

Marek Małek, Marcin Serafin 25.04.2024

Laboratorium 07

Kwadratury adaptacyjne

1 Zadanie 1

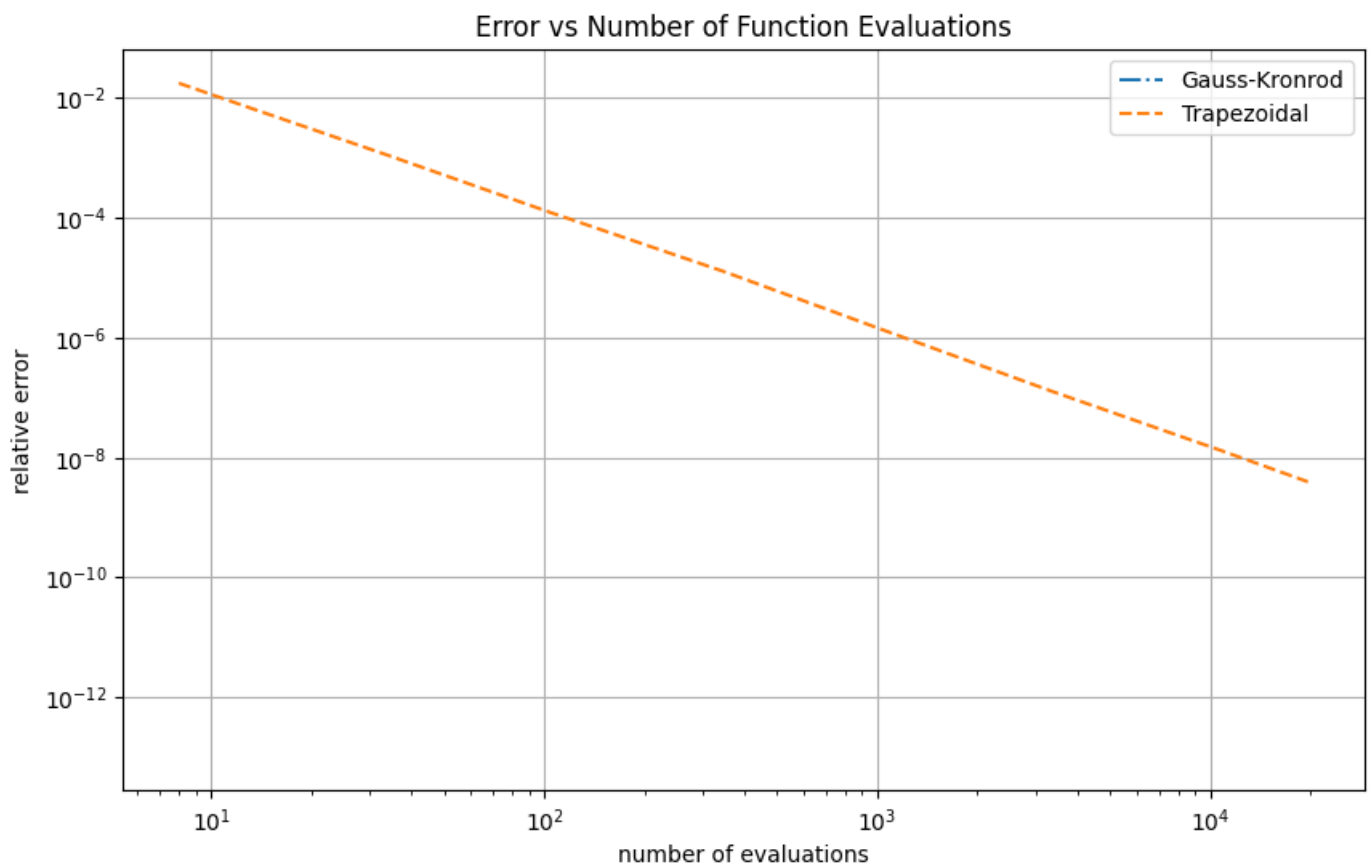
Celem zadania było obliczenie wartości całki:

$$\int_0^1 \frac{4}{1+x^2} dx, \quad (1)$$

wykorzystując kwadratury adaptacyjne trapezów oraz Gaussa-Kronoda.

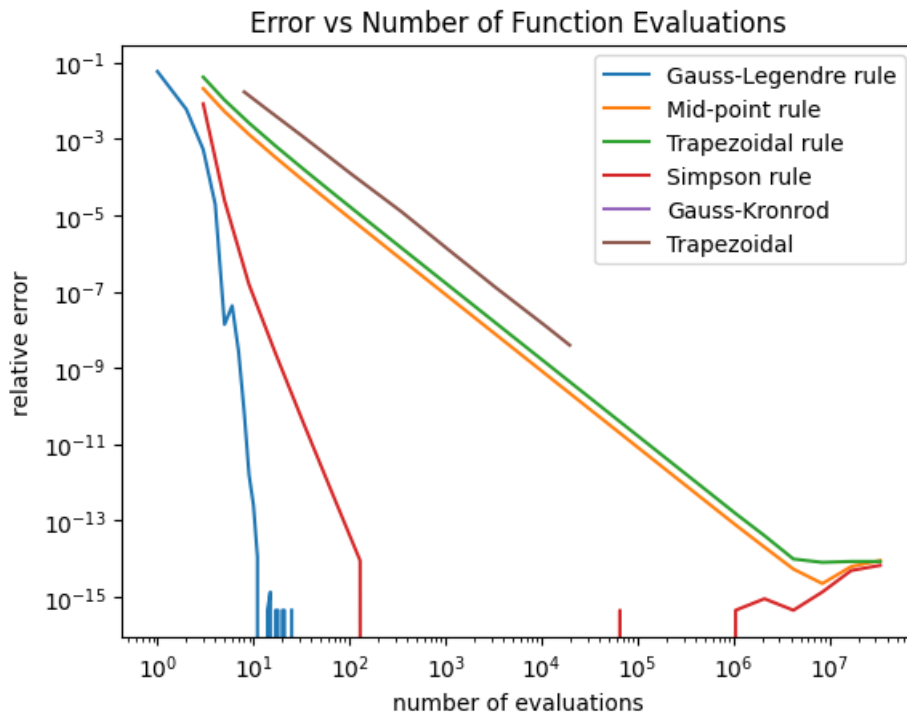
1.1 Wykonanie zadania

Dla obu metod narysowano wykres zależności wartości błędu względnego od liczby ewaluacji funkcji



Wizualizacja 1: Zależność błędu względnego od liczby ewaluacji funkcji podcałkowej dla metod adaptacyjnych

Następnie zebrano wykresy z poprzedniego laboratorium i umieszczono je na zbiorczym wykresie.



Wizualizacja 2: Zależność błędu względnego od liczby ewaluacji funkcji podcałkowej dla wszystkich metod

2 Zadanie 2

W zadaniu 2 należało powtórzyć obliczenia z poprzedniego laboratorium dla funkcji:

$$\int_0^1 \sqrt{x} \log x dx = -\frac{4}{9} \quad (2)$$

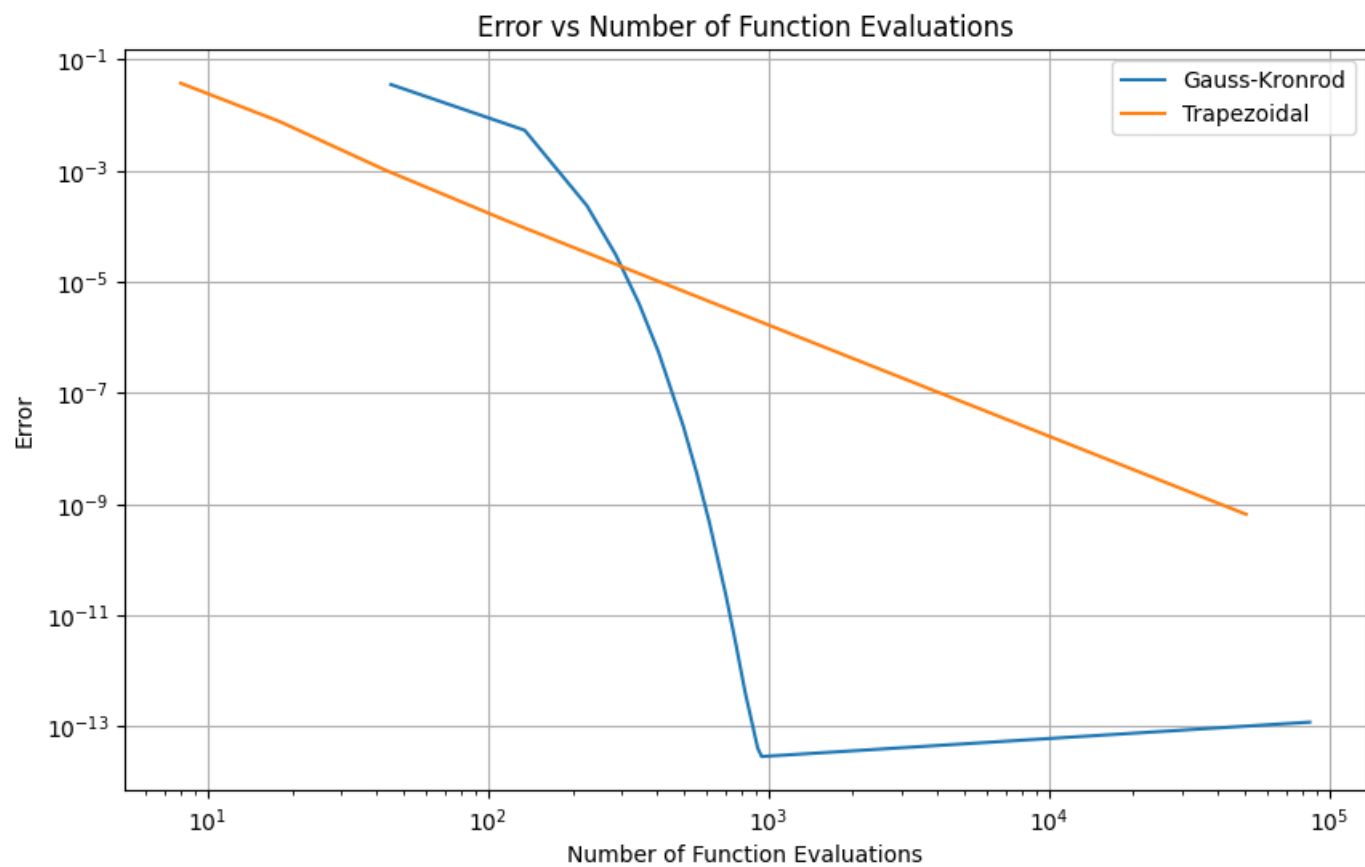
$$\int_0^1 \left(\frac{1}{(x-0.3)^2 + a} + \frac{1}{(x-0.9)^2 + b} \right) dx \quad (3)$$

Dla $a = 0.001$ oraz $b = 0.004$

W przypadku liczenia błędu kwadratury dla całki (3) skorzystano z faktu, że:

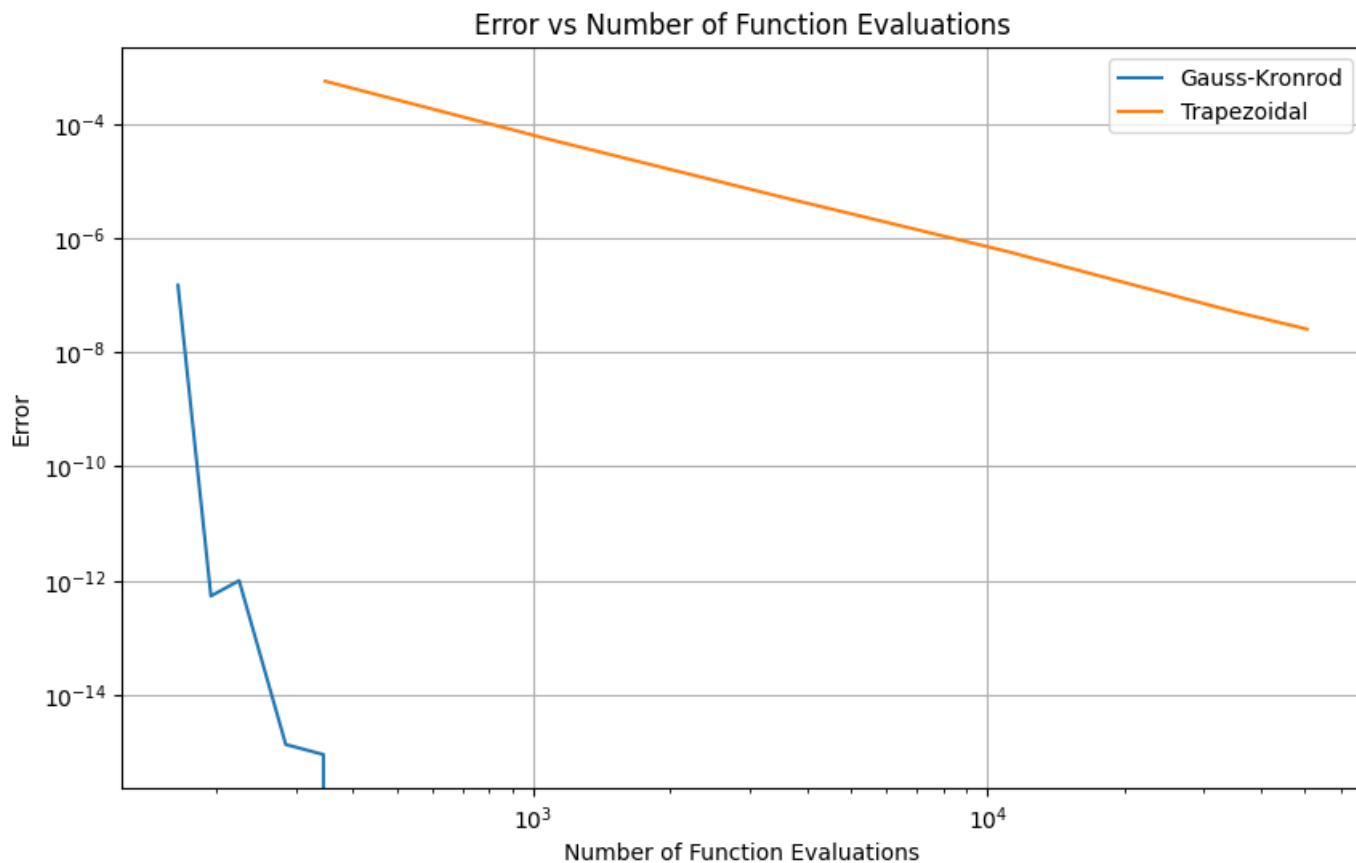
$$\int_0^1 \frac{1}{(x-x_0)^2 + a} dx = \frac{1}{\sqrt{a}} \left(\arctg \frac{1-x_0}{\sqrt{a}} + \arctg \frac{x_0}{\sqrt{a}} \right) \quad (4)$$

2.1 Funkcja (2)



Wizualizacja 3: Zależność błędu względnego od liczby ewaluacji funkcji podcałkowej dla metod adaptacyjnych dla funkcji (2)

2.2 Funkcja (3)



Wizualizacja 4: Zależność błędu względnego od liczby ewaluacji funkcji podcałkowej dla metod adaptacyjnych dla funkcji (3)

3 Wnioski i obserwacje

- Metoda adaptacyjna trapezów miała największy błąd względny w zależności od liczby ewaluacji funkcji podcałkowej
- W przypadku funkcji (1) metoda adaptacyjna Gaussa-Kronoda zwróciła dokładny wynik niezależnie od liczby ewaluacji
- W przypadku funkcji (2) dla liczby ewaluacji większej od 500 metoda Gaussa-Kronoda znowu była lepsza
- Dla małej liczby ewaluacji metoda adaptacyjna trapezów dawała błędy
- Dla funkcji (3) metoda Gaussa-Kronoda znów była lepsza od metody trapezów
- Można stwierdzić, że w przypadku prostej funkcji np. funkcji (1), metoda adaptacyjna dla małej liczby ewaluacji nie jest zawsze opłacalna