

# ANEXO: Intervalos de más alta densidad

David Montaña Castro

Se van a simular una serie de distribuciones para corroborar que los cálculos realizados en el ejercicio 4 son correctos y empatan con la teoría.

## INTERVALOS HPD

```
# Muestra Normal(5,3)
theta = 5
var = 3
n = 10
datos = rnorm(n,theta,var)
mean = mean(datos)

# Prior Normal(2,1)
mu0 = 2
tao0 = 1

# Posterior
mu1 = (1/tao0 + n/var)^(-1) * (mu0/tao0 + n*mean/var)
tao1 = (1/tao0 + n/var)^(-1)
```

## Posterior Normal HPD

$$\theta \in \mu_1 \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\tau_1^2}$$

```
# FUNCION
HDInterval::hdi(qnorm,.95,mean = mu1,sd = sqrt(tao1))
```

```
      lower      upper
2.875946 4.759019
attr(,"credMass")
[1] 0.95
```

```
# CONSTRUCCION
Lim_inf = mu1 - qnorm(p = 1-0.05/2) * sqrt(tao1)

Lim_sup = mu1 + qnorm(p = 1-0.05/2) * sqrt(tao1)

cat("(",Lim_inf,",",Lim_sup,")")
```

( 2.875946 , 4.759019 )

¡Concuerdan!

## Posterior final HPD

$$X_{n+1} \in \mu_1 \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\sigma^2 + \tau_1^2}$$

```
# Posterior final
tao_final = var + tao1

# FUNCION
HDInterval::hdi(qnorm,.95,mean = mu1,sd = sqrt(tao_final))

      lower      upper
0.2945764 7.3403885
attr(,"credMass")
[1] 0.95
```

```
# CONSTRUCCION
Lim_inf = mu1 - qnorm(p = 1-0.05/2) * sqrt(tao_final)

Lim_sup = mu1 + qnorm(p = 1-0.05/2) * sqrt(tao_final)

cat("(",Lim_inf,",",Lim_sup,")")
```

( 0.2945764 , 7.340389 )

¡Concuerdan!

## ¿Qué pasa con una varianza enorme?

Para simular una varianza tendiendo al infinito, se supondrá que la varianza de la distribución *a priori* es igual a 1000000000000.

## Posterior Normal HPD

$$\text{Si } \tau_0^2 \rightarrow \infty : \mu_1 \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

```
tao0 = 1000000000000

# Posterior
mu1 = (1/tao0 + n/var)^(-1) * (mu0/tao0 + n*mean/var)
tao1 = (1/tao0 + n/var)^(-1)

# FUNCION
HDInterval::hdi(qnorm,.95,mean = mu1,sd = sqrt(tao1))
```

```

      lower      upper
3.289211 5.436244
attr(,"credMass")
[1] 0.95

```

```

# CONSTRUCCION
Lim_inf = mu1 - qnorm(p = 1-0.05/2) * sqrt(var)/sqrt(n)

Lim_sup = mu1 + qnorm(p = 1-0.05/2) * sqrt(var)/sqrt(n)

cat("(",Lim_inf,",",Lim_sup,")")

```

```
( 3.289211 , 5.436244 )
```

¡Concuerda!

## Posterior Final HPD

$$\text{Si } \tau_0^2 \rightarrow \infty : \mu_1 \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{n+1}$$

```

# Posterior final
tao_final = var + tao1

# FUNCION
HDInterval::hdi(qnorm,.95,mean = mu1,sd = sqrt(tao_final))

```

```

      lower      upper
0.8022758 7.9231786
attr(,"credMass")
[1] 0.95

```

```

# CONSTRUCCION
Lim_inf = mu1 - qnorm(p = 1-0.05/2) * sqrt(var)/sqrt(n) * sqrt(n + 1)

Lim_sup = mu1 + qnorm(p = 1-0.05/2) * sqrt(var)/sqrt(n) * sqrt(n + 1)

cat("(",Lim_inf,",",Lim_sup,")")

```

```
( 0.8022758 , 7.923179 )
```

¡Concuerda!