

Università degli Studi di Padova

**RELAZIONE DI LABORATORIO
AVANZATO:
MISURA DEL FATTORE DI LANDÉ**

Laboratorio avanzato A

Davide Chiappara

Università di Padova, facoltà di fisica,
davide.chiappara@studenti.unipd.it
Matricola: 1153465

Raffaele Di Vora

Università di Padova, facoltà di fisica,
raffaele.divora@studenti.unipd.it
Matricola: 1156105

Enrico Lusiani

Università di Padova, facoltà di fisica,
enrico.lusiani@studenti.unipd.it
Matricola: 1153399

Anno accademico 2016-2017

Indice

1	Premesse	1
2	Descrizione dell'esperienza	1
2.1	Il fattore g e la sua importanza fisica	1
2.2	I muoni cosmici e l'effetto di polarizzazione netta	1
2.3	La misura temporale e della frequenza di precessione	2
3	Descrizione dell'apparato strumentale	3
3.1	Rivelatori	4
3.2	Elettronica di acquisizione	5
3.3	Assorbitore	6
3.4	Solenoido	6
4	Analisi dati	6
4.1	Caratterizzazione dei diodi	7
4.1.1	Studio della caratteristica tensione corrente	7
4.1.2	Studio dell'amplificazione dei diodi	8
4.2	Stima dell'efficienza dell'apparato	9
4.2.1	Efficienza sperimentale	9
4.2.2	Correzione dell'efficienza considerando le coincidenze casuali	12
5	Simulazioni	15
5.1	Generazione dei raggi cosmici	15
5.2	Interazione con i rivelatori	15
5.3	Interazione con l'assorbitore	16
5.4	Implementazione del campo magnetico	16
5.5	Decadimento del muone cosmico	17
5.6	Implementazione dell'elettrone	17
5.7	Output della simulazione	17
5.7.1	Stima della correzione geometrica alla stima dell'efficienza	19
A	Studio del guadagno	21

1. Premesse

Enunciamo innanzitutto la convenzione utilizzata nell'utilizzo di notazioni originariamente sviluppate nello studio dell'elettrone (e del suo momento angolare generico), e poi estese a altri fermioni elementari come ad esempio il muone.

Nel seguito quindi, interessandoci a muoni liberi, quando parleremo di quantità quali momento angolare, momento magnetico, rapporto giromagnetico, magnetone di Bohr, etc... ci riferiremo alle analoghe quantità definite per il muone, e parlando di momenti in particolare intenderemo quelli propri ovvero di spin (e non a quelli angolari orbitali o totali tipici di un sistema legato come un elettrone all'interno di un atomo).

Inoltre indicheremo le grandezze vettoriali con caratteri in grassetto per differenziarle da quelle scalari.

2. Descrizione dell'esperienza

2.1 Il fattore g e la sua importanza fisica

Lo scopo di quest'esperienza è la costruzione e calibrazione di un detector atto alla rivelazione dei muoni cosmici e degli elettroni prodotti nel loro decadimento, per ottenere una stima del fattore g muonico.

Tale quantità è spesso chiamata rapporto giromagnetico del muone (perché ne è legata da una costante), ma sarebbe più propriamente denominata come momento magnetico adimensionale; essa misura il rapporto fra il numero quantico di spin \mathbf{S} e il corrispondente momento magnetico di spin associato μ_s :

$$\mu_s = g \cdot \mu_B \cdot \frac{\mathbf{S}}{\hbar}, \quad (1)$$

dove $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_\mu}$ indica il magnetone di Bohr muonico.

Dall'equazione di Dirac il valore di tale costante dovrebbe essere 2, ma la miglior misura finora effettuata è vicina ma incompatibile con tale valore; in realtà correzioni perturbative dovute alla teoria dei campi spiegano la maggior parte della differenza osservata, ma permane ad oggi una discrepanza fra il valore sperimentalmente ottenuto e quello teorico, anche se al di sotto del limite delle 5 σ necessario per la scoperta; per questo motivo c'è un grande interesse in misure più precise del valore di questa costante come possibile indizio di nuova fisica oltre al Modello Standard. [1]

2.2 I muoni cosmici e l'effetto di polarizzazione netta

I muoni cosmici sono prodotti dal decadimento di particelle π e K prodotte negli sciami adronici degli strati superiori dell'atmosfera; un'importante proprietà dei muoni di energia fissata osservati in un sistema di riferimento solidale alla superficie terrestre è la loro polarizzazione diversa da zero; questo effetto nasce dalla combinazione della violazione di parità propria dei decadimenti deboli e dalla cinematica dell'intero processo.

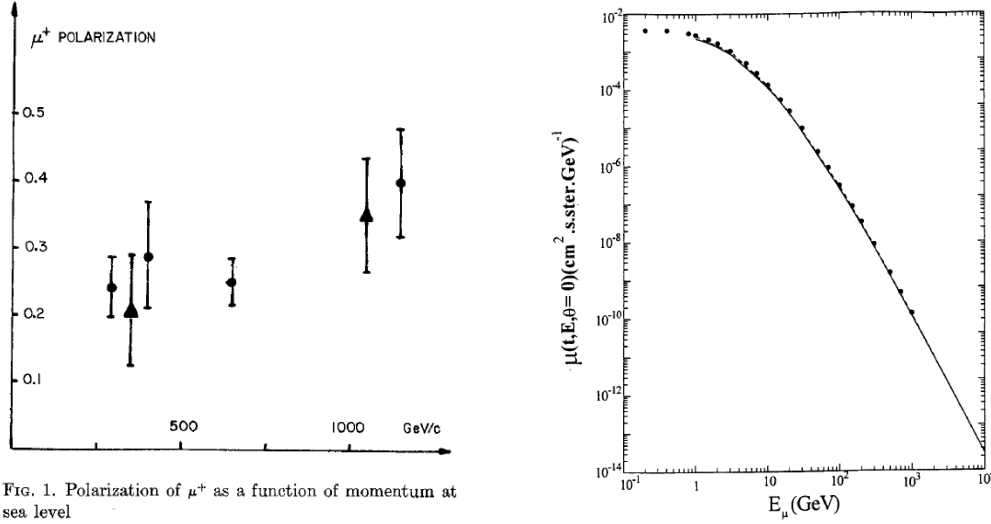
A titolo di esempio consideriamo quindi un pione del sistema di riferimento del centro di massa; esso decade mediante il processo

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu, \quad (2)$$

che viola massimalmente la parità, e dato che la massa del neutrino è pressoché nulla, l'antimuone ha sempre chiralità right; nel sistema del centro di massa. trattandosi di un processo a due corpi l'energia cinetica del muone è di 4.119 MeV *REF. Tesi?* pertanto sapendo che il massimo dell'intensità differenziale degli antimuoni verticali al livello del mare si raggiunge all'energia molto maggiore di $\sim 0.5 \text{ GeV}$ [5], si ha che il boost di Lorentz a seconda della direzione di emissione del muone nel sistema di riferimento del pione porta il muone rivelato a terra ad avere differente polarizzazione.

Sempre a titolo di esempio consideriamo infatti due antimuoni emessi verticalmente verso l'alto e verso il basso nel decadimento di un pione con momento diretto verticalmente verso il basso: il primo verrà rivelato a terra con spin diretto verso il basso, il secondo con spin diretto verso l'alto.

Dato che il decadimento del pione è isotropo nel c.m. ciò non genera un effetto di polarizzazione complessivo, ma dato che l'energia nel sistema di riferimento del laboratorio dei due muoni è diversa (e più alta per il secondo), e che la distribuzione energetica dei muoni cosmici non è omogenea, si ha un effetto netto di polarizzazione una volta fissato un intervallo energetico di accettazione dei muoni. [3]



(a) Polarizzazione del μ^+ come funzione del momento, (b) Distribuzione del flusso dei muoni verticali al livello misurato al livello del mare. Preso da [5].

Figura 1: Grafici belli

Pertanto nell'esperimento abbiamo utilizzato un assorbitore al fine di fermare al suo interno i muoni cosmici con energia minore di un certo valore, determinato dallo spessore di materiale da essi attraversato e dalla perdita di energia espressa dalla formula di Bethe-Bloch $-\frac{dE}{dx} = 4\pi N_e m_e r_e^2 c^2 \frac{q^2}{\beta^2} [\ln(\frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I}) - \beta^2 - \frac{\delta(\gamma)}{2}]$ qui devo spiegare che cavolo sono tutti i parametri? stiam freschi!, effettuando così praticamente un taglio sullo spettro energetico dei muoni utilizzati nel nostro esperimento.

Tale dispositivo era costituito da un parallelepipedo di rame di spessore circa 25 ± 0.5 mm, la polarizzazione stimata dei muoni così ottenuti è circa del 20% AGGIUNGERE citazione da slide presentazione esperienza? mettere FORMULA POLARIZZAZIONE?.

In tutti i ragionamenti effettuati abbiamo sinora trascurato la presenza di un eguale numero di muoni negativi con stesso spettro energetico e polarizzazione inversa, che a meno di un metodo per discriminarli andrebbero in questo modo ad inficiare la misura eliminando la polarizzazione netta.

Essi possono essere trascurati in quanto una volta giunti a riposo nell'assorbitore essi prendono il posto di un elettrone all'interno di un atomo del materiale, e subiscono un processo analogo all'electron capture, fortemente crescente con la carica nucleare efficace Z_f del materiale: per il rame dato l'alto Z il tempo tipico con cui tutto ciò accade è $\tau_- \approx 160$ ns [4] mentre il tempo tipico con cui decade un muone libero è $\tau_+ \approx 2.197$ μ s [6], e quindi dato che $\tau_- \gg \tau_+$ una volta associato ad ogni evento il tempo trascorso fra il passaggio delle particelle nel rivelatore e il loro decadimento gli eventi dovuti ai muoni si configureranno come un transiente iniziale dell'ordine di τ_- passato il quale il contributo principale (e quasi esclusivo) sarà dovuto al decadimento degli antimuoni.

2.3 La misura temporale e della frequenza di precessione

Tale misura temporale fra il momento di arrivo viene ottenuta grazie alla luce di scintillazione prodotta da due scintillatori posizionati sopra all'assorbitore al passaggio degli antimuoni; posti in coincidenza temporale essi

fungono da trigger per l'acquisizione dei segnali e qualora venga rilevato un secondo segnale di coincidenza dovuto al passaggio di un'altra particella carica (che viene identificata col positrone generato dal decadimento dell'antimuone attraverso il processo $\mu^+ \rightarrow e^+ + \bar{\nu}_\mu + \nu_e$) all'interno di una certa finestra temporale (circa $10 \mu s$ dal primo segnale).

Questo in linea di principio dipendentemente dalla scelta della lunghezza della finestra Δt , della superficie degli scintillatori S e del flusso di muoni per unità di superficie potrebbe generare false coincidenze dovute al passaggio di due raggi cosmici; dato però il flusso di raggi cosmici per unità di superficie al livello del mare da $\phi \approx \frac{300}{m^2 \cdot s}$ [6] abbiamo che la frequenza delle coincidenze casuali (assumendo efficienza dei detector pari a 1) è data da $\nu_{false} = \Delta t \cdot (\phi S)^2 \approx 0.025 Hz$ ed è molto minore di quella di misura di un muone.

Per ridurre i dark counts ulteriormente si è posizionato inoltre un'altro scintillatore sotto l'assorbitore e lo si è posto in anticoincidenza con gli altri due, in modo da eliminare segnali di trigger i cui muoni non si siano fermati nell'assorbitore.

TABELLA CON LO SCHEMA DELLE COINCIDENZE?

Per la misura del fattore g si sfrutta il fenomeno della precessione del momento magnetico di spin all'interno di un campo magnetico \mathbf{B} , in questo caso generato da un solenoide posto attorno all'apparato e diretto parallelamente alle facce laterali lunghe dell'assorbitore:

$$\frac{d\mathbf{S}}{dt} = \mathbf{M} = \boldsymbol{\mu}_s \times \mathbf{B} = -\omega_L \cdot \mathbf{B} \times \mathbf{S}, \quad (3)$$

dove con $\omega_L = \frac{g \cdot \mu_B}{\hbar}$ abbiamo indicato la frequenza angolare di Larmor divisa per il modulo del campo magnetico.

Pertanto un antimuone che arriva sul piano determinato dalla verticale e dal campo magnetico con un angolo δ rispetto alla verticale dopo un intervallo Δt avrà angolo rispetto alla verticale pari a $\delta' = \delta + \omega_L \Delta t$.

Sappiamo inoltre che il decadimento dell'antimuone avviene con distribuzione angolare $1 + a \cdot \cos(\theta)$, con θ angolo del positrone prodotto rispetto allo spin dell'antimuone e a parametro di asimmetria dipendente dall'energia del positrone e con valor medio $a \approx \frac{1}{3}$. [5]

Nell'approssimazione che i due scintillatori di trigger abbiano angolo solido trascurabile rispetto ai punti dell'assorbitore dove può avvenire il decadimento, il numero di eventi di decadimento rivelati, essendoci squilibrio fra antimuoni polarizzati verso l'alto e verso il basso, varia dipendentemente dall'intervallo di tempo t passato fra rivelazione di muone e positrone secondo l'andamento

$$\frac{dn_{e^+}}{dt}(t) = N \cdot \frac{e^{-\frac{t}{\tau_+}}}{\tau_+} \cdot [1 + \alpha \cdot \cos(\omega_L \cdot t)] + Bg, \quad (4)$$

con N la costante di normalizzazione dei conteggi, α costante contenente i contributi del parametro di asimmetria e dell'accettanza angolare non nulla dei rivelatori rispetto alle traiettorie dei muoni e Bg termine rappresentante i conteggi di background.

Dalla misura di tale distribuzione è possibile dunque ottenere una stima della frequenza di Larmor e quindi del fattore g ; da notare che oltre allo spread angolare sopra citato nelle traiettorie dei muoni accettati dal rivelatore un'altra fonte di incertezza per la misura può essere una non uniformità nel campo magnetico utilizzato, che quindi dovrà venire studiata.

Altra problematica causata dall'utilizzo di un forte campo magnetico (dell'ordine dei 50 gauss) è che ciò disturba il funzionamento dei fotomoltiplicatori di norma utilizzati per convertire in segnale la luce di scintillazione, pertanto è stata effettuata la scelta alternativa di utilizzare al loro posto dei Silicon PhotoMultipliers che non vi sono sensibili, inserendo all'interno degli scintillatori delle fibre ottiche wavelenght-shifting per fungere la funzione di guidare la luce alla superficie dei diodi.

3. Descrizione dell'apparato strumentale

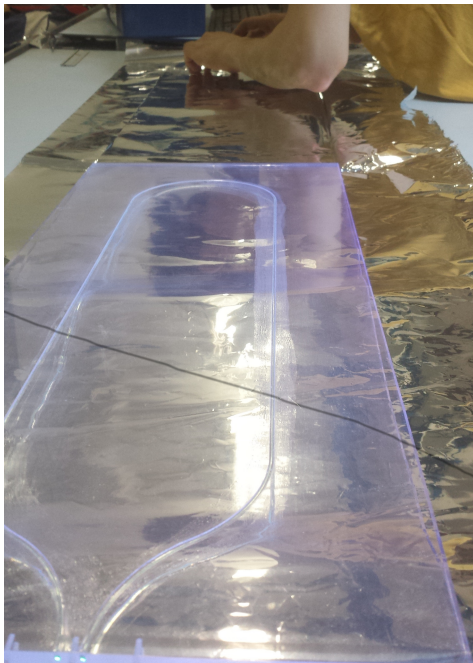
L'apparato strumentale consiste in diverse componenti che, assieme, permettono di effettuare la misura che ci si è prefissati.

3.1 Rivelatori

I rivelatori utilizzati sono 6 scintillatori plastici modello EJ-200 (della *Eljen Technology*), dalle misure che vengono garantite di fabbrica come 600x250x10 mm con una precisione fornita come ± 0.5 mm. Su tali scintillatori sono stati scavati dei canali sui quali è stata posta una fibra ottica il grado di raccogliere i fotoni di scintillazione generati dal passaggio di una carica. Per attaccare la fibra ottica è stato utilizzato del cemento ottico EJ-500; la fibra ottica è stata incollata in modo che la distanza che un fotone percorre prima di entrare nella fibra ottica fosse minima considerando che tale fotone può essere generato in un punto qualsiasi dello scintillatore. Poi gli estremi della fibra ottica, uscenti dallo scintillatore, sono stati levigati usando della carta vetro di diverso granularità.

Successivamente si è passati al *wrapping* degli scintillatori: affinché siano utilizzabili gli scintillatori devono essere avvolti in un materiale riflettente (così che non si perdano fotoni che escono dagli scintillatori) e poi di un materiale assorbente (così che non entrino fotoni dentro lo scintillatore). Per fare ciò si sono usati tre layer differenti di materiali che hanno avvolto ogni singolo scintillatore:

- Foglio di alluminio: come prima cosa si è avvolto lo scintillatore in alluminio, stando attenti che tale alluminio formasse meno pieghe possibili: infatti eventuali pieghe possono diminuire il coefficiente di riflessione dell'alluminio e portare a rottura del layer stesso, provocando perdita di fotoni. Per poter posizionare al meglio questo layer si è fatta molta attenzione nel tagliare il foglio della misura corretta e nel piegarlo nel miglior modo attorno allo scintillatore stesso. Particolari accorgimenti sono stati necessari per gli spigoli, dove si è fatto un doppio layer di alluminio che permettesse di chiudere nel miglior modo possibile lo scintillatore. Nell'Immagine 2a si può vedere una foto fatta durante la fase di wrapping con alluminio di uno scintillatore, dove si può anche notare la fibra ottica. Il wrapping con la carta alluminio è stato fatto lasciando aperta una finestra della dimensione del circuito di lettura in prossimità del punto in cui la fibra ottica esce dallo scintillatore.



(a) wrap@a



(b) wrap@b

Figura 2: wrap

- Cartone nero sugli spigoli: per bloccare la carta alluminio attorno allo scintillatore e impedire alla luce esterna di entrare da tali spigoli si è tagliato del cartone nero spesso in modo che potesse ricoprire le superfici laterali dello scintillatore e parte delle superfici di base. Tale cartone è stato tagliato in modo che si incastrasse nel miglior modo possibile a chiudere gli spigoli dello scintillatore, poi è stato piegato utilizzando una punta in ferro (in modo che venisse piegato e non tagliato) ed è stato fissato alla carta alluminio con del nastro adesivo. Un'immagine dello scintillatore dopo questa fase di sistemazione dei bordi si può vedere nell'Immagine 3.



Figura 3: *wrapped scint*

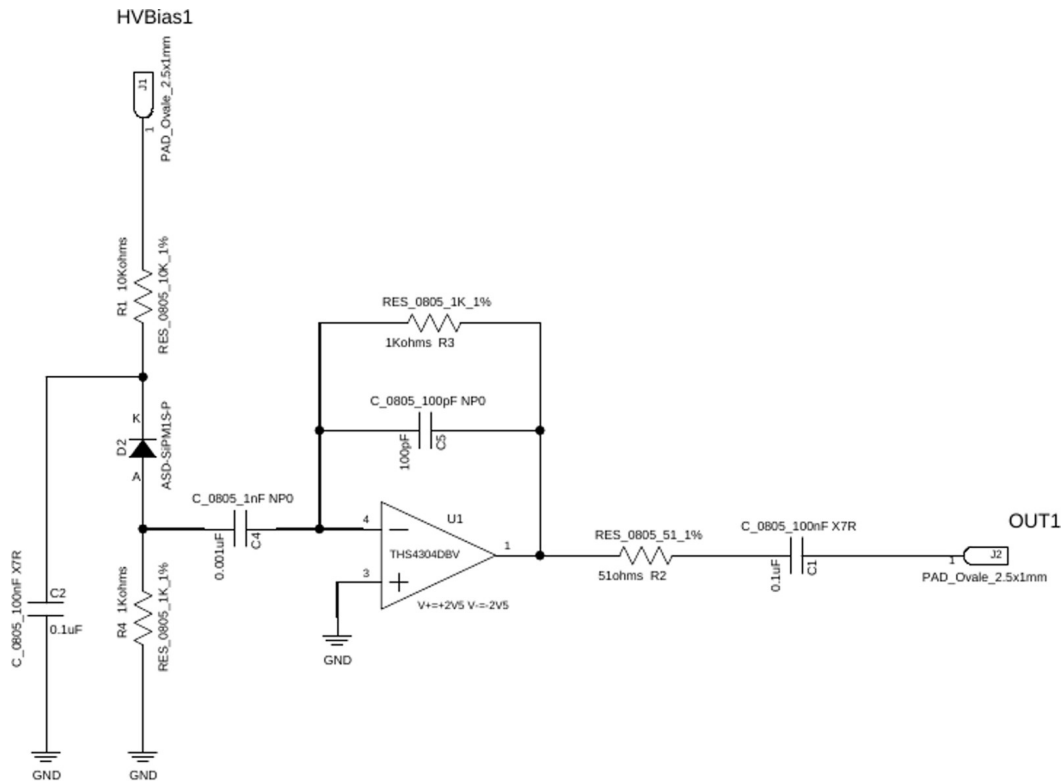
- Plastica nera assorbente: Come ultimo layer si sono ritagliati due rettangoli in plastica nera che potessero assorbire i fotoni e sono stati posizionati a coprire le due superfici di base degli scintillatori. La plastica è stata poi fissata al resto del wrapping utilizzando del nastro isolante nero, in modo da coprire eventuali buchi nella copertura esterna assorbente dello scintillatore. Nell'Immagine 2b (risalente all'anno scorso, il procedimento di wrapping è stato fatto allo stesso modo) si può vedere lo scintillatore una volta finito il wrapping.

Il wrapping è stato comunque eseguito nel modo più omogeneo possibile, in quanto ogni aumento di spessore nel wrapping romperebbe la simmetria del sistema di acquisizione quando un rivelatore viene poggiato sopra un altro.

3.2 Elettronica di acquisizione

L'elettronica di acquisizione utilizzata consisteva in:

- Scheda di acquisizione contenente due SiPM (Silicon PhotoMultiplier) ([8]), uno per capo della fibra ottica, per rilevare i fotoni in uscita, e l'elettronica necessaria a farli funzionare e ottenere un segnale elettrico rilevabile. Lo schema elettronico della scheda si può vedere nell'Immagine 4, che si riferisce ad un solo SiPM. Il secondo è collegato ad un circuito analogo con uscite ed ingressi indipendenti. Nella prima versione della scheda ogni ingresso e uscita si trovava su un cavo separato, ma per ragioni di spazio nelle nuove schede si è passati a una configurazione in cui gli ingressi e la massa si trovano su un cavo unico a 5 canali.
- Generatore di tensione impostato per erogare una tensione di 5 V, usato per l'alimentazione degli operazionali nel circuito, funzionanti a ± 5 V
- Generatore di tensione impostato ad una tensione più alta, ~ 35 V, usato per dare le tensioni di bias ai SiPM. La tensione precisa viene impostata a valle per ogni SiPM separatamente tramite un sistema di partitori di tensione.

Figura 4: *schema pcb*

- Oscilloscopio digitale Picoscope modello 5000A con una frequenza di acquisizione di 1 GHz [9].
- Generatore di coincidenze programmabile a 16 canali di ingresso [?].
- Scheda di acquisizione di differenze temporali, soprannominata Arietta, non ancora utilizzata in questa prima parte dell'esperimento *articolo arietta?*.

3.3 Assorbitore

L'assorbitore non è ancora stato inserito per effettuare misure, ma sarà costituito da una lastra di rame dalle dimensioni 600x250x25 mm.

3.4 Solenoide

Per generare il campo magnetico si avvolgeranno con doppio avvolgimento 20 kg di filo di rame smaltato attorno ad un supporto in acciaio dalle dimensioni circa di 1000x550x117 mm.

4. Analisi dati

Dato che per completare l'esperimento si ha bisogno di ancora un semestre di lavoro, non si hanno al momento a disposizione dati relativi al reale obiettivo dell'esperimento (per esempio alla misura del fattore di Landè dei muoni o al tempo di decadimento dei muoni), ma si hanno dati sulla caratterizzazione di parte del sistema di acquisizione, in particolare sulla caratterizzazione dei SiPM e sulla misura di efficienza dei rivelatori.

4.1 Caratterizzazione dei diodi

I SiPM sono stati caratterizzati in due modi. Si è prima studiata la caratteristica tensione corrente (solo per il primo modello della scheda, in quanto nelle versioni successive l'ingresso del bias, su cui è necessario agire per la misura, non è più in un cavo indipendente, ma unito agli altri e quindi di difficile accesso). Trovando la curva, è possibile vedere a che tensione si innesca il meccanismo del breakdown, ovvero a che tensione il diodo diventa operativo come rivelatore. In seguito si è studiata la variazione del parametro di guadagno per ogni fotone al variare del voltaggio di bias per ogni diodo utilizzato. Il guadagno infatti, grazie alla resistenza di quenching, si prevede essere proporzionale alla sovratensione rispetto al breakdown. Estrapolando i dati fino a guadagno 0, si può ottenere un'altra stima della tensione di breakdown, che non ha bisogno stavolta dell'accesso all'ingresso di bias. Questo metodo è perciò stato usato nei seguenti rivelatori

4.1.1 Studio della caratteristica tensione corrente

Per studiare tale caratteristica si è utilizzato un picoamperometro collegato al diodo: esso permette, in maniera simile a quanto viene fatto dai multimetri commerciali impostati come ohmetri, di fornire una ben definita tensione e di misurare la corrente che attraversa l'oggetto generata da questa tensione. Quindi, non si è fatto altro che mettere la PCB al buio (in modo da non rilevare una quantità troppo elevata di fotoni esterni quando si dà una tensione di bias al diodo), collegare il picoamperometro al diodo e studiare come varia la corrente al variare della tensione fornita, ottenendo la curva caratteristica del diodo nelle sue due sezioni più interessanti: quella dello spegnimento e quella del breakdown; quest'ultima risulta particolarmente interessante in quanto è in questa regione che funzioneranno i diodi una volta collegato tutto l'esperimento. Le curve di caratterizzazione si possono vedere nel Grafici 5 per i due diodi nella schedina utilizzata (è stata utilizzata la schedina dello scintillatore 1).

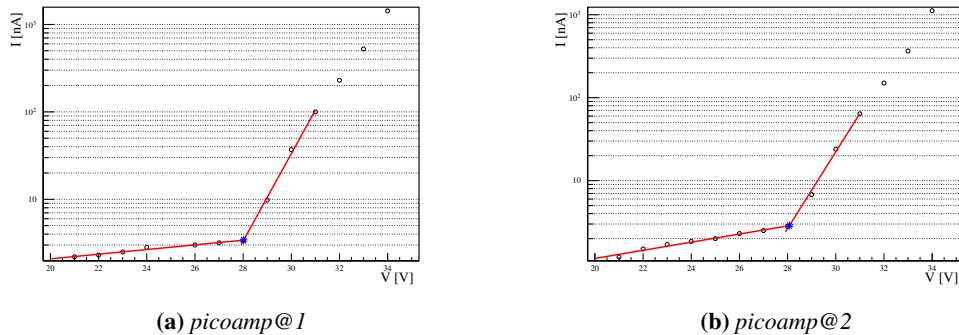


Figura 5: *picoamp*

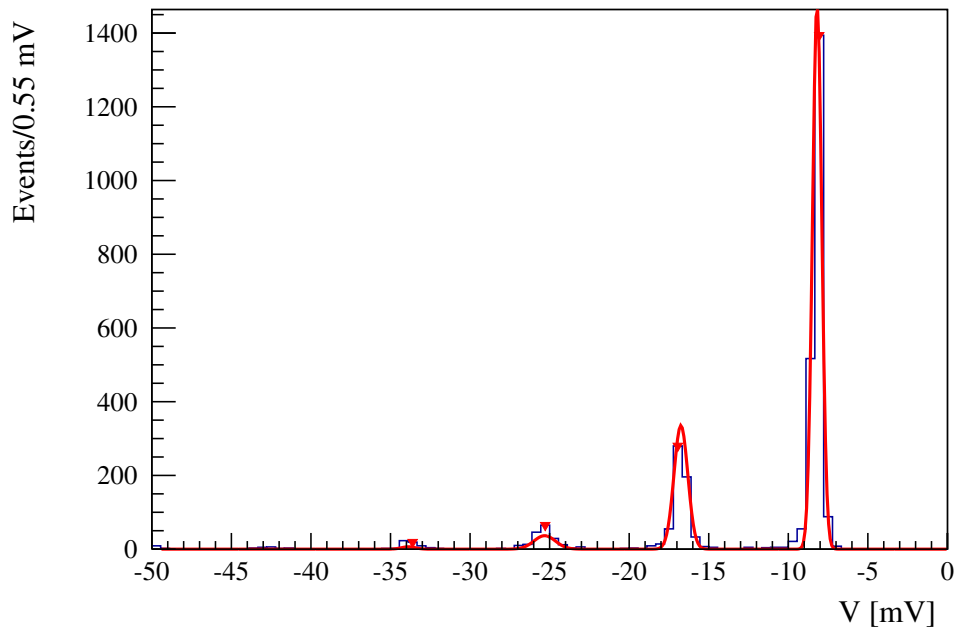
In tale grafico si può vedere la corrente al variare della tensione di bias in scala logaritmica: infatti si prevede che nella fase di breakdown si abbia un aumento esponenziale della corrente al variare della tensione, mentre nella fase di spegnimento in teoria la corrente non varia in funzione della tensione; si è perciò fittata la parte di breakdown con una retta. La parte di spegnimento è stata sempre fittata con una retta in quanto a noi interessa solo l'incrocio tra le due curve e i dati sembravano avere quella forma, probabilmente a causa di latenze nel picoamperometro nella misura di corrente con il picoamperometro. Si noti dal grafico che per fittare la sezione del breakdown si è fatto un fit solo con i primi dati dopo il breakdown: questo perché poi iniziano a essere rilevanti altri fenomeni che vanno a piegare la curva tensione-corrente, e perciò a rovinare la stima del voltaggio di breakdown. Dall'intersezione delle rette di fit si trova il voltaggio di breakdown dei due diodi, che si possono vedere nella Tabella 1. Si noti che questa misura è principalmente didattica, e non vuole dare un'effettiva utile stima del voltaggio di breakdown per i due diodi ma solamente un'ordine di grandezza (infatti uno studio più accurato verrà fatto per questi e i successivi diodi nelle sezioni successive), perciò a questa misura non si associa incertezza.

	d 1	d 2
$V_{\text{breakdown}}$	28.02 V	28.08 V

Tabella 1: *breakdown picoamp*

4.1.2 Studio dell'amplificazione dei diodi

Molto importante per la regolazione del voltaggio di bias per i singoli diodi è sapere esattamente il voltaggio di breakdown di tali diodi e a quale variazione di voltaggio sia associato l'assorbimento di un fotone da parte di un diodo. Per fare questo si è alimentato l'operazionale nella scheda contenente il diodo, tale scheda è stata messa al buio, e si è collegato il bias del diodo al generatore di tensione, e l'output all'oscilloscopio. Quindi, si è fatta variare la tensione di bias del diodo e si sono raccolti un numero fisso di dati. Per raccogliere tali dati è stato necessario impostare un trigger in modo che non si salvasse il rumore elettronico legato al circuito e all'oscilloscopio, ma solo le valanghe all'interno del SiPM: tale trigger è stato impostato a 5 mV. Il grafico di Immagine 6 è uno dei tanti grafici che sono stati trovati per studiare l'amplificazione dei diodi (gli altri non si

Figura 6: *6lema d1 gain 305*

presentano per leggibilità della relazione). Da questo grafico è evidente come ci sono diverse gaussiane ben distinte, ad indicare che si vede il voltaggio generato da un numero crescente di fotoni (infatti la gaussiana a voltaggio più basso sarà quella legata a un fotone, quella alla sua sinistra due fotoni eccetera). I segnali rivelati sono dovuti sia fotoni termici, cioè eccitazioni casuali nel semiconduttore che forma il diodo che vengono lette dal sistema come se fosse stato assorbito un fotone da tale diodo, sia fotoni residui che sono riusciti a passare attraverso la schermatura. Grafici di questo tipo sono stati interpolati al variare della tensione di bias per ogni diodo con una funzione del tipo:

$$\mathcal{N} \cdot \sum_{i=0}^n f_{\text{poisson}}(i; \alpha) \cdot f_{\text{gauss}}(x; d + G \cdot i, \sigma_i) \quad (5)$$

Dove \mathcal{N} indica un coefficiente di normalizzazione, n è il numero di picchi visibili nel grafico, i è un indice che scorre sul numero di picchi, α è il parametro della poissoniana, d è la media della prima gaussiana, le σ_i sono le sigma dei picchi e G è il guadagno, il parametro che ci interessa in questo fit.

Questa equazione deriva dal fatto che il numero di fotoni rilevati, veri o termici che siano, obbedisce alla probabilità poissoniana, in quanto hanno una probabilità costante di essere visti, mentre il segnale generato da un singolo fotone è gaussiano, a causa della risoluzione finita del sistema scintillatore SiPM. Questo vuol dire in pratica che il fit è dato da una somma di gaussiane (una per numero di picchi visibili nel grafico) riscalate con un'ampiezza data dal calcolo di una funzione poissoniana, tale per cui all'aumentare dei fotoni la probabilità di avere un conteggio diminuisce. Facendo il fit in questo modo si tiene conto non solo del fatto che si hanno diverse gaussiane, ma si utilizza anche la distanza tra le gaussiane e l'ampiezza relativa tra le gaussiane, ottenendo una stima per il guadagno migliore rispetto a quella che si otterrebbe, per esempio, misurando semplicemente la distanza tra i picchi delle gaussiane.

Mettendo assieme tutti i grafici per ogni diodo si ottengono delle rette che descrivono il variare dell'amplificazione (cioè in pratica del voltaggio per fotone) al variare della tensione di bias. Un esempio di questi grafici si può vedere in questa sezione (non si riportano tutti per fluidità di lettura, possono essere visti nelle appendici), e nella Tabella 2 si possono vedere riassunti i risultati per quei due diodi (gli altri si trovano nelle appendici). Si noti che non si hanno dei valori per ogni tensione di bias: questo avviene perché ad alcune tensioni il diodo non era ancora in breakdown e quindi non c'è stata la cascata che porta alla nascita del segnale in output anche dopo diversi minuti di presa dati; oppure già il secondo picco causa un segnale così ampio da saturare l'oscilloscopio (che è stato settato in modo che questo evento succeda raramente), impedendoci di misurare la distanza tra due picchi.

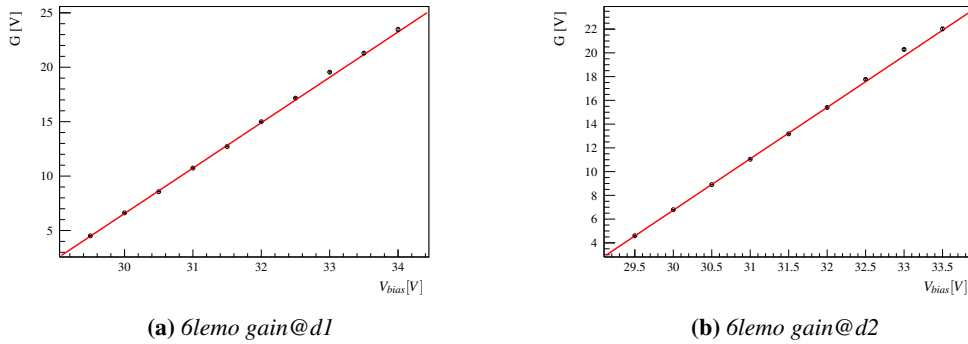


Figura 7: 6lemono gain

Si riportano per completezza nella Tabella 3 i dati relativi a tutti i diodi studiati.

4.2 Stima dell'efficienza dell'apparato

4.2.1 Efficienza sperimentale

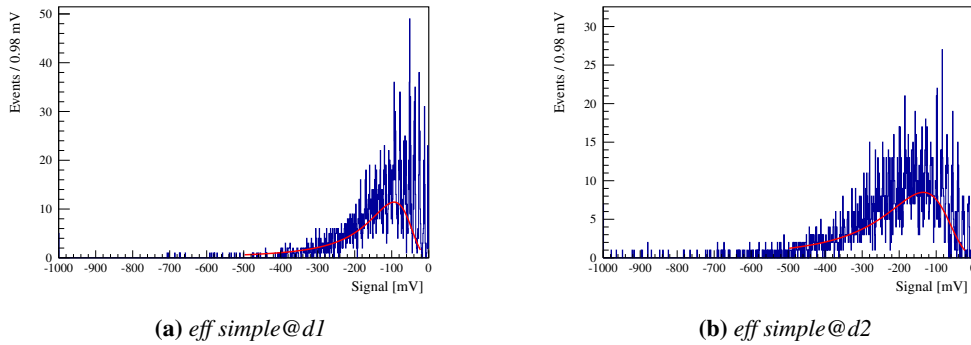
È stata fatta una seconda serie di misure per poter discutere dell'efficienza del sistema di acquisizione. In queste misure il rivelatore è stato posto all'interno del solenoide, insieme a quelli già analizzati dal gruppo dell'anno precedente. Collegando i tre rivelatori precedenti al generatore di coincidenze, si sono fatte misure del segnale rilevato dallo scintillatore in esame in corrispondenza del passaggio di un muone reale, indicato dalla presenza

V	G_{d1}	G_{d2}
28	N/A	N/A
28.5	N/A	N/A
29	N/A	N/A
29.5	4.511 ± 0.024	4.597 ± 0.027
30	6.619 ± 0.015	6.793 ± 0.016
30.5	8.562 ± 0.016	8.905 ± 0.015
31	10.734 ± 0.017	11.040 ± 0.016
31.5	12.714 ± 0.023	13.180 ± 0.024
32	14.992 ± 0.038	15.399 ± 0.050
32.5	17.161 ± 0.069	17.767 ± 0.066
33	19.549 ± 0.084	20.291 ± 0.085
33.5	21.29 ± 0.13	22.018 ± 0.13
34	23.47 ± 0.19	N/A

Tabella 2: *6levo gain*

del segnale in tutti e tre gli altri (si è impostata la soglia del trigger a -50 mV, che indica in pratica una raccolta superiore a un fotone in modo da escludere parte dei fotoni termici). Dato l'elevato numero di rivelatori in coincidenza (4: ogni rivelatore quando l'esperimento sarà terminato avrà due diodi, nel setup che è stato fatto l'anno scorso ci sono due rivelatori con un solo diodo funzionante e un rivelatore con entrambi, posto tra i due precedenti), ci si aspetta che il numero di coincidenze casuali sia molto piccolo¹.

Nelle Immagini 8 si possono vedere i conteggi effettuati dallo scintillatore sotto studio ogni volta che il sistema degli altri 3 scintillatori ha triggerato.

**Figura 8:** *eff simple*

In questo grafico è stata anche fatto un fit con una funzione di Landau, in modo da ottenere i parametri del segnale lasciato da una MIP (minimum ionization particle), che con la nostra configurazione di rivelatori lascia

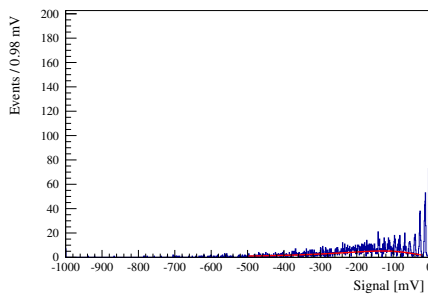
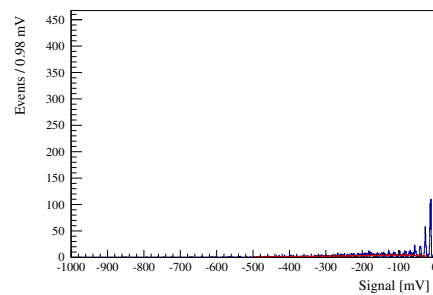
¹nella sezione successiva si vedrà come triggerando su 4 diodi il rate di trigger non dipenda dalla lunghezza della finestra di coincidenza, il che indica che pochi trigger sono effettivamente casuali

	breakdown	$gain/V_{bias}$
1 scint. 1 SiPM	28.4 ± 0.1	4.17 ± 0.01
1 scint. 2 SiPM	28.4 ± 0.2	4.33 ± 0.01
2 scint. 1 SiPM	28.5 ± 0.2	4.04 ± 0.01
2 scint. 2 SiPM	28.6 ± 0.1	4.06 ± 0.01
3 scint. 1 SiPM	28.7 ± 0.2	4.03 ± 0.01
4 scint. 2 SiPM	28.7 ± 0.2	3.95 ± 0.01

Tabella 3: *breakdown gain*

con probabilità massima 7 fotoni (è il parametro fittato della Landau). È stata utilizzata la funzione di Landau in quanto essa è la funzione che descrive i processi di ionizzazione come quello che ci permette di rivelare la particella nel caso essa non si fermi all'interno del rivelatore.

Per confronto, su uno dei due diodi si sono fatte anche misure togliendo uno alla volta i rivelatori in coincidenza. Studiando il diodo due dello scintillatore 1 e rimuovendo la richiesta che triggeri lo scintillatore subito sotto quello studiato la differenza tra le due efficienze non è molta, perché è molto piccola la quantità di falsi eventi causati da fotoni termici. Il grafico dei conteggi risulta della stessa forma rispetto a quello presentato in precedenza. Andando invece a togliere il trigger dallo scintillatore più lontano da quello studiato l'efficienza diminuisce in quanto cambia il fattore geometrico (il fattore che tiene conto degli eventi che non vengono visti non per inefficienza del rivelatore stesso ma perché la traiettoria dei muoni è tale da farli entrare in tutti i rivelatori di trigger ma non in quello studiato. Togliendo i due diodi del rivelatore centrale si vede un crollo dell'efficienza a $\sim 60\%$. Questo è perché con soli due rivelatori in coincidenza c'è una probabilità non trascurabile che due segnali termici siano avvenuti contemporaneamente, simulando un muone che non è mai passato per il rivelatore in esame (questi eventi non sono trascurabili in quanto, tra l'altro, permettevano di visualizzare le altre gaussiane nello studio dell'amplificazione trattato nella sezione precedente). Togliendo questo trigger, cambia anche la forma dei conteggi: infatti oltre alla Landau si può vedere anche una distribuzione poissoniana legata alla generazione casuale termica, questo grafico si può vedere nell'Immagine 9b. Andando invece a rimuovere il trigger su due diversi scintillatori si vede un calo dell'efficienza comunque considerevole e si può sempre riconoscere la poissoniana nel grafico dei conteggi come si vede nell'Immagine 9a.

**(a)** *eff no@13***(b)** *eff no@2***Figura 9:** *eff no*

Nella Tabella tabella ?? si possono vedere riassunte tutte le efficienze. Si noti che l'efficienza utilizzando due diodi nello stesso scintillatore è più alta rispetto a quella che si ottiene utilizzando due diodi in due scintillatori

diversi; questa è conseguenza del fatto che in quest'ultimo caso si ha un falso trigger in più che consiste nel passaggio di un muone in uno degli scintillatori e un fotone termico nell'altro scintillatore.

4.2.2 Correzione dell'efficienza considerando le coincidenze casuali

Per analizzare quanto è importante la generazione di fotoni termici si sono fatte ulteriori misure cambiando la lunghezza temporale della finestra nella quale dei segnali sono considerati in coincidenza, prima con due, poi con quattro rivelatori in coincidenza. Interessante è lo studio dell'efficienza richiedendo che il segnale ci sia stato su due scintillatori. Si tratti il problema. Sia n_{13} il rate di segnali che hanno triggerato sui due rivelatori, n_{μ}^T il rate di muoni che attraversano sia gli scintillatori trigger che quello studiato, n_{μ}^{OUT} il rate di muoni che attraversano gli scintillatori di trigger ma non quello che si sta studiando e n_{rand} il numero di coincidenze casuali legate alla comparsa di fotoni termici. Questo ultimo rate è dato dalla somma di tre coefficienti: i trigger completamente termici, e i due trigger termici per metà (un muone lascia un segnale in uno dei due scintillatori e nell'altro si genera casualmente un fotone termico. Siano le n associate ai rate e le N associate al reale numero, in modo tale che $n = N/t$ con t tempo di acquisizione. Si avrà la relazione:

$$n_{13} = n_{\mu}^T + n_{\mu}^{\text{OUT}} + n_{\text{rand}} \quad (6)$$

Si rappresenti ora su un grafico n_{13} al variare della finestra di acquisizione τ . Durante la fase di presa dati, a causa di un errore nel programma per l'impostazione della coincidenza, non si è modificata la finestra di trigger per entrambi i rivelatori, ma solamente quella legata al primo rivelatore, mentre il terzo rivelatore ha mantenuto una finestra di trigger costante fissata a 215 ns. Per raccogliere i dati si è semplicemente acquisito impostando l'oscilloscopio in modo che si fermasse dopo 3000 eventi, e poi si è calcolato n_{13} facendo $3000/t$. Considerando che la finestra di trigger per uno dei due rivelatori è costante e che la probabilità che un diodo generi un fotone termico sia costante e uguale a ρ si ha che la probabilità di un falso evento (causato da una coppia di fotoni termici) è:

$$P(\tau) = \rho \cdot \rho \tau + \rho \cdot \rho \cdot 215\text{ns} = \rho^2(\tau + 215\text{ns}) \quad (7)$$

Analogamente anche i falsi eventi causati da un fotone termico e un segnale muonico in un rivelatore hanno un andamento simile come $\tau + 215\text{ns}$. Perciò, sommando al tempo di trigger impostato manualmente anche il tempo di trigger fisso del rivelatore 3 si trova il grafico che si può vedere nell'Immagine 10, dove si nota che i dati formano una retta: per comprendere il motivo di tale forma conviene considerare che nell'equazione che descrive i conteggi possibili l'unico termine che dipende da τ è il termine randomico. Tale termine avrà un'andamento lineare, come descritto dalla probabilità di doppia generazione di fotone termico. Ovviamente, se l'ampiezza di accettazione del trigger si cambiasse su più di uno scintillatore, questo termine andrebbe come il prodotto delle ampiezze modificate (se se ne tiene uno fisso), e dal polinomio di primo grado si salirebbe verso i polinomi di grado superiore, mentre se si fosse modificata l'ampiezza di trigger per entrambi i rivelatori si sarebbe fatto a meno del termine 215 ns, ottenendo un termine 2 che si sarebbe andato a semplificare con il termine combinatorio. La retta che si può vedere nell'Immagine 10 si può interpolare, e si trovano i parametri:

$$m = (0.0353399 \pm 6 \cdot 10^{-7}) \frac{\text{Hz}}{\text{ns}} \quad q = (11.0513 \pm 0.0002) \text{Hz} \quad (8)$$

Particolarmente importante è il valore del coefficiente q : infatti, nel limite per $215\text{ns} + \tau \rightarrow 0$ il termine stocastico associato alla finestra variabile come già detto scompare, e quindi si ha la somma tra il termine reale di muoni e il termine geometrico. Per quanto riguarda il termine geometrico, una stima è stata fatta utilizzando la simulazione discussa nella prossima sezione, e ha rivelato che nel caso di questo trigger il numero di eventi che entrano in tutti i rivelatori è $k = (97.1 \pm 0.1)\%$, perciò il numero di eventi che sono inefficienti per motivi geometrici sono il $(2.9 \pm 0.1)\%$.

Si studi ora il rate di segnali registrati dall'oscilloscopio: anche questo rate si potrà scrivere come somma di segnali reali (cioè segnali in cui il muone ha attraversato i rivelatori di trigger e quello in esame) e segnali falsi, cioè segnali in cui almeno uno dei fotoni di trigger è un fotone termico. Anche in questo caso si avrà quindi un

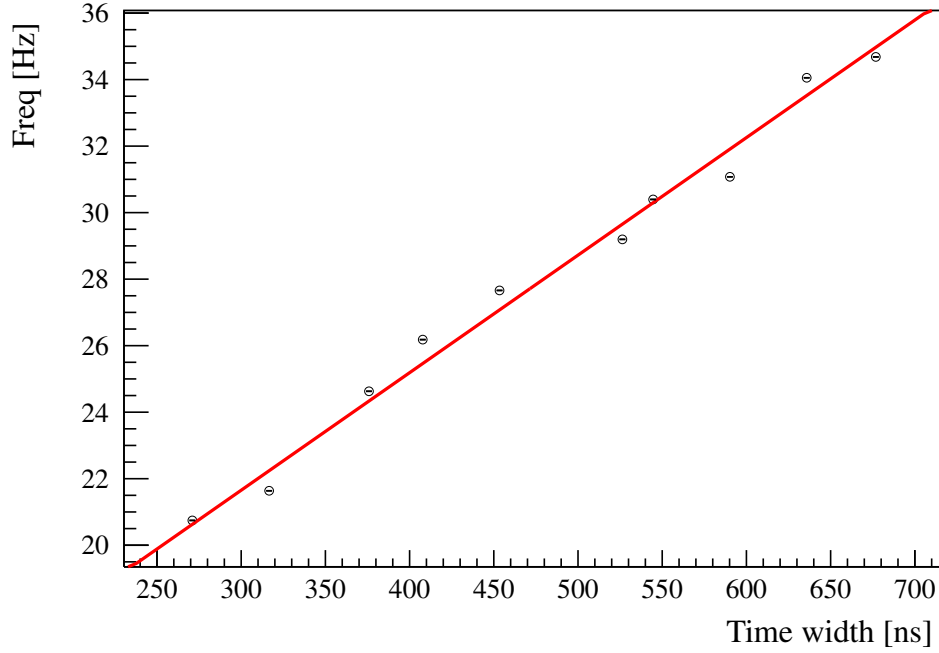


Figura 10: rate full 2

rate di segnali lineare nel parametro τ , che si può vedere nel grafico Immagine 11, dove è stata fatta un'altra interpolazione lineare che ha trovato i parametri:

$$m' = (0.0050 \pm 0.0008) \frac{Hz}{ns} \quad q' = (10.9 \pm 0.4) Hz \quad (9)$$

Si noti che si sta trascurando la generazione di fotoni termici da parte dello scintillatore analizzato (cioè i falsi positivi); per risolvere questo problema si è deciso di mettere una soglia di accettazione di 40 mV (cioè superiore a due fotoni) in modo da tagliare gran parte della poissoniana legata ai fotoni termici. Ovviamente questa operazione va ad introdurre un'incertezza sistematica difficilmente stimabile per l'efficienza del rivelatore.

A questo punto si può andare a trovare il rate di muoni che attraversano il sistema di acquisizione facendo

$$n_\mu = q' \cdot k = (10.73 \pm 0.01) Hz \quad (10)$$

A questo punto si potrà definire l'efficienza come il limite per $\tau + 215ns \rightarrow 0$ del rapporto

$$\varepsilon = \frac{q}{n_\mu}$$

Che permetterà di trovare l'effettiva efficienza del singolo scintillatore studiato. Andando a sostituire tutti i parametri e propagando gli errori si trova, con questa tecnica, un'efficienza di:

$$\varepsilon = (101 \pm 4)\% \quad (11)$$

Che è superiore al 100% ma comunque compatibile con un'efficienza molto alta, a dimostrare che effettivamente se un muone attraversa per sufficiente spazio lo scintillatore, l'oscilloscopio registra un segnale abbastanza grande nella maggior parte dei casi. Si ricorda che il fatto che l'efficienza superi il 100% oltre

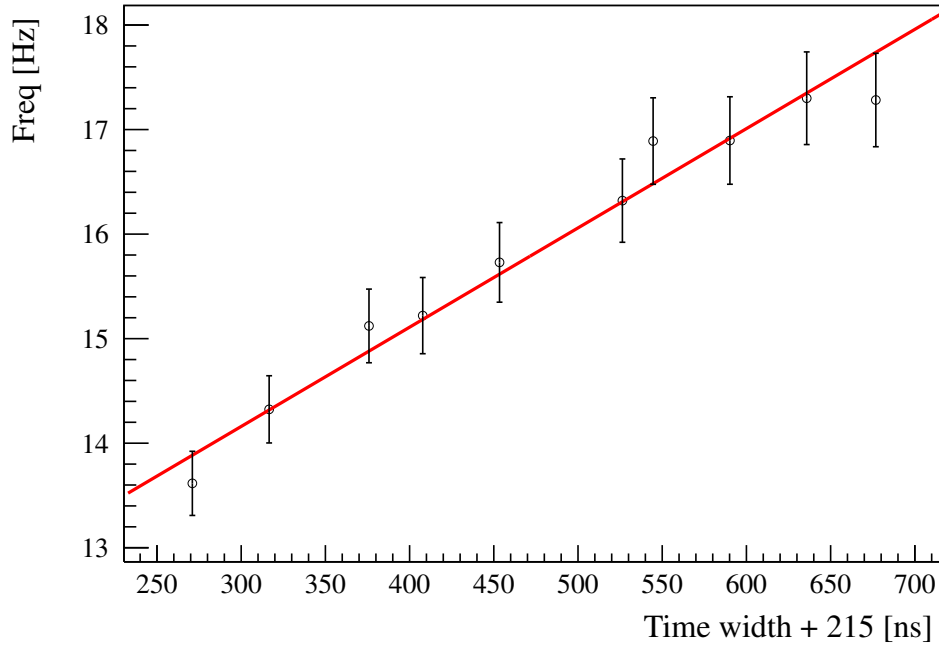
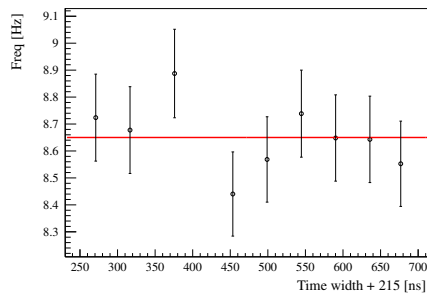


Figura 11: *rate full 2 seen*

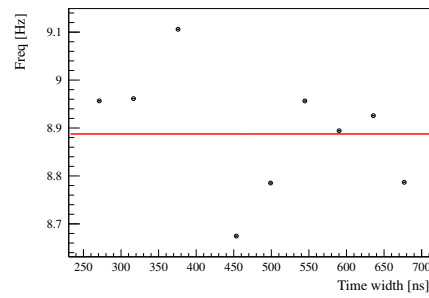
all'essere dovuto all'incertezza statistica è legato anche all'incertezza sistematica prima discussa (e non stimata).

Una misura simile è stata fatta andando a triggerare sui 3 scintillatori disponibili dall'anno scorso (quindi sui 3 diodi funzionanti), ottenendo i grafici nell'Immagine 12, che rivelano come, in coincidenza di 4 diodi diversi, già il trigger sia praticamente solo reale e quasi mai termico (non si hanno abbastanza dati e la curva piega di così poco che risulta impossibile andare a fare una costruzione come quella precedente con interpolazione di polinomio, si preferisce fare una media pesata). Questa interpolazione, corretta per fattore geometrico, permette di trovare un rate di:

$$n_{\mu} = q' \cdot k = (8.62 \pm 0.05) \text{Hz} \quad (12)$$



(a) *rate 4@seen*



(b) *rate 4@triggered*

Figura 12: *rate 4*

Questo rate è visibilmente più basso del precedente: ciò avviene a causa di errori sistematici: probabilmente quando si taglia la poissoniana si continuano a mantenere eventi nel caso a trigger su due scintillatori, oppure lo scintillatore numero 2 è leggermente spostato rispetto all'1 e al 3, provocando una diminuzione del rate di eventi. Inoltre si evince come l'efficienza è di:

$$\varepsilon = (100.2 \pm 0.6)\% \quad (13)$$

perfettamente in linea con quella trovata con il metodo precedente (il valore risulta superiore a 100% perché non si è tagliata la poissoniana in quanto decisamente molto più bassa rispetto al caso precedente, ma comunque non nulla, si è ottenuto un grafico molto simile a quelli di Immagine 8).

5. Simulazioni

Per poter lavorare al meglio con l'apparato strumentale dato e comprendere al meglio il meccanismo di funzionamento si è deciso di scrivere un programma in grado di simulare il processo che avviene durante le vere e proprie sessioni di misura. In questa sezione si vuole descrivere brevemente il funzionamento di tale programma di simulazione e l'output che tale programma è in grado di fornire.

5.1 Generazione dei raggi cosmici

Come prima cosa è necessario che il programma simuli dei raggi cosmici che siano realistici. Per fare questo si è utilizzata la nota distribuzione dei raggi cosmici:

$$P(\theta, \varphi) = \cos^2 \theta \quad (14)$$

dove θ e φ sono la direzione del raggio cosmico in coordinate sferiche. Per ogni evento un raggio cosmico viene generato in un punto casuale del piano lungo 700 mm lungo x e 350 mm lungo y , con z pari alla superficie superiore del primo rivelatore e la direzione di tale raggio cosmico è data dall'Equazione ???: questo è perché un raggio cosmico più lontano dal bordo del rivelatore dovrebbe essere molto inclinato per poter interagire con l'apparato e a questo punto non riuscirebbe ad interagire con i rivelatori più bassi. Per non rendere la simulazione troppo pesante si è quindi tagliata la distribuzione della posizione del passaggio del cosmico, a priori uniforme, ad una distanza giusta per non compromettere il risultato. Tali raggi cosmici vengono fatti evolvere nel limite ultrarelativistico: data la loro alta velocità si può considerare che essi seguano una traiettoria rettilinea nonostante le forze esterne (in particolare rilevante in aria è l'effetto del campo magnetico che tenderebbe a deviare la traiettoria), e si muovano a velocità infinita (non disponiamo comunque della risoluzione temporale necessaria a rilevare differenze di tempo dell'ordine della frazione di nanosecondo come servirebbe in questo caso).

5.2 Interazione con i rivelatori

Quando viene fatto evolvere un muone esso potrebbe entrare all'interno dei rivelatori, che possono rivelare tale passaggio. Per modellizzare tale evento, come prima cosa, si considera che il rivelatore non influenza il raggio cosmico (il muone non può quindi essere assorbito all'interno del rivelatore), inoltre si modella l'interazione come un fenomeno esattamente deterministico e non stocastico come realmente è. Per poter comprendere cosa succede quando un muone attraversa un rivelatore si utilizzano i dati sperimentali, ottenuti come descritto alla Sezione 4.2: data la moda della distribuzione sperimentale dei fotoni, essa si interpreta come il numero di fotoni generati dal passaggio di un muone cosmico quando attraversa lo spessore (noto) del rivelatore in direzione perpendicolare alla faccia del rivelatore stesso (ovvero la moda della distribuzione dell'inclinazione). In questo modo si può andare a stimare effettivamente quanti fotoni vengono generati per ogni mm di scintillatore attraversato dal muone (si noti che si stanno trascurando parecchi fattori, come per esempio il diverso assorbimento in diversi punti dell'assorbitore al variare della distanza dalla fibra ottica

all'interno dello scintillatore, o la perdita di energia del muone a causa della scintillazione). Così, usando delle identità trigonometriche, è stato possibile trovare lo spazio percorso dal muone all'interno del rivelatore e, noto quest'ultimo, è stato possibile trovare il numero di fotoni che ci si aspetta arrivino ai canali di acquisizione. Il segnale generato è usato come confronto con un arbitraria soglia, a simulare il modulo di coincidenza (la soglia è stata impostata a 3.5 fotoni, ~ 50 mV, come impostato nel reale modulo di coincidenza).

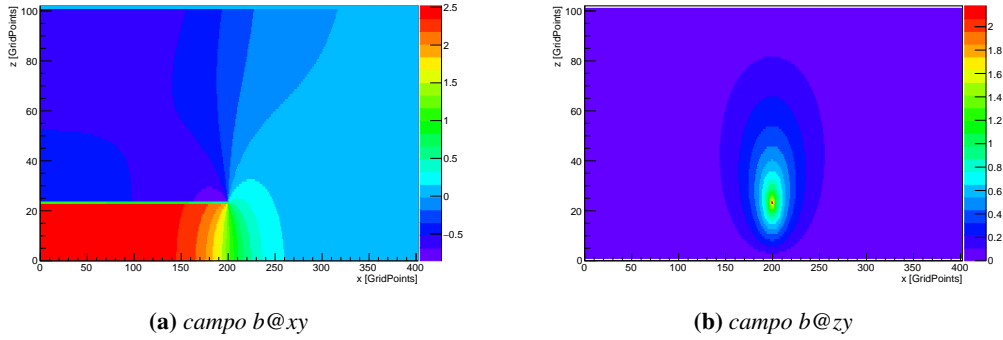
5.3 Interazione con l'assorbitore

Per quanto riguarda l'interazione con l'assorbitore, diversamente a quanto fatto per l'interazione con i rivelatori, si considera il processo come stocastico. Un muone ha una probabilità di interagire con il materiale che dipende dal materiale stesso e dall'energia del muone. Tale relazione è stata semplificata, e si è considerato che il muone si ferma in una distanza generata uniformemente in una regione spaziale ben definita², pari a 30 mm: questo nell'approssimazione che la perdita di energia sia definita esattamente dalla Bethe-Bloch e che la distribuzione dell'energia dei muoni sia uniforme da 0 ad un'energia massima (si sta tagliando la distribuzione dell'energia dei muoni, ma da [6] si vede che la distribuzione è effettivamente uniforme fino a ~ 800 MeV, e i muoni con energia sopra i 115 MeV difficilmente si fermerebbero). La posizione di interazione è importante in quanto da essa viene generato l'elettrone del decadimento, che deve comunque interagire con il sistema.

5.4 Implementazione del campo magnetico

Il campo magnetico dell'esperimento è generato da un solenoide finito a sezione rettangolare. Si è voluto andare ad utilizzare un campo che non fosse uniforme all'interno del solenoide, e per farlo si è risolto numericamente tale problema. Si è introdotta la corrente come pareti di corrente uniforme e costante, si è discretizzato lo spazio e si è utilizzato l'algoritmo di Jacobi per ottenere il potenziale vettore data la densità di corrente introdotta. Poi si è calcolato numericamente il rotore per andare a trovare effettivamente il campo magnetico. L'algoritmo è stato fatto girare su uno spazio più grande (circa un fattore 5 in y e z, mentre circa 2 in x) del solenoide, in modo che siano fisicamente sensate le condizioni al contorno assorbenti ai bordi del sistema e su solo un ottante dello spazio, impostando condizioni al contorno riflettenti o antiriflettenti (per conservare la simmetria del sistema) nei piani che separano i settori. Da questo calcolo si è trovato come effettivamente il campo magnetico non sia costante all'interno del solenoide ma abbia una dipendenza dalla posizione, come si può vedere nelle Immagini 13a e 13b dove si possono vedere le proiezioni sul piano $y = 0$ delle componenti x e z del campo magnetico. Questo processo di risoluzione numerica dell'equazione differenziale ha permesso di avere dei valori per il campo magnetico più realistici che dipendano dalla posizione presa in considerazione: in particolare si è stimato il modulo quadro del campo magnetico in corrispondenza del centro del solenoide e del centro della faccia dello scintillatore perpendicolare all'asse del solenoide stesso (il punto di massima differenza, come si può notare dai grafici), notando una variazione di circa il 3.2%.

²tale regione è stata impostata computazionalmente in modo che non si generino troppi dati inutili, quindi a meno di un coefficiente moltiplicativo stimabile

Figura 13: *campo b*

5.5 Decadimento del muone cosmico

Se il muone cosmico viene fermato all'interno dell'assorbitore, esso decadrà dopo un tempo che dipende dal tipo di muone che si ferma (muone o antimuone), che è distribuito come un esponenziale dal tempo caratteristico che viene assunto come noto dalla letteratura. Perciò si considera il muone, fermo, trascorra un tempo che in media è il tempo di vita di tale muone, e poi decada emettendo sostanzialmente un elettrone (non sono rilevabili gli altri prodotti del decadimento). La direzione dell'elettrone è simulabile a partire dalle caratteristiche del muone. Infatti, come detto in precedenza, la direzione dell'elettrone è correlata alla direzione dello spin del muone al momento del decadimento. Per ogni interazione perciò è stata considerata l'elicità del muone, forward, backward. In entrambi i casi si è fatto ruotare lo spin attorno al campo magnetico nel punto di decadimento, per un tempo pari al tempo di decadimento simulato. La direzione dell'elettrone viene poi generata a partire dalla direzione dello spin, usando la formula

$$P(\theta) = 1 + a \cdot \cos \theta \quad (15)$$

dove a è un coefficiente sperimentalmente determinato intorno a $1/3$ (preso da [5]). Questo ovviamente coincide con l'usare una descrizione classica e non quantistica dello spin, in cui a ruotare dovrebbero essere solo i valori medi delle tre osservabili quantistiche producendo un analogo risultato.

5.6 Implementazione dell'elettrone

Una volta che il programma di simulazione genera un elettrone con la sua posizione e la sua direzione, tale elettrone viene fatto evolvere allo stesso modo del muone, e si considera se esso viene riassorbito all'interno dell'assorbitore e in quali scintillatori lascia segnali, e quanto intensi sono tali segnali. In fase preliminare si è usato per l'interazione degli elettroni con l'assorbitore lo stesso range massimo usato per i muoni. Il range massimo effettivo sarebbe in realtà leggermente minore, sebbene dello stesso ordine di grandezza, a giustificare la scelta fatta. Tale approssimazione sarà rifinita in futuro durante il prossimo semestre.

5.7 Output della simulazione

Gli output utili della simulazione descritta ai punti precedenti sono numerosi e interessanti:

- **Efficienza:** considerando solamente l'interazione tra i raggi cosmici e gli scintillatori è possibile stimare quanti muoni non risultano in coincidenza a causa di condizioni geometriche non favorevoli, per esempio quelli che lasciano segnale attraversando ai bordi i due rivelatori superiori ma non entrano nemmeno nel terzo rivelatore.
- **Spettro temporale:** data tutta la simulazione fatta, è possibile fare un plot del tempo che intercorre tra il passaggio del muone e quello dell'elettrone, riottenendo l'esponenziale del tempo di decadimento,

corretto con la rotazione dello spin, ovvero il grafico da cui si potrebbe calcolare il fattore di Landé. Questo ci permette di calcolare l'effetto di un campo magnetico non uniforme sulla forma del segnale.

- Stima del tempo necessario per l'esperimento: sapendo il numero di eventi generati, il numero di segnali che hanno portato ad un trigger valido (in cui il muone ha interagito e l'elettrone è stato rilevato) e la frequenza media di arrivo di un muone cosmico si può dare una stima del tempo necessario per arrivare ad una certa statistica. Questo conto era già stato fatto l'anno precedente per la scelta del materiale e spessore dell'assorbitore, ma è stato comunque ripetuto per confronto.

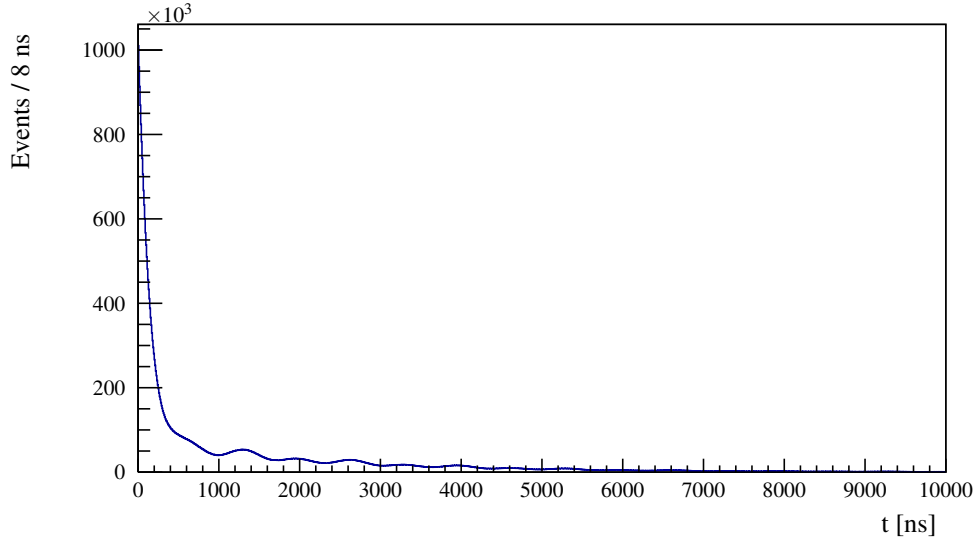


Figura 14: Grafico del tempo di arrivo degli elettroni dalla simulazione effettuata usando un campo magnetico costante e pari a 55 G.

L'Immagine 14 mostra il risultato di una simulazione con $5 \cdot 10^8$ eventi nel caso in cui B sia considerato uniformemente uguale a 55 G. Nel grafico si possono notare due serie di picchi lungo l'esponenziale, alternanti, una più alta (ad esempio in $t = 1300$ ns) e una più bassa (ad esempio in $t = 2000$ ns). Ciò è dovuto al fatto che i μ^+ sono polarizzati all'indietro a causa del decadimento del pione, mentre i μ^- in avanti. Un muone con elicità negativa avrà probabilità massima di produrre un elettrone rilevabile quando la fase della rotazione sarà un multiplo di 2π , ovvero nella serie di picchi pari, mentre uno con elicità positiva l'avrà in quelli dispari, quando la fase è uguale a $\pi + 2k\pi$. Dato il maggior numero di muoni positivi nella regione temporale più significativa (dopo i 1000 ns) e la polarizzazione prevalentemente negativa di questi ultimi, si avrà l'ampiezza massima nella serie pari. Il fatto che si vedano due serie alternanti sono anche dovute alla non perfetta sinusoidale descritta dall'istogramma: due sinusoidi in opposizione di fase, come ci si aspetterebbe dalla teoria, infatti andrebbero a sommarsi perfettamente in una sinusoidale di ampiezza minore. Nel nostro sistema però la parte sensibile al passaggio degli elettroni non occupa l'intero semispazio superiore, bensì un rettangolo che sottende un angolo solido $< 2\pi$ sr. A causa di ciò l'intervallo di fase per cui gli elettroni vengono rilevati è minore di π , e la parte positiva dell'oscillazione ha una larghezza minore, impedendo che le due curve si sovrappongano esattamente. Questo, se verrà notato anche nell'esperimento reale, significa che dovranno essere prese precauzioni particolari durante il fit, per evitare di introdurre errori sistematici usando una funzione che non descrive esattamente il modello.

Nel grafico successivo, Immagine 15, vediamo la simulazione principale, quella in cui B è stato preso dalla simulazione per un solenoide finito e rettangolare. I due grafici risultano molto simili, in quanto l'assorbitore è comunque posto al centro del solenoide, dove il campo magnetico è il più uniforme possibile (dalla simulazione si può notare come il campo magnetico sia pressoché uniforme fino ai ~ 350 mm, 150 grid points nelle immagini

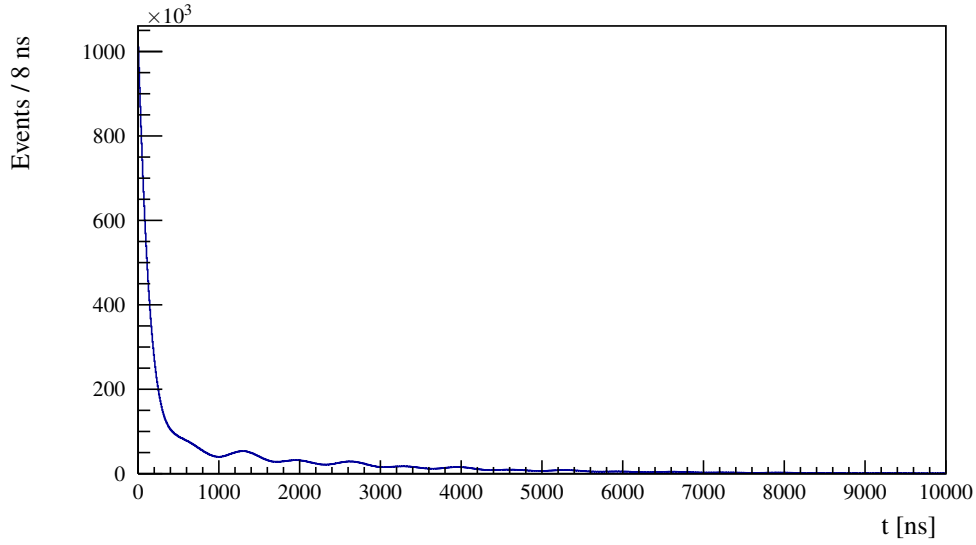


Figura 15: *Grafico del tempo di arrivo degli elettroni dalla simulazione effettuata usando il campo magnetico ricavato numericamente per il sistema del solenoide rettangolare finito.*

13a e 13b). Si può vedere però nell'Immagine 16 come in realtà la non uniformità del campo causi una leggera diminuzione dell'ampiezza dell'oscillazione.

5.7.1 Stima della correzione geometrica alla stima dell'efficienza

È interessante anche analizzare quanto il fattore geometrico contribuisce all'efficienza diversa dal 100% calcolata nella Sezione 4.2.2. Ignorando gli elettroni infatti si può calcolare l'efficienza con una configurazione del tutto simile a quella utilizzata nella reale misura, ma impostando questa volta l'efficienza intrinseca a 1. L'efficienza calcolata risulta essere $97.1 \pm 0.1\%$.

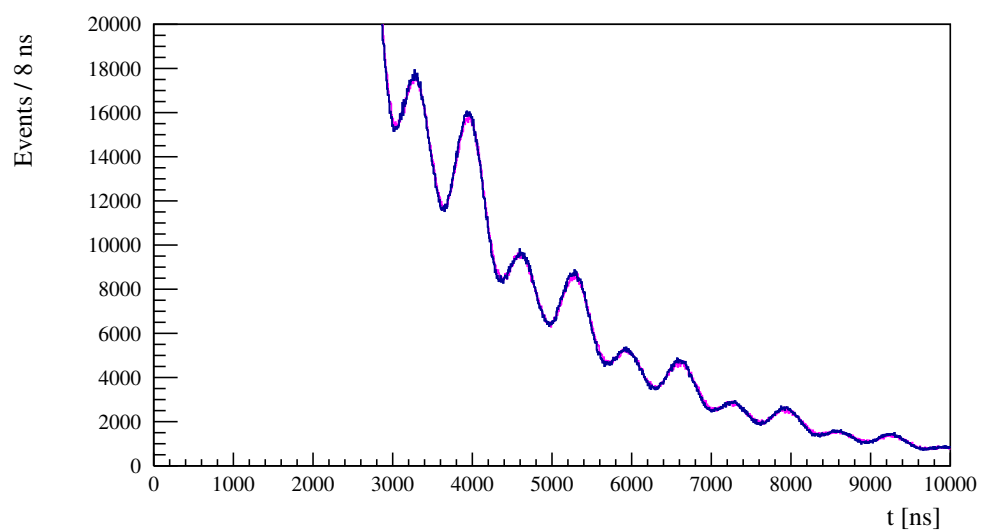


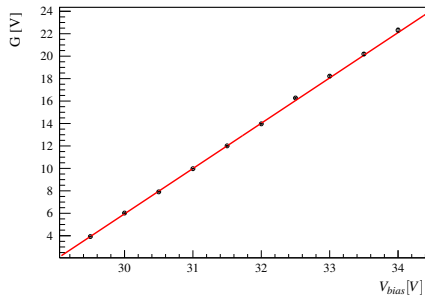
Figura 16: Zoom dei due grafici sovrapposti. Il grafico relativo al B costante è in blu, mentre quello del B simulato è in rosa.

A. Studio del guadagno

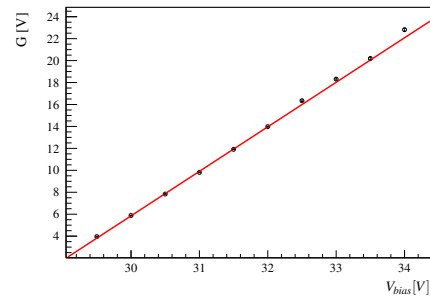
Si riportano di seguito i grafici e le tabelle utilizzate per lo studio in guadagno dei diodi. I grafici mancanti sono associati a diodi che si sono scoperti non funzionanti e verranno sostituiti appena possibile.

V	G_{d1}	G_{d2}
29	N/A	N/A
29.5	3.928 ± 0.033	3.958 ± 0.028
30	6.021 ± 0.018	5.884 ± 0.015
30.5	7.908 ± 0.017	7.836 ± 0.016
31	9.972 ± 0.019	9.810 ± 0.018
31.5	12.008 ± 0.024	11.913 ± 0.023
32	13.971 ± 0.033	13.981 ± 0.033
32.5	16.273 ± 0.063	16.346 ± 0.064
33	18.220 ± 0.094	18.315 ± 0.092
33.5	20.19 ± 0.13	20.19 ± 0.12
34	22.32 ± 0.17	22.81 ± 0.14

Tabella 4: primo cavo 5 gain



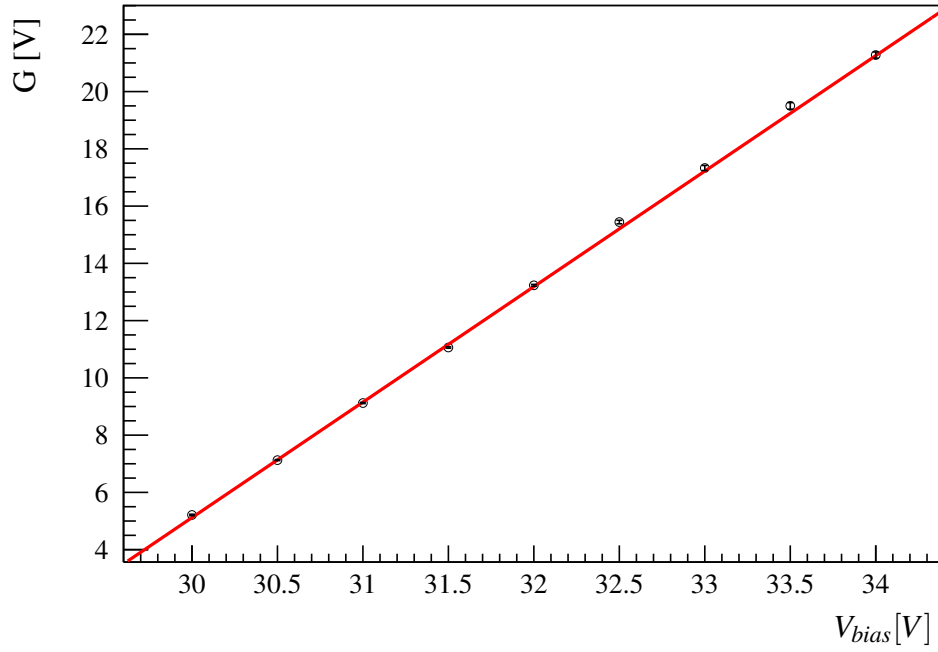
(a) primo cavo 5 gain@d1



(b) primo cavo 5 gain@d2

Figura 17: primo cavo 5 gain

V	G_{d1}	G_{d2}
29	N/A	N/A
29.5	N/A	N/A
30	5.211 ± 0.025	N/A
30.5	7.127 ± 0.019	N/A
31	9.121 ± 0.019	N/A
31.5	11.061 ± 0.025	N/A
32	13.233 ± 0.032	N/A
32.5	15.443 ± 0.062	N/A
33	17.331 ± 0.089	N/A
33.5	19.50 ± 0.12	N/A
34	21.28 ± 0.11	N/A

Tabella 5: secondo cavo 5 gain**Figura 18:** secondo cavo 5 gain d1

V	G_{d1}	G_{d2}
29	N/A	N/A
29.5	N/A	3.237 ± 0.026
30	N/A	5.148 ± 0.043
30.5	N/A	7.260 ± 0.015
31	N/A	9.116 ± 0.015
31.5	N/A	11.100 ± 0.018
32	N/A	13.090 ± 0.024
32.5	N/A	15.045 ± 0.070
33	N/A	17.487 ± 0.074
33.5	N/A	19.035 ± 0.098
34	N/A	21.48 ± 0.14

Tabella 6: *terzo cavo 5 gain*

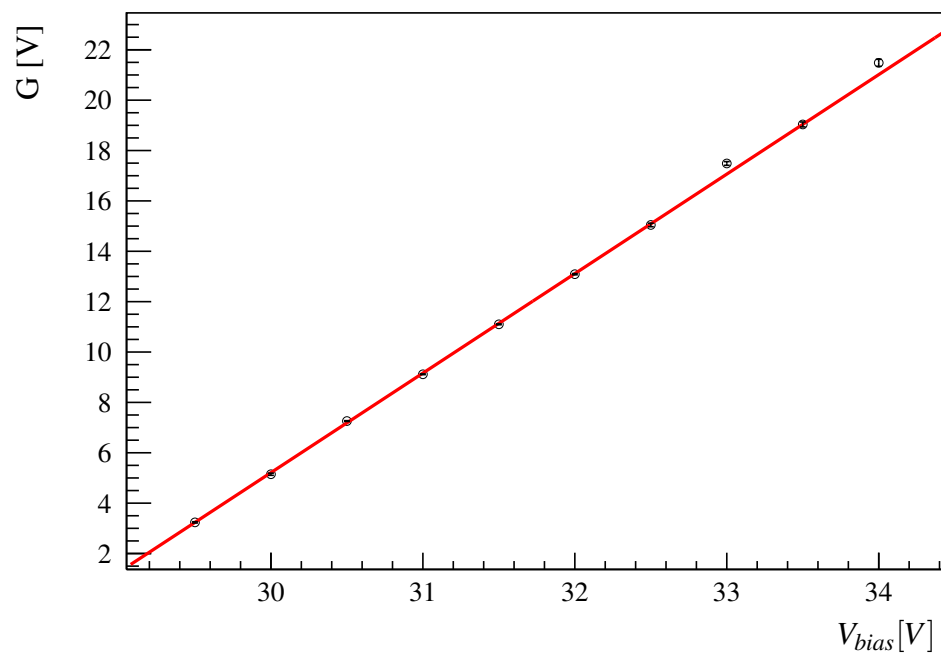


Figura 19: terzo cavo 5 gain d2

Riferimenti bibliografici

- [1] G. W. Bennett *et al.* [Muon g-2 Collaboration], Phys. Rev. D **73** (2006) 072003 doi:10.1103/PhysRevD.73.072003 [hep-ex/0602035].
- [2] H. M. Portella, A. S. Gomes, L. C. S. Oliveira and C. E. C. Lima, In Salt Lake City 1999, Cosmic ray, vol. 2 143-146
- [3] P. Lipari, Astropart. Phys. **1** (1993) 195. doi:10.1016/0927-6505(93)90022-6
- [4] T. Suzuki, D. F. Measday and J. P. Roalsvig, Phys. Rev. C **35** (1987) 2212. doi:10.1103/PhysRevC.35.2212
- [5] C. Amsler, American Journal of Physics **42**, (1974) 1067; doi:10.1119/1.1987938
- [6] C. Patrignani *et al.* [Particle Data Group], Chin. Phys. C **40** (2016) no.10, 100001. doi:10.1088/1674-1137/40/10/100001
- [7] A. Czarnecki, M. Dowling, X. Garcia i Tormo, W. J. Marciano and R. Szafron, Phys. Rev. D **90** (2014) no.9, 093002 doi:10.1103/PhysRevD.90.093002 [arXiv:1406.3575 [hep-ph]].
- [8] AdvanSiD, Datasheet del SiPM modello ASD-RGB1C-P
- [9] Pico Technology, Datasheet del Picoscope 5000A