Problemas, Algoritmos, y Programación
Trabajo Práctico 1

Jonás Levy Alfie   Denys Bulavka   Martín Fixman
Facundo Gutiérrez

Segundo Cuatrimestre 2016

Índice

1. La Tienda de Apu

1.1. Soluciones teóricas al problema

1.1.1. Backtracking naïve

Una posible manera de solucionar el problema es usar backtracking normal. En particular, se puede definir una función $\mathcal{B} : \{Tamano\} \times precio \times precio \to precio$ que, dado un conjunto de tamaños de rosquillas $D_1, \ldots, D_N$, un precio P, y el precio ya pagado p, diga cuanta es la mayor cantidad de plata que puede gastar comprando las rosquillas en los argumentos para que en total gaste menos de P pesos.

$$\mathcal{B}(\varnothing, P, p) = \begin{cases} p & \text{si } p \leq P \\ 0 & \text{si } p > P \end{cases}$$

$$\mathcal{B}\left(\{D_1, D_2, \ldots, D_N\}, P, p\right) = \text{máx} \begin{pmatrix} \mathcal{B}\left(\{D_2, \ldots, D_N\}, P, p + D_1\right) \\ \mathcal{B}\left(\{D_2, \ldots, D_N\}, P, p\right) \end{pmatrix}$$

El resultado de $\mathcal{B}(D, P, 0)$ sería el mejor resultado del problema, ya que

- Homero empieza comprando 0 pesos en rosquillas.
- Si no hay rosquillas disponibles, Homero no puede gastar más plata en rosquillas.
- Si hay dos casos donde se gasta menos que P pesos, el mejor caso es el que se gastó el mayor valor.
- El resultado no va a ser menor a 0; lo peor que le puede pasar a Homero es no poder comprar ninguna rosquilla.
- Cada rosquilla se puede comprar solo una vez.
- Cada combinación de $F \subseteq D$ de rosquillas compradas por Homero es contada. En particular, cada $d \in D$ aparece y no aparece en el precio final, alternativamente.

Si se implementa una función B que devuelva el resultado de $\mathcal{B}$ recursivamente, la complejidad en tiempo sería.

$$\begin{aligned} \mathcal{O}(1) &\text{ en el caso base.} \\ \mathcal{O}(1) &\text{ en cada paso de la recursión.} \\ \mathcal{O}(2^N) &\text{ pasos de la recursión diferentes: dos paso por cada elemento de D.} \\ \mathcal{O}(2^N) \cdot \mathcal{O}(1) = \mathcal{O}(2^N) &\text{ complejidad de tiempo total.} \end{aligned}$$

Esto no es lo suficientemente rápido para las restricciones del problema, así que hay que usar otro método.

1.1.2. Meet in the Middle

Dado cierto número $\tau \in [1, N]$, separamos D en dos conjuntos.

$$A = D_1, \ldots, D_\tau B \qquad = D_{\tau+1}, \ldots, D_N$$

Luego, definimos la función $\mathcal{V} : \{Tamano\} \times precio \times precio \to precio$ tal que $V(D, P, p)$ es el conjunto de rosquillas subconjunto de D que se pueden comprar con P pesos si ya se pagaron p pesos de una manera similar a $\mathcal{B}$.

$$\mathcal{V}(\varnothing, P, p) = \begin{cases} p & \text{si } p \leq P \\ & \text{si } p > P \end{cases}$$

$$\mathcal{B}\left(\{D_1, D_2, \ldots, D_N\}, P, p\right) = \bigcup \begin{pmatrix} \mathcal{B}\left(\{D_2, \ldots, D_N\}, P, p + D_1\right) \\ \mathcal{B}\left(\{D_2, \ldots, D_N\}, P, p\right) \end{pmatrix}$$

2. El cumpleaños de Lisa

3. Experimentos nucleares

4. El error de Smithers