Teste B 2017/2018

Dinis Meireles de Sousa Falcão
2020130403 LEI

1.

a) Respondido no teste A + B.

b)

$$z = j(x,y)$$

$$z := \left| \begin{array}{l} \text{se } x^2+y \leq 1 \\ \text{então } z = \sqrt{1-x^2-y^2} \\ \text{senão se } 1 < x^2+y^2 \leq 4 \\ \text{então } z = -x^2-y^2+1 \end{array} \right.$$

c)

$$C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 = 1\}$$

- $C_2 = f(x,y)$

$$z = -x^2-y^2 = -(x^2+y^2) = -1$$

$$C_1 = \{x \in D_f : f(x,y) = -1\}$$

$$f(x,y) = -1 \Leftrightarrow -x^2-y^2 = -1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2+y^2 = 1 \Rightarrow C$$

- $C_2 = g(x,y)$

$$z = \sqrt{1+f(x,y)} \Leftrightarrow z = \sqrt{1-(x^2+y^2)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow z = \sqrt{1-1} \Leftrightarrow z = 0$$

$$g(x,y) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{1-(x^2+y^2)} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{1-(x^2+y^2)} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2+y^2 = 1$$

- $C_2 = h(x,y)$

$$D_h = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 < x^2+y^2 \leq 4\}$$

$$z = -x^2-y^2+1$$

$$-1 \notin D_h$$

A curva de nível C não é comum a todas as funções.

d) Respondida no teste A + B.

e)

i) proposição falsa. Apesar de as figuras 1 e 3 representarem funções simétricas, na figura 2 é possível corresponder a um objeto diferentes imagens pelo que não é uma função real de duas variáveis reais.

iii)
iv)] Respondidas no teste A + B.

(f)

(i) Respondida no teste A + B.

(ii) $z = f(x,y) - (x+y) =$

$= -x^2 - y^2 - x - y =$

$= -(x^2 + y^2 + x + y)$

Como $\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial x}(-(x^2+y^2+x+y)) =$

$= -2x - 1$

Como $\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right) = \frac{\partial}{\partial y}(-(x^2+y^2+x+y)) =$

$= -2y - 1$

$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial x}(-2x-1) = -2$

$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial z}{\partial z}\right) = \frac{\partial}{\partial y}(-2y-1) = -2$

2.

(a) Respondida no teste A + B.

(b)

$z = \sqrt{x^2+y^2} - 1 =$

$= -\sqrt{R^2\cos^2\theta + R^2 sen^2\theta} =$

$= -\sqrt{R^2(\cos^2\theta + sen^2\theta)} =$

$= -\sqrt{e \times 1} - 1 = -e - 1 = -R - 1$

$-R - 1 \neq R - 1$, pelo que não é possível esboçar S_3 com as instruções de Mapple.

(c) Respondida no teste A + B.

(d)

(i) Respondida no teste A + B.

(ii) $f_x(x,y) = \frac{\partial}{\partial x}(x^2+y^2) = 2x$

$f_y(x,y) = \frac{\partial}{\partial y}(x^2+y^2) = 2y$

$A(S) = \iint_D \sqrt{(2x)^2 + (2y)^2 + 1}\; dy\,dx =$

$$= \int_1^2 \int_0^{2\pi} \sqrt{(2x)^2 + (2y)^2 + 1}\, dy\, dx =$$

$$= \int_1^2 \int_0^{2\pi} \sqrt{4x^2 + 4y^2 + 1}\, dy\, dx =$$

$$= \int_1^2 \int_0^{2\pi} 2 \times \sqrt{x^2 + y^2 + \frac{1}{4}}\, dy\, dx$$

iv) Polares & Cartesianas : = proc (Rho , theta)

local x , y ;

x : Rho * cos (theta) ;

y : Rho * sen (theta) ;

return ([x , y])

end proc .

Matlab :

```
function [x, y]  Polares & Cartesianas ( Rho , theta )
y  ( Rho  >= 0 )
    x = Rho * cos ( theta ) ;
    y = Rho * sen ( theta ) ;
end
```