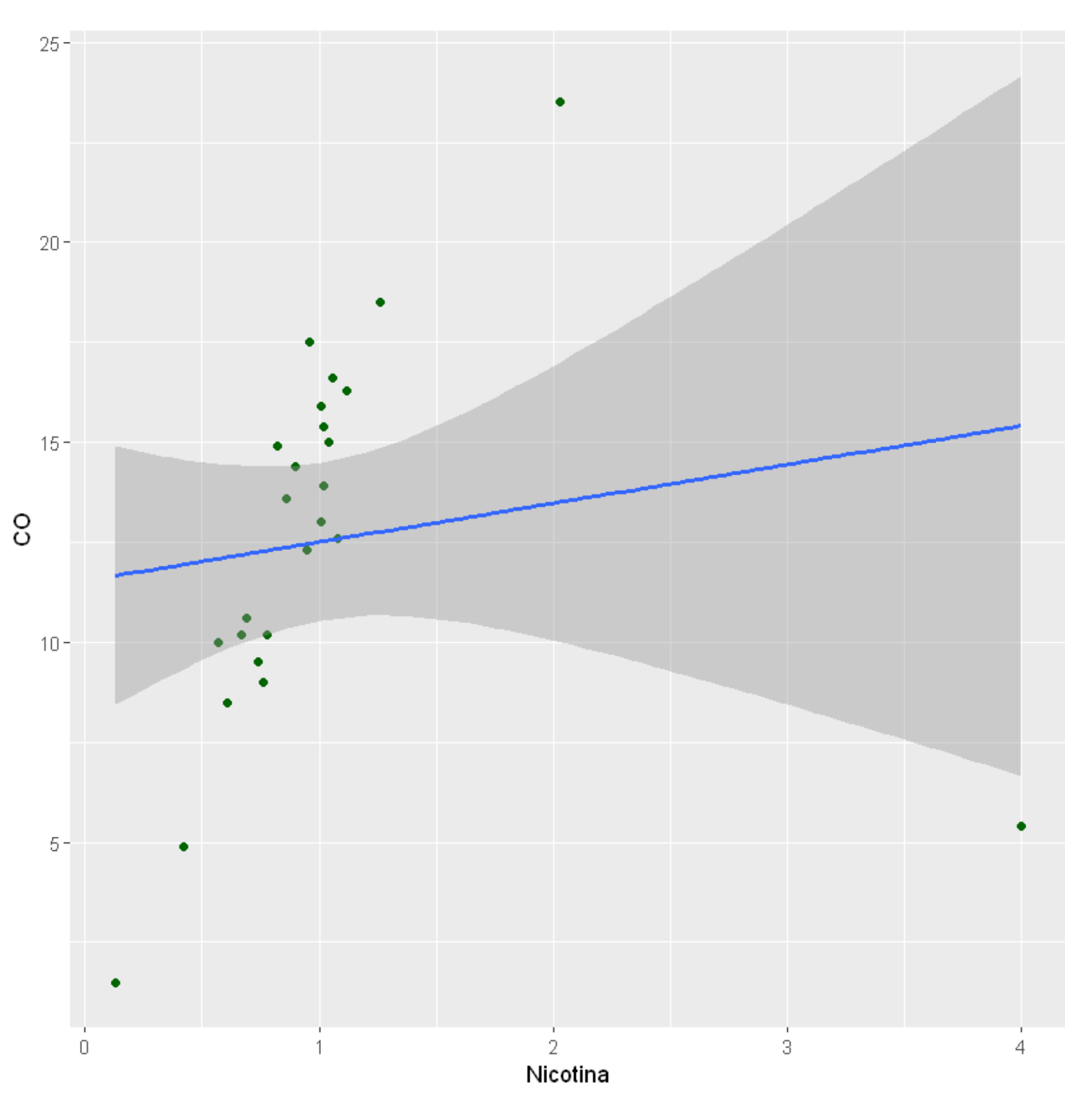
```
In [27]: library(ggplot2,ggm)
         pairs(df[3:6])
```



```
In [3]: ggplot(df,aes(y =CO ,x = Peso)) + geom_point(color = "blue") +geom_smooth(method = "lm")
        ggplot(df,aes(y =CO ,x = Alquitrán)) + geom_point(color = "red") +geom_smooth(method = "lm")
        ggplot(df,aes(y =CO ,x = Nicotina)) + geom_point(color = "dark green")+geom_smooth(method = "lm")
```







Coeficientes de correlación simples

En general, se reportan correlaciones lineales positivas entre todas las variables. La variables que más fuertemente esta correlacionada con CO es **Alquitrán**, seguida de **Peso** y al último con **Nicotina**, con valores muy por debajo comparado con los de la primera.

Las correlaciones existentes entre las variables independientes no son tan grandes, lo cual da buen indicio para la independencia requerida para el modelo de regresión.

```
In [4]: cor(df[3:6])
```

	Peso	Alquitrán	Nicotina	CO
Peso	1.0000000	0.3664147	0.1487285	0.3363859
Alquitrán	0.3664147	1.0000000	0.1849775	0.9574853
Nicotina	0.1487285	0.1849775	1.0000000	0.1444891
CO	0.3363859	0.9574853	0.1444891	1.0000000

Coeficientes de correlación Parciales

Este coeficiente describe la relación entre dos variables cuando se elimina la infuencia de las demmás. En otras palabras, se calulan que tanta varianza explica cada una de las variables independientes con la condición de que se elimina la proporción que pudiera llegar a ser explicada por las demás variables. La correlación parcial **siempre es menor** que la correlación simple.

- Se observa que la varianza explicada de **Alquitrán** sobre CO es casí del 100%.
- Tanto **Peso** como **Nicotina** explican muy poca de la varianza de CO por si solas.

```
In [5]: ggm:: pcor(c("CO","Peso","Alquitrán","Nicotina"),var(df[3:6]))
```

-0.044114402765902

```
In [6]: ggm:: pcor(c("CO","Alquitrán","Nicotina","Peso"),var(df[3:6]))
```

0.95216686561093

```
In [7]: ggm:: pcor(c("CO","Nicotina","Alquitrán","Peso"),var(df[3:6]))
```

-0.110904583616891

Modelo de regresión lineal múltiple

```
In [8]: modelo = lm(`CO`~`Peso`+`Alquitrán`+`Nicotina`)
```

Coeficientes de la regresión

- Intersección: Normalmente este coeficiente no tienen una interpretación necesariamente lógica. El modelo muestra que en ausencia de Peso, Alquitrán y Nicotina, el CO es de 3.3767 unidades.
- Peso: Si **Alquitrán** y **Nicotina** se mantienen constantes, por cada unidad de Peso que incremente, el nivel de CO **disminuirá** en .5314 unidades.
- Alquitrán: // // //, por cada unidad de Alquitrán que incremente, el nivel de CO **aumentará** .8102 unidades.
- Nicotina: // // //, por cada unidad de Nicotina que incremente, el nivel de CO **disminuirá** .2185 unidades.

```
In [9]: coefficients(modelo)
```

(Intercept)	3.3767169544923
Peso	-0.531405334653038
Alquitrán	0.810207211141709
Nicotina	-0.218578565476438

Residuales

Como era de esperarse, los residuales siguen una distribución normal con un grado de confiabilidad del 95%.

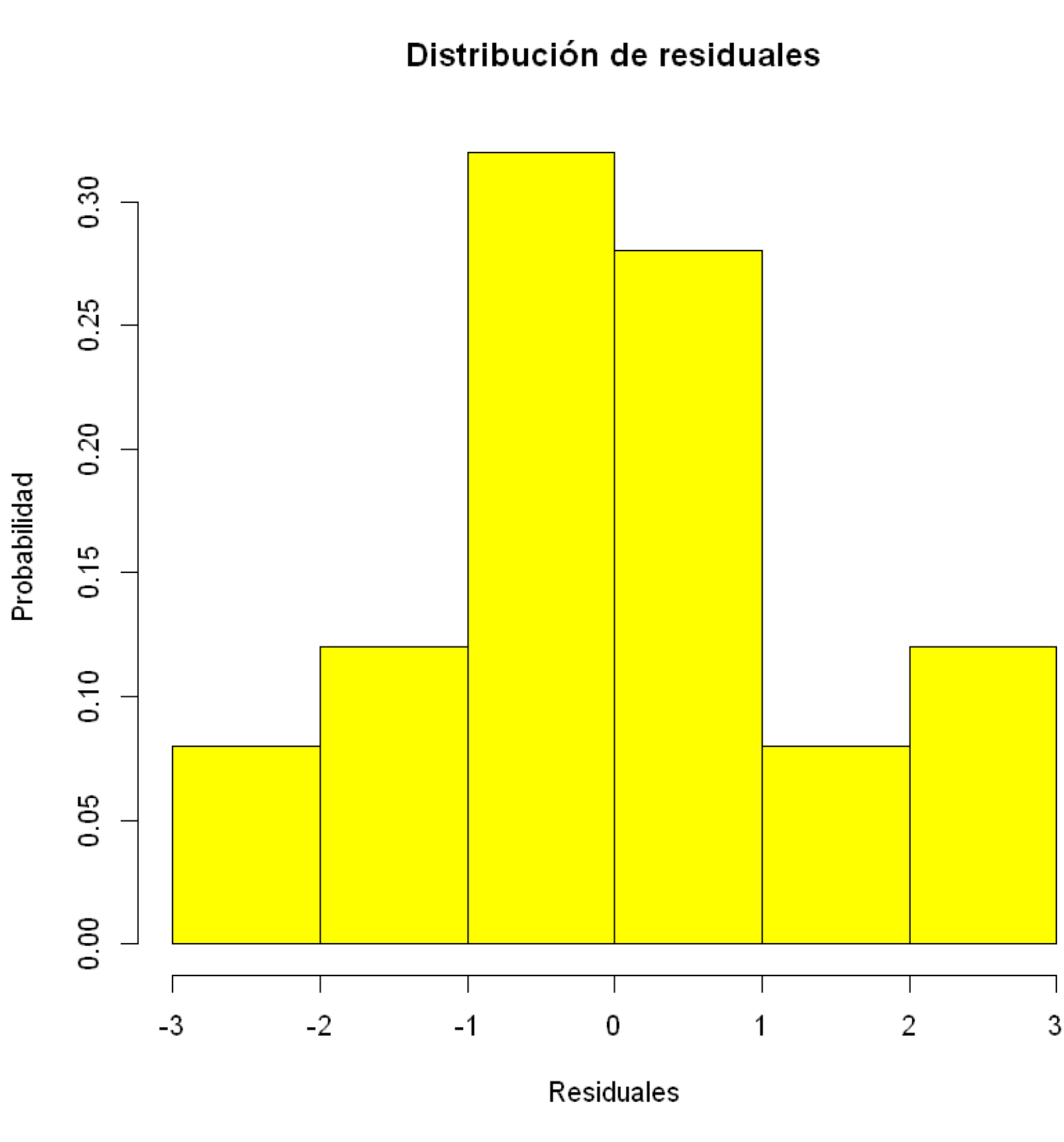
- Los residuales pasan la prueba Shapiro-Wilk, es decir, no se rechaza la hipótesis nula sobre que los residuales siguen una distribución normal. El P-value de demasiada evidencia estadística con un valor de .9752.
- Graficacmente también se logra visualizar una ligera campana.

```
In [10]: shapiro.test(residuals(modelo))

        Shapiro-Wilk normality test

data:  residuals(modelo)
W = 0.98622, p-value = 0.9752
```

```
In [11]: hist(residuals(modelo),col = "yellow",main = "Distribución de residuales", xlab = "Residuales", probabi
lity = T, ylab = "Probabilidad")
```



ANOVA

El primer resultado (función de R) muestra una tabla ANOVA diferente de la que se mostró en clase. La segunda tabla (la mostrada en clase) puede ser obtenida directamente desde la primer:

- Se suman los grados de libertad de las variables independientes.
- Se suman las Sum Sq de cada variable independiente.
- Notar que Mean Sq es igual a Sum Sq, esto es porque al hacer el cociente entre Sum Sq y Df nos da la misma cantidad.
- Se calcular los valores F por separado para después calcular su P-Valor.

En conclusión, la ANOVA **rechaza la hipótesis nula**, es decir, podemos asegurar con un 95% de confianza que al menos uno de los parámetros de la regresión son distintos a 0; en otras palabras, la regresión tiene sentido.

```
In [12]: anova(modelo)
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Peso	1	61.0078178	61.0078178	28.9929880	2.431733e-05
Alquitrán	1	433.4035402	433.4035402	205.9680889	2.514841e-12
Nicotina	1	0.5502825	0.5502825	0.2615129	6.144178e-01
Residuals	21	44.1887595	2.1042266	NA	NA

```
In [13]: data.frame("Df" = c(3,21,24),"Sum Sq" = c(494.9616405,44.1887595,539.1504),"Mean Sq" = c(164.9872135,2.
104226643,NA), "F value" = c(78.40752994,NA,NA), "Pr(>F)" = c(1.42565e-11,NA,NA))
```

Df	Sum.Sq	Mean.Sq	F.value	Pr..F.
3	494.96164	164.987213	78.40753	1.42565e-11
21	44.18876	2.104227	NA	NA
24	539.15040	NA	NA	NA

Resumen (T-test/R^2 ajustada)

T-TEST:

- Tanto el intercepto (sin importancia para el modelo) como las variables **Peso** y **Nicotina** presentan un P-value mayor a .05. Esto significa que para estos 3 casos, hay sufiente evidencia estadística para **no rechazar la hipótesis nula**. Es decir, con un 95% de confianza podemos afirmar que estos coeficientes son igual a cero. Más aún, **Peso** y **Nicotina** no aportan valor al modelo.
- La variable **Alquitran** presenta un P-Value menor que .05, lo que quiere decir que existe evidencia estadística para **rechazar la hipótesis nula**. Así, se concluye que esta variable es la única que aporta valor al modelo.

R^2 AJUSTADA:

- La R^2 ajustada del modelo es .9063. Esto es, el modelo logra describir el 90% de la varianza total de Y.

```
In [14]: summary(modelo)

Call:
lm(formula = CO ~ Peso + Alquitrán + Nicotina)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-2.9581 -0.7434 -0.1368  0.9440  2.5743 

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept)  3.37672    2.42980   1.390    0.179    
Peso        -0.53141    2.62611  -0.202    0.842    
Alquitrán    0.81021    0.05674  14.279 2.77e-12 ***
Nicotina    -0.21858    0.42743  -0.511    0.614    
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1.451 on 21 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.918,	Adjusted R-squared:  0.9063 
F-statistic: 78.41 on 3 and 21 DF,  p-value: 1.426e-11
```

Predicción

Utilizando el modelo construido, en caso de que se presente un Peso de 1.1, Alquitrán de 18 y Nicotina de 3, el modelo predice que el CO tendrá un valor de 16.72.

```
In [15]: new = data.frame(Peso = c(1.1), Alquitrán = c(18), Nicotina = c(3))
         predict(modelo,newdata = new)
```

1: 16.7201651904954

Intervalos de confianza

Notar que los intervalos de confianza para Y puntuales son más grandes que los medios.

```
In [16]: independientes = df[3:5]
```

Intervalo de confianza para valores medios de Y

```
In [17]: IC_MEDIOS<-predict(modelo,newdata=independientes,interval="confidence",level=0.95)
         IC_MEDIOS
```

fit	lwr	upr
14.089067	13.424080	14.754055
15.527088	14.674537	16.379639
26.458090	24.376031	28.540149
9.218783	8.421473	10.016092
5.321437	2.318556	8.324317
14.830350	13.899083	15.761617
9.794827	8.969635	10.620018
12.725415	12.029120	13.421711
16.083316	15.194231	16.972400
14.755135	13.820273	15.689997
13.743357	13.094749	14.391966
14.919068	14.113967	15.724169
9.056015	8.213822	9.898207
11.845288	10.809199	12.881377
10.054236	9.134791	10.973681
3.741303	2.168721	5.313884
16.386682	15.397354	17.376009
12.769994	10.474869	15.065119
15.459441	14.674157	16.244725
6.446949	5.347652	7.546245
14.368832	13.713361	15.024303
8.636801	7.762718	9.510884
9.678589	8.920531	10.436646
14.964294	14.208537	15.720051
12.325645	11.342849	13.308442

Intervalos de confianza para valores puntuales de Y

```
In [18]: IC_PUNTUALES<-predict(modelo,newdata=independientes,interval="prediction",level=0.95)
         IC_PUNTUALES
```

fit	lwr	upr
14.089067	10.9999649	17.178170
15.527088	12.3922531	18.661923
26.458090	22.7926684	30.123512
9.218783	6.0985187	12.339047
5.321437	1.0649546	9.577918
14.830350	11.6731985	17.987501
9.794827	6.6673219	12.922332
12.725415	9.6294222	15.821408
16.083316	12.9383487	19.228283
14.755135	11.5969218	17.913349
13.743357	10.6577391	16.828975
14.919068	11.7968037	18.041332
9.056015	5.9239810	12.188048
11.845288	8.6556446	15.034932
10.054236	6.9005514	13.207920
3.741303	0.3393386	7.143267
16.386682	13.2119195	19.561444
12.769994	8.9794868	16.560501
15.459441	12.3422281	18.576654
6.446949	3.2362168	9.657681
14.368832	11.2817640	17.455900
8.636801	5.4960416	11.777560
9.678589	6.5681229	12.789054
14.964294	11.8543880	18.074200
12.325645	9.1529123	15.498378

Análisis de Residuales para identificar Puntos palanca o Puntos Atípicos.

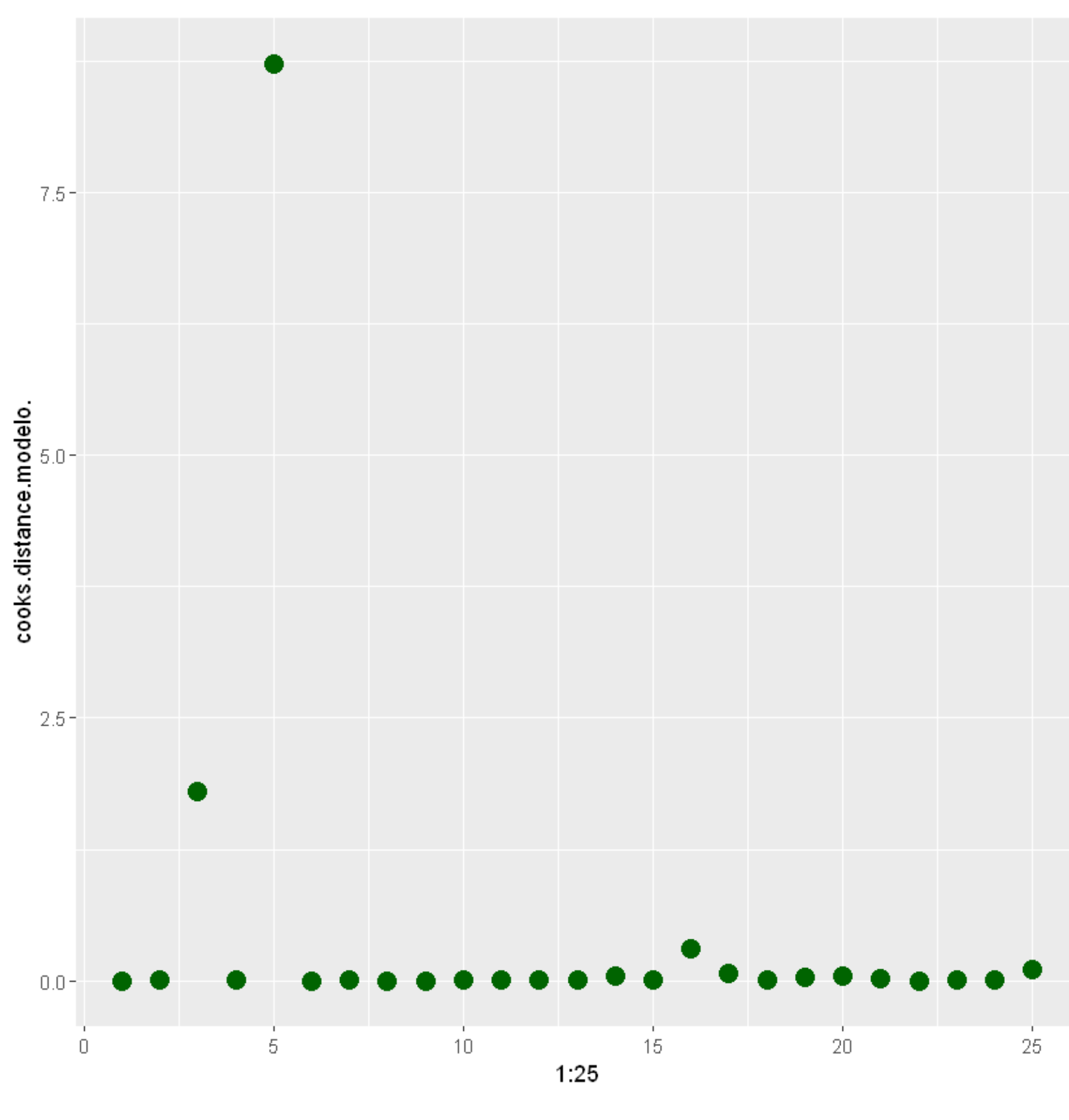
Distancia de Cook

La distancia de Cook (D) mide el efecto que tiene una observación sobre el conjunto de coeficientes en un modelo lineal. De esta manera, se puede constatar que el registro 5 es un valor atípico por la gran influencia que este tienen en el modelo. De igual forma, registros como el 3 y el 16 influyen más que los demás pero en menor medida.

```
In [19]: cook = data.frame(index = 1:25,cooks.distance(modelo))
         numero_parametros = 3
         numero_registros = 25
         leverage = numero_parametros/numero_registros *2
         cook["mayor_leverage"] = cook["cooks.distance.modelo."] > leverage
         cook
```

index	cooks.distance.modelo.	mayor_leverage
1	0.0015255296	FALSE
2	0.0129020919	FALSE
3	1.8060093728	TRUE
4	0.0092357484	FALSE
5	8.7237215672	TRUE
6	0.0003981413	FALSE
7	0.0065614117	FALSE
8	0.0012780739	FALSE
9	0.0005811089	FALSE
10	0.0058065759	FALSE
11	0.0033362672	FALSE
12	0.0026431344	FALSE
13	0.0097056625	FALSE
14	0.0487631269	FALSE
15	0.0041201720	FALSE
16	0.3058124744	TRUE
17	0.0716530028	FALSE
18	0.0112037811	FALSE
19	0.0385735218	FALSE
20	0.0502024087	FALSE
21	0.0144860443	FALSE
22	0.0002224526	FALSE
23	0.0072569954	FALSE
24	0.0096156474	FALSE
25	0.1045953108	FALSE

```
In [20]: ggplot(cook,aes(x = 1:25,y = cooks.distance.modelo.)) + geom_point(color = "dark green", size = 4)
```



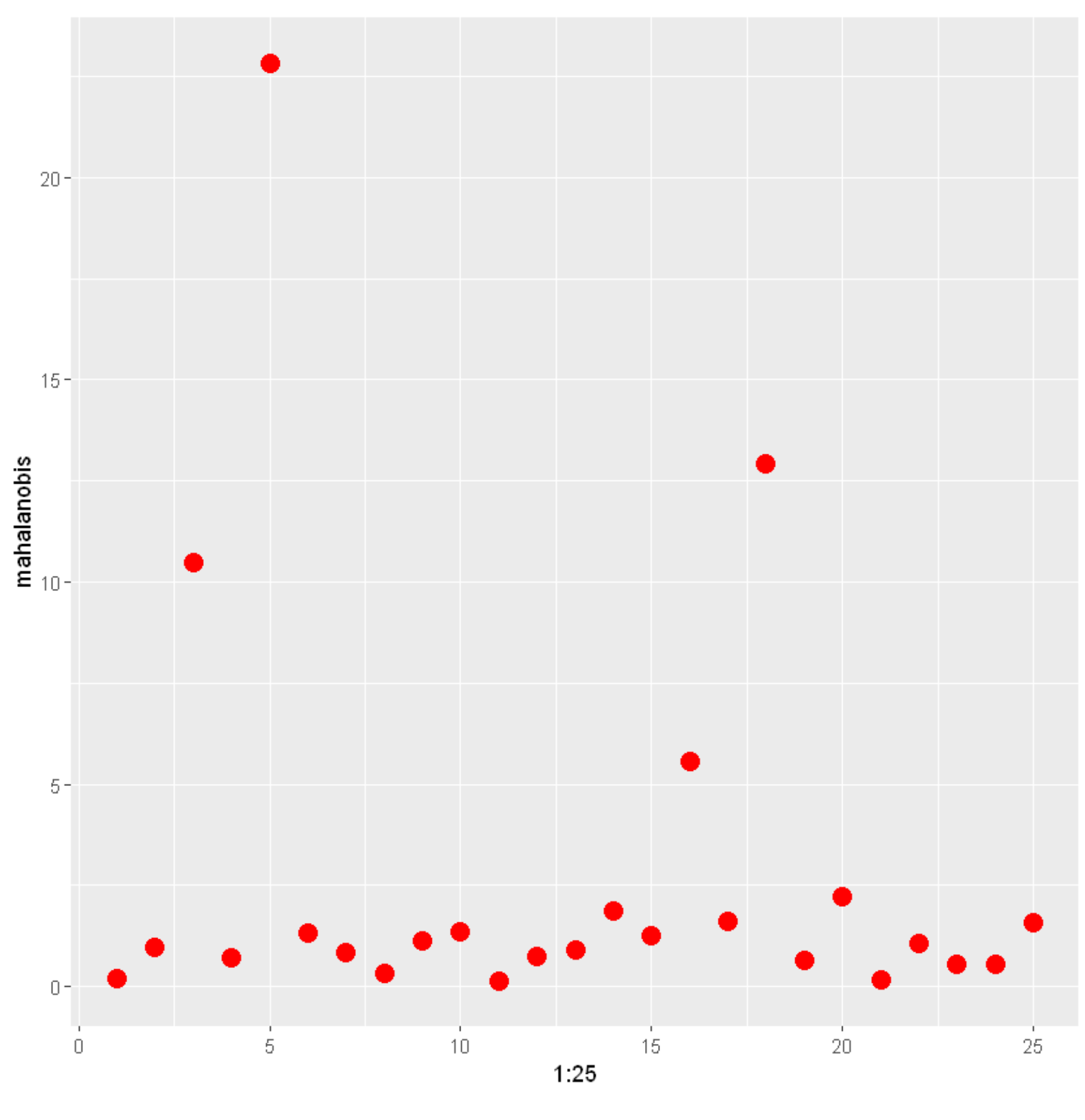
Distancia de Mahalanobis

Se confirma que el registro 5 presenta mucho efecto sobre el modelo, al igual que el 3. Ahora el registro 18 presento con está métrica mayor efecto que el registro 16.

```
In [21]: mahalanobis = data.frame(index = 1:25,hat = hatvalues(modelo))
         chi = qchisq(p = .99,2)
         mahalanobis["mahalanobis"] = (25-1)*(mahalanobis["hat"] - 1/25)
         mahalanobis["mayor_chi"] = mahalanobis["mahalanobis"] > chi
         mahalanobis
```

index	hat	mahalanobis	mayor_chi
1	0.04859246	0.2062191	FALSE
2	0.07986985	0.9568764	FALSE
3	0.47635223	10.4724536	TRUE
4	0.06985474	0.7165138	FALSE
5	0.99087353	22.8209648	TRUE
6	0.09529948	1.3271875	FALSE
7	0.07482586	0.8358206	FALSE
8	0.05327571	0.3186171	FALSE
9	0.08686161	1.1246787	FALSE
10	0.09603669	1.3448805	FALSE
11	0.04622822	0.1494772	FALSE
12	0.07122670	0.7494408	FALSE
13	0.07794077	0.9105786	FALSE
14	0.11796039	1.8710495	FALSE
15	0.09289527	1.2694864	FALSE
16	0.27174933	5.5619840	FALSE
17	0.10755288	1.6212690	FALSE
18	0.57883496	12.9320390	TRUE
19	0.06776349	0.6663237	FALSE
20	0.13279197	2.2270073	FALSE
21	0.04721168	0.1730804	FALSE
22	0.08395516	1.0549238	FALSE
23	0.06314602	0.5555045	FALSE
24	0.06276339	0.5463213	FALSE
25	0.10613761	1.5873026	FALSE

```
In [22]: ggplot(mahalanobis,aes(x = 1:25,y = mahalanobis)) + geom_point(color = "red", size = 4)
```



DeltaFit

Permite valorar el cambio en la estimación de la variable dependiente Y correspondiente a la observación si la observación es eliminada del cálculo. Así, se observa que hay dos puntos que influyen mucho sobre el modelo.

Loading [MathJax]/jax/output/HTML-CSS/fonts/TeX/fontdata.js

In [23]:

```
fit = data.frame(residuos = residuals(modelo),hat = hatvalues(modelo))
fit["deltafit"] = (fit["residuos"]* fit["hat"])/(1-fit["hat"])
fit
max(fit["deltafit"])
min(fit["deltafit"])
```

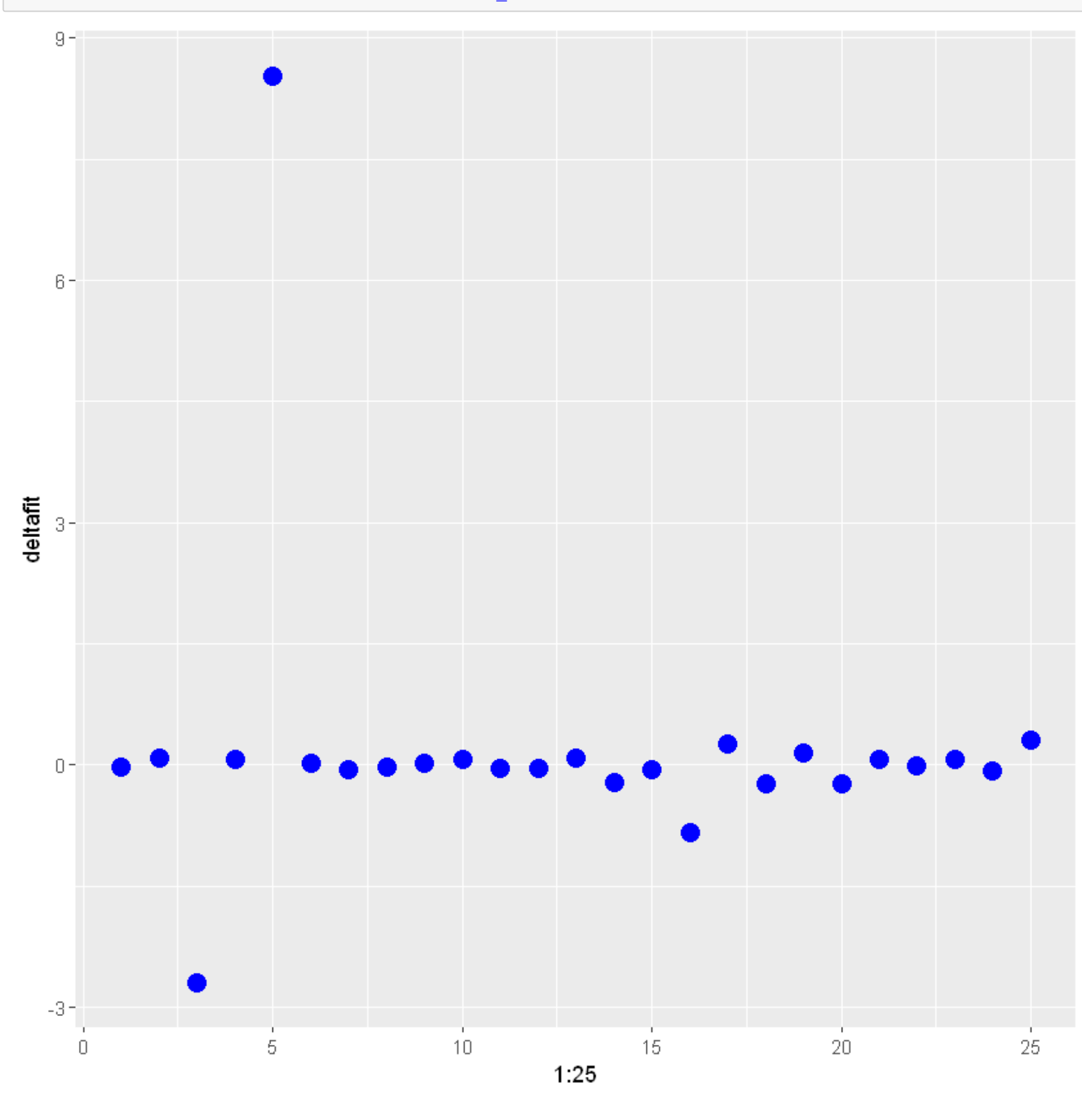
residuos	hat	deltafit
-0.48906739	0.04859246	-0.02497877
1.07291210	0.07986985	0.09313175
-2.95809014	0.47635223	-2.69091734
0.98121715	0.06985474	0.07369029
0.07856347	0.99087353	8.52974927
0.16965023	0.09529948	0.01787064
-0.79482685	0.07482586	-0.06428368
-0.42541531	0.05327571	-0.02393971
0.21668441	0.08686161	0.02061194
0.64486458	0.09603669	0.06851015
-0.74335723	0.04622822	-0.03602967
-0.51906792	0.07122670	-0.03980680
0.94398546	0.07794077	0.07979418
-1.64528828	0.11796039	-0.22003417
-0.55423579	0.09289527	-0.05675848
-2.24130262	0.27174933	-0.83635006
2.11331839	0.10755288	0.25468564
-0.16999396	0.57883496	-0.23363394
2.04055886	0.06776349	0.14832651
-1.54694871	0.13279197	-0.23687784
1.53116801	0.04721168	0.07587101
-0.13680060	0.08395516	-0.01253772
0.92141143	0.06314602	0.06210516
-1.06429392	0.06276339	-0.07127196
2.57435466	0.10613761	0.30567999

8.52974927408411

-2.69091733565517

In [24]:

```
ggplot(fit,aes(x = 1:25,y = deltafit)) + geom_point(color = "blue", size = 4)
```



Modelo solo tomando en cuenta la variable alquitrán

Retirando las variables **Peso** y **Nicotina** se alcanza un mejor ajuste comparando las R^2 de ambos modelos.

In [25]:

```
modelo2 = lm(`CO`~`Alquitrán`)
```

In [26]:

```
summary(modelo2)
```

```
Call:
lm(formula = CO ~ Alquitrán)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-3.1124 -0.7167 -0.3754  1.0091  2.5450 

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept)  2.74328    0.67521   4.063 0.000481 ***
Alquitrán    0.80098    0.05032  15.918 6.55e-14 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1.397 on 23 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9168,	Adjusted R-squared:  0.9132 
F-statistic: 253.4 on 1 and 23 DF,  p-value: 6.552e-14
```

Loading [MathJax]/jax/output/HTML-CSS/fonts/TeX/fontdata.js