

Università degli Studi di Padova

---

**RELAZIONE DI LABORATORIO  
AVANZATO:  
MISURA DEL FATTORE DI LANDÉ**

*Laboratorio avanzato A*

*Davide Chiappara*

Università di Padova, facoltà di fisica,  
davide.chiappara@studenti.unipd.it  
Matricola: 1153465

*Raffaele Di Vora*

Università di Padova, facoltà di fisica,  
raffaele.divora@studenti.unipd.it  
Matricola:

*Enrico Lusiani*

Università di Padova, facoltà di fisica,  
enrico.lusiani@studenti.unipd.it  
Matricola: 1153399

---

Anno accademico 2016-2017



# Indice

<b>1</b>	<b>Premesse</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Descrizione dell'esperienza</b>	<b>1</b>
2.1	Il fattore $g$ e la sua importanza fisica . . . . .	1
2.2	I muoni cosmici e l'effetto di polarizzazione netta . . . . .	1
2.3	La misura temporale e della frequenza di precessione . . . . .	2
<b>3</b>	<b>Descrizione dell'apparato strumentale</b>	<b>3</b>
3.1	Rivelatori . . . . .	4
3.2	Elettronica di acquisizione . . . . .	4
3.3	Assorbitore . . . . .	5
3.4	Solenoidi . . . . .	5
<b>4</b>	<b>Analisi dati</b>	<b>10</b>
4.1	Caratterizzazione dei fotodiodi . . . . .	10
4.1.1	Studio della caratteristica tensione corrente . . . . .	10
4.1.2	Studio dell'amplificazione dei fotodiodi . . . . .	11
4.2	Stima dell'efficienza dell'apparato . . . . .	12
<b>5</b>	<b>Simulazioni</b>	<b>14</b>
5.1	Generazione dei raggi cosmici . . . . .	14
5.2	Interazione con i rivelatori . . . . .	14
5.3	Interazione con l'assorbitore . . . . .	14
5.4	Implementazione del campo magnetico . . . . .	15
5.5	Decadimento del muone cosmico . . . . .	15
5.6	Implementazione dell'elettrone . . . . .	16
5.7	Output della simulazione . . . . .	16
5.7.1	Stima della correzione geometrica alla stima dell'efficienza . . . . .	16

## 1. Premesse

Enunciamo innanzitutto la convenzione utilizzata nell'utilizzo di notazioni originariamente sviluppate nello studio dell'elettrone (e del suo momento angolare generico), e poi estese a altri fermioni elementari come ad esempio il muone.

Nel seguito quindi, interessandoci a muoni liberi, quando parleremo di quantità quali momento angolare, momento magnetico, rapporto giromagnetico, magnetone di Bohr, etc... ci riferiremo alle analoghe quantità definite per il muone, e parlando di momenti in particolare intenderemo quelli propri ovvero di spin (e non a quelli angolari orbitali o totali tipici di un sistema legato come un elettrone all'interno di un atomo.)

Inoltre indicheremo le grandezze vettoriali con caratteri in grassetto per differenziarle da quelle scalari.

## 2. Descrizione dell'esperienza

### 2.1 Il fattore g e la sua importanza fisica

Lo scopo di quest'esperienza è la costruzione e calibrazione di un detector atto alla rivelazione dei muoni cosmici e degli elettroni prodotti nel loro decadimento, per ottenere una stima del fattore g muonico.

Tale quantità è spesso chiamata rapporto giromagnetico del muone (perché ne è legata da una costante), ma sarebbe più propriamente denominata come momento magnetico adimensionale; essa misura il rapporto fra il numero quantico di spin  $S$  e il corrispondente momento magnetico di spin associato  $\mu_s$ :

$$\mu_s = g \cdot \mu_B \cdot \frac{S}{\hbar}, \quad (1)$$

dove  $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_\mu}$  indica il magnetone di Bohr muonico.

Dall'equazione di Dirac il valore di tale costante dovrebbe essere 2, ma la miglior misura finora effettuata è vicina ma incompatibile con tale valore; in realtà correzioni perturbative dovute alla teoria dei campi spiegano all'incirca il 99% della differenza osservata, ma permane ad oggi una discrepanza fra il valore sperimentalmente ottenuto e quello teorico, anche se al di sotto del limite delle  $5\sigma$  necessario per la scoperta; per questo motivo c'è un grande interesse in misure più precise del valore di questa costante come possibile indizio di nuova fisica oltre al Modello Standard. [1]

### 2.2 I muoni cosmici e l'effetto di polarizzazione netta

I muoni cosmici sono prodotti dal decadimento di particelle  $\pi$  e  $K$  prodotte negli sciame adronici degli strati superiori dell'atmosfera; un'importante proprietà dei muoni di energia fissata osservati in un sistema di riferimento solidale alla superficie terrestre è la loro polarizzazione diversa da zero; questo effetto nasce dalla combinazione della violazione di parità propria dei decadimenti deboli e dalla cinematica dell'intero processo.

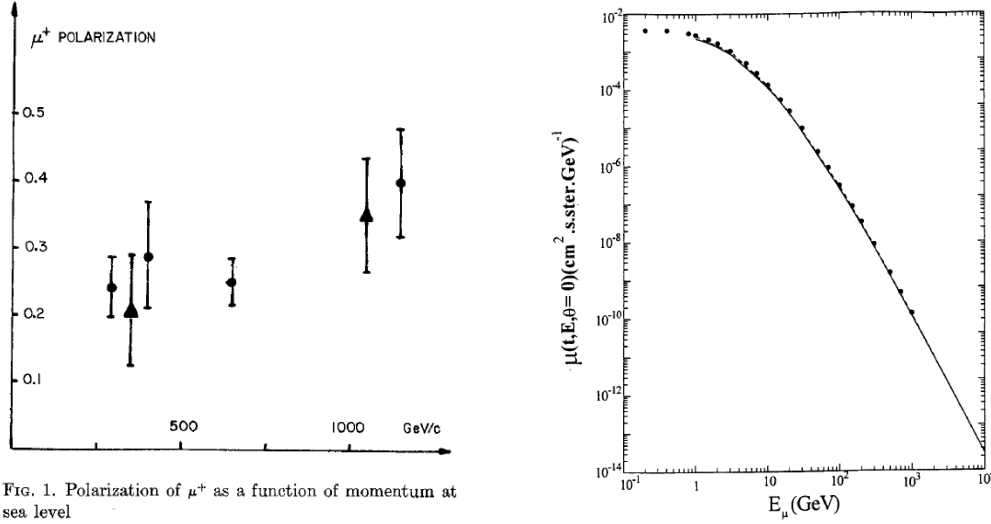
A titolo di esempio consideriamo quindi un pione del sistema di riferimento del centro di massa; esso decade mediante il processo

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu, \quad (2)$$

che viola massimalmente la parità, e dato che la massa del neutrino è pressoché 0, l'antimuone ha sempre chiralità right; nel sistema del c.m. trattandosi di un processo a due corpi l'energia cinetica del muone è di 4.119 MeV *REF. Tesi?* pertanto sapendo che il massimo dell'intensità differenziale degli antimuoni verticali al livello del mare si raggiunge all'energia molto maggiore di  $\sim 0.5 \text{ GeV}$  [5], si ha che il boost di Lorentz a seconda della direzione di emissione del muone nel sistema di riferimento del pione porta il muone rivelato a terra ad avere differente polarizzazione.

Sempre a titolo di esempio consideriamo infatti due antimuoni emessi verticalmente verso l'alto e verso il basso nel decadimento di un pione con momento diretto verticalmente verso il basso: il primo verrà rivelato a terra con spin diretto verso il basso, il secondo con spin diretto verso l'alto.

Dato che il decadimento del pione è isotropo nel c.m. ciò non genera un effetto di polarizzazione complessivo, ma dato che l'energia nel sistema di riferimento del laboratorio dei due muoni è diversa (e più alta per il secondo), e che la distribuzione energetica dei muoni cosmici non è omogenea, si ha un effetto netto di polarizzazione una volta fissato un intervallo energetico di accettazione dei muoni. [3]



(a) Polarizzazione del  $\mu^+$  come funzione del momento, (b) Distribuzione del flusso dei muoni verticali al livello misurato al livello del mare. Preso da [5].

**Figura 1: Grafici belli**

Pertanto nell'esperimento abbiamo utilizzato un assorbitore al fine di fermare al suo interno i muoni cosmici con energia minore di un certo valore, determinato dallo spessore di materiale da essi attraversato e dalla perdita di energia espressa dalla formula di Bethe-Bloch  $-\frac{dE}{dx} = 4\pi N_e m_e r_e^2 c^2 \frac{q^2}{\beta^2} [\ln(\frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I}) - \beta^2 - \frac{\delta(\gamma)}{2}]$  qui devo spiegare che cavolo sono tutti i parametri? stiam freschi!, effettuando così praticamente un taglio sullo spettro energetico dei muoni utilizzati nel nostro esperimento.

Tale dispositivo era costituito da un parallelepipedo di rame di spessore circa  $25 \pm 0.5 \text{ mm}$ , la polarizzazione stimata dei muoni così ottenuti è circa del 20% AGGIUNGERE citazione da slide presentazione esperienza? mettere FORMULA POLARIZZAZIONE?.

In tutti i ragionamenti effettuati abbiamo sinora trascurato la presenza di un eguale numero di muoni negativi con stesso spettro energetico e polarizzazione inversa, che a meno di un metodo per discriminarli andrebbero in questo modo ad inficiare la misura eliminando la polarizzazione netta.

Essi possono essere trascurati in quanto una volta giunti a riposo nell'assorbitore essi prendono il posto di un elettrone all'interno di un atomo del materiale, e subiscono un processo analogo all'electron capture, fortemente crescente con la carica nucleare efficace  $Z_f$  del materiale: per il rame dato l'alto  $Z$  il tempo tipico con cui tutto ciò accade è  $\tau_- \approx 160 \text{ ns}$  [4] mentre il tempo tipico con cui decade un muone libero è  $\tau_+ \approx 2.197 \mu\text{s}$  [6], e quindi dato che  $\tau_- \gg \tau_+$  una volta associato ad ogni evento il tempo trascorso fra il passaggio delle particelle nel rivelatore e il loro decadimento gli eventi dovuti ai muoni si configureranno come un transiente iniziale dell'ordine di  $\tau_-$  passato il quale il contributo principale (e quasi esclusivo) sarà dovuto al decadimento degli antimuoni.

## 2.3 La misura temporale e della frequenza di precessione

Tale misura temporale fra il momento di arrivo viene ottenuta grazie alla luce di scintillazione prodotta da due scintillatori posizionati sopra all'assorbitore al passaggio degli antimuoni; posti in coincidenza temporale essi

fungono da trigger per l'acquisizione dei segnali e qualora venga rilevato un secondo segnale di coincidenza dovuto al passaggio di un'altra particella carica (che viene identificata col positrone generato dal decadimento dell'antimuone attraverso il processo  $\mu^+ \rightarrow e^+ + \bar{\nu}_\mu + \nu_e$ ) all'interno di una certa finestra temporale (circa  $10 \mu s$  dal primo segnale).

Questo in linea di principio dipendentemente dalla scelta della lunghezza della finestra  $\Delta t$ , della superficie degli scintillatori  $S$  e del flusso di muoni per unità di superficie potrebbe generare false coincidenze dovute al passaggio di due raggi cosmici; dato però il flusso di raggi cosmici per unità di superficie al livello del mare da  $\phi \approx \frac{300}{m^2 \cdot s}$  [6] abbiamo che la frequenza delle coincidenze casuali (assumendo efficienza dei detector pari a 1) è data da  $\nu_{false} = \Delta t \cdot (\phi S)^2 \approx 0.025 Hz$  ed è molto minore di quella di misura di un muone.

Per ridurre i dark counts ulteriormente si è posizionato inoltre un'altro scintillatore sotto l'assorbitore e lo si è posto in anticoincidenza con gli altri due, in modo da eliminare segnali di trigger i cui muoni non si siano fermati nell'assorbitore.

#### TABELLA CON LO SCHEMA DELLE COINCIDENZE?

Per la misura del fattore  $g$  si sfrutta il fenomeno della precessione del momento magnetico di spin all'interno di un campo magnetico  $\mathbf{B}$ , in questo caso generato da un solenoide posto attorno all'apparato e diretto parallelamente alle facce laterali "lunghe" dell'assorbitore:

$$\frac{d\mathbf{S}}{dt} = \mathbf{M} = \boldsymbol{\mu}_s \times \mathbf{B} = -\omega_L \cdot \mathbf{B} \times \mathbf{S}, \quad (3)$$

dove con  $\omega_L = \frac{g \cdot \mu_B}{\hbar}$  abbiamo indicato la frequenza angolare di Larmor divisa per il modulo del campo magnetico.

Pertanto un antimuone che arriva sul piano determinato dalla verticale e dal campo magnetico con un angolo  $\delta$  rispetto alla verticale dopo un intervallo  $\Delta t$  avrà angolo rispetto alla verticale pari a  $\delta' = \delta + \omega_L \Delta t$ .

Sappiamo inoltre che il decadimento dell'antimuone avviene con distribuzione angolare  $1 + a \cdot \cos(\theta)$ , con  $\theta$  angolo del positrone prodotto rispetto allo spin dell'antimuone e  $a$  parametro di asimmetria dipendente dall'energia del positrone e con valor medio  $a \approx \frac{1}{3}$ . [5]

Nell'approssimazione che i due scintillatori di trigger abbiano angolo solido trascurabile rispetto ai punti dell'assorbitore dove può avvenire il decadimento, il numero di eventi di decadimento rivelati, essendoci squilibrio fra antimuoni polarizzati verso l'alto e verso il basso, varia dipendentemente dall'intervallo di tempo  $t$  passato fra rivelazione di muone e positrone secondo l'andamento

$$\frac{dn_{e^+}}{dt}(t) = N \cdot \frac{e^{-\frac{t}{\tau_+}}}{\tau_+} \cdot [1 + \alpha \cdot \cos(\omega_L \cdot t)] + Bg, \quad (4)$$

con  $N$  la costante di normalizzazione dei conteggi,  $\alpha$  costante contenente i contributi del parametro di asimmetria e dell'accettanza angolare non nulla dei rivelatori rispetto alle traiettorie dei muoni e  $Bg$  termine rappresentante i conteggi di background.

Dalla misura di tale distribuzione è possibile dunque ottenere una stima della frequenza di Larmor e quindi del fattore  $g$ ; da notare che oltre allo spread angolare sopra citato nelle traiettorie dei muoni accettati dal rivelatore un'altra fonte di incertezza per la misura può essere una non uniformità nel campo magnetico utilizzato, che quindi dovrà venire studiata.

Altra problematica causata dall'utilizzo di un forte campo magnetico (dell'ordine dei 50 gauss) è che ciò disturba il funzionamento dei fotomoltiplicatori di norma utilizzati per convertire in segnale la luce di scintillazione, pertanto è stata effettuata la scelta alternativa di utilizzare al loro posto dei Silicon PhotoMultipliers che non vi sono sensibili, inserendo all'interno degli scintillatori delle fibre ottiche wavelenght-shifting per fungere la funzione di guidare la luce alla superficie dei diodi.

### 3. Descrizione dell'apparato strumentale

L'apparato strumentale consiste in diverse componenti che, assieme, permettono di effettuare la misura che ci si è prefissati.

### 3.1 Rivelatori

I rivelatori utilizzati sono 6 scintillatori plastici modello EJ-200 (della *Eljen Technology*), dalle misure che vengono garantite di fabbrica come 600x250x10 mm con una precisione fornita come  $\pm 0.5$  mm. Su tali scintillatori sono stati scavati dei canali sui quali è stata posta una fibra ottica il grado di raccogliere i fotoni di scintillazione generati dal passaggio di una carica, con un'efficienza media del 5%. Per attaccare la fibra ottica è stato utilizzato del cemento ottico EJ-500; la fibra ottica è stata incollata in modo che la distanza che un fotone percorre prima di entrare nella fibra ottica fosse minima considerando che tale fotone può essere generato in un punto qualsiasi dello scintillatore. Poi gli estremi della fibra ottica, uscenti dallo scintillatore, sono stati levigati usando della carta vetro di diverso granularità.

Successivamente si è passati al *wrapping* degli scintillatori: affinché siano utilizzabili gli scintillatori devono essere avvolti in un materiale riflettente (così che non si perdano fotoni che escono dagli scintillatori) e poi di un materiale assorbente (così che non entrino fotoni dentro lo scintillatore). Per fare ciò si sono usati tre layer differenti di materiali che hanno avvolto ogni singolo scintillatore:

- Foglio di alluminio: come prima cosa si è avvolto lo scintillatore in alluminio, stando attenti che tale alluminio formasse meno pieghe possibili: infatti eventuali pieghe possono diminuire il coefficiente di riflessione dell'alluminio e portare a rottura del layer stesso, provocando perdita di fotoni. Per poter posizionare al meglio questo layer si è fatta molta attenzione nel tagliare il foglio della misura corretta e nel piegarlo nel miglior modo attorno allo scintillatore stesso. Particolari accorgimenti sono stati necessari per gli spigoli, dove si è fatto un doppio layer di alluminio che permettesse di chiudere nel miglior modo possibile lo scintillatore. Nell'Immagine 2 si può vedere una foto fatta durante la fase di wrapping con alluminio di uno scintillatore, dove si può anche notare la fibra ottica. Il wrapping con la carta alluminio è stato fatto lasciando aperta una finestra della dimensione del circuito di lettura in prossimità del punto in cui la fibra ottica esce dallo scintillatore.
- Cartone nero sugli spigoli: per bloccare la carta alluminio attorno allo scintillatore e impedire alla luce esterna di entrare da tali spigoli si è tagliato del cartone nero spesso in modo che potesse ricoprire le superfici laterali dello scintillatore e parte delle superfici di base. Tale cartone è stato tagliato in modo che si incastrasse nel miglior modo possibile a chiudere gli spigoli dello scintillatore, poi è stato piegato utilizzando una punta in ferro (in modo che venisse piegato e non tagliato) ed è stato fissato alla carta alluminio con del nastro adesivo. Un'immagine dello scintillatore dopo questa fase di sistemazione dei bordi si può vedere nell'Immagine 3.
- Plastica nera assorbente: Come ultimo layer si sono ritagliati due rettangoli in plastica nera che potessero assorbire i fotoni e sono stati posizionati a coprire le due superfici di base degli scintillatori. La plastica è stata poi fissata al resto del wrapping utilizzando del nastro isolante nero, in modo da coprire eventuali buchi nella copertura esterna assorbente dello scintillatore. Nell'Immagine 4 (risalente all'anno scorso, il procedimento di wrapping è stato fatto allo stesso modo) si può vedere lo scintillatore una volta finito il wrapping.

Il wrapping è stato comunque eseguito nel modo più omogeneo possibile, in quanto ogni aumento di spessore nel wrapping romperebbe la simmetria del sistema di acquisizione quando un rivelatore viene poggiato sopra un altro.

### 3.2 Elettronica di acquisizione

L'elettronica di acquisizione utilizzata consisteva in:

- Scheda di acquisizione contenente due SiPM (Silicon PhotoMultiplier) ([?]), uno per capo della fibra ottica, per rilevare i fotoni in uscita, e l'elettronica necessaria a farli funzionare e ottenere un segnale elettrico rilevabile. Lo schema elettronico della scheda si può vedere nell'Immagine 5, che si riferisce ad

un solo SiPM. Il secondo è collegato ad un circuito analogo con uscite ed ingressi indipendenti. Nella prima versione della scheda ogni ingresso e uscita si trovava su un cavo separato, ma per ragioni di spazio nelle nuove schede si è passati a una configurazione in cui gli ingressi e la massa si trovano su un cavo unico a 5 canali?

- Generatore di tensione *modello* impostato per erogare una tensione di 5 V, usato per l'alimentazione degli operazionali nel circuito, funzionanti a  $\pm 5$  V
- Generatore di tensione *modello* impostato ad una tensione più alta,  $\sim 35$  V, usato per dare le tensioni di bias ai SiPM. La tensione precisa viene impostata a valle per ogni SiPM separatamente tramite un sistema di partitori di tensione.
- Oscilloscopio digitale Picoscope modello 5000A con una frequenza di acquisizione di 1GHz [?].
- Generatore di coincidenze programmabile a 16 canali di ingresso [?].
- Scheda di acquisizione di differenze temporali, soprannominata Arietta, non ancora utilizzata in questa prima parte dell'esperimento *articolo arietta?*.

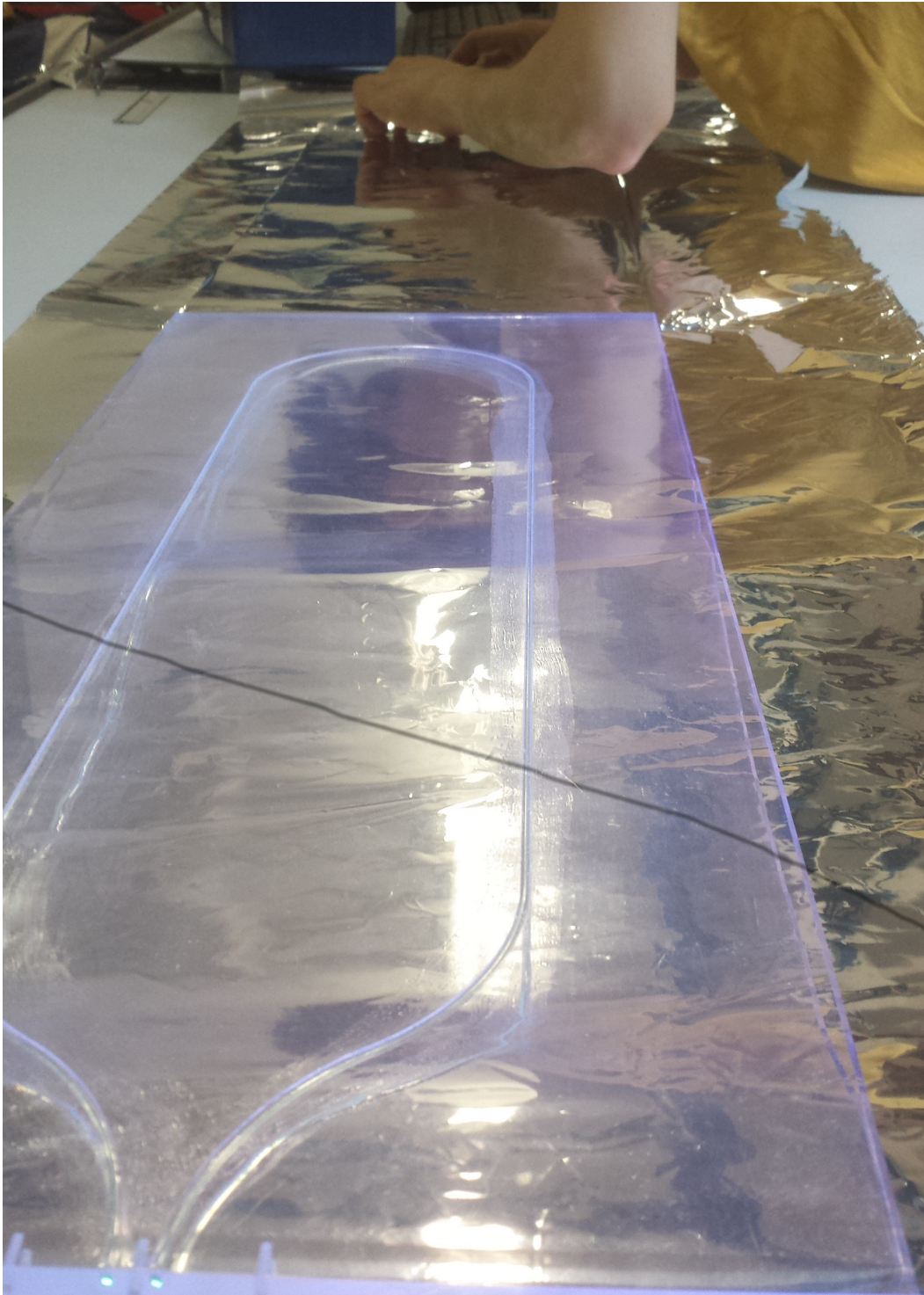
### 3.3 Assorbitore

L'assorbitore non è ancora stato inserito per effettuare misure, ma sarà costituito da una lastra di rame dalle dimensioni 600x250x25 mm.

### 3.4 Solenoide

Per generare il campo magnetico si avvolgeranno con doppio avvolgimento 20 kg di filo di rame smaltato attorno ad un supporto in acciaio dalle dimensioni circa di 1000x550x117 mm.





**Figura 2:** *wrap al*



**Figura 3:** *wrapped scint*



**Figura 4:** *end wrapping*

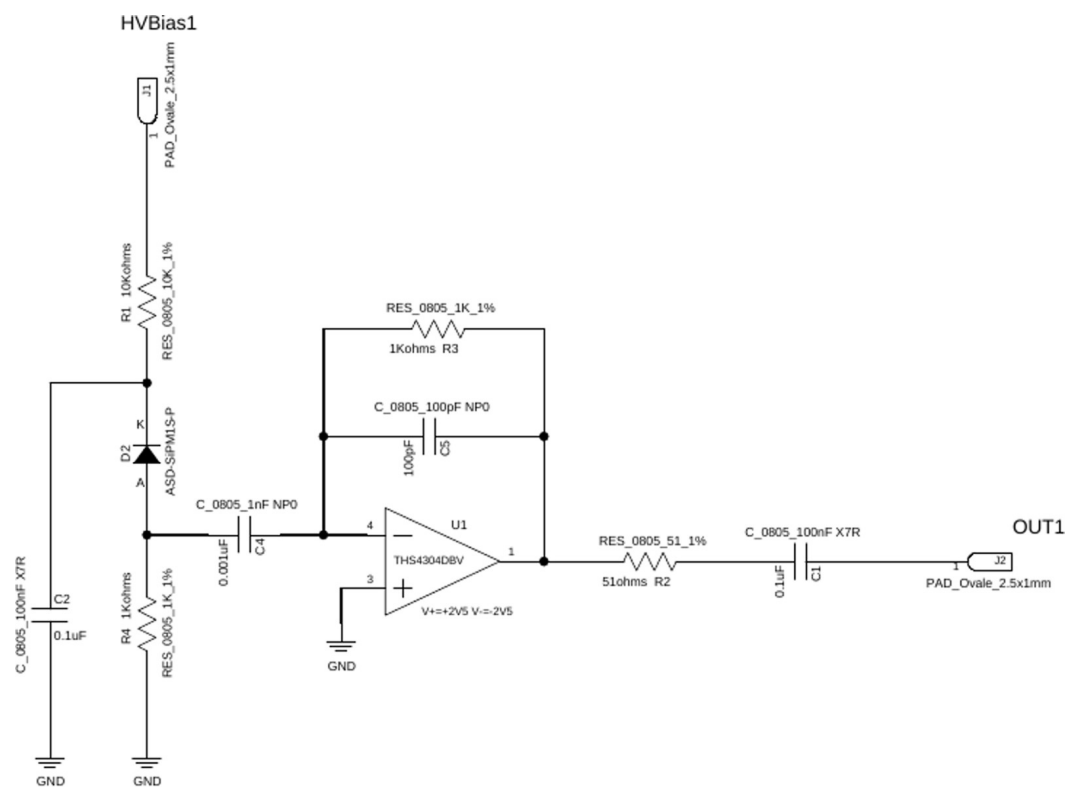


Figura 5: schema pcb



## 4. Analisi dati

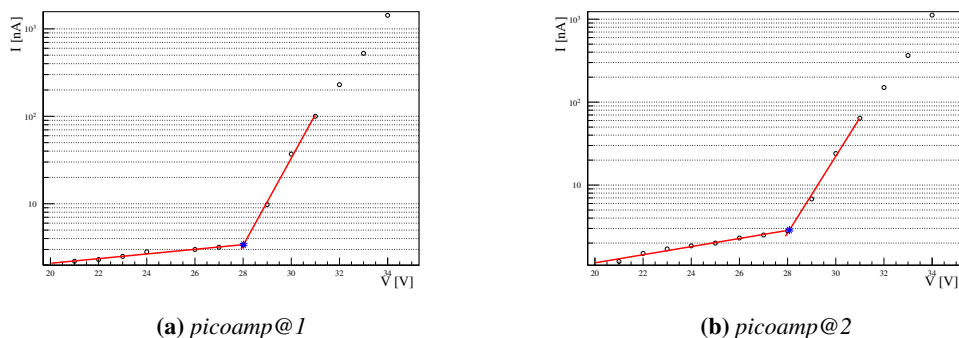
Dato che per completare l'esperimento si ha bisogno di ancora un semestre di lavoro, non si hanno al momento a disposizione dati relativi al reale obiettivo dell'esperimento (per esempio alla misura del fattore di Landè dei muoni o al tempo di decadimento dei muoni), ma si hanno dati sulla caratterizzazione di parte del sistema di acquisizione, in particolare sulla caratterizzazione dei SiPM e sulla misura di efficienza dei rivelatori.

### 4.1 Caratterizzazione dei fotodiodi

I SiPM sono stati caratterizzati in due modi. Si è prima studiata la caratteristica tensione corrente (solo per il primo modello della scheda, in quanto nelle versioni successive l'ingresso del bias, su cui è necessario agire per la misura, non è più in un cavo indipendente, ma unito agli altri e quindi di difficile accesso). Trovando la curva, è possibile vedere a che tensione si innesca il meccanismo del breakdown, ovvero a che tensione il diodo diventa operativo come rivelatore. In seguito si è studiata la variazione del parametro di guadagno per ogni fotone al variare del voltaggio di bias per ogni fotodiodo utilizzato. Il guadagno infatti si prevede essere proporzionale alla sovratensione rispetto al breakdown. Estrapolando i dati fino a guadagno 0, si può ottenere un'altra stima della tensione di breakdown, che non ha bisogno stavolta dell'accesso all'ingresso di bias. Questo metodo è perciò stato usato nei seguenti rivelatori

#### 4.1.1 Studio della caratteristica tensione corrente

Per studiare tale caratteristica si è utilizzato un picoamperometro collegato al diodo: esso permette, in maniera simile a quanto viene fatto dai multimetri commerciali impostati come ohmetri, di fornire una ben definita tensione e di misurare la corrente che attraversa l'oggetto generata da questa tensione. Quindi, non si è fatto altro che mettere la PCB al buio (in modo da non rilevare una quantità troppo elevata di fotoni esterni quando si dà una tensione di bias al diodo), collegare il picoamperometro al diodo e studiare come varia la corrente al variare della tensione fornita, ottenendo la curva caratteristica del diodo nelle sue due sezioni più interessanti: quella dello spegnimento e quella del breakdown; quest'ultima risulta particolarmente interessante in quanto è in questa regione che funzioneranno i diodi una volta collegato tutto l'esperimento. Le curve di caratterizzazione si possono vedere nei Grafici 6 per i due diodi nella schedina utilizzata.



**Figura 6:** *picoamp*

In tale grafico si può vedere la corrente al variare della tensione di bias in scala logaritmica: infatti si prevede sia nella fase di spegnimento del diodo che in quella di breakdown si abbia un aumento esponenziale della corrente al variare della tensione; perciò si sono fatti dei fit con delle rette. Si noti dal grafico che per fittare la sezione del breakdown si è fatto un fit solo con i primi dati dopo il breakdown: questo perché poi iniziano a essere rilevanti altri fenomeni che vanno a piegare la curva tensione-corrente, e perciò a rovinare la stima del voltaggio di breakdown. Dall'intersezione delle rette di fit si trova il voltaggio di breakdown dei due diodi,

che viene stimato come: Si noti che questa misura è principalmente didattica, e non vuole dare un'effettiva

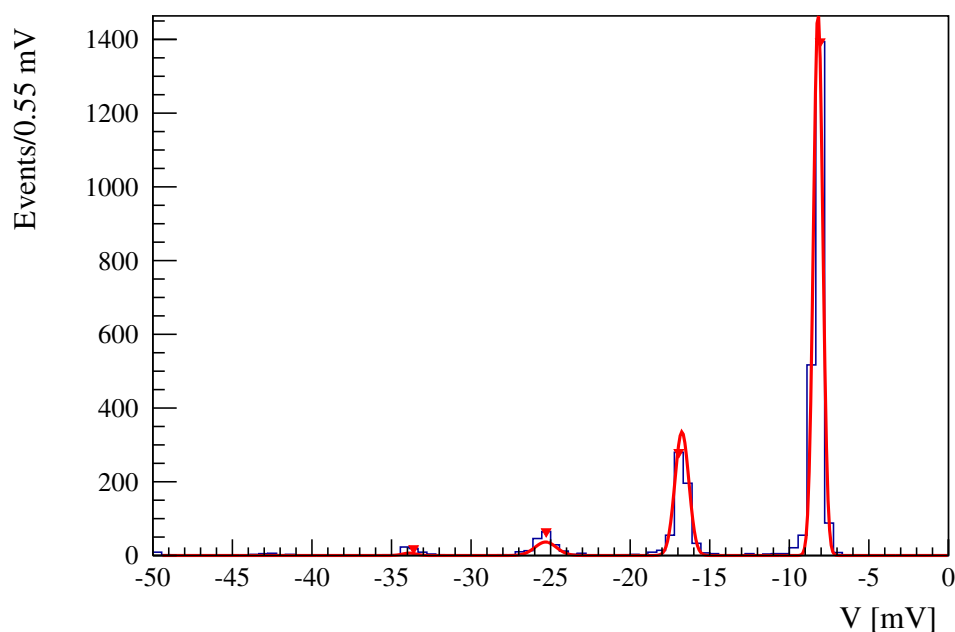
	d 1	d 2
$V_{\text{breakdown}}$	28.02 V	28.08 V

**Tabella 1:** *breakdown picoamp*

utile stima del voltaggio di breakdown per i due diodi ma solamente un'ordine di grandezza (infatti uno studio più accurato verrà fatto per questi e i successivi diodi nelle sezioni successive), perciò a questa misura non si associa incertezza.

### 4.1.2 Studio dell'amplificazione dei fotodiodi

Molto importante per la regolazione del voltaggio di bias per i singoli fotodiodi è sapere esattamente il voltaggio di breakdown di tali diodi e a quale variazione di voltaggio sia associato l'assorbimento di un fotone da parte di un fotodiodo. Per fare questo si è alimentato l'operazionale nella scheda contenente il fotodiodo, tale scheda è stata messa al buio, e si è collegato il bias del fotodiodo al generatore di tensione, e l'output all'oscilloscopio. Quindi, si è fatta variare la tensione di bias del fotodiodo e si sono raccolti un numero fisso di dati. Per raccogliere tali dati è stato necessario impostare un trigger in modo che non si salvasse il rumore elettronico: tale trigger è stato impostato a  $5mV$ . Il Grafico ?? è uno dei tanti grafici che sono stati trovati per studiare



**Figura 7:** *6lemo d1 gain 305*

l'amplificazione dei fotodiodi. Da questo grafico è evidente come ci sono diverse gaussiane ben distinte, ad indicare che si vede il voltaggio generato da un numero crescente di fotoni (infatti la gaussiana a voltaggio più basso sarà quella legata a un fotone, quella alla sua sinistra due fotoni eccetera). I segnali rivelati sono dovuti sia fotoni termici, cioè eccitazioni casuali nel semiconduttore che forma il diodo che vengono lette dal sistema come se fosse stato assorbito un fotone da tale diodo, sia fotoni residui che sono riusciti a passare attraverso la

schermatura. Grafici di questo tipo sono stati interpolati al variare della tensione di bias per ogni diodo con una funzione del tipo:

$$\mathcal{N} \cdot \sum_{i=0}^n f_{\text{poisson}}(i; \alpha) \cdot f_{\text{gauss}}(x; d + G \cdot i, \sigma_i) \quad (5)$$

Dove " $\mathcal{N}$ " indica un coefficiente di normalizzazione, " $n$ " e' il numero di picchi visibili nel grafico, " $i$ " è un indice che scorre sul numero di picchi, " $\alpha$ " e' il parametro della poissoniana, " $d$ " e' la media della prima gaussiana, le " $\sigma_i$ " sono le sigma dei picchi e " $G$ " e' il guadagno, il parametro che ci interessa in questo fit.

Questa equazione deriva dal fatto che il numero di fotoni rilevati, veri o termici che siano, obbedisce alla probabilità poissoniana, mentre il segnale generato da un singolo fotone è gaussiano, a causa delle risoluzione finita del sistema scintillatore SiPM. Questo vuol dire in pratica che il fit è dato da una somma di gaussiane (una per numero di picchi visibili nel grafico) riscalate con un'ampiezza data dal calcolo di una funzione poissoniana, tale per cui all'aumentare dei fotoni la probabilità di avere un conteggio diminuisce. Facendo il fit in questo modo si tiene conto non solo del fatto che si ahnno diverse gaussiane, ma si utilizza anche la distanza tra le gaussiane e l'ampiezza relativa tra le gaussiane, ottenendo una stima per il guadagno migliore rispetto a quella che si otterrebbe, per esempio, misurando semplicemente la distanza tra i picchi delle gaussiane.

Mettendo assieme tutti i grafici per ogni diodo si ottengono delle rette che descrivono il variare dell'amplificazione (cioè in pratica del voltaggio per fotone) al variare della tensione di bias. Un esempio di questi grafici si può vedere in questa sezione (non si riportano tutti per fluidità di lettura, possono essere visti nelle appendici), e nelle Tabelle 2 e 3 si possono vedere riassunti i risultati per ogni diodo. Si noti che non si hanno dei valori per ogni tensione di bias: questo avviene perché ad alcune tensioni il diodo non era ancora in breakdown e quindi non c'è stata la cascata che porta alla nascita del segnale in output dopo diversi minuti di presa dati.

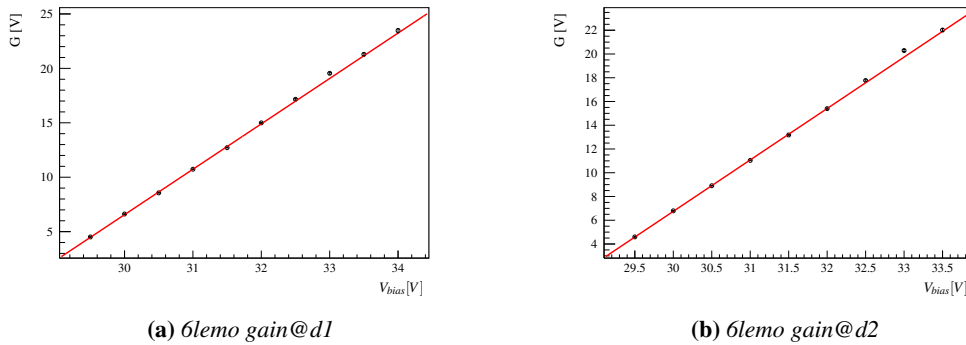


Figura 8: 6lemo gain

## 4.2 Stima dell'efficienza dell'apparato

È stata fatta una seconda serie di misure per poter discutere dell'efficienza del sistema di acquisizione. In queste misure il rivelatore è stato posto all'interno del solenoide, insieme a quelli già analizzati dal gruppo dell'anno precedente. Collegando i tre rivelatori precedenti al generatore di coincidenze, si sono fatte misure del segnale rilevato dallo scintillatore in esame in corrispondenza con il passaggio di un muone reale, indicato dalla presenza del segnale in tutti e tre gli altri. Dato l'elevato numero di rivelatori in coincidenza (4, dato che il rivelatore centrale contiene due SiPM funzionanti, mentre i due estremali solo 1), ci si aspetta che il numero di coincidenze casuali sia molto piccolo.

I risultati ottenuti si possono vedere nelle Immagini ?? e ??

In questo grafico e' stata anche fatto un fit con una funzione di Landau, in modo da ottenere i parametri del segnale lasciato da un MIP (minimum ionization particle), che con la nostra configurazione di rivelatori lascia con probabilità massima 7 fotoni.

V	$G_{d1}$	$G_{d2}$
28	N/A	N/A
28.5	N/A	N/A
29	N/A	N/A
29.5	$4.51121 \pm 0.0235021$	$4.59741 \pm 0.0267651$
30	$6.61909 \pm 0.015304$	$6.79338 \pm 0.0162625$
30.5	$8.56236 \pm 0.0158711$	$8.90539 \pm 0.0145324$
31	$10.7343 \pm 0.0165391$	$11.0397 \pm 0.0155156$
31.5	$12.7136 \pm 0.023118$	$13.1796 \pm 0.0238606$
32	$14.9924 \pm 0.0382614$	$15.3993 \pm 0.0503293$
32.5	$17.1606 \pm 0.0689336$	$17.7665 \pm 0.0658799$
33	$19.5492 \pm 0.0844646$	$20.2909 \pm 0.0846779$
33.5	$21.2891 \pm 0.129236$	$22.0175 \pm 0.126462$
34	$23.4679 \pm 0.19212$	N/A

**Tabella 2:** *6lemono gain*

	d1	d2
$V_{breakdown}$	$28.4274 \pm 0.144604$	$28.4414 \pm 0.151471$

**Tabella 3:** *6lemono breakdown*

Per confronto, su uno dei due diodi si sono fatte anche misure togliendo uno alla volta i rivelatori in coincidenza. Si può vedere come togliendo un solo segnale di coincidenza la differenza non è molta, le due efficienze sono compatibili, mentre togliendone due crolla al 30%. Questo è perché con soli due rivelatori in coincidenza c'è una probabilità non trascurabile che due segnali termici siano avvenuti contemporaneamente, simulando un muone che non è mai passato per il rivelatore in esame.

Per analizzare anche questa possibilità si sono fatte ulteriori misure cambiando la lunghezza temporale della finestra nella quale due segnali sono considerati in coincidenza, prima con due, poi con quattro rivelatori in coincidenza. I risultati sono visibili nelle Immagini ?? e ?? e nelle Tabelle ?? e ??. Come si può vedere, nel caso con 4 rivelatori non c'è praticamente differenza tra le efficienze, mentre nel caso con 2 rivelatori c'è una dipendenza quadratica dalla lunghezza del segnale. L'efficienza reale è comunque ottenibile attraverso un'extrapolazione, in quanto nel limite della lunghezza che tende a 0 la probabilità che due segnali non correlati diano coincidenza tende a 0.

Il procedimento è stato poi ripetuto per il secondo rivelatore costruito, ottenendo i risultati di Immagini ?? e ?? e nelle Tabelle ?? e ??.

Le efficienze calcolate non sono compatibili con il 100%, ma in una sezione successiva si mostrerà come questo dipenda da un solo fattore geometrico.



## 5. Simulazioni

Per poter lavorare al meglio con l'apparato strumentale dato e comprendere al meglio il meccanismo di funzionamento si è deciso di scrivere un programma in grado di simulare il processo che avviene durante le vere e proprie sessioni di misura. In questa sezione si vuole descrivere brevemente il funzionamento di tale programma di simulazione e l'output che tale programma è in grado di fornire.

### 5.1 Generazione dei raggi cosmici

Come prima cosa è necessario il programma simuli dei raggi cosmici che siano realistici. Per fare questo si è utilizzata la nota distribuzione dei raggi cosmici:

$$P(\theta, \varphi) = \cos^2 \theta \quad (6)$$

dove  $\theta$  e  $\varphi$  sono la direzione del raggio cosmico in coordinate sferiche. Per ogni evento un raggio cosmico viene generato in un punto casuale del piano lungo 700 mm lungo  $x$  e 350 mm lungo  $y$ , con  $z$  pari alla superficie superiore del primo rivelatore e la direzione di tale raggio cosmico è data dall'Equazione 6: questo è perché un raggio cosmico più lontano dal bordo del rivelatore dovrebbe essere molto inclinato per poter interagire con l'apparato, condizione molto sfavorita dalla sua distribuzione. Per non rendere la simulazione troppo pesante si è quindi tagliata la distribuzione della posizione del passaggio del cosmico, a priori uniforme, ad una distanza ragionevole per non compromettere il risultato. L'errore compiuto con tale assunzione è stato stimato essere del *roba*%. Tali raggi cosmici vengono fatti evolvere nel limite ultrarelativistico: data la loro alta velocità si può considerare che essi seguano una traiettoria rettilinea nonostante le forze esterne (in particolare rilevante in aria è l'effetto del campo magnetico che tenderebbe a deviare la traiettoria), e si muovano a velocità infinita (non disponiamo comunque della risoluzione temporale necessaria a rilevare differenze di tempo dell'ordine della frazione di nanosecondo come servirebbe in questo caso).

### 5.2 Interazione con i rivelatori

Quando viene fatto evolvere un muone esso potrebbe entrare all'interno dei rivelatori, che possono rivelare tale passaggio. Per modellizzare tale evento, come prima cosa, si considera che il rivelatore non influenza il raggio cosmico (il muone non può quindi essere assorbito all'interno del rivelatore), inoltre si modella l'interazione come un fenomeno esattamente prevedibile e non stocastico come realmente è. Per poter comprendere cosa succede quando un muone attraversa un rivelatore si utilizzano i dati sperimentali (ottenuti come descritto alla Sezione *!!!!!!INSERIRE RIFERIMENTO A SEZIONE!!!!!!*): data la moda della distribuzione sperimentale di fotoni, quello si interpreta come il numero di fotoni generati dal passaggio di un muone cosmico quando attraversa lo spessore (noto) del rivelatore in direzione perpendicolare alla faccia del rivelatore stesso (ovvero la moda della distribuzione dell'inclinazione). In questo modo si può andare a stimare effettivamente quanti fotoni vengono generati per ogni mm di scintillatore attraversato dal muone cosmico (si noti che si stanno trascurando parecchi fattori, come per esempio il diverso assorbimento in diversi punti dell'assorbitore a diversa distanza dalla fibra ottica all'interno dello scintillatore, o la perdita di energia del muone a causa della ionizzazione). Così, usando delle identità trigonometriche, è stato possibile trovare lo spazio percorso all'interno del rivelatore e, noto quest'ultimo, è stato possibile trovare il numero di fotoni che ci si aspetta arrivino ai canali di acquisizione. In realtà questo procedimento non è di estrema importanza in quanto il segnale generato è usato solo come confronto con un arbitraria "soglia", a simulare il modulo di coincidenza (la soglia è stata impostata a 3 fotoni).

### 5.3 Interazione con l'assorbitore

Per quanto riguarda l'interazione con l'assorbitore, diversamente a quanto fatto per l'interazione con i rivelatori, si considera il processo come stocastico. Un muone ha una probabilità di interagire con il materiale che dipende dal materiale stesso e dall'energia del muone. Tale relazione è stata semplificata, e si è considerato che il muone

ha probabilità di decadere uniforme in una regione spaziale ben definita<sup>1</sup>. Si è inoltre modellizzato il fenomeno in modo tale che il muone possa *solamente* fermarsi all'interno dell'assorbitore o non farlo, si stanno cioè trascurando i casi in cui il muone rallenta all'interno dell'assorbitore prima di essere assorbito completamente (infatti fisicamente il muone tende a perdere gran parte della sua energia in un urto, quando la sua velocità è abbastanza bassa perché l'interazione con i nuclei del materiale diventi importante: se riesce a fare un secondo urto con il materiale dell'assorbitore prima di decadere esso sarà comunque in una posizione molto vicina a quella del primo urti, quindi si può considerare che esso abbia fatto effettivamente un solo urto). La posizione di interazione è importante in quanto da essa viene generato l'elettrone del decadimento, che deve comunque interagire con il sistema.

## 5.4 Implementazione del campo magnetico

Il campo magnetico dell'esperimento è generato da un solenoide finito a sezione rettangolare. Si è voluto andare ad utilizzare un campo che non fosse uniforme all'interno del solenoide, e per farlo si è risolto numericamente tale problema. Si è introdotta la corrente come pareti di corrente uniforme e costante, si è discretizzato lo spazio e si è utilizzato l'algoritmo di Jacobi per ottenere il potenziale vettore data la densità di corrente introdotta. Poi si è calcolato numericamente il rotore per andare a trovare effettivamente il campo magnetico. L'algoritmo è stato fatto girare su uno spazio più grande (circa un fattore 4) del solenoide, in modo che siano fisicamente sensate le condizioni al contorno assorbenti ai bordi del sistema e su solo un ottante dello spazio, impostando condizioni al contorno riflettenti o antiriflettenti (per conservare la simmetria del sistema) nei piani che separano i settori. Da questo calcolo si è trovato come effettivamente il campo magnetico non sia costante all'interno del solenoide ma abbia una dipendenza dalla posizione, come si può vedere nelle Immagini 9a e 9b dove si può vedere la proiezione lungo una sezione del solenoide della componente del campo magnetico parallela all'asse del solenoide stesso. Questo processo di risoluzione numerica dell'equazione differenziale ha permesso di avere dei valori per il campo magnetico più realistici che dipendano dalla posizione presa in considerazione. *È stata inoltre fatta una simulazione del campo di una spira di corrente, che grazie al principio di sovrapposizione è stata inserita nel campo totale per verificare l'effetto di un'imperfezione nel posaggio dei fili.*

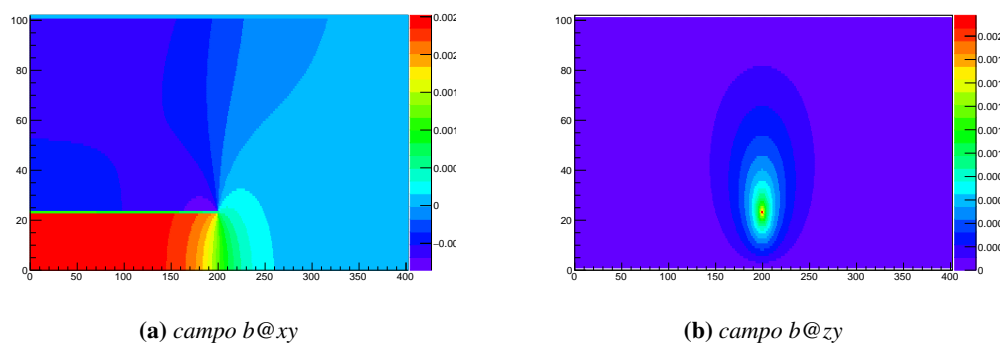


Figura 9: campo  $b$

## 5.5 Decadimento del muone cosmico

Se il muone cosmico viene fermato all'interno dell'assorbitore, esso decadrà dopo un tempo che dipende dal tipo di muone che si ferma (muone o antimuone), che è distribuito come un esponenziale dal tempo caratteristico che viene assunto come noto dalla letteratura. Perciò si considera il muone, fermo, trascorra un tempo che in media è il tempo di vita di tale muone, e poi decada emettendo sostanzialmente un elettrone (non sono rilevabili

<sup>1</sup>tale regione è stata impostata computazionalmente in modo che non si generino troppi dati inutili, quindi a meno di un coefficiente moltiplicativo stimabile

gli altri prodotti del decadimento). La direzione dell'elettrone è simulabile a partire dalle caratteristiche del muone. Infatti, come detto in precedenza, la direzione dell'elettrone è correlata alla direzione dello spin del muone al momento del decadimento. Per ogni interazione perciò è stata considerata l'elicità del muone, forward, backward o indeterminata. Nel caso di elicità indeterminata la direzione dell'elettrone è stata considerata perfettamente uniforme su tutto l'angolo solido. Nel caso di elicità determinata invece si è fatto ruotare lo spin attorno al campo magnetico nel punto di decadimento, per un tempo pari al tempo di decadimento simulato. La direzione dell'elettrone viene poi generata a partire dalla direzione dello spin, usando la formula di ???. Questo ovviamente coincide con l'usare una descrizione classica e non quantistica dello spin, in cui a ruotare dovrebbero essere solo i valori medi delle tre osservabili quantistiche.

## 5.6 Implementazione dell'elettrone

Una volta che il programma di simulazione genera un elettrone con la sua posizione e la sua direzione, tale elettrone viene fatto evolvere allo stesso modo del muone, e si considera se esso viene riassorbito all'interno dell'assorbitore e in quali scintillatori lascia segnali, e quanto intensi sono tali segnali.

## 5.7 Output della simulazione

Gli output utili della simulazione descritti ai punti precedenti sono numerosi e interessanti:

- **Efficienza:** considerando solamente l'interazione tra i raggi cosmici e gli scintillatori è possibile stimare quanti muoni non risultano in coincidenza a causa di condizioni geometriche non favorevoli, per esempio quelli che lasciano segnale attraversando ai bordi i due rivelatori superiori ma non entrano nemmeno nel terzo rivelatore.
- **Spettro temporale:** data tutta la simulazione fatta, è possibile fare un plot del tempo che intercorre tra il passaggio del muone e quello dell'elettrone, riottenendo l'esponentiale del tempo di decadimento, corretto con la rotazione dello spin, ovvero il grafico da cui si potrebbe calcolare il fattore di Landé. Questo ci permette di calcolare l'effetto di un campo magnetico non uniforme sulla forma del segnale.
- **Stima del tempo necessario per l'esperimento:** sapendo il numero di eventi generati, il numero di segnali che hanno portato ad un trigger valido (in cui il muone ha interagito e l'elettrone è stato rilevato) e la frequenza media di arrivo di un muone cosmico si può dare una stima del tempo necessario per arrivare ad una certa statistica. Questo conto era già stato fatto l'anno precedente per la scelta del materiale e spessore dell'assorbitore, ma è stato comunque ripetuto per confronto.

L'Immagine ?? mostra il risultato di una simulazione con *tanti* eventi nel caso in cui B sia considerato uniformemente uguale a 55 G. Come si può vedere il fit corrisponde molto bene al modello.

Nel grafico successivo, Immagine ??, vediamo la simulazione principale, quella in cui B è stato preso dalla simulazione per un solenoide finito e rettangolare. Si può notare come il modello non coincida completamente con i dati, specialmente a tempi lunghi. Questa discordanza potrebbe portare ad un errore sistematico nella stima del fattore di Landé e sarà perciò opportuno apportare una correzione al modello che ne tenga conto prima della misura finale.

*Nell'ultimo grafico, Immagine ??, vediamo il risultato con l'aggiunta di spire di corrente in posizioni casuali, ma in realtà questo grafico non esiste*

### 5.7.1 Stima della correzione geometrica alla stima dell'efficienza

È interessante anche analizzare quanto il fattore geometrico contribuisce all'efficienza diversa dal 100% calcolata nella Sezione *quella lì*. Ignorando gli elettroni infatti si può calcolare l'efficienza con una configurazione del tutto simile a quella utilizzata nella reale misura, ma impostando questa volta l'efficienza intrinseca a 1. L'efficienza calcolata risulta essere *beh, non l'ho calcolata, ce l'ha Davide*, valore compatibile con quello misurato sperimentalmente, ad indicare che l'efficienza intrinseca dei rivelatori è effettivamente 1.

## Riferimenti bibliografici

- [1] G. W. Bennett *et al.* [Muon g-2 Collaboration], Phys. Rev. D **73** (2006) 072003 doi:10.1103/PhysRevD.73.072003 [hep-ex/0602035].
- [2] H. M. Portella, A. S. Gomes, L. C. S. Oliveira and C. E. C. Lima, In Salt Lake City 1999, Cosmic ray, vol. 2 143-146
- [3] P. Lipari, Astropart. Phys. **1** (1993) 195. doi:10.1016/0927-6505(93)90022-6
- [4] T. Suzuki, D. F. Measday and J. P. Roalsvig, Phys. Rev. C **35** (1987) 2212. doi:10.1103/PhysRevC.35.2212
- [5] C. Amsler, American Journal of Physics **42**, (1974) 1067; doi:10.1119/1.1987938
- [6] C. Patrignani *et al.* [Particle Data Group], Chin. Phys. C **40** (2016) no.10, 100001. doi:10.1088/1674-1137/40/10/100001
- [7] A. Czarnecki, M. Dowling, X. Garcia i Tormo, W. J. Marciano and R. Szafron, Phys. Rev. D **90** (2014) no.9, 093002 doi:10.1103/PhysRevD.90.093002 [arXiv:1406.3575 [hep-ph]].