

## Tarea 1

### Paradigma Bayesiano

Sea  $x_1, \dots, x_n$  una muestra de v.a.i.i.d. *Binomial – Negativa*( $r, \theta$ ), donde  $x_i = 0, 1, 2, \dots$  para  $i = 1, \dots, n$ , y los parámetros son tales que  $\theta \in (0, 1)$  y  $r \in \mathbb{N}^+$ ,

$$f(x) = \binom{r+x-1}{r-1} (1-\theta)^x \theta^r$$

- (1) Calcule la distribución final (*a posteriori*) de  $\theta$ , es decir  $f(\theta|\underline{x})$ .

Considerando la distribución inicial conjugada Gamma, es decir,  $\theta \sim \text{Beta}(\alpha_0, \beta_0)$  donde  $\alpha_0$  y  $\beta_0$  son los hiperparámetros (valores fijos), es decir,

$$f(\theta) \propto \theta^{\alpha_0-1} (1-\theta)^{\beta_0-1}$$

- (2) Se requiere obtener la predicción de una 'nueva' observación  $Z$ . Calcule:

- (a) La distribución predictiva inicial de  $Z$ ,  $f(z)$ .
- (b) La distribución predictiva final de  $Z$ ,  $f(z|\underline{x})$ .

[Las distribuciones predictivas pertenecen a la familia de distribuciones Beta-Binomial-Negativa.]

- (3) Usando los resultados de (1) y (2), en **R**, especifique valores para los hiperparámetros de la verosimilitud y la distribución inicial, simule una muestra, y grafique las distribuciones:  $f(\theta)$ ,  $f(\theta|\underline{x})$ ,  $f(z)$  y  $f(z|\underline{x})$ .

Copiar código de **R** en la entrega o usar **R Markdown**.