Calorimetro delle Mescolanze

Francesco Forcher

Università di Padova, Facoltà di Fisica francesco.forcher@studenti.unipd.it Matricola 1073458

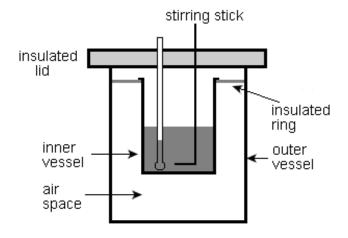
DAVIDE CHIAPPARA

Università di Padova, Facoltà di Fisica davide.chiappara@studenti.unipd.it Matricola 1070160

SIMONE FRAU

Università di Padova, Facoltà di Fisica simone.frau@studenti.unipd.it Matricola 1074028

13 maggio 2014



Sommario

Sima del calore specifico di un corpo. Riconoscimento del materiale di un corpo attraverso il confronto del suo calore specifico con le tabelle fornite.

INDICE

I	Apparato strumentale	2
II	Metodologia di misura	2
III	Presentazione dei dati I Tabelle	4 4 5
IV	Analisi dei dati	7
V	Conclusioni	8
VI	Codice	8

I. Apparato strumentale

L'apparato strumentale, atto alla misurazione di tempi e di temperature, era formato da:

- Calorimetro delle mescolanze: contenitore in grado di ridurre al minimo possibile lo scambio di calore tra l'ambiente al suo interno e quello al suo esterno: è di forma cilindrica e dotato di tappo ermetico.
- Contenitore per acqua: piccolo contenitore di rame stagnato delle dimensioni tali da essere posto dentro il calorimetro.
- Agitatore: piccola asta in rame stagnato munita di farfalla atta al mescolamento dell'acqua all'interno del calorimetro: può essere utilizzato inserendolo in un apposito buco posto sul coperchio ermetico del calorimetro.
- Cilindro in acciaio: Piccolo cilindro di cui si vuole conoscere il calore specifico, inseribile all'interno del calorimetro tramite un buco richiudibile presente sul coperchio del calorimetro. Dotato di filo termicamente isolato che ne permetta lo spostamento.
- Termometro: rilevatore di temperatura a mercurio con sensibilità $10\,^{\circ}C$ e capacità termica fornita di $(2.20\pm0.05)\frac{cal}{^{\circ}K}$. Può essere inserito parzialmente nel calorimetro attraverso un apposito foro presente nel coperchio del calorimetro stesso.
- Riscaldatore: elemento in grado di riscaldare un corpo per mezzo di una resistenza elettrica. È dotato di un substrato in grado di riscaldare il cilindro in acciaio e di un termometro interno che indica la temperatura della resistenza e quella del corpo messo a scaldare con una sensibilità di 10°C.
- Cronometro digitale: cronometro digitale ad avvio manuale in grado di misurare intervalli di tempo, a sensibilità regolabile per mezzo di una manopola. Sensibilità utilizzata per l'esperimento: 10s.
- Bilancia digitale: Bilancia digitale di precisione con sensibilità $10^5 Kg$

II. METODOLOGIA DI MISURA

Per poter raggiungere gli obiettivi prefissati, si è ripetuto l'esperimento nella sua interezza più volte. L'esperimento è stato suddiviso in fasi successive per un'ottimizzazione dei risultati e del tempo impiegato.

Sec. II

Fase 1

Misurazione delle masse: per prima cosa si sono misurate sulla bilancia di precisione le masse che venivano inserite all'interno del calorimetro: il recipiente per l'acqua assieme all'agitatore e il cilindro in acciaio. Successivamente è stato riempito il contenitore con dell'acqua sufficiente a permettere l'immersione totale del cilindro, ed il sistema recipiente-agitatore-acqua è stato nuovamente pesato per avere una stima della massa dell'acqua utilizzata.

Fase 2

Preparazione: per preparare l'esperimento per prima cosa si è messo il cilindro a riscaldare nello strumento apposito, dopodiché si è posto nel calorimetro il recipiente con l'acqua, si è bloccato il coperchio, avvitato l'agitatore al supporto presente sul tappo del calorimetro, e si e immerso in acqua il termometro (sempre attraverso l'apposito supporto).

Fase 3

Misurazione dei tempi: non appena il riscaldatore ha portato il cilindro a temperatura (valore che dipendeva, di volta in volta, a causa delle condizioni del riscaldatore e delle condizioni ambientali e fluttuazioni casuali), si è agitata l'acqua grazie all'agitatore, e registrata la misura della temperatura mostrata dal termometro immerso in acqua. Successivamente, il più rapidamente possibile, si è preso il cilindro grazie al filo a cui era attaccato e si è immerso nell'acqua posta dentro il calorimetro facendolo passare dall'apposito buco, repentinamente chiuso. Un altro sperimentatore ha cercato con maggior precisione possibile di avviare il cronometro nel momento in cui il cilindro si è immerso in acqua. Per limitare gli errori di zero il movimento dello sperimentatore che ha spostato il cilindro in acciaio è stato composto di gesti ampi e quindi prevedibile per il secondo sperimentatore, che ha cercato nel miglior modo possibile di riconoscere, nonostante l'assenza del contatto visivo diretto, il momento in cui il cilindro si immergeva in acqua. A intervalli regolari (5.0 ± 0.1) s è stata registrata la temperatura mostrata dal cronometro immerso in acqua, fino al momento in cui essa non è risultata stabile nel tempo. A quel punto si è misurato il tempo segnato dal cronometro durante il cambio della temperatura mostrata dal termometro (secondo la sua scala di riferimento, quindi ogni 0.1 °C). Preso un numero di misurazioni ritenuto sufficiente si è interrotto l'esperimento aprendo il calorimetro. L'acqua è stata buttata, tutti i componenti sono stati asciugati e si è ripetuto l'esperimento dalla Fase 1.

Sec. II

III. Presentazione dei dati

I. Tabelle

Tabella 1: Dati iniziali degli esperimenti

	Temp. [°C]		Massa [g]		
	T_a	T_0	m_r	m_{χ}	m_a
Test 1	20.2	98.6	57.92	81.73	124.06
Test 2	20.4	98.6	57.92	81.70	62.85
Test 3	20.9	98.8	57.89	81.71	66.70
Test 4	21.3	98.8	57.88	81.72	85.01
σ	0.3	1.5	0.02	0.01	0.03

Tabella 2: Primo esperimento

Tempo [s]	Temperatura $[{}^{\circ}C]$
5	21.9
10	22.6
15	24.5
20	25.5
25	28.3
30	28.5
35	28.6
40	28.6
45	28.7
207	28.6
424	28.5
685	28.4

Tabella 3: Secondo esperimento

Temperatura $[{}^{\circ}C]$
22.5
24.5
25.9
26.6
26.9
27.5
27.6
27.7
27.8
27.9
27.8
27.7
27.6

Tabella 4: Terzo esperimento

Tempo $[s]$	Temperatura [${}^{\circ}C$]
5	23.5
10	25.4
15	26.5
20	27.6
25	28.2
30	28.6
35	28.9
40	29.1
45	29.3
50	29.5
55	29.6
60	29.7
65	29.7
70	29.8
75	29.8
80	29.8
85	29.9
187	29.8
243	29.7
302	29.6
361	29.5

Tabella 5: Quarto esperimento

Tempo $[s]$	Temperatura [${}^{\circ}C$]
5	23.4
10	25.9
15	27.6
20	28.2
25	28.6
30	28.7
35	28.8
40	28.8
45	28.8
50	28.9
96	28.8
157	28.7
238	28.6

4 Sec. III

II. Grafici

Grafico 1 Primo Test: $y = (28.71 \pm 0.01) + (-0.00046 \pm 0.00003)x$

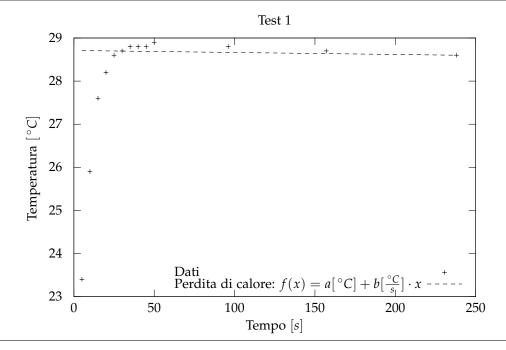
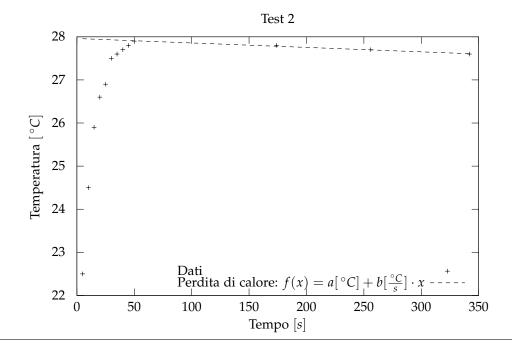


Grafico 2 Secondo Test: $y = (27.96 \pm 0.01) + (-0.00103 \pm 0.00007)x$



5 Sec. III

Grafico 3 Terzo Test: $y = (30.04 \pm 0.03) + (-0.0015 \pm 0.0001)x$

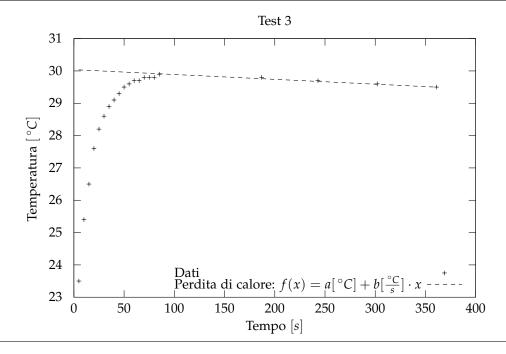
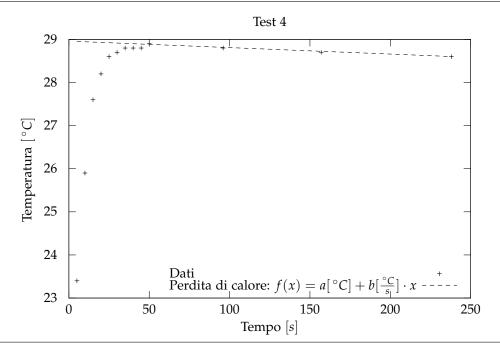


Grafico 4 Quarto Test: $y = (28.96 \pm 0.02) + (-0.0015 \pm 0.0001)x$



Sec. III

IV. Analisi dei dati

Erano forniti i seguenti dati:

- Calore specifico del rame stagnato: $c_r = 0.093 \pm 0.001 \frac{cal}{g \circ K}$,
- Capacità equivalente termometro: $k_{term} = 2.20 \pm 0.05 \frac{cal}{\circ K}$,
- Calore specifico acqua: $c_a = 1 \frac{cal}{g \circ K}$

Usando i seguenti valori come errori, e propagandoli nella successiva equazione,

$$\sigma_{m_x} = 0.01g$$

$$\sigma_{m_r + ag} = 0.02g$$

$$C_x = \frac{(m_a c_c + m_{r + ag} c_{r + ag} + K_{term}) |T_f - T_{0,a}|}{m_x |T_f - T_x|}$$
(1)

è risultato tale valore:

$$\overline{C}_{x} = (0.12 \pm 0.04) \frac{cal}{g \circ K} \tag{2}$$

Ma poichè il secondo test era fuori scala, il calcolo è stato rifatto senza di esso ed è stato ottenuto invece questo valore:

$$\overline{C}_{x}^{(2)} = 0.14 \pm 0.04 \frac{cal}{g \circ K}$$
 (3)

Si considera più attendibile la seconda media pesata per i motivi di cui seguito discussi.

$$\begin{split} \lambda_{\overline{C}_{x1}^{(2)}} &= 1.2 \frac{cal}{g \circ K} \\ \lambda_{\overline{C}_{x2}^{(2)}} &= 0.4 \frac{cal}{g \circ K} \\ \lambda_{\overline{C}_{x3}^{(2)}} &= 0.4 \frac{cal}{g \circ K} \end{split}$$

L'esperimento rivela un valore abbastanza in linea con la teoria. Durante l'esperimento diversi fattori possono aver influenzato i dati che sono stati raccolti, tra i quali:

- Influenza dell'ambiente sull'acqua: l'ambiente ha decisamente influenzato le misure che sono state prese, ciò si può riconoscere in primis dalle diverse temperature ambientali registrate nell'acqua. Dal primo all' ultimo test la temperatura è variata di ≈ 1.1 °C. Questo vuol dire che mediamente la temperatura è variata di circa 0.3 °C tra un campione e l'altro. Per considerare questa influenza si è preso tale numero come l'errore sulla sulla temperatura dell'acqua.
- Influenza dell'ambiente sull'alluminio: il cilindro di alluminio si è raffreddato nel tragitto che porta dal riscaldatore che ha misurato la temperatura al calorimetro nel quale esso è stato immerso. Per ovviare a tale problema la misura della temperatura è stata abbassata di 1°C e si è considerato un errore di 1.5°C.
- Influenza del non perfetto isolamento del calorimetro: Il calorimetro non era perfettamente isolato, ma la temperatura tendeva a scendere a causa di disperisioni. Per ovviare a questo problema non è stato preso come massimo valore di temperatura raggiunto il massimo valore misurato, ma l'intercetta della retta interpolante gli ultimi valori di temperatura misurati (cioè quelli misurati durante il raffreddamento del calorimetro, comunque non molto diversi).

Sec. IV

Inoltre sono stati presi diversi provvedimenti per la limitazione di errori casuali che potevano essere sottostimati a causa del fatto che alcune misure non sono state sufficientemente ripetute. In particolare, l'errore delle masse è stato stimato a partire dalle esigue misure ripetute: misurando le masse prima di ogni esperimento, oltre ad aver ridotto la probabilità di presenza di eventuali gocce d'acqua residue sui materiali che avrebbero influenzato la misurazione successiva, si è permesso il calcolo diretto della sigma su un campione di misure ripetute. I valori ottenuti, sebbene risultino forse non ottimamente compatibili, si rivelano effettivamente buoni come campione di stima del calore specifico. è stata leggermente problematica la lettura dei valori di temperatura, infatti non è stato semplicissimo per gli sperimentatori indagare in quale preciso istante la temperatura cambiava di una tacca di lettura. Comunque si è agito per ridurre gli errori di parallasse e di non coordinamento tra gli sperimentatori impegnati. La propagazione errori è stata effettuata con l'approssimazione attraverso le derivate parziali al primo ordine. Sono stati provati diversi approcci per l'analisi dati: per esempio, si è provato a rappresentare i grafici al contrario (cioè scambiando variabile indipendente e dipendente, ossia tempo e temperatura), ma tale analisi rivelava dei valori di intercetta i quali errori erano più alti (infatti gli errori andavano propagati, sebbene l'utilizzo della stima della covarianza). Inoltre è stato preferito un approccio di stima del calore specifico attraverso i vari campioni e poi di media pesata dei valori ottenuti perché non sarebbe stato fisicamente sensato fare una media delle grandezze misurate per poi ottenere direttamente un valore unico. Il secondo test risulta effettivamente poco compatibile con altri test effettuati, probabilmente a causa di un errore ottenuto in sede sperimentale: la troppo bassa quantità d'acqua non ha ricoperto totalmente il cilindro che, parzialmente all'aria, ha creato delle condizioni non ottimamente interpretate dalle analisi effettuate.

V. Conclusioni

L'esperimento ha dato vita a un valore abbastanza accettabile, che va a confermare le previsioni teoriche (circa $10^{-1} cal/g$). L'errore è risultato abbastanza alto, probabilmente a causa di imprecisioni effettuate in ambito sperimentale (infatti esso non è una sovrastima, che renderebbe i valori tra loro ancora meno compatibili). Per migliorare l'esperimento sarebbe stato necessario ridurre ulteriormente gli errori legati alla dissipazione del calore.

VI. CODICE

Qui ci sono i programmi usati per l'analisi dei dati

Calcolo del Cx

```
#include <iostream>
#include <cmath>
int main ()
{
  using namespace std;
  double Cx;
  double sCx;
  double mx;
  double smx;
  double sma;
  double ca;
  double Ca;
  double mr;
```

```
double smr;
double Cr;
double sCr;
double Kter;
double sKter;
double ta;
double sta;
double tf;
double stf;
double t0;
double st0;
cout << "Inserire massa agitatore e vaso con relativo errore: ";</pre>
cin >> mr >> smr;
cout << "Inserire massa alluminio con relativo errore: ";</pre>
cin >> mx >> smx;
cout << "Inserire calore specifico acqua ";</pre>
cin >> Ca;
cout << "Inserire massa acqua con relativo errore ";</pre>
cin >> ma >> sma;
cout << "Inserire calore specifico rame stagnato con relativo errore: ";</pre>
cin >> Cr >> sCr;
cout << "Inserire capacità termica del termometro con relativo errore:</pre>
cin >> Kter >> sKter;
cout << "Inserire la temperatura dell'aceua con relativo errore: ";</pre>
cin >> ta >> sta;
cout << "Inserire temperatura iniziale con relativo errore: ";</pre>
cin >> t0 >> st0;
cout << "Inserire temperatura finale con relativo errore: ";</pre>
cin >> tf >> stf;
Cx = ( ( (ma * Ca ) + (mr * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (mx * Cr) + Kter ) 
abs(tf -t0));
double ddma = ( Ca * abs(tf - ta) ) / ( mx * abs(tf - t0));
double ddmr = ( Cr * abs(tf - ta) ) / ( mx * abs(tf - t0));
double ddCr = (mr * abs(tf - ta)) / (mx * abs(tf - t0));
double ddKter = abs(tf - ta) / ( mx * abs(tf - t0));
double ddtf = ( ( (ma * Ca) + (mr * Cr) + Kter ) * (ta - t0) ) / (mx *
(t0 - tf) * (t0 - tf));
double ddta = - ( (ma *Ca) + (mr * Cr) + Kter ) / ( mx * ( tf - t0));
double ddmx = - ( ( (ma * Ca) + (mr * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) ) / (
mx * mx * abs(tf -t0));
double ddt0 = ( ( (ma * Ca) + (mr * Cr) + Kter ) * abs(tf - ta) * mx )
/ (mx * mx * (tf - t0) * (tf - t0));
sCx = sqrt ((ddma * ddma * sma * sma) +
(ddmr * ddmr * smr * smr) + (ddKter * ddKter * sKter *
sKter) +
(ddCr * ddCr * sCr * sCr) + (ddtf * ddtf * stf * stf) +
(ddta * ddta * sta * sta) + (ddmx * ddmx * smx * smx) +
(ddt0 * ddt0 * st0 * st0);
cout << Cx << " pm " << sCx;
return 0;
```

```
}
Media Pesata
//
// Created by Simone Frau on 22/03/14.
//
//
#include <iostream>
#include <cmath>
#include <fstream>
#include <cstdlib>
#include <string>
using namespace std;
int main ()
    int n;
    cout << "dire di quanti valor si vuole calcolare la media" << endl;</pre>
    cin >> n;
    double* misure = new double [n];
    for (int i = 0; i < n; i++)
        cout << "inserire valore "<< i << " della media" << endl;</pre>
        cin >> misure[i];
    }
    double* sigme = new double [n];
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        cout << "inserire valore "<< i << " della sigma" << endl;</pre>
        cin >> sigme[i];
    }
    double sommavalsig;
    for (int i = 0; i < n; i++)
        sommavalsig += (misure[i]/sigme[i]);
    }
    double sommak;
    for (int i = 0; i < n; i++)
        sommak += (1/sigme[i]);
    }
    double mediapesata;
```

```
mediapesata = (1/sommak)*(sommavalsig);
    cout << " Media pesata: " << mediapesata << endl;</pre>
    double errormediapesata;
    errormediapesata = sqrt(1/sommak);
    cout << " Error media pesata: " << errormediapesata << endl;</pre>
    return 0;
}
Media, Scarto, Sigma
#include <dirent.h>
#include <iostream>
#include <cmath>
#include <fstream>
#include <cstdlib>
#include <string>
using namespace std;
int main ()
    string path = "/Users/FrodoFrau/Documents/Università/Fisica Sperimentale
teoria/Laboratorio/DATI/";
    DIR *dir = opendir( path.c_str() );
    if (!dir)
        cerr << "Dir not fnd" << endl;</pre>
        exit(1);
    }
    dirent *entry;
    while ((entry = readdir(dir)))
        cout << "Found directory entry: "</pre>
        << entry->d_name << endl;
    cout << "Di quale file vuoi fare la Media Aritmetica?" << endl;</pre>
    string filename;
    getline (cin, filename);
    bool flag = 0;
    closedir(dir);
    path += filename;
```

```
int dimensione = 0;
    double valori;
    fstream fin ( path.c_str(), fstream::in );
    while (fin >> valori )
        dimensione++;
    fin.close();
    fin.open( path.c_str(), fstream::in );
    double* misure = new double [dimensione];
    for( int i = 0 ; i < dimensione ; i++ )</pre>
    {
        fin>>misure[i];
    }
    double sommatoria;
    for (int i = 0; i < dimensione; i++)
        sommatoria += misure[i];
    double media = sommatoria/dimensione;
    cout << "Media: " << media << endl;</pre>
    double differenza;
    for (int i = 0; i < dimensione; i++)
        differenza += (misure[i]-media) * (misure[i]-media);
    double Scarto = sqrt(differenza/(dimensione));
    cout << "Scarto: " << Scarto << endl;</pre>
    double Sigma = sqrt(differenza/(dimensione-1));
    cout << "Sigma " << Sigma << endl;</pre>
    double ErroreScarto = Scarto/sqrt(dimensione);
    cout << "ErroreMedia " << ErroreScarto << endl;</pre>
    return 0;
Compatibilità.h
// Created by Simone Frau & Chiappara Davide on 13/01/14.
```

}

//

//

```
//
#ifndef _Compatibilita__h
#define _Compatibilita__h
#include <dirent.h>
#include <iostream>
#include <cmath>
#include <fstream>
#include <cstdlib>
#include <string>
using namespace std;
void Compatibilità ()
{
    double media_a;
    double media_b;
    double sigma_a;
    double sigma_b;
    cout << "inserire prima media" << endl;</pre>
    cin >> media_a;
    cout << "inserire seconda media" << endl;</pre>
    cin >> media_b;
    cout << "inserire primo sigma" << endl;</pre>
    cin >> sigma_a;
    cout << "inserire secondo sigma" << endl;</pre>
    cin >> sigma_b;
    double Compatibilità = ( abs ( media_a - media_b ) / ( sqrt ( sigma_a *
sigma_a + sigma_b * sigma_b ) );
    cout << Compatibilità << endl;</pre>
}
#endif
Interpolazione
#include <iostream>
#include <cmath>
using namespace std;
```

```
int main ()
cout << "Si digitino il numero delle coppie di cui fare la
interpolazione lineare" << endl;</pre>
int dimensione;
cin >> dimensione:
double *misurex = new double [dimensione];
cout << "Si inseriscano le x" << endl;</pre>
for (int i=0; i < dimensione; i++)
{
cin >> misurex[i];
    double *misurey = new double [dimensione];
cout << "Si inseriscano le y" << endl;</pre>
for (int i=0 ; i < dimensione ; i++ )</pre>
cin >> misurey[i];
}
double delta;
double sommaQUADx = 0;
for (int i = 0; i < dimensione; i++)
sommaQUADx += ( misurex[i] * misurex[i] );
}
double sommax = 0;
for ( int i = 0 ; i < dimensione ; i ++)
sommax += misurex[i];
double sommaxQUAD = sommax * sommax;
delta = (dimensione * sommaQUADx) - sommaxQUAD;
double a,b;
double sommay = 0;
for ( int i = 0 ; i < dimensione ; i ++)
sommay += misurey[i];
double sommaxy = 0;
for ( int i = 0 ; i < dimensione ; i ++)
sommaxy += misurey[i] * misurex[i];
a = (1 / delta) * ((sommaQUADx * sommay) - (sommax * sommaxy));
b = (1 / delta) * (( dimensione * ( sommaxy ) ) - ( sommax * sommay
)));
double sigmay;
double sommasigma;
for ( int i = 0 ; i < dimensione ; i++ )
* misurex[i] ) - misurey[i] ));
```

```
}
sigmay = sqrt ( sommasigma / ( dimensione -2 ) );

double sigmab = (sqrt ( dimensione/delta )) * sigmay;
double sigmaa = (sqrt ( sommaQUADx/delta )) * sigmay;

cout << "La a vale: " << a << endl;
cout << "La b vale: " << b << endl;
cout << "La sigma vale: " << sigmay << endl;
cout << "La sigma di b vale " << sigmab << endl;
cout << "La sigma di a vale " << sigmaa << endl;
return 0;
}</pre>
```