Autor

1. David Montaño Castro

REGRESIÓN MÚLTIPLE: AUTOMÓVILES

Base de datos que corresponde a 30 registros de automóviles con diferentes características. Se tratará de estimar el valor Y por medio de una regresión lineal múltiple.

Cargar los datos

In [1]:
```
Automoviles<-read.csv(choose.files())
names(Automoviles)[names(Automoviles) == 'ï..Y'] <- 'Y'
attach(Automoviles)
```

Visualización de los datos

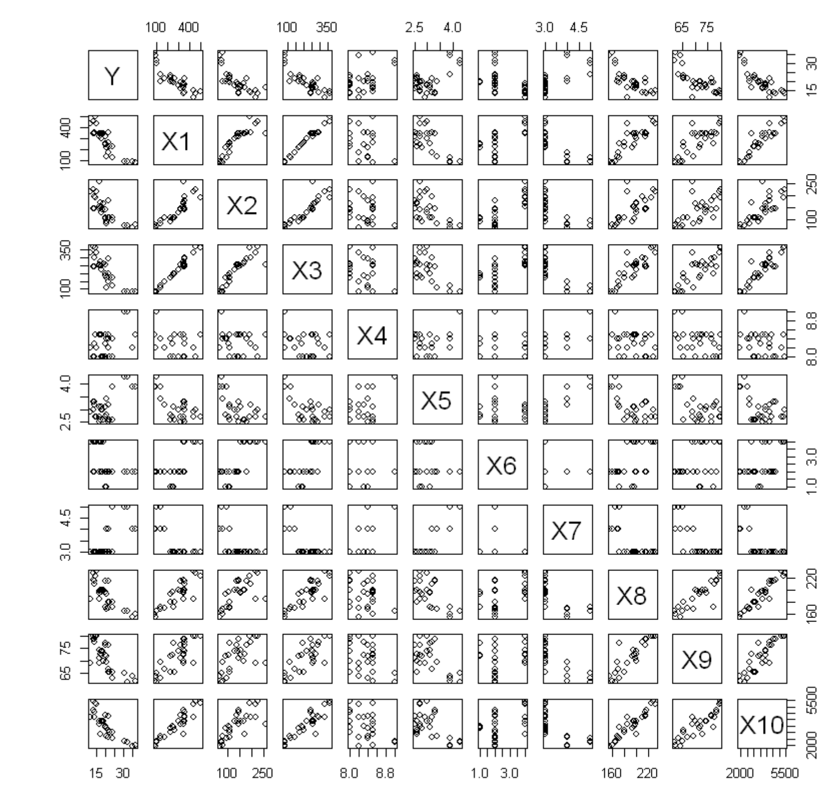
In [23]:
```
head(Automoviles)
```

Y	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
18.9	350	165	260	8.0	2.6	4	3	200.3	69.9	3910
17.0	350	170	275	8.5	2.6	4	3	199.6	72.9	2860
20.0	250	105	185	8.3	2.7	1	3	196.7	72.2	3510
18.3	351	143	255	8.0	3.0	2	3	199.9	74.0	3890
20.1	225	95	170	8.4	2.8	1	3	194.1	71.8	3365
11.2	440	215	330	8.2	2.9	4	3	184.5	69.0	4215

Pairplot de las variables

Se pueden observar algunas relaciones lineales entre variables independientes, lo cual no es positivo para el modelo. Con respecto a la variable dependiente, se logran observar variables relacionadas de manera lineal negativamente.

In [3]:
```
pairs(Automoviles)
```



Matriz de correlaciones

La matriz de correlaciones es diferente a la que se calcula en SPSS. Los valores importantes a analizar en esta matriz son todos aquellos que están presentes en la columna Y dado que estas son los coeficientes que denotan el grado de correlación lineal entre la las variables independientes y la dependiente.

In [4]:
```
MATRIZ_COR<-cor(Automoviles)
data.frame(MATRIZ_COR)
```

	Y	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
Y	1.0000000	-0.8716435	-0.7559378	-0.8493416	0.41692146	0.6360144	-0.47192100	0.7078714	-0.7523967	-0.7624550	-0.8267794
X1	-0.8716435	1.0000000	0.8856031	0.9896596	-0.34786259	-0.6751908	0.64022744	-0.7717597	0.8647101	0.7999204	0.9237046
X2	-0.7559378	0.8856031	1.0000000	0.9001971	-0.21772052	-0.5449683	0.77258741	-0.5977799	0.7046218	0.6157678	0.7754659
X3	-0.8493416	0.9896596	0.9001971	1.0000000	-0.32327112	-0.6759881	0.65312630	-0.7461800	0.8641224	0.7881284	0.9095154
X4	0.4169215	-0.3478626	-0.2177205	-0.3232711	1.00000000	0.4066149	0.03677956	0.5529563	-0.2983826	-0.3714382	-0.3766065
X5	0.6360144	-0.6751908	-0.5449683	-0.6759881	0.40661491	1.0000000	-0.22462742	0.8664510	-0.5632683	-0.4558166	-0.5452682
X6	-0.4719210	0.6402274	0.7725874	0.6531263	0.03677956	-0.2246274	1.00000000	-0.2756386	0.4220680	0.3003862	0.4668902
X7	0.7078714	-0.7717597	-0.5977799	-0.7461800	0.55295628	0.8664510	-0.27563863	1.0000000	-0.6552065	-0.6551300	-0.6807562
X8	-0.7523967	0.8647101	0.7046218	0.8641224	-0.29838259	-0.5632683	0.42206800	-0.6552065	1.0000000	0.8831512	0.9337872
X9	-0.7624550	0.7999204	0.6157678	0.7881284	-0.37143825	-0.4558166	0.30038618	-0.6551300	0.8831512	1.0000000	0.8814091
X10	-0.8267794	0.9237046	0.7754659	0.9095154	-0.37660649	-0.5452682	0.46689016	-0.6807562	0.9337872	0.8814091	1.0000000

Coeficientes de la regresión

Se puede notar que varias de estas variables no tienen mucho que aportar al modelo. Las variables más destacadas son:

1. X4
2. X5
3. X7

Las demás podrían rechazarse por medio de una penalización tipo **Lasso** para reducir la dimensionalidad del modelo.

In [26]:
```
MODELO<-lm(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9+X10)
MODELO
# COEFICIENTES<-coefficients(MODELO)
# COEFICIENTES
```

```
Call:
lm(formula = Y ~ X1 + X2 + X3 + X4 + X5 + X6 + X7 + X8 + X9 +
    X10)

Coefficients:
(Intercept)           X1           X2           X3           X4           X5
 25.1788434   -0.0818736   -0.0195821    0.0706018    2.5608749    4.5228839
         X6           X7           X8           X9          X10
  0.1357135   -3.5709118    0.0901807   -0.4664714   -0.0005742
```

Matriz de covarianzas de coeficientes del modelo

Esta matriz sí es igual a la que SPSS proporciona. En general se ven valores muy pequeños de covarianza en el modelo, llegando a ser casi despreciables. El intercepto es aquel que tiene los valores de covarianza más grande con respecto a todas las variables del modelo.

In [6]:
```
vcov(MODELO)
```

	(Intercept)	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8
(Intercept)	652.31438358	-1.091149e-01	-1.171684e-01	1.997657e-01	-5.433155e+01	-0.761554369	2.6647305248	1.621688668	-0.2159685655
X1	-0.10911491	2.308462e-03	1.730622e-04	-2.386368e-03	-1.392046e-02	-0.008183056	-0.0170104070	0.051331232	0.0010640249
X2	-0.11716842	1.730622e-04	1.252527e-03	-7.130476e-04	-7.097619e-04	0.006248003	-0.0186379951	-0.001860556	0.0006701942
X3	0.19976574	-2.386368e-03	-7.130476e-04	3.751112e-03	8.524693e-03	0.054507500	-0.0009083979	-0.052117127	-0.0011502097
X4	-54.33155227	-1.392046e-02	-7.097619e-04	8.524693e-03	8.220066e+00	0.800099341	-0.2921300313	-2.921956524	-0.0542062628
X5	-0.76155437	-8.183056e-03	6.248003e-03	5.450750e-02	8.000993e-01	9.722856871	-1.4868056503	-6.066765371	0.0950115546
X6	2.66473052	-1.701041e-02	-1.863800e-02	-9.083979e-04	-2.921300e-01	-1.486805650	1.4960563027	0.022214784	-0.0236190061
X7	1.62168867	5.133123e-02	-1.860556e-03	-5.211713e-02	-2.921957e+00	-6.066765371	0.0222147842	7.756527717	-0.0310403510
X8	-0.21596857	1.064025e-03	6.701942e-04	-1.150210e-03	-5.420626e-02	0.095011555	-0.0236190061	-0.031040351	0.0098211944
X9	-2.94702413	1.275623e-04	3.537534e-04	-2.586243e-03	-7.110796e-03	-0.447280005	0.1054424643	0.308556347	-0.0122142315
X10	0.01282069	-7.095067e-05	-1.827189e-05	3.005922e-05	1.990606e-03	-0.002360285	0.0014192726	-0.001030498	-0.0001739588

Intervalos de confianza al 95% para coeficientes del modelo

In [28]:
```
INTERVALOS<-confint(MODELO, level = 0.95)
INTERVALOS
```

	2.5 %	97.5 %
(Intercept)	-28.277924531	78.635611285
X1	-0.182436028	0.018688752
X2	-0.093656478	0.054492208
X3	-0.057588256	0.198791803
X4	-3.439962574	8.561712453
X5	-2.003478243	11.049245955
X6	-2.424335020	2.695761927
X7	-9.400097558	2.258273925
X8	-0.117242046	0.297603441
X9	-1.080937528	0.147994634
X10	-0.006851801	0.005703476

Prueba ANOVA

Definitivamente existe modelo de regresión con estas variables, pues los P-values de cada variable son, por mucho, menores a .5. Por lo tanto, existe sufiente prueba estadística para rechazar la hipótesis nula y presumir de la existencia del modelo.

In [29]:
```
ANOVA_MODELO<-anova(MODELO)
ANOVA_MODELO
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
X1	1	864.17929046	864.17929046	79.806965990	3.133995e-08
X2	1	1.34859998	1.34859998	0.124543222	7.280432e-01
X3	1	8.41689422	8.41689422	0.777300265	3.889856e-01
X4	1	13.61075683	13.61075683	1.256953527	2.761993e-01
X5	1	2.58273872	2.58273872	0.238515946	6.308690e-01
X6	1	6.62706729	6.62706729	0.612009729	4.436733e-01
X7	1	6.45296919	6.45296919	0.595931768	4.496303e-01
X8	1	0.05379953	0.05379953	0.004968387	9.445428e-01
X9	1	28.02572098	28.02572098	2.588175609	1.241543e-01
X10	1	0.39681515	0.39681515	0.036645883	8.502187e-01
Residuals	19	205.73901432	10.82836917	NA	NA

Resumen del modelo

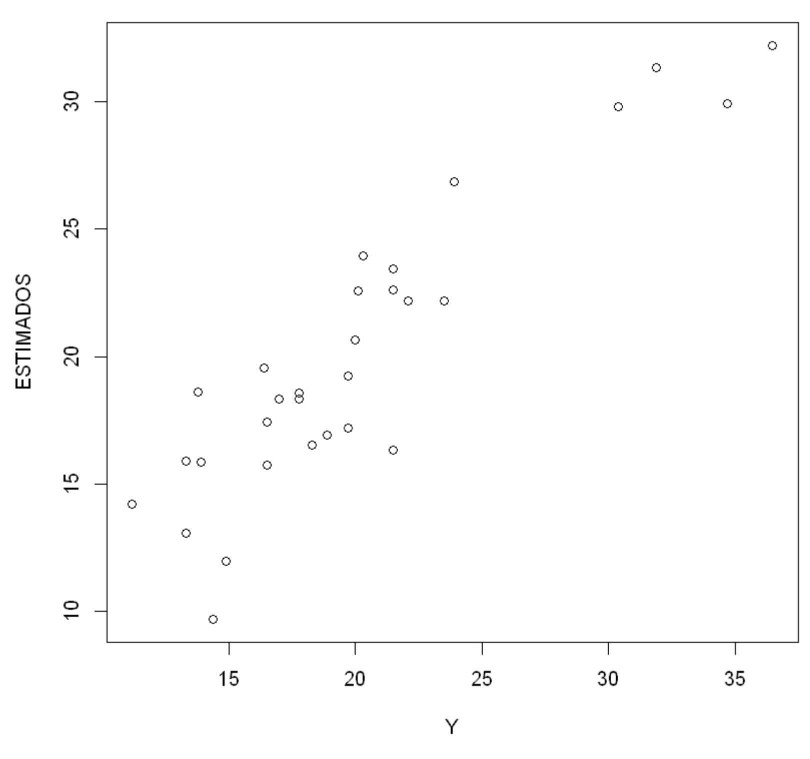
In [27]:
```
summary(MODELO)
```

```
Call:
lm(formula = Y ~ X1 + X2 + X3 + X4 + X5 + X6 + X7 + X8 + X9 +
    X10)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-4.8218 -1.9717 -0.3245  1.6540  5.1839

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 25.1788434 25.5404460   0.986    0.337
X1          -0.0818736  0.0480465  -1.704    0.105
X2          -0.0195821  0.0353911  -0.553    0.587
X3           0.0706018  0.0612463   1.153    0.263
X4           2.5608749  2.8670657   0.893    0.383
X5           4.5228839  3.1181496   1.451    0.163
X6           0.1357135  1.2231338   0.111    0.913
X7          -3.5709118  2.7850543  -1.282    0.215
X8           0.0901807  0.0991019   0.910    0.374
X9          -0.4664714  0.2935781  -1.589    0.129
X10         -0.0005742  0.0029993  -0.191    0.850

Residual standard error: 3.291 on 19 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.8191,    Adjusted R-squared:  0.7239
F-statistic: 8.604 on 10 and 19 DF,  p-value: 3.669e-05
```

Valores estimados vs reales

Se puede notar una buena estimación de los datos predichos, pues el *scatter plot* muestra una tendencia lineal, que es lo deseable cuando se grafican estos dos valores.

In [30]:
```
ESTIMADOS<-fitted(MODELO)
#ESTIMADOS
plot(Y,ESTIMADOS)
```



R^2

El R^2 retrata un muy buen modelo de regresión; sin embargo, por tratarse de un modelo de regresión lineal múltiple, este no considera el número de variables que contiene el modelo, haciendolo un factor poco fiable pues este modelo contiene más de 2.

In [11]:
```
cor(ESTIMADOS,Y)
```

0.90505247850014

R^2 ajustada

El modelo es bueno, ahora sí considerando el ajuste del número de variables que contiene el modelo. El modelo describe el 85% de la varianza con repecto a la variable dependiente.

In [31]:
```
1-(((30-1)/(30-10-1))*(1-cor(ESTIMADOS,Y)))
```

0.855080098763372

In [33]:
```
VALORES<-data.frame(X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8,X9,X10)
head(VALORES)
```

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
350	165	260	8.0	2.6	4	3	200.3	69.9	3910
350	170	275	8.5	2.6	4	3	199.6	72.9	2860
250	105	185	8.3	2.7	1	3	196.7	72.2	3510
351	143	255	8.0	3.0	2	3	199.9	74.0	3890
225	95	170	8.4	2.8	1	3	194.1	71.8	3365
440	215	330	8.2	2.9	4	3	184.5	69.0	4215

Intervalos de confianza para valores medios de Y

In [34]:
```
IC_MEDIOS<-predict(MODELO,newdata=VALORES,interval="confidence",level=0.95)
head(IC_MEDIOS,10)
```

fit	lwr	upr
16.93696	13.011775	20.86215
18.31884	12.104000	24.53369
20.64966	17.691648	23.60767
16.53349	12.811397	20.25558
22.57704	19.438415	25.71567
14.22024	8.930553	19.50993
22.20069	18.856457	25.54493
22.61623	18.819438	26.41302
29.90216	26.142332	33.66198
29.79487	25.752666	33.83707

Intervalos de confianza para valores puntuales de Y

In [35]:
```
IC_PUNTUALES<-predict(MODELO,newdata=VALORES,interval="prediction",level=0.95)
head(IC_PUNTUALES,10)
```

fit	lwr	upr
16.93696	9.009574	24.86435
18.31884	9.041955	27.59573
20.64966	13.153913	28.14541
16.53349	8.704674	24.36230
22.57704	15.008202	30.14588
14.22024	5.535935	22.90455
22.20069	14.544305	29.85708
22.61623	14.751624	30.48083
29.90216	22.055332	37.74898
29.79487	21.808895	37.78084

Residuales

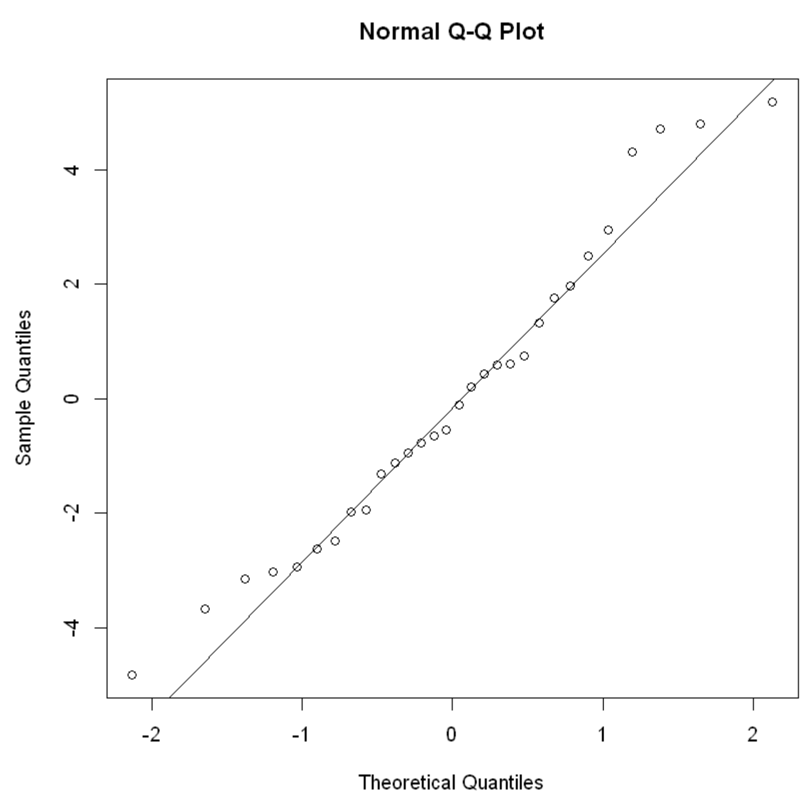
In [15]:
```
RESIDUALES<-residuals(MODELO)
RESIDUALES
```

1	1.96304006996263
2	-1.31884290124173
3	-0.649659357709321
4	1.76651094455079
5	-2.4770432237324
6	-3.02023987328353
7	-0.100693880536251
8	-1.11622695220208
9	4.79784372273486
10	0.605131535598662
11	-0.941990064784444
12	4.30213388930978
13	-1.94749019348526
14	2.49043623378924
15	-3.66288956626877
16	-0.54838511938402
17	4.70484658263583
18	2.93911637262239
19	-0.771108098275544
20	-3.13920644273594
21	1.31653098801455
22	5.18394132143163
23	0.586585601447655
24	0.204751182525275
25	-2.93651606319162
26	0.442061662031409
27	-1.97971413468582
28	-2.61521779115087
29	-4.82178530939093
30	0.744078865403815

Normalidad de los residuales vista desde un QQ-Plot

Se aprecian colas pesadas en la distribución, pues en los extreños de la linea existe una desviación de la linea central; además, la linea no está a 45° con respecto del intersecto (0,0)

In [16]:
```
qqnorm(RESIDUALES)
qqline(RESIDUALES)
```



Prueba Jarque-Bera para normalidad de los residuos. Prueba No Paramétrica.

El p-valor obtenido por la prueba de Jarque-bera es, por mucho, mayor a .05. Por lo tanto, no se rechaza la hipótesis nula y podemos afirmar que estos datos provienen de una distribución normal.

In [19]:
```
#install.packages("tseries")
#library("tseries")
jarque.bera.test(RESIDUALES)
```

```
	Jarque Bera Test

data:  RESIDUALES
X-squared = 1.1563, df = 2, p-value = 0.5609
```

Residuales estudentizados

El criterio para decidir si un punto está alejado o es atípico:
Si el punto |x| > 2, entonces es un punto alejado, ya sea un punto de influencia o un punto palanca. Se pueden apreciar varios puntos que se acercan a 2 o -2, pero que aún así no logran superarlo. Se concluye por medio de los resituales estudentizados que no hay valores alejados.

In [37]:
```
RESESTUDENT<-rstandard(MODELO)
RESESTUDENT
```

1	0.725988418951069
2	-0.929881166208939
3	-0.218615002519196
4	0.638020559134634
5	-0.845664879706879
6	-1.43315593383244
7	-0.0350032663063285
8	-0.406567952020954
9	1.74019369568867
10	0.227124986921527
11	-0.339674594240183
12	1.62246356859432
13	-0.681745033887181
14	1.37293607926959
15	-1.4202110687607
16	-0.17691298408013
17	1.91546143286927
18	1.0604392626806
19	-0.27268248103152
20	-1.08489269511384
21	0.459038507837599
22	1.88934056782078
23	0.227084632616419
24	0.0839834223892835
25	-1.20946462301807
26	0.159970445646899
27	-0.744190920337385
28	-0.963071358922779
29	-1.9119350191581
30	0.692139588140954

Distancia de Cook

Vemos que solamente un punto es infuyente en el modelo. El registro 7 tiene una D mayor a 1.

In [38]:
```
COOK<-cooks.distance(MODELO)
COOK
```

1	0.0230483397400825
2	0.344542525283823
3	0.000982668626460251
4	0.015266491339744
5	0.0170398080488033
6	0.268540423635677
7	3.43622002443477e-05
8	0.00656023473728658
9	0.116867089060143
10	0.00246408110365245
11	0.00427929775230099
12	0.129247024274682
13	0.0138146645231844
14	0.392564865330664
15	0.115129507097242
16	0.000361257709877123
17	0.265105361370405
18	0.0418751856272662
19	0.00239349991997587
20	0.0313821237517022
21	0.006061621570883
22	0.142247603887561
23	0.0029198424403313
24	0.000526930303245676
25	0.111292342882266
26	0.000972445422530568
27	0.0266903379271221
28	0.0395005809503129
29	0.233461639269401
30	0.364493527759335

Distancia de Mahalanobis

```
HAT<-hatvalues(MODELO)

MAHA<-(9-1)*(HAT-1/9) MAHA
```