

Marek Małek, Marcin Serafin 18.04.2024  
Laboratorium 06  
Kwadratury

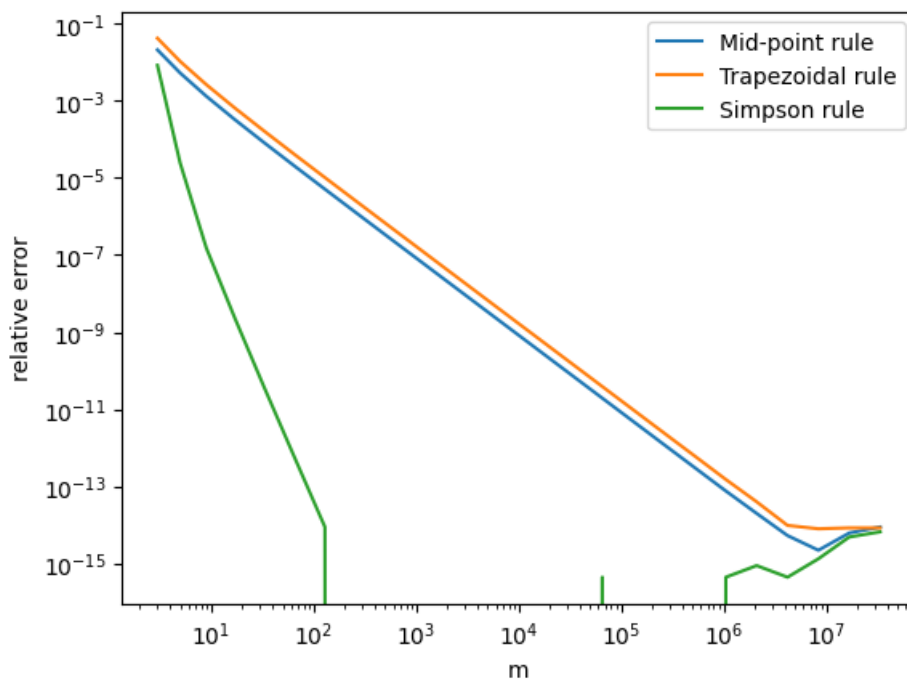
## 1 Zadanie 1

Celem zadania było porównanie metod numerycznych całkowania: środkowych prostokątów, trapezów oraz Simpsona. Na podstawie faktu:

$$\int_0^1 \frac{4}{1+x^2} dx = \pi \quad (1)$$

### 1.1 Błąd względny

Obliczono wartość powyższej całki, wykorzystując do tego metody: środkowych prostokątów, trapezów oraz Simpsona. Na przedziale całkowania równym  $[0,1]$  rozmieszczono  $2^m + 1, m \in \{1, \dots, 25\}$  równoodległych węzłów, w taki sposób, że z każdym kolejnym wzrostem parametru  $m$  o 1, liczba węzłów zwiększa się dwukrotnie - pomiędzy każde dwa sąsiednie węzły wstawiany jest kolejny. W ten sposób wyznaczono wartość bezwzględą błędu względnego. Wyniki zestawiono na wykresie.



**Wizualizacja 1:** Wartość błędu względnego w zależności od liczby ewaluacji funkcji podcałkowej

## 1.2 Porównanie $h_{min}$

Zestawiono wartości minimalne błędu względnego oraz odpowiadające im wartości  $h$ . Porównano wartości  $h$  z wartością wyznaczoną w laboratorium 1.

Metoda	Minimalny błąd względny	Wartość $h$ dla minimalnego błędu względnego
Równoodległe węzły	$2.22 \cdot 10^{-15}$	$2.38 \cdot 10^{-7}$
Trepezy	$7.99 \cdot 10^{-15}$	$2.38 \cdot 10^{-7}$
Simpson	0	$0.7 \cdot 10^{-2}$

**Tabela 1:** Zestawienie minimalnego błędu względnego oraz odpowiadającemu mu wartości  $h$  ze względu na metodę

W laboratorium 1 wyliczona wartość  $h_{min}$  wyniosła  $9.12 \cdot 10^{-9}$ . Wyliczono różnice procentowe między otrzymanymi wartościami  $h_{min}$ , a wartością otrzymaną w laboratorium 1.

Metoda	Różnica procentowa
Równoodległe węzły	25.14 %
Trepezy	25.14 %
Simpson	856632.78 %

**Tabela 2:** Zestawienie różnic procentowych między wartościami  $h_{min}$  ze względu na metodę

## 1.3 Zmniejszanie kroku

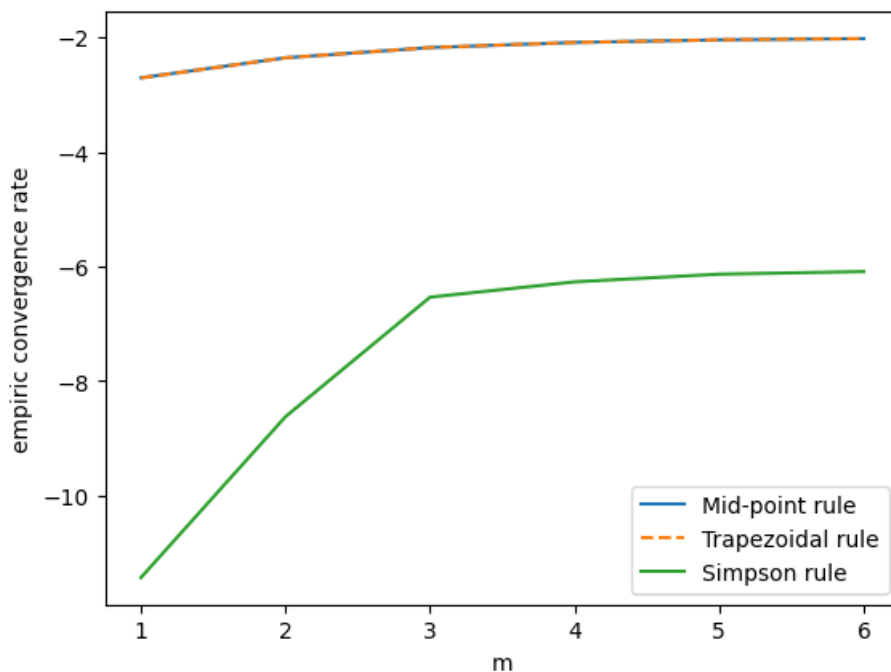
Od pewnej wartości zmniejszanie kroku  $h$  nie zmniejsza już błędu kwadratury. Wyniki zestawiono w tabeli:

Metoda	Wartość parametru $m$
Równoodległe węzły	22
Trepezy	23
Simpson	23

**Tabela 3:** Zestawienie wartości parametru  $m$ , po której błąd kwadratury nie ulega zmniejszeniu

## 1.4 Emipiryczny rząd zbieżności

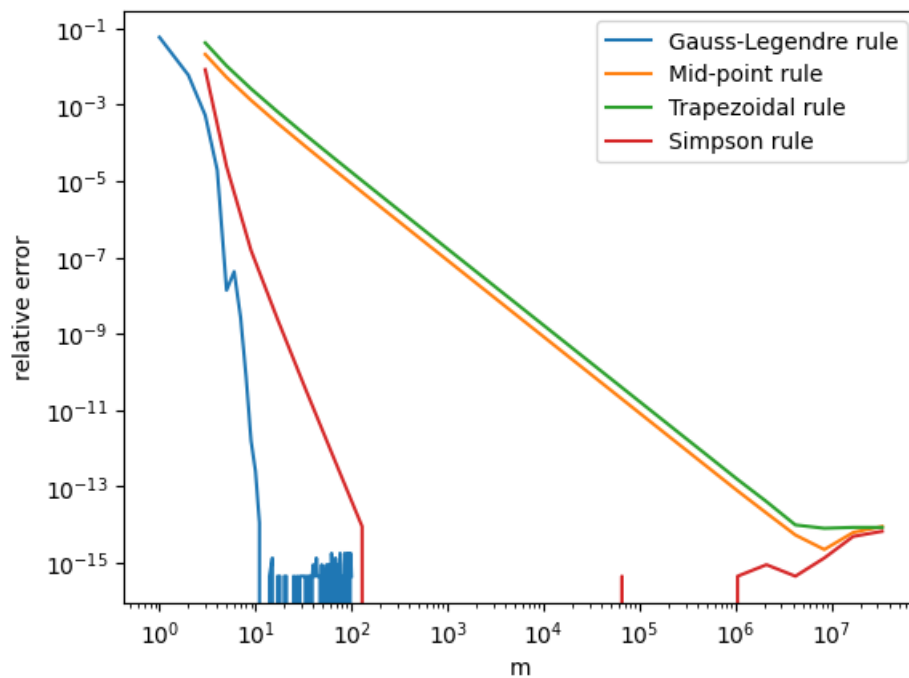
W przypadku obliczania empirycznego błędu zbieżności uwzględniono tylko pierwsze 7 wartości  $m$ , jako że dla większych błęd metody Simpsona był równy 0, co uniemożliwiało wyliczenie logarytmu. Wyniki zestawiono na wykresie:



Wizualizacja 2: Empiryczne rzędy zbieżności w zależności od  $m$

## 2 Zadanie 2

Celem zadania było porównanie błędów metod z zadania 1 do metody Gaussa-Legendre'a. Wyniki przedstawiono na wykresie:



Wizualizacja 3: Wartość błędu względnego w zależności od liczby ewaluacji funkcji podcałkowej

## 3 Wnioski i obserwacje

- Porównując wartości  $h_{min}$  z pierwszym laboratorium widać, że dla metody równoodległych węzłów oraz metody trapezów wartości minimalne błędu względnego są zbliżone. Natomiast dla metody Simpsona różnica jest bardzo duża.
- Metoda Gaussa-Legendre'a jest dokładniejsza od innych metod.