

Università degli Studi di Padova

**RELAZIONE DI LABORATORIO
AVANZATO:
MISURA DEL FATTORE DI LANDÉ**

Laboratorio avanzato A

Davide Chiappara

Università di Padova, facoltà di fisica,
davide.chiappara@studenti.unipd.it
Matricola: 1153465

Raffaele Di Vora

Università di Padova, facoltà di fisica,
raffaele.divora@studenti.unipd.it
Matricola: 1156105

Enrico Lusiani

Università di Padova, facoltà di fisica,
enrico.lusiani@studenti.unipd.it
Matricola: 1153399

Anno accademico 2016-2017

Indice

1	Premesse	1
2	Descrizione dell'esperienza	1
2.1	Il fattore g e la sua importanza fisica	1
2.2	I muoni cosmici e l'effetto di polarizzazione netta	1
2.3	La misura temporale e della frequenza di precessione	2
3	Descrizione dell'apparato strumentale	3
3.1	Rivelatori	4
3.2	Elettronica di acquisizione	5
3.3	Assorbitore	6
3.4	Solenoidi	7
4	Analisi dati	7
4.1	Caratterizzazione dei diodi	7
4.1.1	Studio della caratteristica tensione corrente	7
4.1.2	Studio dell'amplificazione dei diodi	8
4.2	Stima dell'efficienza dell'apparato	10
4.2.1	Efficienza sperimentale	10
4.2.2	Correzione dell'efficienza considerando le coincidenze casuali	13
4.3	Studio di Arietta	17
4.3.1	Calibrazione	17
4.3.2	Efficienza	20
4.4	Tempo di decadimento	20
4.5	Vita media	20
4.6	Rate di muoni	23
5	Simulazioni	24
5.1	Generazione dei raggi cosmici	24
5.2	Interazione con i rivelatori	25
5.3	Interazione con l'assorbitore	26
5.4	Implementazione del campo magnetico	26
5.5	Decadimento del muone cosmico	27
5.6	Output della simulazione	27
5.6.1	Spettro temporale in campo magnetico	28
5.6.2	Informazioni varie	28
5.6.3	Stima della correzione geometrica alla stima dell'efficienza	29
5.6.4	Stima del rate	29
A	Studio del guadagno	31
B	Studio calibrazione Arietta	34

1. Premesse

Enunciamo innanzitutto la convenzione utilizzata nell'utilizzo di notazioni originariamente sviluppate nello studio dell'elettrone (e del suo momento angolare generico), e poi estese a altri fermioni elementari come ad esempio il muone.

Nel seguito quindi, interessandoci a muoni liberi, quando parleremo di quantità quali momento angolare, momento magnetico, rapporto giromagnetico, magnetone di Bohr, etc... ci riferiremo alle analoghe quantità definite per il muone, e parlando di momenti in particolare intenderemo quelli propri ovvero di spin (e non a quelli angolari orbitali o totali tipici di un sistema legato come un elettrone all'interno di un atomo).

Inoltre indicheremo le grandezze vettoriali con caratteri in grassetto per differenziarle da quelle scalari.

2. Descrizione dell'esperienza

2.1 Il fattore g e la sua importanza fisica

Lo scopo di quest'esperienza è la costruzione e calibrazione di un detector atto alla rivelazione dei muoni cosmici e degli elettroni prodotti nel loro decadimento, per ottenere una stima del fattore g muonico.

Tale quantità è spesso chiamata rapporto giromagnetico del muone (perché ne è legata da una costante), ma sarebbe più propriamente denominata come momento magnetico adimensionale; essa misura il rapporto fra il numero quantico di spin S e il corrispondente momento magnetico di spin associato μ_s :

$$\mu_s = g \cdot \mu_B \cdot \frac{S}{\hbar}, \quad (1)$$

dove $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_\mu}$ indica il magnetone di Bohr muonico.

Dall'equazione di Dirac il valore di tale costante dovrebbe essere 2, ma la miglior misura finora effettuata è vicina ma incompatibile con tale valore; in realtà correzioni perturbative dovute alla teoria dei campi spiegano la maggior parte della differenza osservata, ma permane ad oggi una discrepanza fra il valore sperimentalmente ottenuto e quello teorico, anche se al di sotto del limite delle 5 σ necessario per la scoperta; per questo motivo c'è un grande interesse in misure più precise del valore di questa costante come possibile indizio di nuova fisica oltre al Modello Standard. [1]

2.2 I muoni cosmici e l'effetto di polarizzazione netta

I muoni cosmici sono prodotti dal decadimento di particelle π e K prodotte negli sciame adronici degli strati superiori dell'atmosfera; un'importante proprietà dei muoni di energia fissata osservati in un sistema di riferimento solidale alla superficie terrestre è la loro polarizzazione diversa da zero; questo effetto nasce dalla combinazione della violazione di parità propria dei decadimenti deboli e dalla cinematica dell'intero processo.

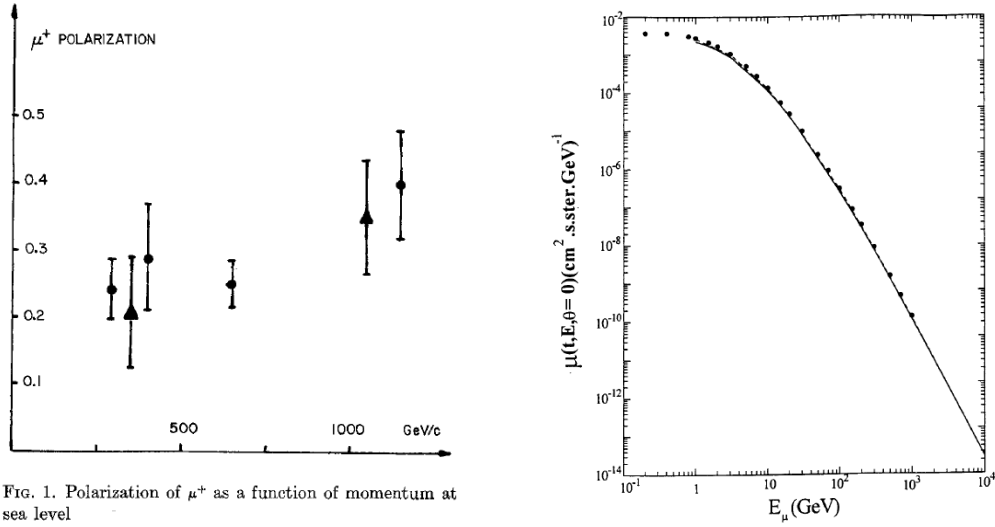
A titolo di esempio consideriamo quindi un pione del sistema di riferimento del centro di massa; esso decade mediante il processo

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu, \quad (2)$$

che viola massimalmente la parità, e dato che la massa del neutrino è pressoché nulla, l'antimuone ha sempre chiralità right; nel sistema del centro di massa. trattandosi di un processo a due corpi l'energia cinetica del muone è di 4.12 MeV, pertanto sapendo che il massimo dell'intensità differenziale degli antimuoni verticali al livello del mare si raggiunge all'energia molto maggiore di $\sim 0.5 \text{ GeV}$ [5], si ha che il boost di Lorentz a seconda della direzione di emissione del muone nel sistema di riferimento del pione porta il muone rivelato a terra ad avere differente polarizzazione.

Sempre a titolo di esempio consideriamo infatti due antimuoni emessi verticalmente verso l'alto e verso il basso nel decadimento di due pioni entrambi con momento diretto verticalmente verso il basso: il primo antimuone verrà rivelato a terra con spin diretto verso il basso, il secondo con spin diretto verso l'alto.

Dato che il decadimento del pione è isotropo nel centro di massa ciò non genera un effetto di polarizzazione complessivo, ma dato che l'energia nel sistema di riferimento del laboratorio dei due muoni è diversa (e più alta per il secondo), e che la distribuzione energetica dei muoni cosmici non è omogenea, si ha un effetto netto di polarizzazione una volta fissato un intervallo energetico di accettazione dei muoni. [3]



(a) Polarizzazione del μ^+ come funzione del momento, (b) Distribuzione del flusso dei muoni verticali al livello misurato al livello del mare. Preso da [5].

Figura 1: Caratteristiche dei muoni cosmici

Pertanto nell'esperimento abbiamo utilizzato un assorbitore al fine di fermare al proprio interno i muoni cosmici con energia minore di un certo valore, determinato dallo spessore di materiale da essi attraversato e dalla perdita di energia (espressa dalla formula di Bethe-Bloch)

$$-\frac{dE}{dx} = 4\pi N_e m_e r_e^2 c^2 \frac{q^2}{\beta^2} \left[\ln\left(\frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I}\right) - \beta^2 - \frac{\delta(\gamma)}{2} \right]$$

effettuando così praticamente un taglio sullo spettro energetico dei muoni utilizzati nel nostro esperimento.

Tale dispositivo era costituito da un parallelepipedo di rame di spessore circa 25 ± 0.5 mm, la polarizzazione (simulata l'anno scorso) dei muoni così ottenuti è circa del 20%.

In tutti i ragionamenti effettuati abbiamo sinora trascurato la presenza di un eguale numero di muoni negativi con stesso spettro energetico e polarizzazione inversa, che a meno di un metodo per discriminarli andrebbero in questo modo ad inficiare la misura eliminando la polarizzazione netta.

Essi possono essere trascurati in quanto una volta giunti a riposo nell'assorbitore essi prendono il posto di un elettrone all'interno di un atomo del materiale, e subiscono un processo analogo all'electron capture, fortemente crescente con la carica nucleare efficace Z_f del materiale: per il rame dato l'alto Z il tempo tipico con cui tutto ciò accade è $\tau_- \approx 160$ ns [4] mentre il tempo tipico con cui decade un muone libero è $\tau_+ \approx 2.197$ μs [6], e quindi dato che $\tau_- \gg \tau_+$ una volta associato ad ogni evento il tempo trascorso fra il passaggio delle particelle nel rivelatore e il loro decadimento gli eventi dovuti ai muoni si configureranno come un transiente iniziale dell'ordine di τ_- passato il quale il contributo principale (e quasi esclusivo) sarà dovuto al decadimento degli antimuoni.

2.3 La misura temporale e della frequenza di precessione

Tale misura temporale fra il momento di arrivo viene ottenuta grazie alla luce di scintillazione prodotta da due scintillatori posizionati sopra all'assorbitore al passaggio degli antimuoni; posti in coincidenza temporale essi

fungono da trigger per l'acquisizione dei segnali e qualora venga rilevato un secondo segnale di coincidenza dovuto al passaggio di un'altra particella carica (che viene identificata col positrone generato dal decadimento dell'antimuone attraverso il processo $\mu^+ \rightarrow e^+ + \bar{\nu}_\mu + \nu_e$) all'interno di una certa finestra temporale (circa $10 \mu s$) dal primo segnale.

Questo in linea di principio dipendentemente dalla scelta della lunghezza della finestra Δt , della superficie degli scintillatori S e del flusso di muoni per unità di superficie potrebbe generare false coincidenze dovute al passaggio di due raggi cosmici; dato però il flusso di raggi cosmici per unità di superficie al livello del mare da $\phi \approx \frac{300}{m^2 \cdot s}$ [6] abbiamo che la frequenza delle coincidenze casuali (assumendo efficienza dei detector pari a 1) è data da $\nu_{false} = \Delta t \cdot (\phi S)^2 \approx 0.025 Hz$ ed è molto minore di quella di misura di un muone.

Per ridurre i dark counts ulteriormente si è posizionato inoltre un'altro scintillatore sotto l'assorbitore e lo si è posto in anticoincidenza con gli altri due, in modo da eliminare segnali di trigger i cui muoni non si siano fermati nell'assorbitore.

Per la misura del fattore g si sfrutta il fenomeno della precessione del momento magnetico di spin all'interno di un campo magnetico \mathbf{B} , in questo caso generato da un solenoide posto attorno all'apparato e diretto parallelamente alle facce laterali "lunghe" dell'assorbitore:

$$\frac{d\mathbf{S}}{dt} = \mathbf{M} = \mu_s \times \frac{\mathbf{B}}{|\mathbf{B}|} = -\omega_L \cdot \mathbf{B} \times \mathbf{S}, \quad (3)$$

dove con $\omega_L = \frac{g \cdot \mu_B}{\hbar}$ abbiamo indicato la frequenza angolare di Larmor.

Pertanto un antimuone che arriva sul piano determinato dalla verticale e dal campo magnetico con un angolo δ rispetto alla verticale dopo un intervallo Δt avrà angolo rispetto alla verticale pari a $\delta' = \delta + \omega_L \Delta t$.

Sappiamo inoltre che il decadimento dell'antimuone avviene con distribuzione angolare $1 + a \cdot \cos(\theta)$, con θ angolo del positrone prodotto rispetto allo spin dell'antimuone e a parametro di asimmetria dipendente dall'energia del positrone e con valor medio $a \approx \frac{1}{3}$. [5]

Nell'approssimazione che i due scintillatori di trigger abbiano angolo solido trascurabile rispetto ai punti dell'assorbitore dove può avvenire il decadimento, il numero di eventi di decadimento rivelati, essendoci squilibrio fra antimuoni polarizzati verso l'alto e verso il basso, varia dipendentemente dall'intervallo di tempo t passato fra rivelazione di muone e positrone secondo l'andamento

$$\frac{dn_{e^+}}{dt}(t) = -N \cdot \frac{e^{-\frac{t}{\tau_+}}}{\tau_+} \cdot [1 + \alpha \cdot \cos(\omega_L \cdot t)] + Bg, \quad (4)$$

con N la costante di normalizzazione dei conteggi, α costante contenente i contributi del parametro di asimmetria e dell'accetanza angolare non nulla dei rivelatori rispetto alle traiettorie dei muoni e Bg termine rappresentante i conteggi di background.

Dalla misura di tale distribuzione è possibile dunque ottenere una stima della frequenza di Larmor e quindi del fattore g ; da notare che oltre allo spread angolare sopra citato nelle traiettorie dei muoni accettati dal rivelatore un'altra fonte di incertezza per la misura può essere una non uniformità nel campo magnetico utilizzato, che si dovrà studiare.

Altra problematica causata dall'utilizzo di un forte campo magnetico (dell'ordine dei 50 gauss) è che ciò disturba il funzionamento dei fotomoltiplicatori di norma utilizzati per convertire in segnale la luce di scintillazione, pertanto è stata effettuata la scelta alternativa di utilizzare al loro posto dei Silicon PhotoMultipliers che non vi sono sensibili, inserendo all'interno degli scintillatori delle fibre ottiche wavelength-shifting per guidare la luce alla superficie dei diodi.

3. Descrizione dell'apparato strumentale

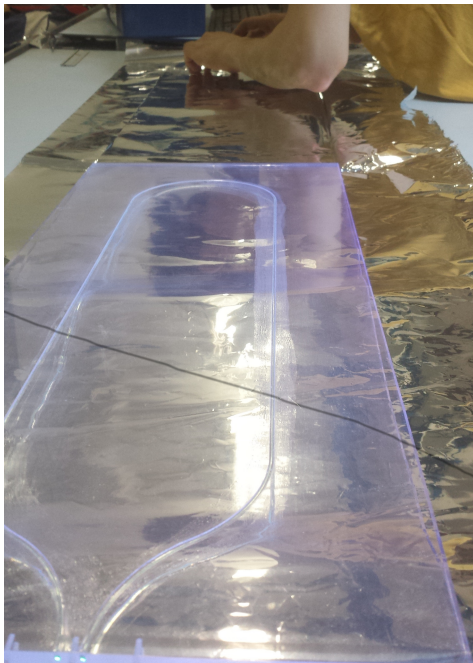
L'apparato strumentale consiste in diverse componenti che, assieme, permettono di effettuare la misura che ci si è prefissati.

3.1 Rivelatori

I rivelatori utilizzati sono 6 scintillatori plastici modello EJ-200 (della *Eljen Technology*), dalle misure che vengono garantite di fabbrica come 600x250x10 mm con una precisione fornita come ± 0.5 mm. Su tali scintillatori sono stati scavati dei canali sui quali è stata posta una fibra ottica il grado di raccogliere i fotoni di scintillazione generati dal passaggio di una carica aumentandone la lunghezza d'onda. Per attaccare la fibra ottica è stato utilizzato del cemento ottico EJ-500; la fibra ottica è stata incollata in modo che la distanza che un fotone percorre prima di entrare nella fibra ottica fosse minima considerando che tale fotone può essere generato in un punto qualsiasi dello scintillatore. Poi gli estremi della fibra ottica, uscenti dallo scintillatore, sono stati levigati usando della carta vetro di diverso granularità.

Successivamente si è passati al *wrapping* degli scintillatori: affinché siano utilizzabili gli scintillatori devono essere avvolti in un materiale riflettente (così che non si perdano fotoni che escono dagli scintillatori) e poi di un materiale assorbente (così che non entrino fotoni dentro lo scintillatore). Per fare ciò si sono usati tre layer differenti di materiali che hanno avvolto ogni singolo scintillatore:

- Foglio di alluminio: come prima cosa si è avvolto lo scintillatore in alluminio, stando attenti che tale alluminio formasse meno pieghe possibili: infatti eventuali pieghe possono diminuire il coefficiente di riflessione dell'alluminio e portare a rottura del layer stesso, provocando perdita di fotoni. Per poter posizionare al meglio questo layer si è fatta molta attenzione nel tagliare il foglio della misura corretta e nel piegarlo nel miglior modo attorno allo scintillatore stesso. Particolari accorgimenti sono stati necessari per gli spigoli, dove si è fatto un doppio layer di alluminio che permettesse di chiudere nel miglior modo possibile lo scintillatore. Nell'Immagine 2a si può vedere una foto fatta durante la fase di wrapping con alluminio di uno scintillatore, dove si può anche notare la fibra ottica. Il wrapping con la carta alluminio è stato fatto lasciando aperta una finestra della dimensione del circuito di lettura in prossimità del punto in cui la fibra ottica esce dallo scintillatore.



(a) Ricoprimento con carta alluminio.



(b) Scintillatore completamente ricoperto.

Figura 2: Fasi del wrapping degli scintillatori.

- Cartone nero sugli spigoli: per bloccare la carta alluminio attorno allo scintillatore e impedire alla luce esterna di entrare da tali spigoli si è tagliato del cartone nero spesso in modo che potesse ricoprire le superfici laterali dello scintillatore e parte delle superfici di base. Tale cartone è stato tagliato in modo che si incastrasse nel miglior modo possibile a chiudere gli spigoli dello scintillatore, poi è stato piegato utilizzando una punta in ferro (in modo che venisse piegato e non tagliato) ed è stato fissato alla carta alluminio con del nastro adesivo. Un'immagine dello scintillatore dopo questa fase di sistemazione dei bordi si può vedere nell'Immagine 3.



Figura 3: Fase intermedia del wrapping dello scintillatore, prima di aggiungere le coperture in plastica nera sulle facce.

- Plastica nera assorbente: Come ultimo layer si sono ritagliati due rettangoli in plastica nera che potessero assorbire i fotoni e sono stati posizionati a coprire le due superfici di base degli scintillatori. La plastica è stata poi fissata al resto del wrapping utilizzando del nastro isolante nero, in modo da coprire eventuali buchi nella copertura esterna assorbente dello scintillatore. Nell'Immagine 2b (risalente all'anno scorso, il procedimento di wrapping è stato fatto allo stesso modo) si può vedere lo scintillatore una volta finito il wrapping.

Il wrapping è stato comunque eseguito nel modo più omogeneo possibile, in quanto ogni aumento di spessore nel wrapping romperebbe la simmetria del sistema di acquisizione quando un rivelatore viene poggiato sopra un altro.

Sono stati ricoperti e caratterizzati 6 scintillatori diversi, 3 quest'anno e 3 nell'anno precedente, ma per la presa dati vera e propria se ne sono utilizzati solo 3 (2 di trigger e uno di veto). Questo è perché si è visto nella prima presa dati completa per la misura della vita media dei muoni che il rate di eventi era molto minore di quello atteso. Si è ipotizzato che questo fosse causato dal fatto che gli elettroni si potessero fermare anche all'interno del rivelatore, oltre che nell'assorbitore e quindi non attraversare i rivelatori richiesti. L'ipotesi è stata immediatamente confermata dall'aumento del rate una volta rimossi i tre scintillatori superiori dal trigger, e successivamente dall'accordo del rate sperimentale con quello simulato.

I tre scintillatori scelti sono stati il C e l'E per il trigger e l'F per il veto. Non si è utilizzato il D in quanto ha avuto un guasto al momento dell'inizio della presa dati.

3.2 Elettronica di acquisizione

L'elettronica di acquisizione utilizzata consisteva in:

- Scheda di acquisizione contenente due SiPM (Silicon PhotoMultiplier) ([8]), uno per capo della fibra ottica, per rilevare i fotoni in uscita, e l'elettronica necessaria a farli funzionare e ottenere un segnale elettrico rilevabile. Lo schema elettronico della scheda si può vedere nell'Immagine 4, che si riferisce ad

un solo SiPM. Il secondo è collegato ad un circuito analogo con uscite ed ingressi indipendenti. Nella prima versione della scheda ogni ingresso e uscita si trovava su un cavo separato, ma per ragioni di spazio nelle nuove schede si è passati a una configurazione in cui gli ingressi e la massa si trovano su un cavo unico a 5 canali.

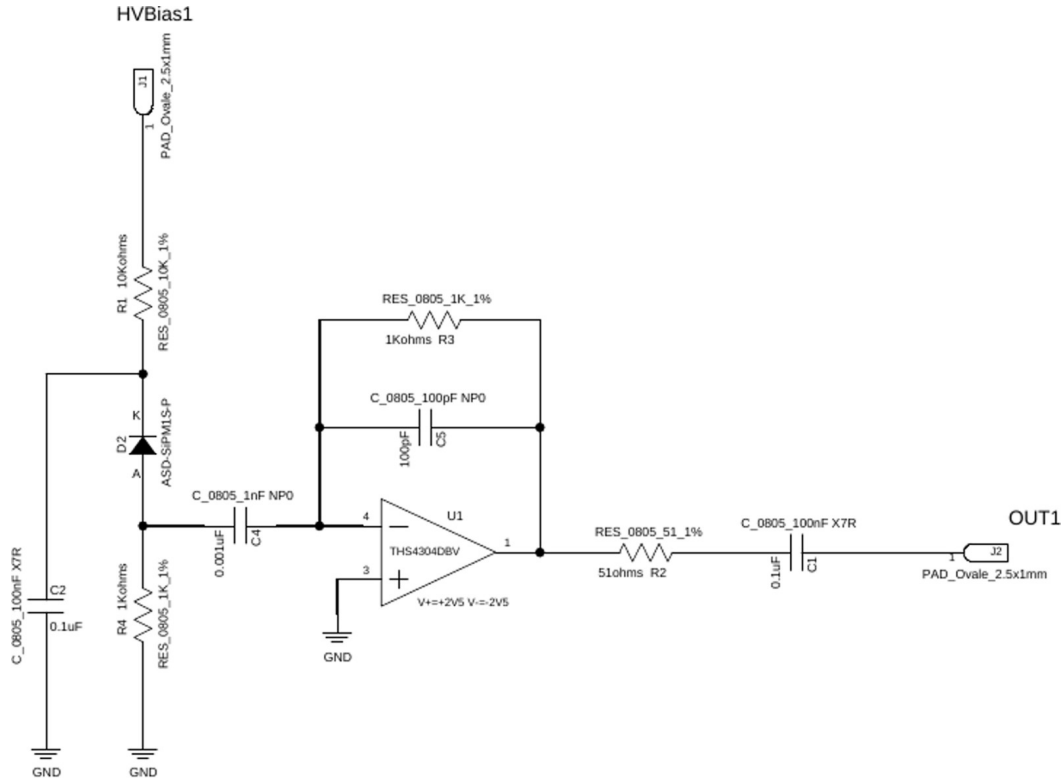


Figura 4: Schema della scheda contenente i SiPM.

- Generatore di tensione impostato per erogare una tensione di 5 V, usato per l'alimentazione degli operazionali nel circuito, funzionanti a ± 5 V
- Generatore di tensione impostato ad una tensione più alta, ~ 35 V, usato per dare le tensioni di bias ai SiPM. La tensione precisa viene impostata a valle per ogni SiPM separatamente tramite un sistema di partitori di tensione.
- Oscilloscopio digitale Picoscope modello 5000A con una frequenza di acquisizione di 1 GHz [9].
- Generatore di coincidenze programmabile a 16 canali di ingresso [10].
- Scheda di acquisizione di differenze temporali, soprannominata Arietta, non ancora utilizzata in questa prima parte dell'esperimento.

3.3 Assorbitore

L'assorbitore non è ancora stato inserito per effettuare misure, ma sarà costituito da una lastra di rame dalle dimensioni 600x250x25 mm.

3.4 Solenoide

Per generare il campo magnetico si avvolgeranno con doppio avvolgimento 20 kg di filo di rame smaltato attorno ad un supporto in acciaio dalle dimensioni circa di 1000x550x117 mm. Purtroppo a causa di eventi imprevisti (difficoltà burocratiche nell'ordinazione del filo di rame e la concomitante rottura dell'HDD nel computer di lavoro, con conseguente pausa forzata e necessità di recuperare i dati), pur essendo pronto e calibrato l'apparato non è stato possibile procedere con la misura in campo magnetico.

4. Analisi dati

Dato che per completare l'esperimento si ha bisogno di ancora un semestre di lavoro, non si hanno al momento a disposizione dati relativi al reale obiettivo dell'esperimento (per esempio alla misura del fattore di Landè dei muoni o al tempo di decadimento dei muoni), ma si hanno dati sulla caratterizzazione di parte del sistema di acquisizione, in particolare sulla caratterizzazione dei SiPM e sulla misura di efficienza dei rivelatori.

4.1 Caratterizzazione dei diodi

I SiPM sono stati caratterizzati in due modi. Si è prima studiata la caratteristica tensione corrente (solo per il primo modello della scheda, in quanto nelle versioni successive l'ingresso del bias, su cui è necessario agire per la misura, non è più in un cavo indipendente, ma unito agli altri e quindi di difficile accesso). Trovando la curva, è possibile vedere a che tensione si innesca il meccanismo del breakdown, ovvero a che tensione il diodo diventa operativo come rivelatore. In seguito si è studiata la variazione del parametro di guadagno per ogni fotone al variare del voltaggio di bias per ogni diodo utilizzato. Il guadagno infatti, grazie alla resistenza di quenching, si prevede essere proporzionale alla sovratensione rispetto al breakdown. Estrapolando i dati fino a guadagno 0, si può ottenere un'altra stima della tensione di breakdown, che non ha bisogno stavolta dell'accesso all'ingresso di bias. Questo metodo è perciò stato usato nei seguenti rivelatori

4.1.1 Studio della caratteristica tensione corrente

Per studiare tale caratteristica si è utilizzato un picoamperometro collegato al diodo: esso permette, in maniera simile a quanto viene fatto dai multimetri commerciali impostati come ohmetri, di fornire una ben definita tensione e di misurare la corrente che attraversa l'oggetto generata da questa tensione. Quindi, non si è fatto altro che mettere la PCB al buio (in modo da non rilevare una quantità troppo elevata di fotoni esterni quando si dà una tensione di bias al diodo), collegare il picoamperometro al diodo e studiare come varia la corrente al variare della tensione fornita, ottenendo la curva caratteristica del diodo nelle sue due sezioni più interessanti: quella dello spegnimento e quella del breakdown; quest'ultima risulta particolarmente interessante in quanto è in questa regione che funzioneranno i diodi una volta collegato tutto l'esperimento. Le curve di caratterizzazione si possono vedere nel Grafici 5 per i due diodi nella schedina utilizzata (è stata utilizzata la schedina dello scintillatore 1).

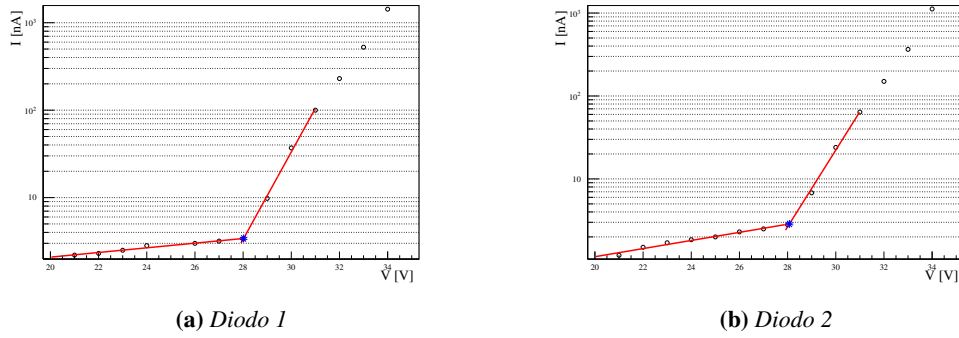


Figura 5: Caratteristiche tensione-corrente dei due diodi nel primo scintillatore analizzato

In tale grafico si può vedere la corrente al variare della tensione di bias in scala logaritmica: infatti si prevede che nella fase di breakdown si abbia un aumento esponenziale della corrente al variare della tensione, mentre nella fase di spegnimento in teoria la corrente non varia in funzione della tensione; si è perciò fittata la parte di breakdown con una retta. La parte di spegnimento è stata sempre fittata con una retta in quanto a noi interessa solo l'incrocio tra le due curve e i dati sembravano avere quella forma, probabilmente a causa di latenze nel picoamperometro nella misura di corrente. Si noti dal grafico che per fittare la sezione del breakdown si è fatto un fit solo con i primi dati dopo il breakdown: questo perché poi iniziano a essere rilevanti altri fenomeni che vanno a piegare la curva tensione-corrente, e perciò a rovinare la stima del voltaggio di breakdown. Dall'intersezione delle rette di fit si trova il voltaggio di breakdown dei due diodi, che si possono vedere nella Tabella 1. Si noti che

	d 1	d 2
$V_{\text{breakdown}}$	28.02 V	28.08 V

Tabella 1: Stima del voltaggio di breakdown per i due diodi

questa misura è principalmente didattica, e non vuole dare un'effettiva utile stima del voltaggio di breakdown per i due diodi ma solamente un'ordine di grandezza (infatti uno studio più accurato verrà fatto per questi e i successivi diodi nelle sezioni successive), perciò a questa misura non si associa incertezza.

4.1.2 Studio dell'amplificazione dei diodi

Molto importante per la regolazione del voltaggio di bias per i singoli diodi è sapere esattamente il voltaggio di breakdown di tali diodi e a quale variazione di voltaggio sia associato l'assorbimento di un fotone da parte di un diodo. Per fare questo si è alimentato l'operazionale nella scheda contenente il diodo, tale scheda è stata messa al buio, e si è collegato il bias del diodo al generatore di tensione, e l'output all'oscilloscopio. Quindi, si è fatta variare la tensione di bias del diodo e si sono raccolti un numero fisso di dati. Per raccogliere tali dati è stato necessario impostare un trigger in modo che non si salvasse il rumore elettronico legato al circuito e all'oscilloscopio, ma solo le valanghe all'interno del SiPM: tale trigger è stato impostato a 5 mV. Il grafico di Immagine 6 è uno dei tanti grafici che sono stati trovati per studiare l'amplificazione dei diodi (gli altri non si presentano per leggibilità della relazione). Da questo grafico è evidente come ci sono diverse gaussiane ben distinte, ad indicare che si vede il voltaggio generato da un numero crescente di fotoni (infatti la gaussiana a voltaggio più basso sarà quella legata a un fotone, quella alla sua sinistra due fotoni eccetera). I segnali rivelati sono dovuti sia fotoni termici, cioè eccitazioni casuali nel semiconduttore che forma il diodo che vengono lette dal sistema come se fosse stato assorbito un fotone da tale diodo, sia fotoni residui che sono riusciti a passare attraverso la schermatura. Grafici di questo tipo sono stati interpolati al variare della tensione di bias per ogni diodo con una funzione del tipo:

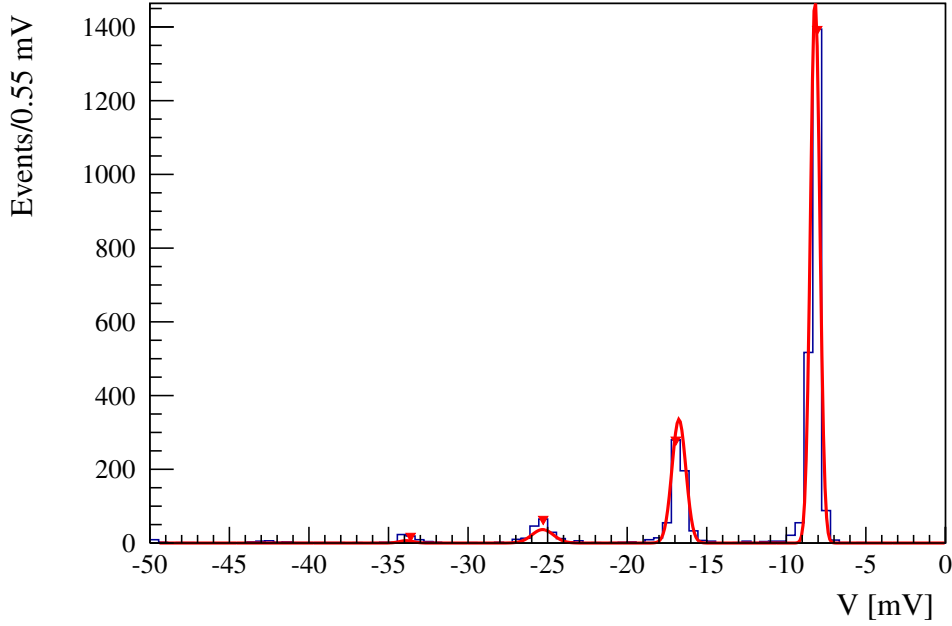


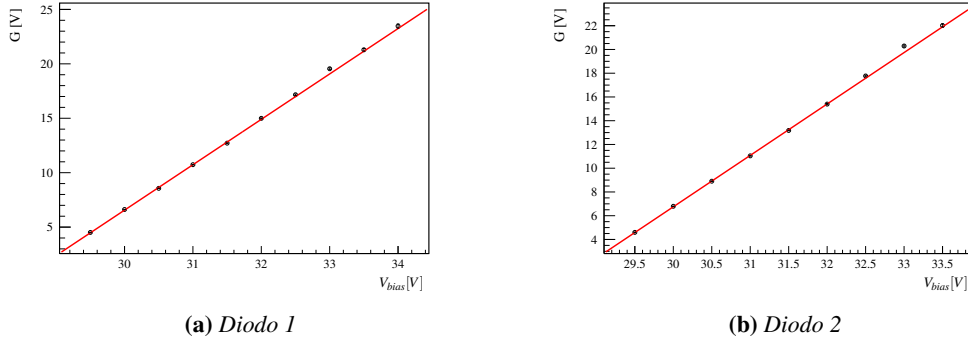
Figura 6: Esempio di grafico segnale/conteggi per il primo diodo, alla tensione di 30.5 V

$$\mathcal{N} \cdot \sum_{i=0}^n f_{\text{poisson}}(i; \alpha) \cdot f_{\text{gauss}}(x; d + G \cdot i, \sigma_i) \quad (5)$$

Dove " \mathcal{N} " indica un coefficiente di normalizzazione, " n " è il numero di picchi visibili nel grafico, " i " è un indice che scorre sul numero di picchi, " α " è il parametro della poissoniana, " d " è la media della prima gaussiana, le " σ_i " sono le sigma dei picchi e " G " è il guadagno, il parametro che ci interessa in questo fit.

Questa equazione deriva dal fatto che il numero di fotoni rilevati, veri o termici che siano, obbedisce alla probabilità poissoniana, in quanto hanno una probabilità costante di essere visti, mentre il segnale generato da un singolo fotone è gaussiano, a causa della risoluzione finita del sistema scintillatore SiPM. Questo vuol dire in pratica che il fit è dato da una somma di gaussiane (una per numero di picchi visibili nel grafico) riscalate con un'ampiezza data dal calcolo di una funzione poissoniana, tale per cui all'aumentare dei fotoni la probabilità di avere un conteggio diminuisce. Facendo il fit in questo modo si tiene conto non solo del fatto che si hanno diverse gaussiane, ma si utilizza anche la distanza tra le gaussiane e l'ampiezza relativa tra le gaussiane, ottenendo una stima per il guadagno migliore rispetto a quella che si otterrebbe, per esempio, misurando semplicemente la distanza tra i picchi delle gaussiane.

Mettendo assieme tutti i grafici per ogni diodo si ottengono delle rette che descrivono il variare dell'amplificazione (cioè in pratica del voltaggio per fotone) al variare della tensione di bias. Un esempio di questi grafici si può vedere in questa sezione (non si riportano tutti per fluidità di lettura, possono essere visti nelle appendici), e nella Tabella 2 si possono vedere riassunti i risultati per quei due diodi (gli altri si trovano nelle appendici). Si noti che non si hanno dei valori per ogni tensione di bias: questo avviene perché ad alcune tensioni il diodo non era ancora in breakdown e quindi non c'è stata la cascata che porta alla nascita del segnale in output anche dopo diversi minuti di presa dati; oppure già il secondo picco causa un segnale così ampio da saturare l'oscilloscopio (che è stato settato in modo che questo evento succeda raramente), impedendoci di misurare la distanza tra due picchi.

**Figura 7:** Fit del guadagno in funzione della tensione

V	G_{d1}	G_{d2}
28	N/A	N/A
28.5	N/A	N/A
29	N/A	N/A
29.5	4.51 ± 0.02	4.60 ± 0.03
30	6.62 ± 0.02	6.79 ± 0.02
30.5	8.56 ± 0.02	8.91 ± 0.02
31	10.73 ± 0.02	11.04 ± 0.02
31.5	12.71 ± 0.02	13.18 ± 0.02
32	14.99 ± 0.04	15.40 ± 0.05
32.5	17.16 ± 0.07	17.77 ± 0.07
33	19.55 ± 0.08	20.29 ± 0.09
33.5	21.3 ± 0.1	22.0 ± 0.1
34	23.5 ± 0.2	N/A

Tabella 2: Guadagno dei due diodi della prima scheda, in funzione della tensione di bias applicata.

Si riportano per completezza nella Tabella 3 i dati relativi a tutti i diodi studiati.

4.2 Stima dell'efficienza dell'apparato

4.2.1 Efficienza sperimentale

È stata fatta una seconda serie di misure per poter discutere dell'efficienza del sistema di acquisizione. In queste misure il rivelatore è stato posto all'interno del solenoide, insieme a quelli già analizzati dal gruppo dell'anno precedente. Collegando i tre rivelatori precedenti al generatore di coincidenze, si sono fatte misure del segnale rilevato dallo scintillatore in esame in corrispondenza del passaggio di un muone reale, indicato dalla presenza del segnale in tutti e tre gli altri (si è impostata la soglia del trigger a 3.5 fotoni equivalenti, contati a partire dalla calibrazione del guadagno nella sezione precedente, in modo da escludere parte dei "fotoni termici").

	breakdown	gain/ V_{bias}
1 scint. 1 SiPM	28.4 ± 0.1	4.17 ± 0.01
1 scint. 2 SiPM	28.4 ± 0.2	4.33 ± 0.01
2 scint. 1 SiPM	28.5 ± 0.2	4.04 ± 0.01
2 scint. 2 SiPM	28.6 ± 0.1	4.06 ± 0.01
3 scint. 1 SiPM	28.7 ± 0.2	4.03 ± 0.01
4 scint. 2 SiPM	28.7 ± 0.2	3.95 ± 0.01

Tabella 3: Tensione di breakdown e rapporto guadagno/sovratensione, per ogni diodo analizzato.

Dato l'elevato numero di rivelatori in coincidenza (4: ogni rivelatore quando l'esperimento sarà terminato avrà due diodi, nel setup che è stato fatto l'anno scorso ci sono due rivelatori con un solo diodo funzionante e un rivelatore con entrambi, posto tra i due precedenti), ci si aspetta che il numero di coincidenze casuali sia molto piccolo¹.

Nelle Immagini 8 si possono vedere i conteggi effettuati dallo scintillatore sotto studio ogni volta che il sistema degli altri 3 scintillatori ha triggerato.

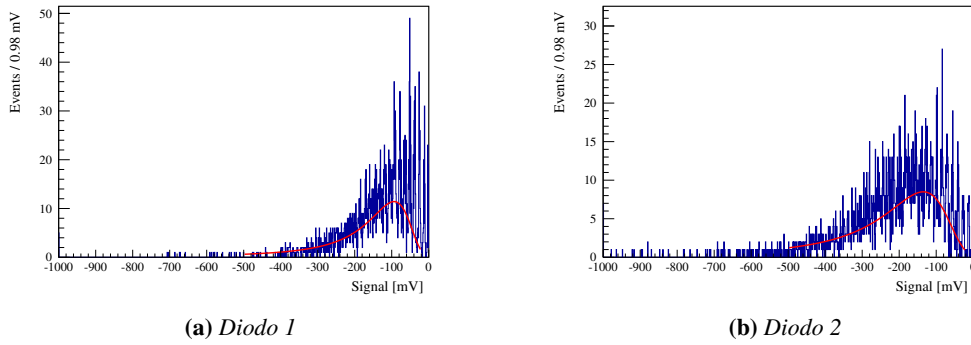


Figura 8: Fit dei segnali raccolti triggerando a 50 mV

In questo grafico è stata anche fatto un fit con una funzione di Landau, in modo da ottenere i parametri del segnale lasciato da una MIP (minimum ionization particle), che con la nostra configurazione di rivelatori lascia con probabilità massima un segnale di (101.6 ± 0.8) mV (è il parametro fittato della Landau, corrispondente circa a 7 fotoni equivalenti). È stata utilizzata la funzione di Landau in quanto essa è la funzione che descrive i processi di ionizzazione come quello che ci permette di rivelare la particella nel caso essa non si fermi all'interno del rivelatore:

$$\rho(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty e^{-t \log(t) - xt} \sin(\pi t) dt \quad (6)$$

Come si può vedere dalla Tabella 4, lo scintillatore C ha evidenti problemi di generazione in quanto la probabilità massima di produzione di fotoni è la metà degli altri scintillatori.

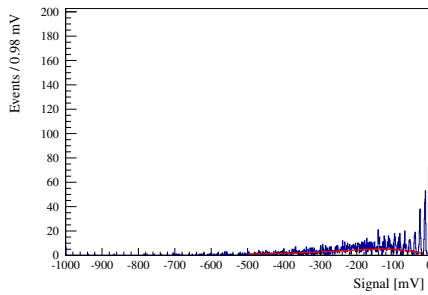
Per confronto, su uno dei due diodi si sono fatte anche misure togliendo uno alla volta i rivelatori in coincidenza. Studiando il diodo due dello scintillatore 1 e rimuovendo la richiesta che triggeri lo scintillatore

¹nella sezione successiva si vedrà come triggerando su 4 diodi il rate di trigger non dipenda dalla lunghezza della finestra di coincidenza, il che indica che pochi trigger sono effettivamente casuali

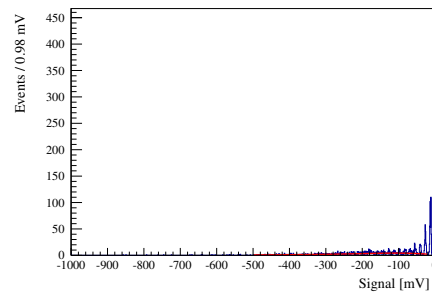
Diodo	MPV [mV]
C1	62.4 ± 0.9
C2*	85 ± 1
C2	64.5 ± 0.8
E1	135 ± 2
E2	126 ± 2
F1	143 ± 2
F2	139 ± 2

Tabella 4: Parametri del fit con Landau dei rivelatori usate durante la presa dati. C2* rappresenta la misura su C2 prima di aver ottimizzato il voltaggio di bias.

subito sotto quello studiato la differenza tra le due efficienze non è molta, perché è molto piccola la quantità di falsi eventi causati da fotoni termici. Il grafico dei conteggi risulta della stessa forma rispetto a quello presentato in precedenza. Andando invece a togliere il trigger dallo scintillatore più lontano da quello studiato l'efficienza diminuisce in quanto cambia il fattore geometrico (il fattore che tiene conto degli eventi che non vengono visti non per inefficienza del rivelatore stesso ma perché la traiettoria dei muoni è tale da farli entrare in tutti i rivelatori di trigger ma non in quello studiato. Togliendo i due diodi del rivelatore centrale si vede un crollo dell'efficienza a $\sim 60\%$. Questo è perché con soli due rivelatori in coincidenza c'è una probabilità non trascurabile che due segnali termici siano avvenuti contemporaneamente, simulando un muone che non è mai passato per il rivelatore in esame (questi eventi non sono trascurabili in quanto, tra l'altro, permettevano di visualizzare le altre gaussiane nello studio dell'amplificazione trattato nella sezione precedente). Togliendo questo trigger, cambia anche la forma dei conteggi: infatti oltre alla Landau si può vedere anche una distribuzione poissoniana legata alla generazione casuale termica, questo grafico si può vedere nell'Immagine 9b. Andando invece a rimuovere il trigger su due diversi scintillatori si vede un calo dell'efficienza comunque considerevole e si può sempre riconoscere la poissoniana nel grafico dei conteggi come si vede nell'Immagine 9a.



(a) Trigger solo sui diodi dello scintillatore 2



(b) Trigger solo sui diodi degli scintillatori 1 e 3

Figura 9: Fit dei segnali raccolti triggerando solo su due diodi

Nella Tabella 5 si possono vedere riassunte tutte le efficienze. Si noti che l'efficienza utilizzando due diodi nello stesso scintillatore è più alta rispetto a quella che si ottiene utilizzando due diodi in due scintillatori diversi; questa è conseguenza del fatto che in quest'ultimo caso si ha un falso trigger in più che consiste nel passaggio di un muone in uno degli scintillatori e un fotone termico nell'altro scintillatore.

trigger	efficienza
totale	$96.90\% \pm 0.32\%$
no trigger 1	$96.80\% \pm 0.32\%$
no trigger 3	$94.87\% \pm 0.40\%$
no trigger 2	$59.50\% \pm 0.90\%$
no trigger 13	$79.43\% \pm 0.73\%$

Tabella 5: Stime dell'efficienza al variare delle configurazioni di trigger, togliendo ad uno ad uno i vari scintillatori.

4.2.2 Correzione dell'efficienza considerando le coincidenze casuali

Per analizzare quanto è importante la generazione di fotoni termici si sono fatte ulteriori misure cambiando la lunghezza temporale della finestra nella quale dei segnali sono considerati in coincidenza, prima con due, poi con quattro rivelatori. Interessante è lo studio dell'efficienza richiedendo che il segnale ci sia stato su due scintillatori. Si tratti il problema. Sia n_{13} il rate di segnali che hanno triggerato sui due rivelatori 1 e 3, n_μ il rate di muoni che attraversano sia gli scintillatori di trigger che quello studiato, chiamato s , n_μ^{OUT} il rate di muoni che attraversano gli scintillatori di trigger ma non quello che si sta studiando e n_{rand} il rate di coincidenze casuali legate alla comparsa di fotoni termici. Questo ultimo è dato dalla somma di tre coefficienti: i trigger completamente termici, e i due trigger termici per metà (un muone lascia un segnale in uno dei due scintillatori e nell'altro si genera casualmente un fotone termico). Siano n associate ai rate e N associate al reale numero, in modo tale che $n = N/t$ con t tempo di acquisizione. Si avrà la relazione:

$$n_{13} = n_\mu + n_\mu^{\text{OUT}} + n_{\text{rand}} \quad (7)$$

Nella formula non compare l'efficienza dei rivelatori di trigger in quanto, una volta annullato il termine casuale gli altri termini sono direttamente proporzionali ad essa, consentendoci di semplificarla. Eventuale presenza di questo termine non può essere rivelata se non come leggera diminuzione del rate di muoni rivelati.

Si rappresenti ora su un grafico n_{13} al variare della finestra di acquisizione τ . Durante la fase di presa dati, a causa di un errore nel programma per l'impostazione della coincidenza, non si è modificata la finestra di trigger per entrambi i rivelatori, ma solamente quella legata al primo rivelatore, mentre il terzo rivelatore ha mantenuto una finestra di trigger costante fissata a 215 ns. Per raccogliere i dati si è semplicemente acquisito impostando l'oscilloscopio in modo che si fermasse dopo 3000 eventi, e poi si è calcolato n_{13} facendo $3000/t$. Considerando che la finestra di trigger per uno dei due rivelatori è costante e che la probabilità che un diodo generi un fotone termico sia costante e uguale a ρ si ha che la probabilità di un falso evento (causato da una coppia di fotoni termici) è:

$$P(\tau) = \rho \cdot \rho \tau + \rho \cdot \rho \cdot 215\text{ns} = \rho^2(\tau + 215\text{ns}) \quad (8)$$

Analogamente anche i falsi eventi causati da un fotone termico e un segnale muonico in un rivelatore hanno un andamento simile come $\tau + 215\text{ns}$. Perciò, sommando al tempo di trigger impostato manualmente anche il tempo di trigger fisso del rivelatore 3 si trova il grafico che si può vedere nell'Immagine 10, dove si nota che i dati formano una retta: per comprendere il motivo di tale forma conviene considerare che nell'equazione che descrive i conteggi possibili l'unico termine che dipende da τ è il termine randomico. Tale termine avrà un andamento lineare, come si è appena descritto. Ovviamente, se l'ampiezza di accettazione del trigger si cambiasse su più di uno scintillatore, questo termine andrebbe come il prodotto delle ampiezze modificate (se se ne tiene uno fisso), e dal polinomio di primo grado si salirebbe verso i polinomi di grado superiore, mentre se si fosse modificata l'ampiezza di trigger per entrambi i rivelatori si sarebbe fatto a meno del termine 215 ns, ottenendo un termine 2. La retta che si può vedere nell'Immagine 10 si può interpolare, e si trovano i parametri:

$$m = (0.0353399 \pm 6 \cdot 10^{-7}) \frac{\text{Hz}}{\text{ns}} \quad q = (11.0513 \pm 0.0002) \text{Hz} \quad (9)$$

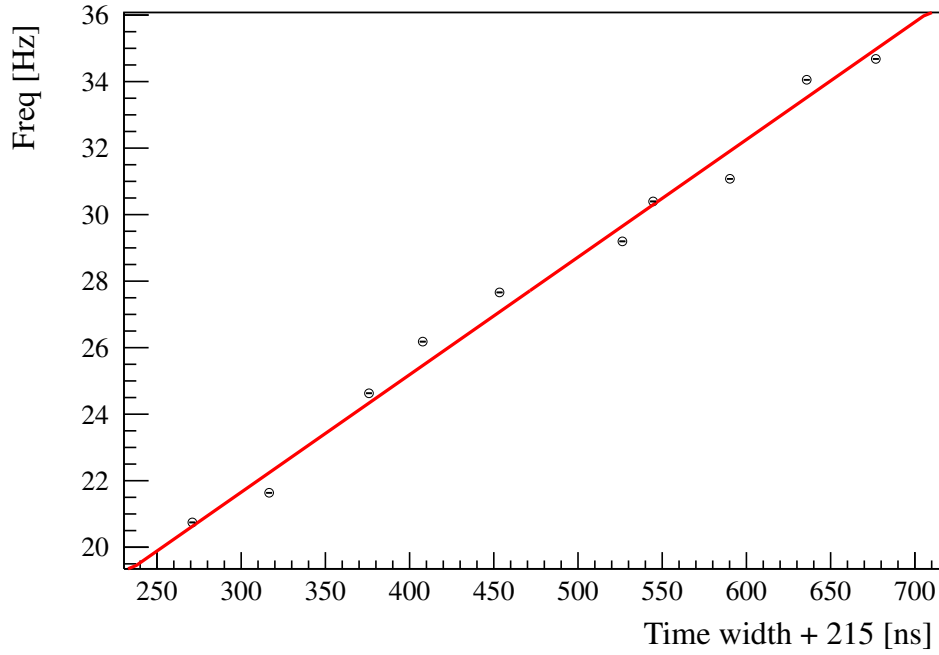


Figura 10: Rate di trigger in funzione della lunghezza dell'intervallo di coincidenza.

Particolarmente importante è il valore del coefficiente q : infatti, nel limite per $215\text{ns} + \tau \rightarrow 0$ il termine stocastico associato alla finestra variabile come già detto scompare, e quindi si ha la somma tra il termine reale di muoni e il termine geometrico. Per quanto riguarda il termine geometrico, una stima è stata fatta utilizzando la simulazione discussa nella prossima sezione, e ha rivelato che nel caso di questo trigger il numero di eventi che entrano in tutti i rivelatori è $k = (97.1 \pm 0.1)\%$, perciò il numero di eventi che sono inefficienti per motivi geometrici sono il $(2.9 \pm 0.1)\%$.

Si studi ora il rate di segnali registrati dall'oscilloscopio: anche questo rate si potrà scrivere come somma di segnali reali (cioè segnali in cui il muone ha attraversato i rivelatori di trigger e quello in esame) e segnali falsi, cioè segnali in cui almeno uno dei fotoni di trigger è un fotone termico. Anche in questo caso si avrà quindi un rate di segnali lineare nel parametro τ , che si può vedere nel grafico Immagine 11, dove è stata fatta un'altra interpolazione lineare che ha trovato i parametri:

$$m' = (0.0050 \pm 0.0008) \frac{\text{Hz}}{\text{ns}} \quad q' = (10.9 \pm 0.4) \text{Hz} \quad (10)$$

Si noti che si sta trascurando la generazione di fotoni termici da parte dello scintillatore analizzato (cioè i falsi positivi); per risolvere questo problema si è deciso di mettere una soglia di accettazione di 40 mV (cioè superiore a due fotoni) in modo da tagliare gran parte della poissoniana legata ai fotoni termici. Ovviamente questa operazione va ad introdurre un'incertezza sistematica difficilmente stimabile per l'efficienza del rivelatore.

A questo punto si può andare a trovare il rate di muoni che attraversano il sistema di acquisizione facendo

$$n_\mu = q \cdot k = (10.73 \pm 0.01) \text{Hz} \quad (11)$$

A questo punto si potrà definire l'efficienza come il limite per $\tau + 215\text{ns} \rightarrow 0$ del rapporto

$$\varepsilon = \frac{q'}{n_\mu}$$

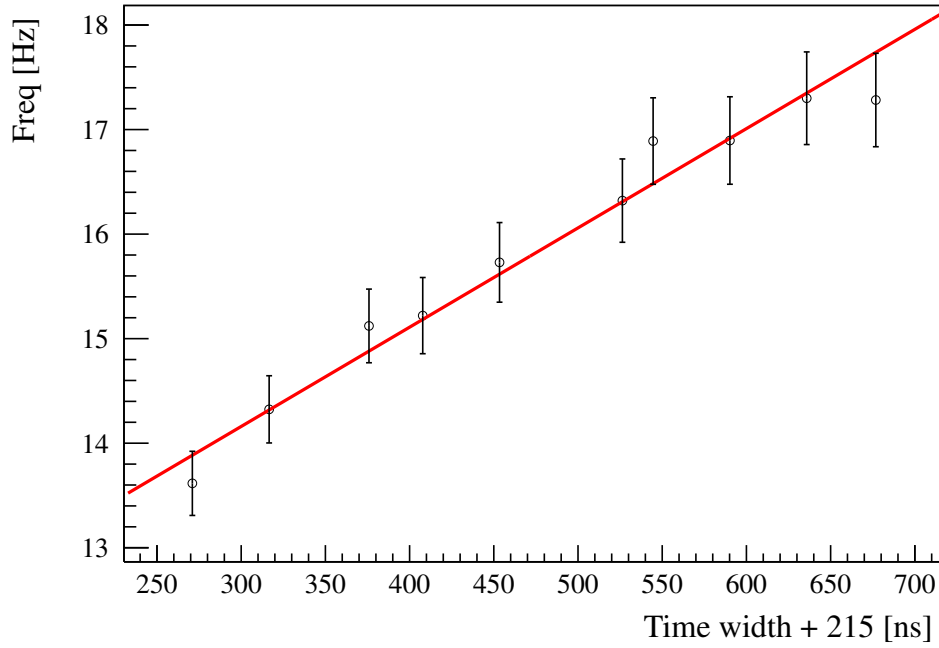


Figura 11: Fit del rate di muoni visti in funzione dell'ampiezza della finestra di coincidenza, con coincidenza su due diodi

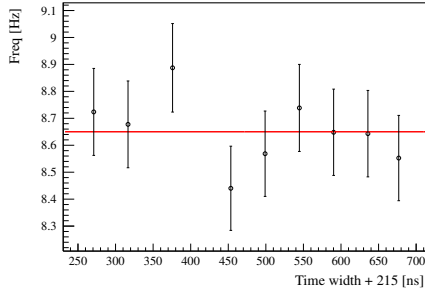
Che permetterà di trovare l'effettiva efficienza del singolo scintillatore studiato. Andando a sostituire tutti i parametri e propagando gli errori si trova, con questa tecnica, un'efficienza di:

$$\varepsilon = (101 \pm 4)\% \quad (12)$$

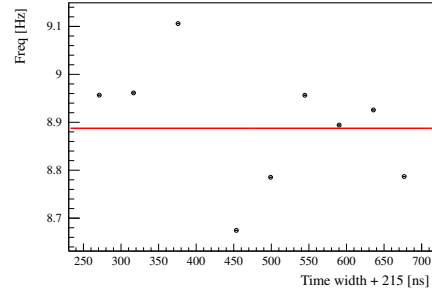
Che è superiore al 100% ma comunque compatibile con un'efficienza molto alta, a dimostrare che effettivamente se un muone attraversa per sufficiente spazio lo scintillatore, l'oscilloscopio registra un segnale abbastanza grande nella maggior parte dei casi. Si ricorda che il fatto che l'efficienza superi il 100% oltre all'essere dovuto all'incertezza statistica è legato anche all'incertezza sistematica prima discussa (e non stimata).

Una misura simile è stata fatta andando a triggerare sui 3 scintillatori disponibili dall'anno scorso (quindi sui 3 diodi funzionanti), ottenendo i grafici nell'Immagine 12, che rivelano come, in coincidenza di 4 diodi diversi, già il trigger sia praticamente solo reale e quasi mai termico (non si hanno abbastanza dati e la curva piega di così poco che risulta impossibile andare a fare una costruzione come quella precedente con interpolazione di polinomio, si preferisce fare una media pesata). Questa interpolazione, corretta per fattore geometrico, permette di trovare un rate di:

$$n_{\mu} = q \cdot k = (8.62 \pm 0.05)Hz \quad (13)$$



(a) Rate di segnali visti.



(b) Rate di segnali che hanno dato un trigger.

Figura 12: Rate misurate nella configurazione a 4 scintillatori di trigger

Questo rate è visibilmente più basso del precedente: ciò avviene a causa di errori sistematici: probabilmente quando si taglia la poissoniana si continuano a mantenere eventi "termici" nel caso a trigger su due scintillatori, oppure lo scintillatore numero 2 è leggermente spostato rispetto all'1 e al 3, provocando una diminuzione del rate di eventi. Inoltre si evince come l'efficienza è di:

$$\varepsilon = (100.2 \pm 0.6)\% \quad (14)$$

perfettamente in linea con quella trovata con il metodo precedente (il valore risulta superiore a 100% perché non si è tagliata la poissoniana in quanto decisamente molto più bassa rispetto al caso precedente, ma comunque non nulla, si è ottenuto un grafico molto simile a quelli di Immagine 8).

Dati i problemi tecnici citati in precedenza (tra cui ulteriormente la dissaldatura e riparazione del contatto del cavo di output del SiPM 2 dello scintillatore D, lo scintillatore C con un lemo del diodo C1 tenuto insieme dal nastro isolante, viti spanate, a cui si è sommata la necessità di usare in fase di misura al posto dello scintillatore D, ampiamente caratterizzato, lo scintillatore C ereditato dall'anno precedente con due diodi funzionanti) si è deciso di procedere a una fase di ricalibrazione dei guadagni, efficienze e soglie di trigger imposte.

Questo è stato reso necessario dall'essersi accorti che i due diodi dello scintillatore C presentavano un rate termico molto elevato. Si è pertanto deciso di diminuire il voltaggio di polarizzazione applicato a tale scintillatore per diminuire il rate dei falsi eventi.

La procedura seguita è stata quella esposta in precedenza per tutti i passaggi, tranne che nel calcolo dell'efficienza in quanto dai dati acquisiti in passato si era potuto stabilire come la configurazione a "sandwich" (consistente nel posizionare lo scintillatore in esame in mezzo a quelli di trigger) fosse già in grado di abbattere efficacemente il problema legato alla geometria dell'apparato, rendendo superflua la simulazione del fattore geometrico.

Scintillatore	efficienza
E	$(84.0 \pm 0.7)\%$
F	$(82.5 \pm 0.7)\%$

Tabella 6: Efficienze in "and" dei rivelatori

Nella tabella 6 si vedono le efficienze di acquisizione degli scintillatori. Tali efficienze sono nettamente inferiori a quelle mostrate in precedenza in quanto queste si riferiscono ad entrambi i diodi dello scintillatore in AND ed inoltre il taglio è stato eseguito a 3.5 fotoni, analogamente a quanto fatto nelle misure vere e proprie.

diode	gain [mV]	cut [photons eq]	voltage cut [mV]	rate [kHz]
e2	12.24 ± 0.01	btw3-4	35	8.8
e1	13.68 ± 0.01	btw3-4	36	29
c2	7.58 ± 0.03	btw3-4	30	29.5
c1	8.22 ± 0.03	btw3-4	25	84
f2	11.71 ± 0.02	btw3-4	36	7.4
f1	12.06 ± 0.01	btw3-4	37	1.8

Tabella 7: Riassunto delle caratteristiche dei diodi usati nella fase di misura

4.3 Studio di Arietta

La scheda di acquisizione “Arietta” è una scheda dal funzionamento relativamente semplice: essa è in grado di misurare la distanza temporale tra due segnali sufficientemente grandi da superare la sua soglia.

Essa va collegata ad un computer tramite presa ethernet e configurata da esso, dopodiché è necessario collegare tramite un cavo *lemon* l’uscita del sistema di acquisizione a tale schedina con processore.

Arietta salva le differenze temporali tra i due segnali solamente quando tali differenze sono in un certo range di funzionamento (che va da qualche nanosecondo a circa una decina di microsecondi, per dei valori più precisi si fa riferimento alla calibrazione fatta poco più avanti), come *tempi di clock* del processore interno, il che permette di misurare effettivamente le differenze temporali, è però necessario eseguire una calibrazione per capire quali tempi corrispondono ai tempi di clock. Inoltre, Arietta salva i dati su un buffer interno che va poi letto e svuotato manualmente utilizzando il computer che comanda la schedina stessa, e il buffer stesso ha una capienza di 4095 dati: questo non è stato un problema dal punto di vista sperimentale in quanto il rate di muoni (che si è studiato più avanti) è sufficientemente basso da permettere una facile lettura di Arietta senza perdere dati a causa dei tempi morti legati ai software di lettura stessi.

4.3.1 Calibrazione

Per effettuare la calibrazione si è utilizzato l’oscilloscopio come generatore di funzioni, e si è generata una funzione periodica data da due onde quadre relativamente vicine seguite da un tempo in cui la tensione era zero. Tali onde sono state impostate in maniera tale che esse fossero di lunghezza simile al segnale logico che poi è stato utilizzato come reale input di Arietta (proveniente dal discriminatore, di una lunghezza di circa 200 ns e di un’altezza di circa 2.0 V), come si può vedere nell’Immagine 13.

Una volta ottenuta l’onda voluta, si è collegata l’uscita del generatore di funzioni direttamente all’oscilloscopio in modo da fare una misura della distanza reale tra le due onde in termini di tempo, dopodiché si è cambiata la distanza tra i due impulsi di forma quadrata per poter andare a studiare il numero di tempi di clock associato a diversi tempi.

Una prima parte della calibrazione è stata fatta andando ad indagare a tempi distribuiti in tutta la zona in cui Arietta riesce a registrare: sono state prese 4095 misure per ogni tempo e si è fatta una media dei clock cycles ottenuti in modo da poter trovare la funzione di calibrazione

$$y = mx + q$$

con x clock cycles e y tempi in ns, in modo che poi fosse possibile fare una calibrazione del grafico finale ottenuto con i muoni.

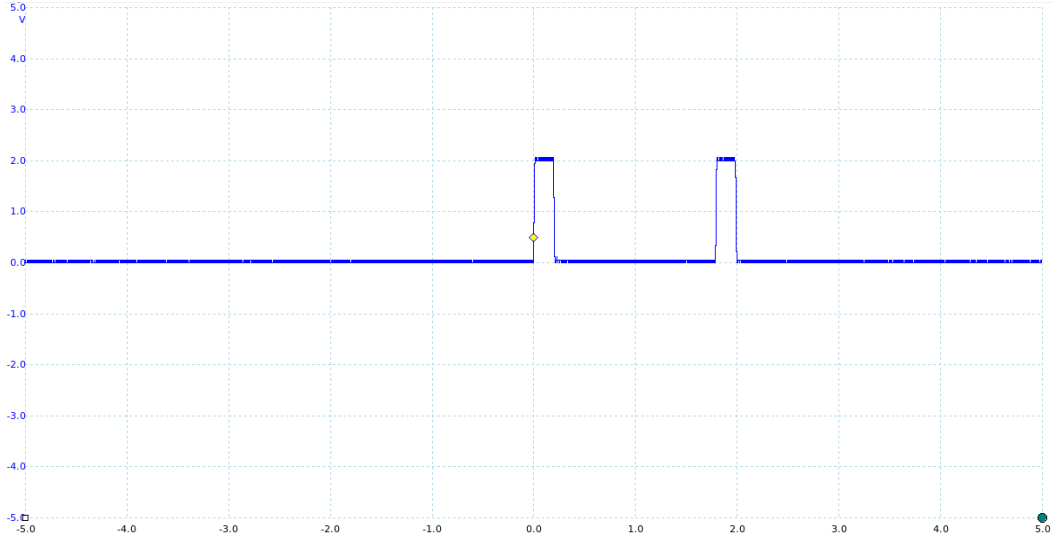


Figura 13: Immagine di un esempio forma d'onda in uscita dall'oscilloscopio utilizzata per la calibrazione di Arietta

Particolare attenzione si è fatta con la linearità di Arietta: si è voluto studiare quanto Arietta fosse lineare, soprattutto a bassi tempi e, quindi, per pochi cicli di clock. Per fare ciò come prima cosa si sono raccolti dei dati in sede sperimentale con la distanza tra i due segnali molto piccola, poi si è passati alla vera e propria analisi dati.

In pratica sono stati raccolti due campioni differenti: un campione esteso per tempi diversi che vanno da $1.8\mu\text{s}$ a $10.7\mu\text{s}$, che chiameremo \mathcal{C}_1 , e un campione esteso solamente a tempi molto bassi tra 215 ns e $1.95\mu\text{s}$, che chiameremo \mathcal{C}_2 , poi il campione \mathcal{C}_3 è dato dall'unione dei due campioni. Un ulteriore campione \mathcal{C}_f è presente in tabella, e la sua descrizione verrà data più avanti. Non si è indagato al di sotto dei 215 ns in quanto allo step successivo che è stato possibile fare con il generatore di funzioni (che consisteva in 212 ns) Arietta non ha raccolto alcun dato. Le analisi sui tre campioni sono state fatte allo stesso modo, in modo da identificare eventuali problemi di Arietta: come prima cosa si è fatta un'interpolazione lineare dei dati per ottenere i coefficienti, poi si è fatta un'interpolazione quadratica per ottenere il coefficiente di ordine superiore e verificare quanto esso sia compatibile con zero, infine si è fatto un F-test per andare a studiare la necessità sull'introduzione di tale coefficiente del secondo ordine.

Le grandezze calcolate si possono leggere nella Tabella 8 dove sono state fatte le interpolazioni per i tre campioni e se ne presentano coefficienti per l'interpolazione lineare (m e q) e quelli per l'interpolazione quadratica (m' , q' , ϵ).

Campione	m [ns/cycles]	q [ns]	m' [ns/cycles]	q' [ns]	ϵ [ns/cycles ²]
1	14.987 ± 0.006	10 ± 2	14.97 ± 0.03	11 ± 3	$(2 \pm 3) \cdot 10^{-5}$
2	14.1 ± 0.3	$(8 \pm 2) \cdot 10^1$	11.6 ± 0.7	$(12 \pm 2) \cdot 10^1$	$(20 \pm 5) \cdot 10^{-3}$
3	14.90 ± 0.06	$(4 \pm 1) \cdot 10^1$	14.5 ± 0.2	$(6 \pm 2) \cdot 10^1$	$(0.6 \pm 0.3) \cdot 10^{-3}$
f	14.994 ± 0.007	6 ± 2	14.98 ± 0.03	7 ± 3	$(2 \pm 4) \cdot 10^{-5}$

Tabella 8: Parametri di interpolazione per i vari campioni di dati analizzati

Nella tabella 9 si riportano invece gli esiti dell'F-test, in particolare il numero di gradi di libertà di numeratore

e denominatore (N_N e N_D), l'esito dell'F-test (F) ed il parametro della distribuzione di Fischer tale per cui la probabilità sia uguale al 95% (\bar{F}). Questo significa che se il valore di F è superiore al valore di \bar{F} allora si potrà rigettare con una confidence level del 95% l'ipotesi che i due modelli siano equivalenti, e sarà quindi necessaria l'introduzione del termine di secondo grado per descrivere il campione.

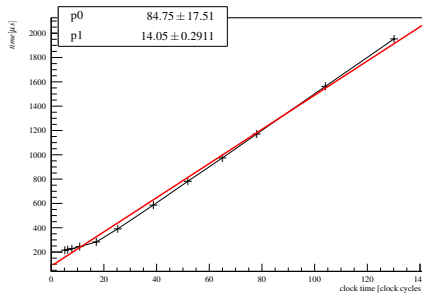
Campione	N_N	N_D	F	\bar{F}
1	1	3	0.271	10.5
2	1	9	12.898	5.12
3	1	14	4.077	4.60
f	1	9	0.2396	5.12

Tabella 9: Risultati dell'F-test per i vari campioni di dati analizzati

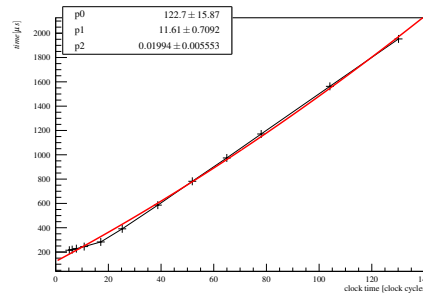
Da queste tabelle si evince come, effettivamente, ci sia un problema di non linearità a bassi tempi. Infatti, dalla stima dei coefficienti di secondo ordine, si vede come il \mathcal{C}_1 , che si ferma a $1.79\mu s$ abbia un coefficiente molto compatibile con lo zero mentre gli altri due campioni, che arrivano fino a 215 ns hanno un coefficiente scarsamente compatibile con zero.

Guardando il risultato dell'F-test si vede che nel caso del primo campione non è assolutamente possibile rigettare l'ipotesi di linearità, mentre il secondo campione in particolare rigetterebbe la linearità di Arietta anche con un livello di confidenza pari al 99.4%, decisamente alto.

Per scorrevolezza di lettura non si trovano qui tutte le interpolazioni fatte, che si possono trovare nelle appendici, ma si riportano esclusivamente le interpolazioni fatte su \mathcal{C}_2 che rivelano la non linearità di Arietta a bassi tempi, che si possono vedere nell'Immagine 14.



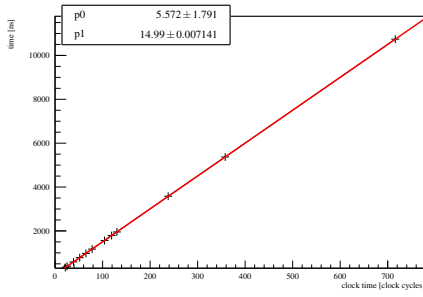
(a) Interpolazione lineare



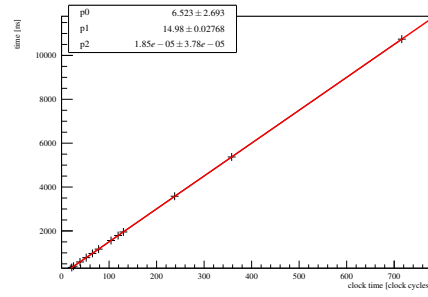
(b) Interpolazione quadratica

Figura 14: Studio della linearità per bassi tempi

Per ovviare al problema della non linearità si è capito (guardando i grafici) che le non linearità sorgono nel momento in cui i tempi diventano inferiori ai 335 ns, quindi si è deciso di ripetere le interpolazioni fatte per i campioni 1, 2 e 3 utilizzando solamente i dati sopra tale soglia, che formano il campione \mathcal{C}_f le cui proprietà si possono vedere nella Tabella 8. Nell'immagine 15 si possono vedere le interpolazioni effettuate su tale campione, che effettivamente ha passato bene l'F-test.



(a) Interpolazione lineare



(b) Interpolazione quadratica

Figura 15: Grafici finali di calibrazione di Arietta

Dato questo problema che si è trovato con la linearità di Arietta, in tutte le misure effettuate utilizzando tale scheda di acquisizione sono state tagliate le misura per tempi inferiori a 335 ns in quanto affette da un errore sistematico che non si è in grado di correggere.

Le misure finali della calibrazione indicano che i coefficienti di calibrazione sono:

$$m = (14.994 \pm 0.007) \text{ ns/cycles} \quad q = (6 \pm 2) \text{ ns} \quad (15)$$

4.3.2 Efficienza

I dati che hanno permesso di studiare la linearità di Arietta sono stati utilizzati anche per stimarne l'efficienza: infatti i 4095 dati raccolti a differenze temporali ben definite provenivano da 4095 coppie di segnali e non di più: se la scheda di acquisizione avesse misurato meno dati di quelli inviati ad una certa differenza temporale allora ci sarebbe stato un problema di efficienza. Invece, per quanto riguarda Arietta, l'inefficienza sopra i 212 ns è ampiamente trascurabile, in quanto sono sempre stati letti tutti i segnali inviati. In particolare, dato il numero di dati utilizzati, l'inefficienza risulta al più dell'ordine del percento.

4.4 Tempo di decadimento

Una stima sulla vita media dei muoni è stata effettuata lasciando per più tempo possibile in sistema in acquisizione. Si è settato il trigger in maniera tale che venisse inviato un segnale alla scheda di acquisizione di tempi Arietta quando davano segnali sopra la soglia impostata (di tre fotoni) tutti e quattro i diodi posti sui due scintillatori sopra l'assorbitore, e come veto si è impostato in "or" il segnale dei due diodi presenti nello scintillatore posto sotto l'assorbitore, con soglia messa sempre a tre fotoni. La presa dati si è svolta in 17 giorni non continuativi: prima dall'11 al 19 gennaio e successivamente dal 24 al 31 gennaio. Il motivo dell'interruzione è stato di natura tecnica, in quanto è stata staccata l'alimentazione a nostra insaputa nei laboratori e quindi è stato necessario riavviare il sistema di acquisizione. Si sono raccolti in totale 14634 tempi.

4.5 Vita media

Prima di poter calcolare la vita media, è opportuno ricordare i problemi che si possono incontrare in tale studio. Come prima cosa, i dati che si sono raccolti sono dati provenienti da fondo (sempre presente), muoni positivi e muoni negativi. I muoni positivi si fermano all'interno dell'assorbitore in un tempo trascurabile, decadono con una costante caratteristica di decadimento, ed emettono un elettrone che (quando c'è stato un trigger del sistema) attraversano gli scintillatori dopo un tempo trascurabile. I muoni positivi, invece, si fermano all'interno dell'assorbitore e poi tendono ad essere catturati dal materiale stesso, emettendo un elettrone (che scalzano dall'atomo da cui sono stati catturati) con un tempo caratteristico di cattura. Il tempo caratteristico di cattura è

molto inferiore al tempo caratteristico di decadimento, quindi ci si aspetta di vedere nel grafico una coppia di esponenziali: uno legato al decadimento ed uno legato alla cattura.

Però è importante tenere conto delle inefficienze del sistema di acquisizione, che si possono trovare a diversi livelli. Ci si concentri in particolare sulle inefficienze che possono andare ad inficiare le misure di vita media. Una prima inefficienza è legata all'inefficienza della coppia discriminatore-Arietta: infatti dato che il discriminatore ha come uscita segnali logici dall'ampiezza di 200 ns, Arietta non è in grado di misurare tempi inferiori ai 215 ns, come è stato verificato e discusso nella fase di descrizione della scheda di acquisizione stessa. Questo si traduce come un'assenza di dati sperimentali al di sotto di tale tempo, che è stata confermata dall'acquisizione dati effettuata. Un altro problema è nella non linearità di Arietta: non si può utilizzare la calibrazione stimata per tempi inferiori ai 335 ns, quindi è necessario tagliare i dati al di sotto di tale tempo, una volta effettuata la calibrazione. Un'altra inefficienza sperimentale si può avere nella catena scintillatore-discriminatore: infatti all'interno di tali strumenti sono presenti parecchie componenti elettroniche che hanno un tempo caratteristico di funzionamento e potrebbero non funzionare se il segnale è più rapido di una certa soglia. Per poter tener conto di questa evenienza è necessario andare a guardare l'andamento vero e proprio dei dati raccolti, in modo da poterli discutere e interpretare.

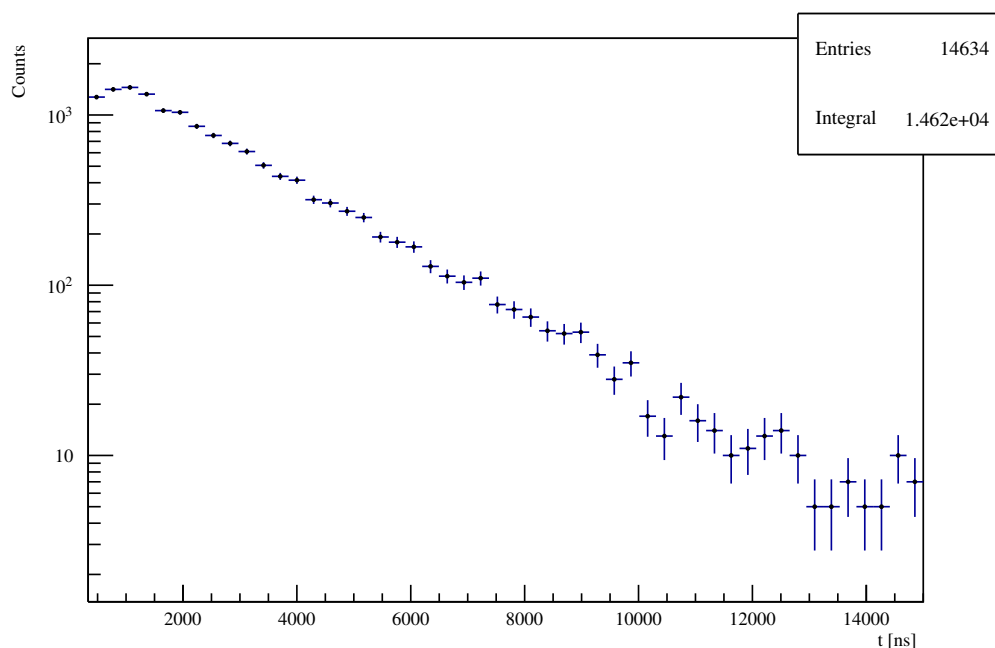


Figura 16: Dati raccolti presentati in un grafico logaritmico

I dati raccolti, e tagliati secondo il limite imposto dalla non linearità di Arietta, si possono vedere nel Grafico 17, dove sono stati semplicemente presentati i dati una volta effettuata la calibrazione del sistema di acquisizione in scala logaritmica. Effettivamente da tale grafico si evince come ci sia un problema legato all'efficienza dell'elettronica: a tempi bassi ci si aspetta di vedere per lo meno la coda dell'esponenziale di cattura dei muoni negativi, che ha un tempo caratteristico molto inferiore rispetto a quello di decadimento dei muoni positivi, ed invece si vede un andamento tale per cui i dati sperimentali al posto che aumentare diminuiscono, a rappresentare un basso numero di eventi a bassi tempi che non coincide con l'evento fisico che ci si aspetta di vedere. Si interpreta tale fenomeno come una conseguenza di inefficienze di tutta la catena di

acquisizione precedente alla scheda Arietta.

Per risolvere questo problema si è semplicemente tagliato il grafico a 1000 ns, oltre il quale non si vede più inefficienza, non avendo a disposizione metodi migliori per tenere conto di questo problema sistematico.

Come conseguenza di questo taglio non è stato possibile andare ad interpolare la costante di cattura dei muoni negativi, in quanto completamente inghiottita dalle inefficienze del sistema di acquisizione. Quindi, si è deciso di interpolare i dati sperimentali con un semplice esponenziale sovrapposto ad un fondo costante. La funzione di interpolazione che si è utilizzata ha la forma:

$$y = \frac{N_{bkg} \cdot bw}{t_{max} - t_{min}} + \frac{N_{\mu+} bw}{\tau \left(e^{-\frac{t_{min}}{\tau}} - e^{-\frac{t_{max}}{\tau}} \right)} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (16)$$

I parametri di fit di questa funzione sono i tre parametri N_{bkg} , $N_{\mu+}$ e τ . Inoltre bw indica la *bin width*, cioè la larghezza dei bin utilizzati per creare l'istogramma, misurata naturalmente in ns, ed il termine davanti all'esponenziale vero e proprio tiene conto della normalizzazione. Questo termine è necessario perché $N_{\mu+}$ dia effettivamente una stima dei muoni positivi che hanno attraversato il sistema di acquisizione nell'intervallo di tempo scelto. Questa funzione è stata fittata sui dati sperimentali tagliati come precedentemente descritto, ottenendo il Grafico 17.

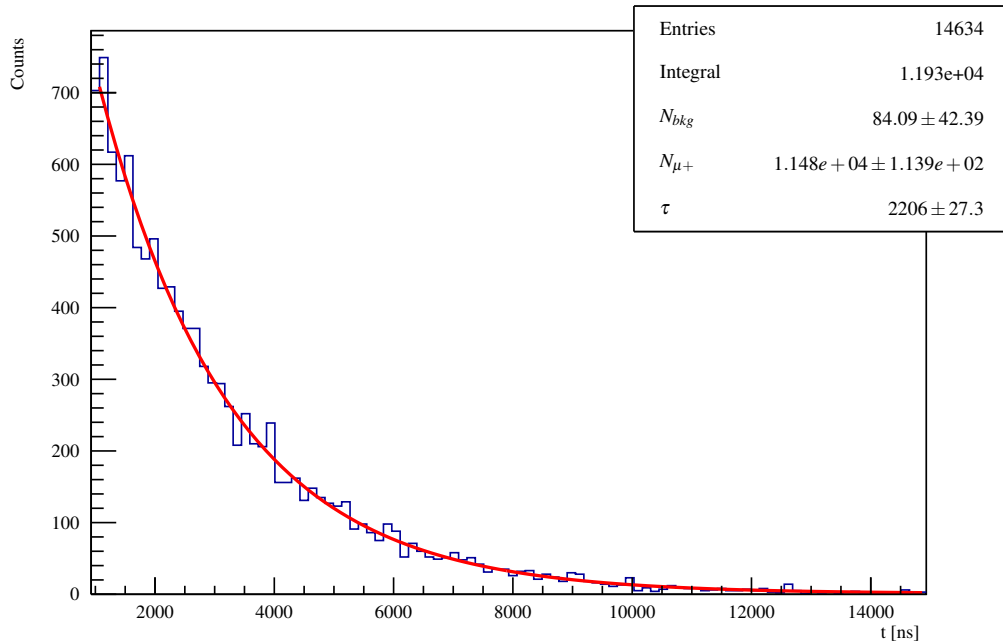


Figura 17: Presentazione dei dati raccolti da Arietta

Da quanto si vede dal grafico, il valore sul tempo di decadimento dei muoni è molto compatibile con il valore noto in letteratura, infatti si ha un tempo di decadimento di:

$$\tau = (2.21 \pm 0.03) \mu s \quad (17)$$

da confrontare con il valore in letteratura [6] di $(2.1969811 \pm 0.0000022) \mu s$.

A questo dato, a cui viene associato l'errore statistico, andrebbe associata anche una stima delle incertezze sperimentali. In particolare, si è analizzata l'incertezza sperimentale legata alla calibrazione che potrebbe non essere corretta (infatti naturalmente i parametri di calibrazione utilizzati sono associate ad un'incertezza). Per stimare l'errore sistematico legato a tale fenomeno si è deciso di fare un'ulteriore interpolazione, simile a quella appena fatta, ma senza aver calibrato il grafico. A questo punto i parametri di calibrazione sono stati utilizzati per trasformare la τ in *clock cycles* così trovata in nanosecondi. L'operazione a posteriori ha permesso di propagare gli errori sull'operazione di cambio di unità di misura, e quindi avere una stima dell'incertezza legata a tale trasformazione. Tenendo conto degli errori sui parametri di calibrazione interpolati e della loro correlazione, tale grandezza risulta di 2 ns, ampiamente trascurabile rispetto all'incertezza statistica dell'ordine della decina di nanosecondi.

Dal grafico inoltre si evince come il fondo sia molto piccolo (dell'ordine dell'1%) rispetto ai dati sperimentali, e quindi non si effettuano ulteriori analisi per la sua riduzione. Non si rivelano inoltre, in tale grafico, fenomeni che potrebbero evidenziare errori sperimentali o inefficienze evidenti del sistema, come nel grafico precedente il taglio a 1 μ s.

4.6 Rate di muoni

I dati raccolti sono stati utilizzati anche per fare una stima del rate di dati che è stato acquisito, in modo che sia confrontabile con la simulazione effettuata e discussa più avanti, così da avere evidenza di eventuali inefficienze di cui non si è tenuto conto. Per fare una stima del rate non si sono potuti utilizzare tutti i dati analizzati precedentemente, in quanto a causa degli spegnimenti non previsti del sistema di acquisizione non si conosce il tempo in cui sono stati raccolti tali dati.

Quindi, si è ripetuta l'analisi precedentemente fatta solamente con i dati raccolti in giornate intere, cioè quelli raccolti in 13 giorni, ossia in 1123200 s. In realtà, i dati venivano salvati ogni 5 minuti, perciò non si è in linea di principio sicuri sul tempo di acquisizione, ed andrebbe associato un errore. Però, considerando che le 24 ore di un giorno sono esattamente divisibili per i 5 minuti, nel caso la prima acquisizione del giorno non sia iniziata a mezzanotte ma qualche minuto prima, anche l'ultima del giorno sarebbe finita qualche minuto prima, perciò si è sicuri che l'incertezza sul tempo sia trascurabile rispetto alle altre incertezze in gioco.

I dati solamente dei 13 giorni utilizzati si possono vedere nel grafico 18, dove l'interpolazione è stata fatta con la stessa funzione descritta precedentemente. Si è in particolare interessati al parametri $N_{\mu+}$, che rappresenta il numero di eventi registrati nell'intervallo di tempo analizzato. Data la legge di decadimento esponenziale, si può trovare il numero di eventi totali una volta noti gli eventi tra un tempo t_{\min} e un tempo t_{\max} tramite la formula:

$$\bar{N}_{\mu+} = \frac{N_{\mu+}}{e^{\frac{t_{\min}}{\tau}} - e^{\frac{-t_{\max}}{\tau}}} \quad (18)$$

L'utilizzo di questa formula permette di avere una stima del numero di muoni che si preveda si sarebbero visti se il sistema di acquisizione fosse perfetto e permettesse di vedere decadimenti a qualsiasi tempo. Con questa formula, si arriva ad una stima di:

$$\bar{N}_{\mu+} = (1.63 \pm 0.01) \cdot 10^4 \quad (19)$$

muoni positivi. Questo valore si vuole utilizzare per ottenere il rate di muoni incidenti sull'apparato, che si può calcolare considerando che quanto appena trovato è il numero di muoni positivi, ed il rapporto tra i muoni positivi e i muoni negativi (che non si possono vedere con l'apparato utilizzato per i problemi discussi sopra) è tra 1.25 e 1.30 a ¹². Quindi, si ha che il numero totale di muoni che si sarebbero visti se si fosse stati in grado di vedere anche i muoni negativi, sarebbe stato:

$$\bar{N}_{\mu} = (2.40 \pm 0.04) \cdot 10^4 \quad (20)$$

¹²Il dato, preso da [6], è proprio tra 1.25 e 1.30, quindi si è deciso di considerare come rapporto 1.275 ± 0.025

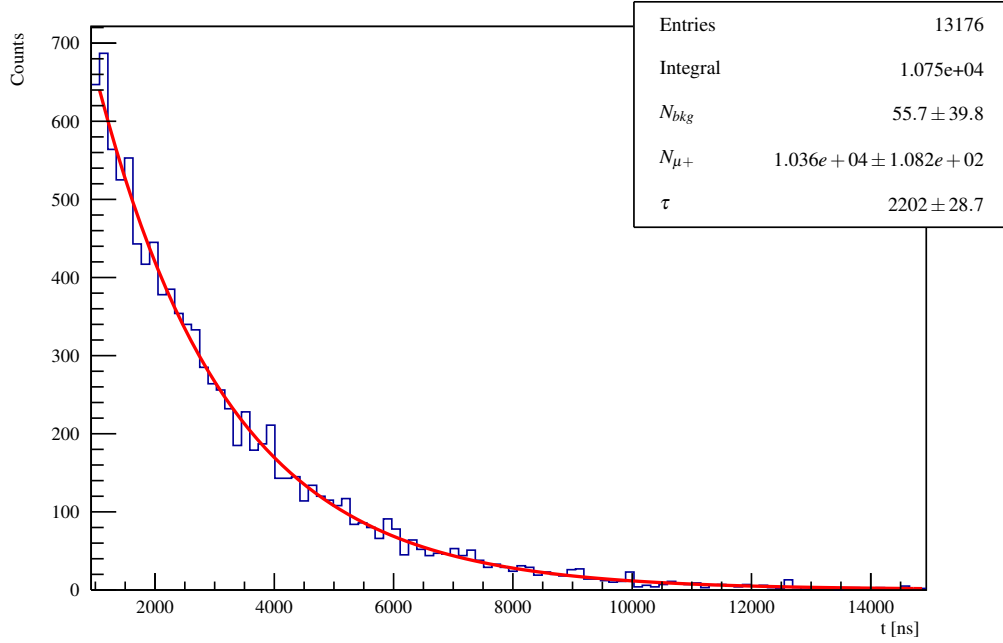


Figura 18: Dati utilizzati per la stima del rate di muoni

Conoscendo poi il tempo nel quale si sono raccolti questi dati è possibile andare a stimare il rate di eventi che abbiano caratteristiche (dal punto di vista dell'energia del muone, di quella dell'elettrone e delle loro direzioni) che il sistema di acquisizione sarebbe in grado di registrare se non avesse problemi dal punto di vista temporale:

$$\nu_{\mu} = (0.0214 \pm 0.0004) \text{ Hz} \quad (21)$$

5. Simulazioni

Per poter lavorare al meglio con l'apparato strumentale dato e comprendere al meglio il meccanismo di funzionamento si è deciso di scrivere un programma in grado di simulare il processo che avviene durante le vere e proprie sessioni di misura. In questa sezione si vuole descrivere brevemente il funzionamento di tale programma di simulazione e l'output che tale programma è in grado di fornire.

5.1 Generazione dei raggi cosmici

Come prima cosa è necessario che il programma simuli dei raggi cosmici che siano realistici. Per fare questo si è utilizzata la nota distribuzione dei raggi cosmici:

$$P(\theta, \varphi) = \cos^2 \theta \quad (22)$$

dove θ e φ sono la direzione del raggio cosmico in coordinate sferiche.

Simulare l'energia è stato invece più complicato: raramente infatti le pubblicazioni trattano l'energia dei raggi cosmici a energie sotto 1 GeV. Purtroppo vedremo in seguito che l'assorbitore è in grado di fermare i muoni solo fino a energie di ~ 60 MeV. Seguendo le indicazioni del PDG [6] (distribuzione piatta fino a ~ 1 GeV, decrescente fino a ~ 10 GeV e proporzionale a $E^{-2.7}$ dopo) abbiamo ipotizzato una distribuzione di probabilità

proporzionale a

$$P(E) \propto \frac{1}{50 + E^{2.7}} \quad (23)$$

che soddisfa le informazioni che abbiamo. L'arbitrarietà di questa distribuzione però non ci consente uno studio della rate che vada oltre l'ordine di grandezza. Data la presenza del cemento sovrastante è necessario aggiustare la distribuzione dell'energia dei muoni prima di farli interagire con l'apparato. Si è però calcolata l'energia minima necessaria a passare lo spessore di cemento considerato (~ 60 cm), più i due rivelatori posti al di sopra dell'assorbitore, ed è risultata essere di 0.31 GeV. Una semplice traslazione non è però sufficiente, in quanto la relazione range/energia non è lineare. Per ottenere una distribuzione sensata è stata fatta un'ulteriore simulazione, contenente un assorbitore in cemento e uno scintillatore di poliviniltoluene (la base polimerica degli scintillatori usati). La simulazione ha mostrato un minimo di probabilità a energia 0, di cui è stato fatto un fit che poi è stato sovrapposto alla distribuzione traslata per ottenere la distribuzione finale.

Non vengono considerate correlazioni tra la direzione del muone e la sua energia.

Per ogni evento un raggio cosmico viene generato in un punto casuale del piano lungo 700 mm lungo x e 350 mm lungo y , con z pari alla superficie superiore del primo rivelatore e la direzione di tale raggio cosmico è data dall'Equazione 22: questo è perché un raggio cosmico più lontano dal bordo del rivelatore dovrebbe essere molto inclinato per poter interagire con l'apparato e a questo punto non riuscirebbe ad interagire con i rivelatori più bassi.

La carica del muone viene generata a partire dalle informazioni presenti nel PDG ([6]), che indicano come il rapporto tra le due cariche sia di circa 1.25/1.3 a favore dei μ^+ .

La polarizzazione viene generata analogamente al 20%.

I raggi cosmici vengono fatti evolvere nel limite ultrarelativistico: data la loro alta velocità si può considerare che essi seguano una traiettoria rettilinea nonostante le forze esterne (in particolare rilevante in aria è l'effetto del campo magnetico che tenderebbe a deviare la traiettoria), e si muovano a velocità infinita (non disponiamo comunque della risoluzione temporale necessaria a rilevare differenze di tempo dell'ordine della frazione di nanosecondo come servirebbe in questo caso).

5.2 Interazione con i rivelatori

Quando viene fatta evolvere la traccia essa potrebbe entrare all'interno dei rivelatori, che possono rivelare tale passaggio.

Nel modellizzare tale evento si considera l'interazione come un fenomeno esattamente deterministico e non stocastico come realmente è. Per poter comprendere cosa succede quando una traccia attraversa un rivelatore si utilizzano i dati sperimentali, ottenuti come descritto alla Sezione 4.2: data la moda della distribuzione sperimentale dei fotoni, essa si interpreta come il numero di fotoni generati dal passaggio di un muone cosmico quando attraversa lo spessore (noto) del rivelatore in direzione perpendicolare alla faccia del rivelatore stesso (ovvero la moda della distribuzione dell'inclinazione). In questo modo si può andare a stimare effettivamente quanti fotoni vengono generati per ogni mm di scintillatore attraversato dal muone (si noti che si stanno trascurando parecchi fattori, come per esempio il diverso assorbimento in diversi punti dell'assorbitore al variare della distanza dalla fibra ottica all'interno dello scintillatore, o la perdita di energia del muone a causa della scintillazione). Così, usando delle identità trigonometriche, è stato possibile trovare lo spazio percorso dal muone all'interno del rivelatore e, noto quest'ultimo, è stato possibile trovare il numero di fotoni che ci si aspetta arrivino ai canali di acquisizione. L'effetto del passaggio degli elettroni è stato considerato perfettamente equivalente a quello dei muoni, in assenza di dati.

Il segnale generato è usato come confronto con un arbitraria "soglia", a simulare il modulo di coincidenza (la soglia è stata impostata a 3.5 fotoni, ~ 50 mV, come impostato nel reale modulo di coincidenza).

Per i muoni si è considerata una probabilità trascurabile di fermarsi all'interno del rivelatore. Questo non rispecchia perfettamente la realtà, ma è stato considerato che questa probabilità è bassa e non porterebbe a eventi rilevati da Arietta, in quanto gli elettroni difficilmente produrrebbero il segnale adatto. È però stato tenuto conto dell'attenuazione in energia durante il passaggio dei muoni.

Diversa è invece la situazione degli elettroni: si è infatti visto sperimentalmente che gli elettroni emessi dal decadimento del muone hanno una probabilità non trascurabile di decadere nella plastica dello scintillatore. Per queste particelle si è quindi simulato un range, in funzione dell'energia di uscita dall'assorbitore, basandosi su un grafico dal datasheet del rivelatore, che mostra il range degli elettroni circa proporzionale alla loro energia, con formula

$$R(E) \approx 40 \frac{mm}{MeV} \cdot E \quad (24)$$

Da prove con la simulazione si vede che la dipendenza del rate calcolato da questa formula è bassa, minore di altre incertezze intrinseche della simulazione (come la distribuzione dell'energia dei muoni).

5.3 Interazione con l'assorbitore

L'interazione con l'assorbitore viene modellizzata completamente grazie ai dati tabulati di ESTAR del NIST (elettroni) e della sezione AtomicNuclearProperties del PDG (muoni). In queste tabelle infatti sono presenti sia i dati di range che i dati dello stopping power, entrambi in funzione dell'energia della particella.

L'interazione di una particella nell'assorbitore funziona perciò così: per prima cosa viene calcolato il range basandosi sull'energia di entrata. Se viene rilevato che la particella ha abbastanza energia per uscire è necessario calcolare l'energia di uscita³. Viene quindi applicato l'algoritmo di Eulero per avere una decente stima dell'energia finale.

Data la non linearità del range dei muoni in funzione dell'energia, la maggior parte dei muoni tenderebbe a fermarsi nei primi millimetri di assorbitore. Questo però è contrastato dal minimo di energia dovuto al passaggio nel cemento, che quindi rende la distribuzione piatta. Questo è da aspettarsi, in quanto non ha senso fisico che i muoni abbiano un picco di decadimento all'inizio dell'oggetto. Questa caratteristica è stata presa come vincolo, fittando la distribuzione del decadimento dei muoni nel cemento in modo che la distribuzione nell'assorbitore fosse pressocché uniforme.

5.4 Implementazione del campo magnetico

Il campo magnetico dell'esperimento è generato da un solenoide finito a sezione rettangolare. Si è voluto andare ad utilizzare un campo che non fosse uniforme all'interno del solenoide, e per farlo si è risolto numericamente tale problema. Si è introdotta la corrente come pareti di corrente uniforme e costante, si è discretizzato lo spazio e si è utilizzato l'algoritmo di Jacobi per ottenere il potenziale vettore data la densità di corrente introdotta. Poi si è calcolato numericamente il rotore per andare a trovare effettivamente il campo magnetico. L'algoritmo è stato fatto girare su uno spazio più grande (circa un fattore 5 in y e z, mentre circa 2 in x) del solenoide, in modo che siano fisicamente sensate le condizioni al contorno assorbenti ai bordi del sistema e su solo un ottante dello spazio, impostando condizioni al contorno riflettenti o antiriflettenti (per conservare la simmetria del sistema) nei piani che separano i settori. Da questo calcolo si è trovato come effettivamente il campo magnetico non sia costante all'interno del solenoide ma abbia una dipendenza dalla posizione, come si può vedere nelle Immagini 19a e 19b dove si possono vedere le proiezioni sul piano $y = 0$ delle componenti x e z del campo magnetico. Questo processo di risoluzione numerica dell'equazione differenziale ha permesso di avere dei valori per il campo magnetico più realistici che dipendano dalla posizione presa in considerazione: in particolare si è stimato il modulo quadro del campo magnetico in corrispondenza del centro del solenoide e del centro della faccia dello scintillatore perpendicolare all'asse del solenoide stesso (il punto di massima differenza, come si può notare dai grafici), notando una variazione di circa il 3.2%.

Questa simulazione non è però stata utile in quanto nell'esperimento vero e proprio il campo magnetico non è stato disponibile.

³Nota: data l'assunzione mostrata al punto precedente secondo quale i muoni non possono fermarsi negli scintillatori, l'energia di uscita dei muoni non è in realtà utile e non viene quindi calcolata

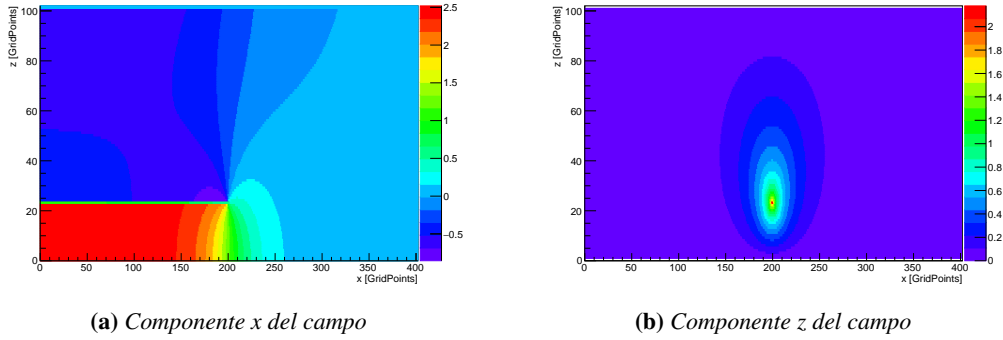


Figura 19: Plot della simulazione del campo magnetico prodotto dal solenoide sul piano $y=0$

5.5 Decadimento del muone cosmico

Se il muone cosmico viene fermato all'interno dell'assorbitore, esso decadrà dopo un tempo che dipende dal tipo di muone che si ferma (muone o antimuone), che è distribuito come un esponenziale dal tempo caratteristico che viene assunto come noto dalla letteratura. Perciò si considera il muone, fermo, trascorra un tempo che in media è il tempo di vita di tale muone, e poi decada emettendo sostanzialmente un elettrone (non sono rilevabili gli altri prodotti del decadimento). La direzione dell'elettrone è simulabile a partire dalle caratteristiche del muone. Infatti, come detto in precedenza, la direzione dell'elettrone è correlata alla direzione dello spin del muone al momento del decadimento. Per ogni interazione perciò è stata considerata l'elicità del muone, forward, backward. In entrambi i casi si è fatto ruotare lo spin attorno al campo magnetico nel punto di decadimento, per un tempo pari al tempo di decadimento simulato. La direzione dell'elettrone viene poi generata a partire dalla direzione dello spin, usando la formula

$$P(\theta, x) \propto (3 - 2x + \cos \theta (1 - 2x)) \quad (25)$$

dove x è la frazione di semimassa del muone disponibile per l'elettrone, e θ è l'angolo tra lo spin del muone e la direzione dell'elettrone. Questo ovviamente coincide con l'usare una descrizione classica e non quantistica dello spin, in cui a ruotare dovrebbero essere solo i valori medi delle tre osservabili quantistiche producendo un analogo risultato.

5.6 Output della simulazione

Gli output utili della simulazione descritta ai punti precedenti sono numerosi e interessanti:

- **Efficienza:** considerando solamente l'interazione tra i raggi cosmici e gli scintillatori è possibile stimare quanti muoni non risultano in coincidenza a causa di condizioni geometriche non favorevoli, per esempio quelli che lasciano segnale attraversando ai bordi i due rivelatori superiori ma non entrano nemmeno nel terzo rivelatore.
- **Informazioni varie:** Dalla simulazione, facendo isotogrammi di quantità intermedie, è possibile ricavare informazioni sul comportamento delle particelle. Un esempio di ciò è la distribuzione della morte degli elettroni.
- **Spettro temporale:** data tutta la simulazione fatta, è possibile fare un plot del tempo che intercorre tra il passaggio del muone e quello dell'elettrone, riottenendo l'esponenziale del tempo di decadimento, corretto con la rotazione dello spin, ovvero il grafico da cui si potrebbe calcolare il fattore di Landé. Questo ci permette di calcolare l'effetto di un campo magnetico non uniforme sulla forma del segnale.

- Confronto della rate con quella sperimentale: è possibile confrontare la rate calcolata dalla simulazione con quella ottenuta durante la misura della vita media dei muoni. Questo ci permette di verificare che non ci siano inefficienze evidenti che non abbiamo considerato che potrebbero distorcere il risultato.

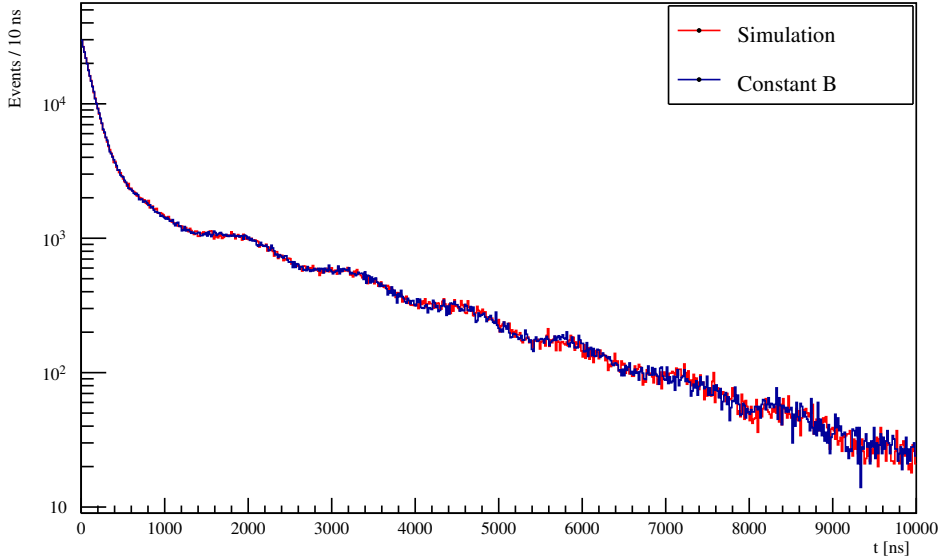


Figura 20: Output della simulazione nel caso del campo magnetico costante o simulato

5.6.1 Spettro temporale in campo magnetico

L'Immagine 20 mostra il risultato di una simulazione con $1 \cdot 10^9$ eventi nel caso in cui B sia considerato uniformemente uguale a 55 G e nel caso in cui il campo magnetico viene simulato. Si può vedere dal grafico come il campo magnetico influisca poco sui μ^- , mentre produce l'effetto desiderato sui μ^+ . Da un fit sull'istogramma con la funzione

$$\frac{dn_{e^+}}{dt} = \frac{N}{\tau_+} e^{\frac{x}{\tau_+}} [1 + \alpha \cdot \cos(\omega_L x + \varphi)] \quad (26)$$

si ottiene un valore per α di $(9.1 \pm 0.3)\%$, mentre si ottiene $(3.10 \pm 0.08)\%$ per φ . Quest'ultimo valore è da aspettarsi, in quanto gli elettroni hanno probabilità massima di essere emessi in direzione opposta a quella dello spin, rendendo il valore atteso π .

Dal grafico si può anche notare come le due distribuzioni siano pressoché identiche fino ad alti t , ed anche là la discrepanza può essere assimilata ad errori statistici. Non è chiaro se questa uguaglianza è reale o dovuta a una statistica insufficiente.

5.6.2 Informazioni varie

Chiedendo durante la simulazione di stampare la posizione della morte degli elettroni è possibile costruire l'istogramma di Figura 21. Si può notare come la maggior parte degli elettroni muoia dentro l'assorbitore, ma che una buona percentuale ($\sim 11\%$) muore anche negli scintillatori

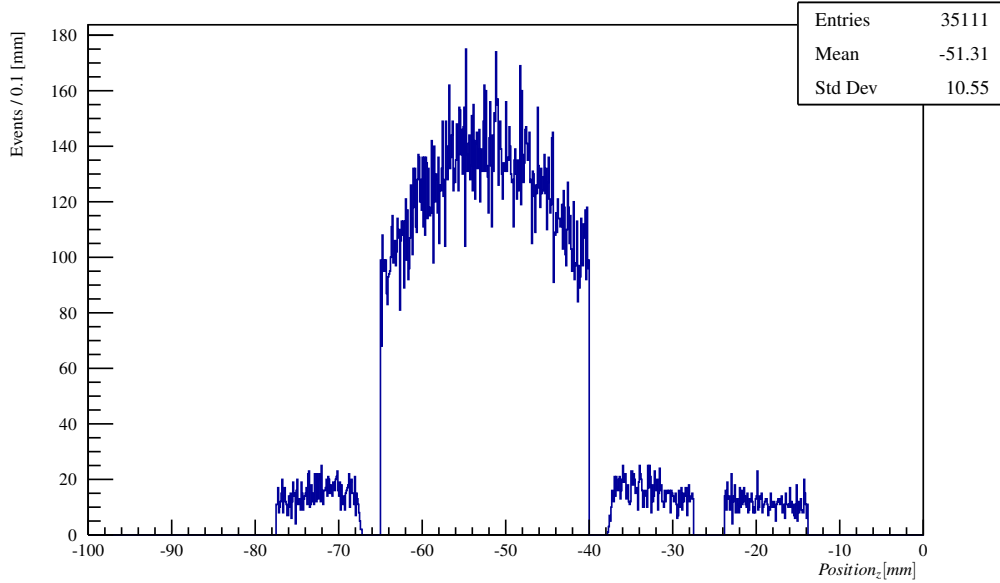


Figura 21: Coordinata z della posizione della morte degli elettroni

5.6.3 Stima della correzione geometrica alla stima dell'efficienza

È interessante anche analizzare quanto il fattore geometrico contribuisce all'efficienza diversa dal 100% calcolata nella Sezione 4.2.2. Ignorando gli elettroni infatti si può calcolare l'efficienza con una configurazione del tutto simile a quella utilizzata nella reale misura, ma impostando questa volta l'efficienza intrinseca a 1.

5.6.4 Stima del rate

In una sezione precedente abbiamo calcolato la rate di eventi validi a partire dalle nostre misure della vita media dei muoni. È possibile fare una stima basandosi sui risultati della simulazione: data infatti la frazione di eventi simulati che vengono rilevati come validi, uniti ai dati sperimentali sui muoni cosmici presi dal PDG ([6]), si può associare un valore per la rate di eventi.

L'output della simulazione usata è mostrato in Figura 22

La frequenza media di muoni integrata su tutti gli angoli è $130 \frac{\text{muoni}}{m^2 s}$. La superficie che noi consideriamo è di $1.40 \text{ m} \times 0.70 \text{ m}$. La frazione di muoni che passa la schermatura in cemento dell'edificio viene presa dalla simulazione come 0.92%.

Data una frazione di eventi validi di $5.47 \cdot 10^{-4}$, si arriva a una rate stimata di 0.0162 Hz. Questo numero va confrontato con la rate sperimentale di 0.021 Hz.

I due numeri non sono compatibili ma bisogna ricordare il grande numero di assunzioni imprecise fatte per questa simulazione. È possibile notare però che i numeri corrispondono almeno come ordine di grandezza segno che non ci sono grandi inefficienze che non abbiamo considerato. Ad esempio, se non avessimo considerato la morte degli elettroni dentro gli scintillatori, come avevamo inizialmente fatto, gli eventi sarebbero decisamente di più, soprattutto nella configurazione a 6 scintillatori usata nel semestre scorso.

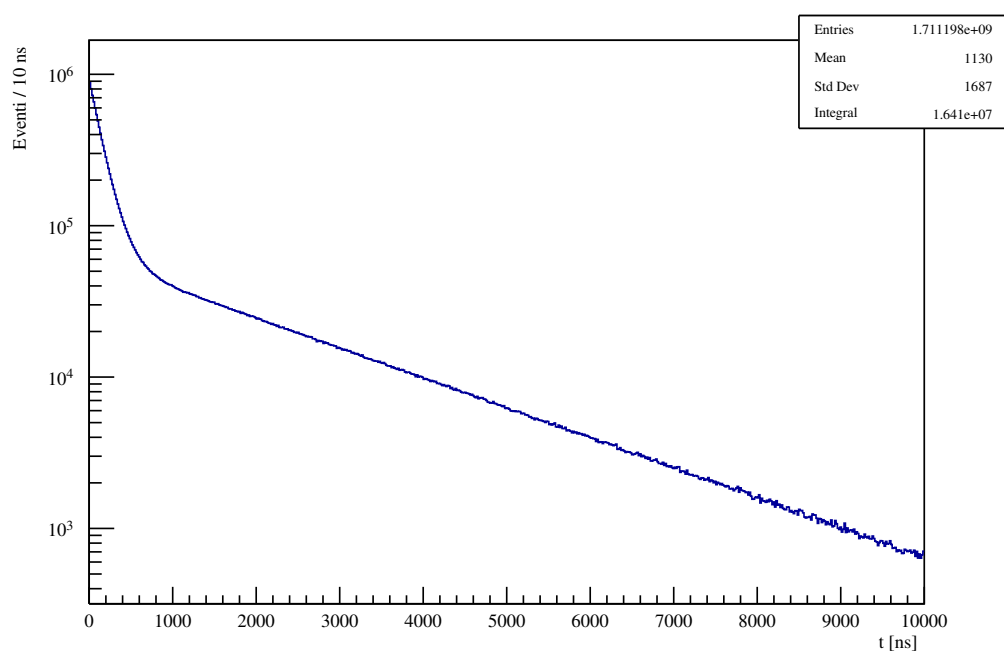


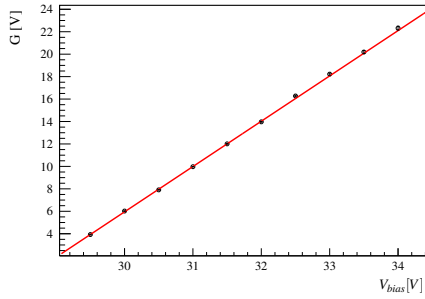
Figura 22: Output della simulazione da 30 miliardi di eventi usata per la misura del rate

A. Studio del guadagno

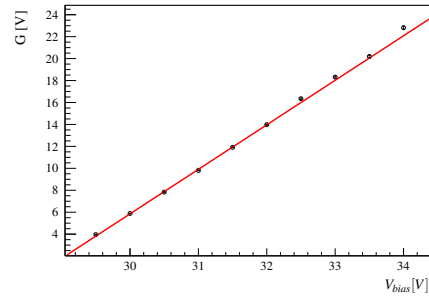
Si riportano di seguito i grafici e le tabelle utilizzate per lo studio in guadagno dei diodi. I grafici mancanti sono associati a diodi che si sono scoperti non funzionanti e verranno sostituiti appena possibile.

V	G_{d1}	G_{d2}
29	N/A	N/A
29.5	3.93 ± 0.03	3.96 ± 0.03
30	6.02 ± 0.02	5.88 ± 0.02
30.5	7.91 ± 0.02	7.84 ± 0.02
31	9.97 ± 0.02	9.81 ± 0.02
31.5	12.01 ± 0.02	11.91 ± 0.02
32	13.97 ± 0.03	13.98 ± 0.03
32.5	16.27 ± 0.06	16.35 ± 0.06
33	18.22 ± 0.09	18.32 ± 0.09
33.5	20.2 ± 0.1	20.2 ± 0.1
34	22.3 ± 0.2	22.8 ± 0.1

Tabella 10: primo cavo 5 gain



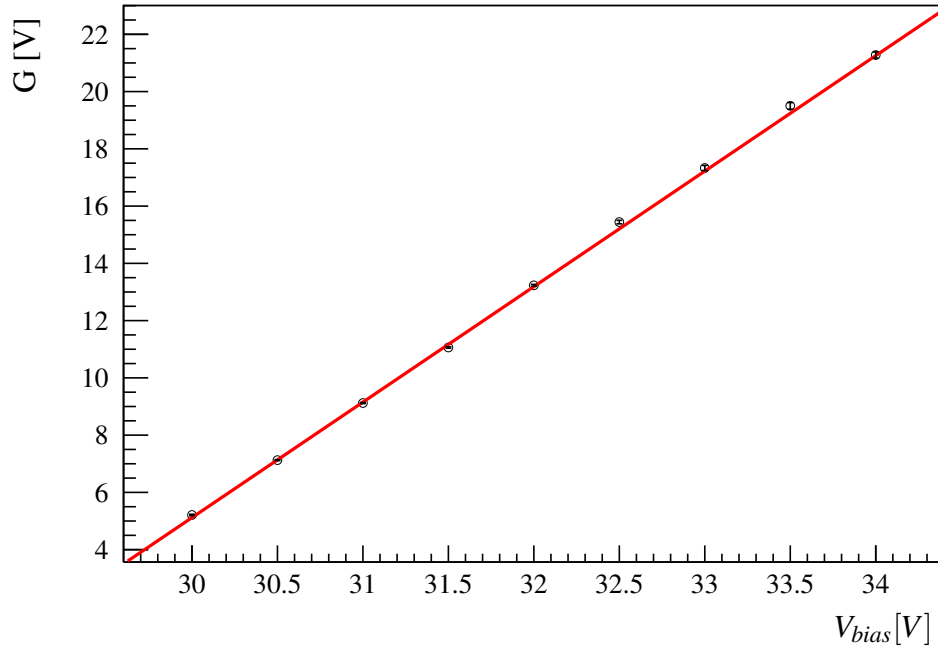
(a) primo cavo 5 gain@d1



(b) primo cavo 5 gain@d2

Figura 23: primo cavo 5 gain

V	G_{d1}	G_{d2}
29	N/A	N/A
29.5	N/A	N/A
30	5.21 ± 0.03	N/A
30.5	7.13 ± 0.02	N/A
31	9.12 ± 0.02	N/A
31.5	11.06 ± 0.03	N/A
32	13.23 ± 0.03	N/A
32.5	15.44 ± 0.06	N/A
33	17.33 ± 0.09	N/A
33.5	19.5 ± 0.1	N/A
34	21.3 ± 0.1	N/A

Tabella 11: secondo cavo 5 gain**Figura 24:** secondo cavo 5 gain d1

V	G_{d1}	G_{d2}
29	N/A	N/A
29.5	N/A	3.237 ± 0.026
30	N/A	5.148 ± 0.043
30.5	N/A	7.260 ± 0.015
31	N/A	9.116 ± 0.015
31.5	N/A	11.100 ± 0.018
32	N/A	13.090 ± 0.024
32.5	N/A	15.045 ± 0.070
33	N/A	17.487 ± 0.074
33.5	N/A	19.035 ± 0.098
34	N/A	21.48 ± 0.14

Tabella 12: *terzo cavo 5 gain*

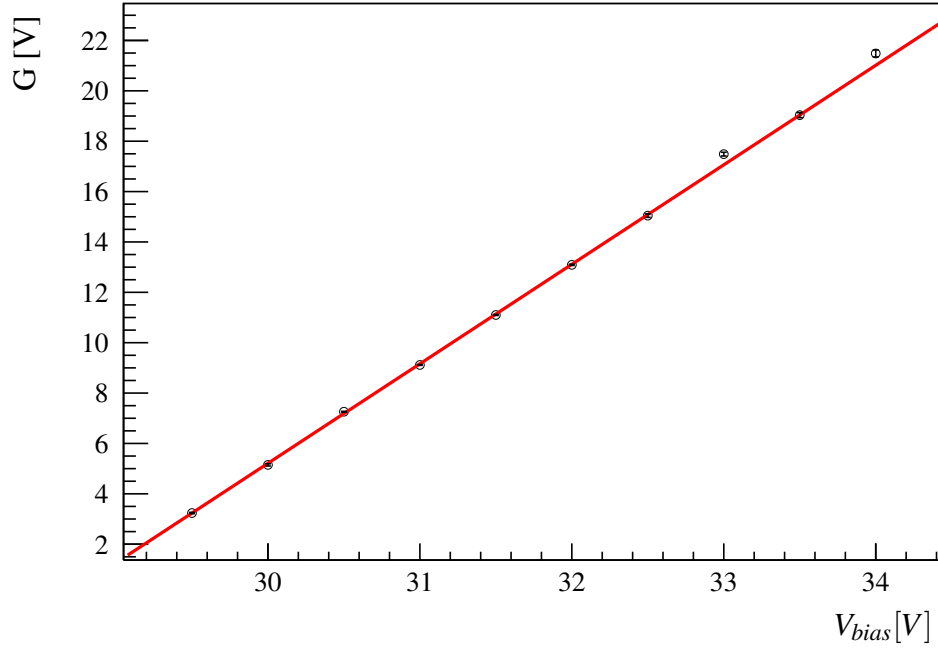
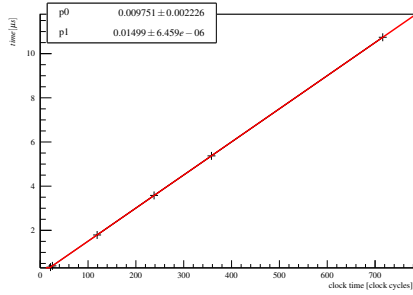


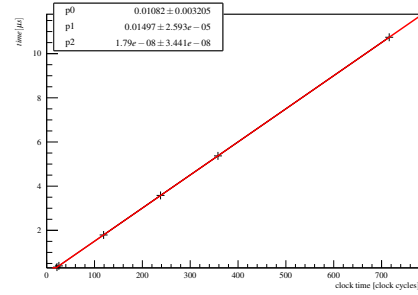
Figura 25: terzo cavo 5 gain d2

B. Studio calibrazione Arietta

Si riportano di seguito i grafici utilizzati in fase di calibrazione di arietta.

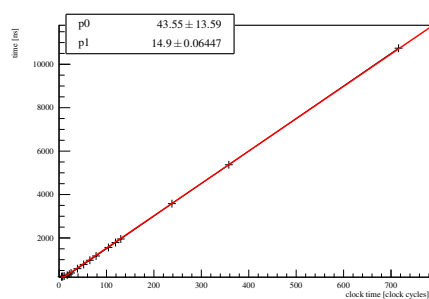


(a) calibrazione-ARIETTA formattata@pol1

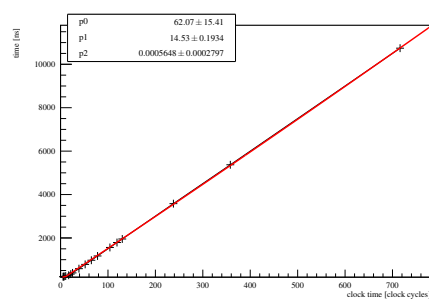


(b) calibrazione-ARIETTA formattata@pol2

Figura 26: calibrazione-ARIETTA formattata



(a) tutti tempi@pol 1



(b) tutti tempi@pol2

Figura 27: tutti tempi

Riferimenti bibliografici

- [1] G. W. Bennett *et al.* [Muon g-2 Collaboration], Phys. Rev. D **73** (2006) 072003 doi:10.1103/PhysRevD.73.072003 [hep-ex/0602035].
- [2] H. M. Portella, A. S. Gomes, L. C. S. Oliveira and C. E. C. Lima, In Salt Lake City 1999, Cosmic ray, vol. 2 143-146
- [3] P. Lipari, Astropart. Phys. **1** (1993) 195. doi:10.1016/0927-6505(93)90022-6
- [4] T. Suzuki, D. F. Measday and J. P. Roalsvig, Phys. Rev. C **35** (1987) 2212. doi:10.1103/PhysRevC.35.2212
- [5] C. Amsler, American Journal of Physics **42**, (1974) 1067; doi:10.1119/1.1987938
- [6] C. Patrignani *et al.* [Particle Data Group], Chin. Phys. C **40** (2016) no.10, 100001. doi:10.1088/1674-1137/40/10/100001
- [7] A. Czarnecki, M. Dowling, X. Garcia i Tormo, W. J. Marciano and R. Szafron, Phys. Rev. D **90** (2014) no.9, 093002 doi:10.1103/PhysRevD.90.093002 [arXiv:1406.3575 [hep-ph]].
- [8] AdvanSiD, Datasheet del SiPM modello ASD-RGB1C-P
- [9] Pico Technology, Datasheet del Picoscope 5000A
- [10] E. Borsato, A. Garfagnini, G. Menon, Journal of Instrumentation, Volume 7, Issue 08, pp. 8024 (2012) doi:10.1088/1748-0221/7/08/P08024