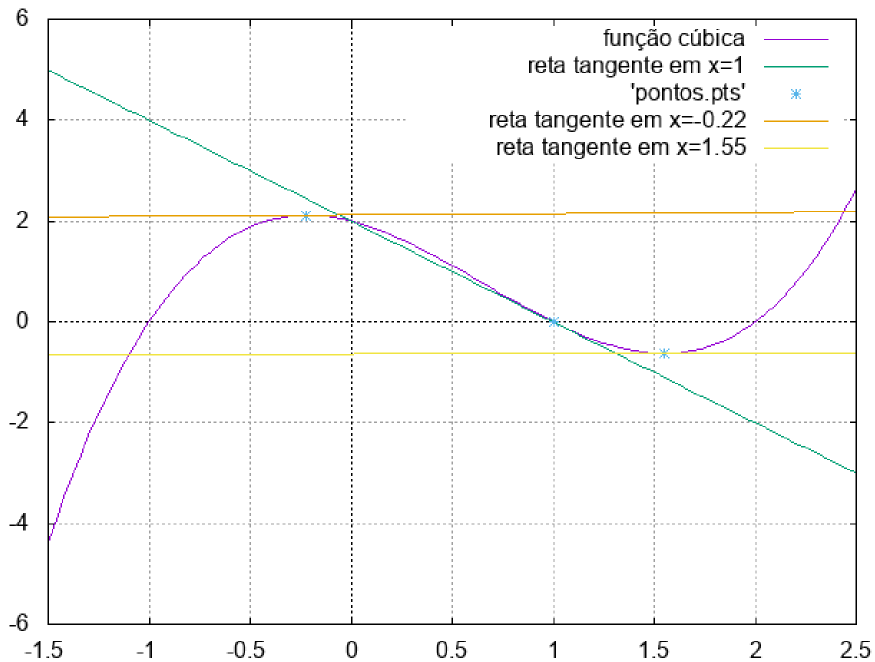
Tarefa 1

Danilo Miranda de Medeiros Galvão

Março de 2020

1



2

2.1

Para estimar os pontos, foi usada a fórmula da derivada, onde:

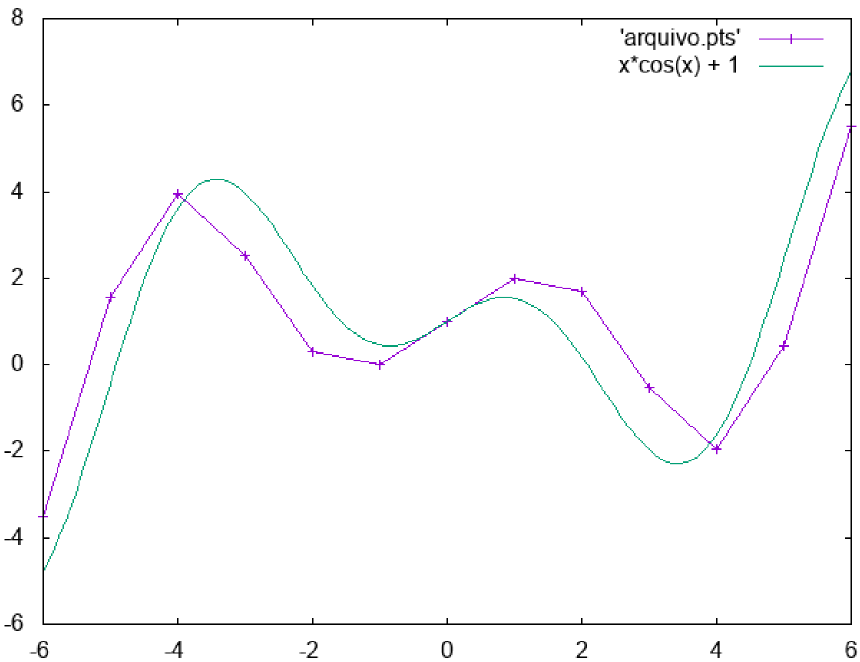
$$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \implies f(x+h) = h \cdot f'(x) + f(x)$$

Assim, foi fixado $h = 1$, possibilitando o cálculo:

$$f(1) = 1 \cdot f'(0) + f(0) \implies f(1) = \cos 0 - 0 \cdot \sin 0 + 1 \implies f(1) = 1 + 1 = 2$$

O restante dos cálculos foi feito via código, disponível no anexo "pontos.c"

Temos então o gráfico:



2.2

Para calcular a aproximação da função pela série de Taylor em torno de a=0, temos o somatório:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$$

No entanto, como temos $a = 0$, podemos simplificar para:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n$$

Agora, temos as seguintes funções para as k-ésimas derivadas ($k > 0$):

$$f^{(k)}(x) = (-1)^{\frac{k-1}{2}} k \cos x + (-1)^{\frac{k+1}{2}} x \sin x$$

, para k ímpar e

$$f^{(k)}(x) = (-1)^{\frac{k}{2}} k \sin x + (-1)^{\frac{k}{2}} x \cos x$$

, para k par

Mas, como temos $a = 0$ e sempre estamos aplicando as funções em a, podemos simplifica-las:

$$f^{(k)}(0) = (-1)^{\frac{k-1}{2}} k \cos 0 + (-1)^{\frac{k+1}{2}} 0 \sin 0 = (-1)^{\frac{k-1}{2}} k \cdot 1 + 0 = (-1)^{\frac{k-1}{2}} k$$

$$f^{(k)}(0) = (-1)^{\frac{k}{2}} k \sin 0 + (-1)^{\frac{k}{2}} 0 \cos 0 = (-1)^{\frac{k}{2}} k \cdot 0 + 0 = 0$$

Logo, podemos simplicar novamente nosso somatório para

$$\sum_{n=0}^{\infty} \begin{cases} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n, n\%2 \neq 0 \\ 0, c.c. \end{cases}$$

Em outras palavras, o resultado do somatório vai ser a soma das k-ésimas derivadas, com k ímpar. A função utilizada para fazer tal cálculo se encontra no anexo "taylor.c" (nos testes realizados, o gnuplot gerou, sem erros, até n=15)

Temos o gráfico gerado: