Pumping Lemma utk CFL

IF2220 Teori Bahasa Formal dan Otomata

Sem II 2013-2014

Pumping Lemma

- Pada Regular Language: ada **satu** bagian dari string yg diterima yang bisa dipompa berkali-berkali dan tetap memenuhi spesifikasi dari sebuah kasus RL tertentu
  - String = $x\mathbf{y}^{i}z$
- Pada Context Free Language: ada **dua** bagian dari string yg diterima yang bisa dipompa berkali-berkali dan tetap memenuhi spesifikasi dari sebuah kasus CFL tertentu
  - String = $u\mathbf{v}^{i}w\mathbf{x}^{i}y$

Pumping Lemma utk CFL

Utk setiap context-free language L

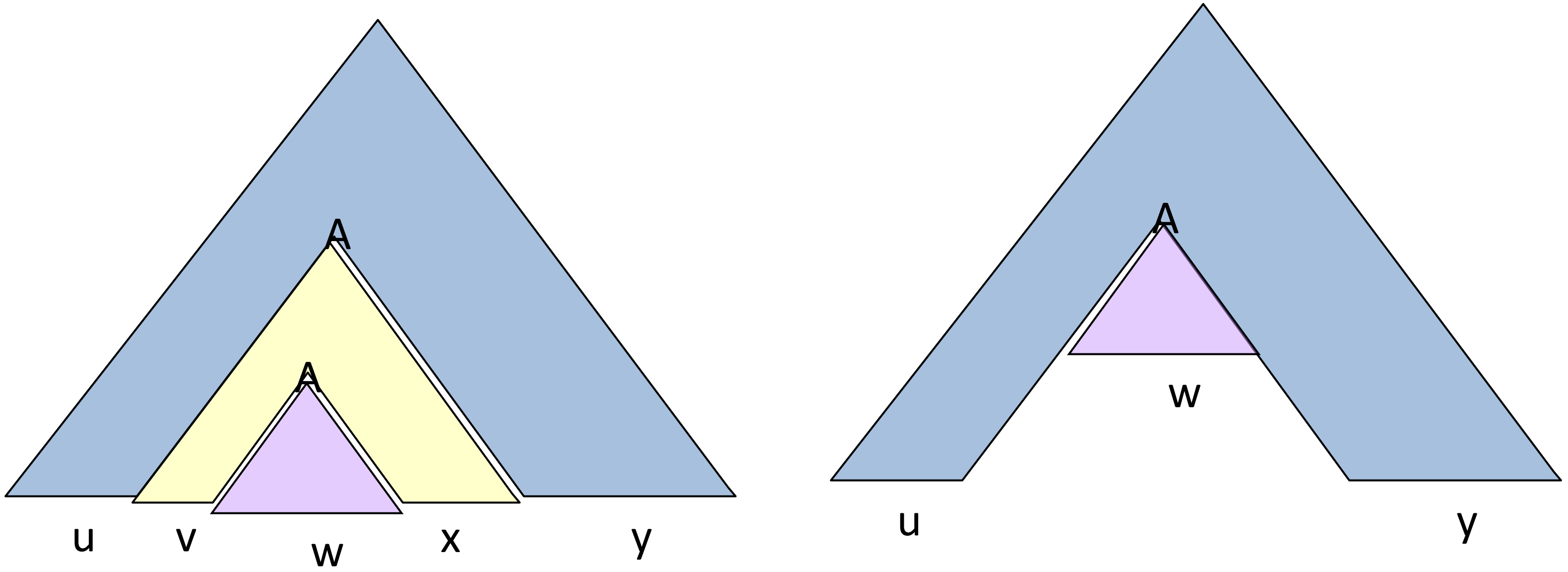
ada sebuah nilai integer n, dimana

Utk setiap string z di L dgn panjang $\geq$ n

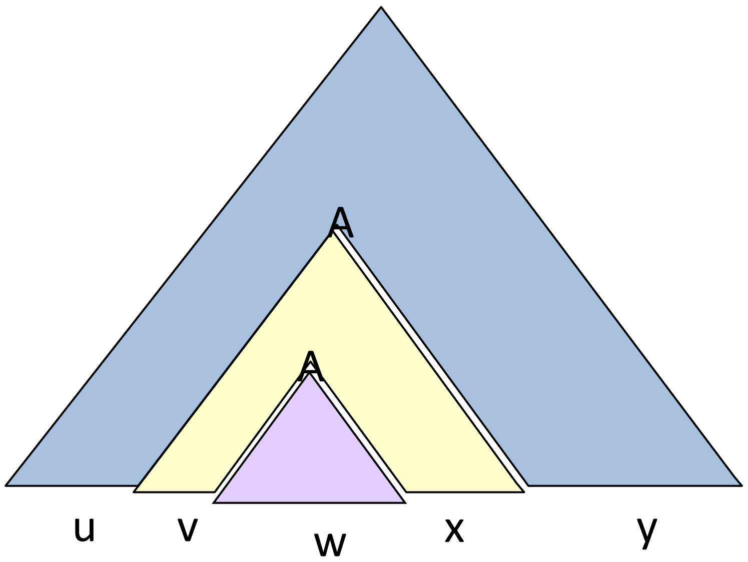
Ada sebuah z = uvwxy dimana:

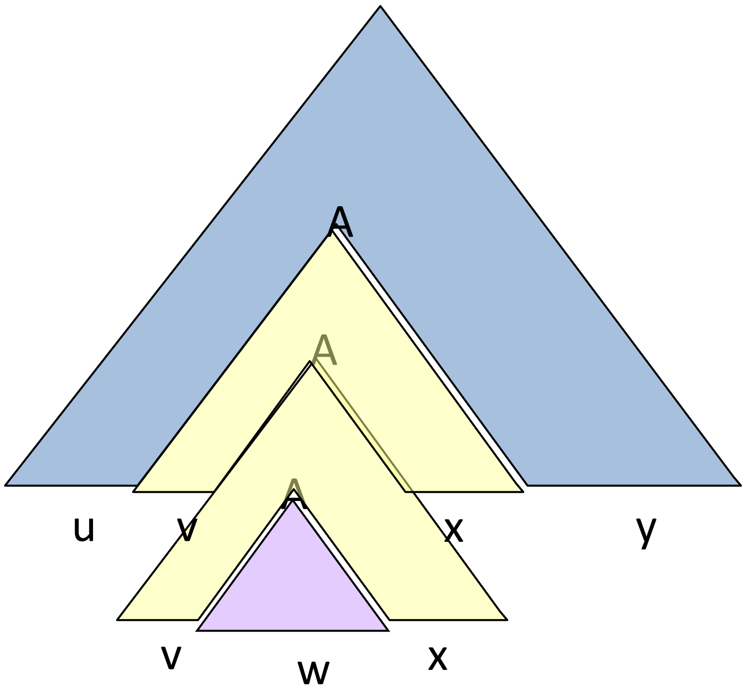
1. $|vwx| \leq n$.
2. $|vx| > 0$.
3. Utk $i \geq 0$, uv^iwx^iy ada di L.

Pump Zero Times



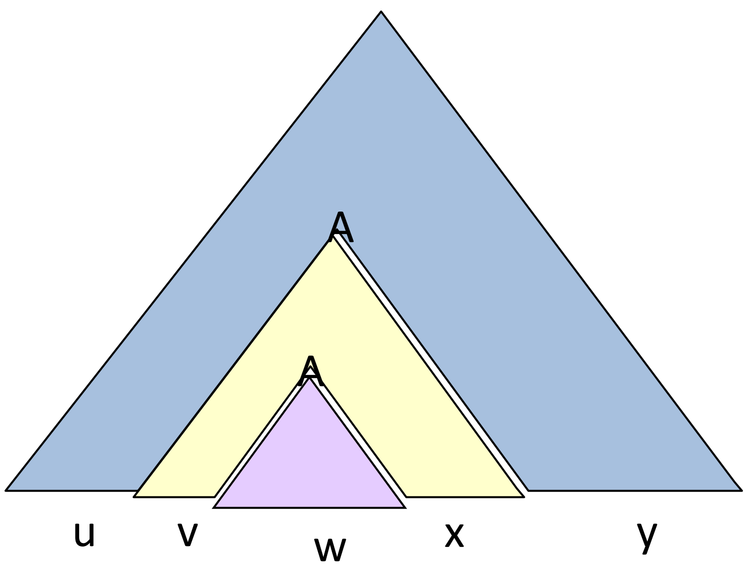
Pump Twice

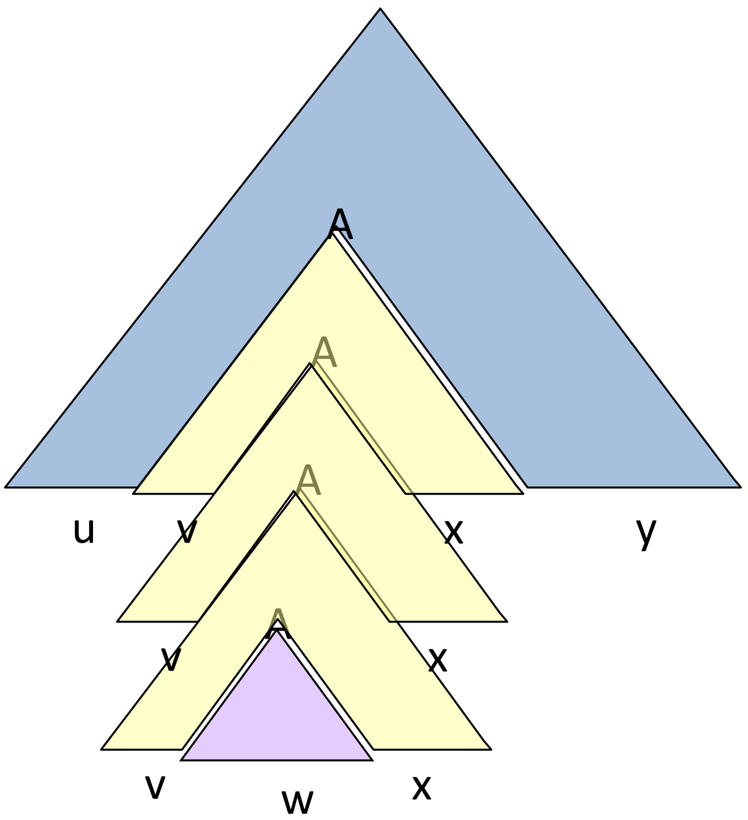




Pump Thrice

Etc., Etc.





Cara Pembuktian

- Misalkan ada sebuah L tertentu yg dinyatakan sbg CFL
- Tentukan pemisalan string pada L tsb dalam bentuk uvwxy
- Dengan aturan bhw sebuah CFL harus memenuhi pumping lemma, maka terapkan pemisalan pumping ($i>1$) untuk uvwxy. Ketika setelah pumping lemma, L jadi tdk terpenuhi, maka terbukti bhw L bukan merupakan CFL secara pembuktian kontradiksi

$$L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$$

$$\underbrace{a\cdots a}_{u}\underbrace{a\cdots a}_{vxy}\underbrace{a\cdots ab\cdots bc\cdots c}_{z}$$

$$\underbrace{a\cdots ab}_{u}\underbrace{b\cdots b}_{vxy}\underbrace{b\cdots bc\cdots c}_{z}$$

$$\underbrace{a\cdots ab\cdots bc}_{u}\underbrace{c\cdots c}_{vxy}\underbrace{c\cdots c}_{z}$$

$$\underbrace{a\cdots a}_{u}\underbrace{a\cdots ab\cdots b}_{vxy}\underbrace{b\cdots bc\cdots c}_{z}$$

$$\underbrace{a\cdots ab\cdots b}_{u}\underbrace{b\cdots c}_{vxy}\underbrace{c\cdots c}_{z}$$

$$L = \{a^n \mid n \text{ is prime}\}$$

- uv^iwx^iy
- Misal panjang string total utk i=1 adalah p
- Panjang |uwy| adalah m
- Maka panjang |vx| adalah i * (p-m)
- Maka panjang string total adalah m + i * (p-m)
- Misalkan utk i = p+1 maka string total adalah

m + (p+1)(p-m) = m + p2 – pm + p – m

= p2 – pm + p

= p (p-m+1)

string bukan prima

karena p dan (p-m+1) (p lebih besar dari m) bernilai lebih dari 1

Latihan

- Buktikan dgn pumping lemma secara kontradiksi bahwa L berikut ini bukanlah CFL:
  - $L = \{a^i b^j c^k \mid 0 <= i <= j <= k\}$
  - $L = \{ww \mid w \in \{0,1\}^* \}$

$L = \{ww | w \in \{0,1\}^* \}$

- Ambil kasus yg ambigu, misal utk string $0^p1^p0^p1^p$
- Cari pembagian utk uv^iwx^iy yg mungkin dan kemudian ternyata dibuktikan tdk bisa atau kontradiksi
  - Jika v^iwx^i ada pada salah satu perulangan misal 0^p maka utk i>1 nilai p, substring yg berulang tsb menjadi lebih panjang dari bagian lainnya
  - Jika v^iwx^i ada pada dua perulangan misal 0^p1^p maka utk i>1 nilai p, substring yg berulang tsb menjadi lebih panjang dari bagian lainnya
  - Jika v^iwx^i ada pada dua perulangan di tengah yaitu 1^p0^p maka utk i>1 nilai p, substring di tengah yg berulang tsb menjadi lebih panjang dari bagian 0 di depan dan 1 di akhir

CLOSURE PROPERTIES CFL

Closure Properties CFL

- Union
- Concatenation
- Star Closure
- Yg bukan CFL:
  - Intersection
  - Complementation

Union

- Ada G1 dan G2 dimana
  - G1 = {V1,T1,P1,S1}
  - G2 = {V2,T2,P2,S2}
- Maka G = G1 ∪ G1 adalah
  - V baru = V1 ∪ V2 ∪ {S}
    - S adalah start symbol baru (tambahan baru)
  - P baru = P1 ∪ P2 ∪ {S→ S1 | S2}

Concatenation

- Ada G1 dan G2 dimana
  - G1 = {V1,T1,P1,S1}
  - G2 = {V2,T2,P2,S2}
- Maka L = {wv|w ϵ L(G1) dan v ϵ L(G2)} adalah
  - V baru = V1 ∪ V2 ∪ {S}
    - S adalah start symbol baru (tambahan baru)
  - P baru = P1 ∪ P2 ∪ {S→ S1 S2}

Star Closure

- Ada G1 dimana
  - G1 = {V1,T1,P1,S1}
- Maka L baru = $\{w \mid w \in L(G1)^* \}$ adalah
  - V baru = V1 ∪ {S}
    - S adalah start symbol baru (tambahan baru)
  - P baru = P1 ∪ $\{S \rightarrow S1\ S \mid \epsilon \}$